DTU Bibliotek

Denne fil er downloadet fra

Danmarks Tekniske Kulturarv

www.tekniskkulturarv.dk

Danmarks Tekniske Kulturarv drives af DTU Bibliotek og indeholder scannede bøger og fotografier fra bibliotekets historiske samling.

Rettigheder

Du kan læse mere om, hvordan du må bruge filen, på *www.tekniskkulturarv.dk/about*

Er du i tvivl om brug af værker, bøger, fotografier og tekster fra siden, er du velkommen til at sende en mail til *tekniskkulturarv@dtu.dk*

Gryn. 621.3.

DANMARKS
TEKNISKE BIBLIOTEK

TB Gl.
621.317 Chr

DANMARKS
TEKNISKE BIBLIOTEK

Dansk Ingeniørforenings
Bogsamling.

1157

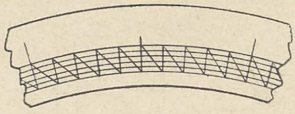
Gmja 6213

ELEKTRISKE
MAALEMETODER

EN KORTFATTET FREMSTILLING
AF DE VIGTIGSTE ELEKTRISKE MAALEMETODER
OG PRÆCISIONSINSTRUMENTER FOR
ENSRETTET STRØM

AF

ARNOLD CHRISTENSEN



KØBENHAVN
JUL. GJELLERUPS BOGHANDEL
1903

POLYTEKNISK
Teknisk Bibliotek
LÆREANSTALT

MILO'SKE BOGTRYKKERI, ODENSE.

Indhold.

Side

Indledning 1
Internationale Enheder 5
I. Voltametret 6
II. Metoder og Hjælpemidler til de elektriske Instrumenters Aflæsning 9
Spejlaflæsningen 11
III. Instrumenter med fast Spole og bevægelig Magnet:
1. Tangensbussolen, Sinusbussolen og Torsionsgalvanometret 15
2. Spejlgalvanometret 20
IV. Instrumenter med bevægelig Spole og fast Magnet 25
V. Modstandsmaaling:
1. Differentialmetoden 33
2. Wheatstones Bro 37
3. Maaling af smaa Modstande 42
4. Isolationsmaaling 45
5. Maaling ved Vekselstrøm 52
6. Fejlbestemmelse 57
VI. Kompensationsmaaling:
1. Normalelementet 62
2. Kompensatoren 67
Gans & Goldschmidts Kompensator 72
Hartmann & Brauns Kompensator 72
Thiermanns Kompensator 76
Westons Kompensations-Voltmeter 79
VII. Kapacitetsbestemmelse:
1. Elektrostatisk Kapacitet 81
Maxwells Metode 82
De Sauty's Metode 83
Thomsons Kompensationsmetode 84
2. Elektromagnetisk Kapacitet (Selvinduktion) 85
Maaling ved Sammenligning med en elektrostatisk Kapacitet 86
Maxwells Metoder 87
VIII. Maalefejl 89

Rettelser.

Side 15, 3. L. f. n.: Resultatet læs: Resultanten.
— 16, 8. L. f. o.: hvoraf $k_2 = k_1 = tg\alpha$. Jordmagnetismens Komposant k . . . læs: hvoraf $k_1 = k_2 tg\alpha$. Jordmagnetismens Komposant k_1 . . .
— 17, 10. L. f. o.: Kohhausch læs: Kohlrauch.

Indledning.

En kvantitativ Bestemmelse, en Maaling af et Objekt, kan strængt taget kun udføres relativt som en Bestemmelse af et ved Tal udtrykt Forhold mellem Objektets »Størrelse« og en mere eller mindre vilkaarlig valgt Enhed. Naar man ikke desto mindre taler om absolut Maaling, skyldes det Gauss og Weber, der ved at føre Maalingen af den jordmagnetiske Intensitet tilbage til Enhederne for Længde, Masse og Tid, mente at kunne anvende Udtrykket »absolut« om saadanne Maalinger. I Tidens Løb har dette Udtryk vundet Hævd som Betegnelse for de Enheder, der ere »afledede« af de tre Grundenheder: Centimeteren, Grammet og Sekundet. Disse afledede Enheder have ikke alene den Fordel, at Antallet af de vilkaarlige Enheder bliver begrænset, men de lette ogsaa i høj Grad Beregningen af forskelligartede Kræfters gensidige Paavirkning, f. Eks. den elektriske Strøms Virkning paa en Magnet. Længdeenheden i det absolute Maalsystem, Centimeteren, er bestemt ved en Hundrededel af den i Paris opbevarede Normalmeter. For at faa Meteren ført tilbage til et uforanderligt Naturmaal, var det oprindelig Hensigten, at den skulde defineres som en Timilliontе-

del af Jordkvadranten gennem Pariserobservatoriet. Da Maalingen af denne Størrelse, efterhaanden som Instrumenterne bleve forbedrede, kunde udføres med større Nøjagtighed, og da Enheden derved stadig var udsat for at forandres, opgav man imidlertid den oprindelige Definition, og vedtog at definere Meteren som Længden af den først fremstillede Normalmeter. Denne var af Platin, og Maalet var bestemt ved Afstanden mellem Endefladerne. Platinet egner sig dog ikke til Materiale for en Maalestok, til hvis Uforanderlighed der stilles de største Fordringer. Man lod derfor fremstille en anden Normalmeter af Platiniridium (9 Dele Platin og 1 Del Iridium), en Legering, der udmærker sig ved meget stor mekanisk og kemisk Modstandsdygtighed. Den nye Meter har, for at forene betydelig Styrke med forholdsvis ringe Vægt, Tværsnit omtrent som et H. Maalet bestemmes ikke ved Afstanden mellem Endefladerne, men ved to fine Streger, der ere afsatte saaledes, at deres Afstand med størst mulig Nøjagtighed er lig den gamle Meter. For at kunne kontrollere Meterens Uforanderlighed, har man ved Interferensmaaling talt det Antal af Cadmiumlysets Bølgelængder, der gaar paa 1 Meter. Man fandt for det grønne Cadmiumlys 1 Meter = 1966249.7 Bølgelængder.

Enheden for Masse, Grammet, skulde være lig Massen af 1 cm^3 Vand ved 4^0 C., men da Rummaaling ikke kan udføres med saa stor Nøjagtighed som Vejning, har man foretrukket at fremstille et Normallod (= 1000 Gr.) af Platiniridium. Det opbevares samme Sted som Normalmeteren. Nyere Undersøgelser have givet det Resultat, at 1 cm^3 Vand vejer 0.99996 Gram.

Af de tre Grundenheder afledes Kraftenheden (1 Dyn)

som den Kraft, der i 1 Sekund giver Massen 1 Gram Hastigheden 1 (1 Centimeter i Sekundet). Nu kunne de elektriske Enheder afledes, enten ved at gaa ud fra statiske Elektricitetsmængders gensidige Paavirkning eller Strømmens magnetiske Virkning. Man foretrækker naturligvis den sidste Metode, da det i Praksis netop er Virkningen mellem Magnetisme og Elektricitet, hvorom de fleste Beregninger drejer sig. Enheden for Magnetisme har en isoleret Magnetpol, der i en Afstand af 1 Centimeter paavirker en lige saa stærk Magnetpol med Kraften 1 Dyn. Tænkes en uendelig tynd elektrisk Leder med Længden 1 cm anbragt saaledes, at dens Afstand overalt er 1 cm. fra en magnetisk Enhedspol (Lederen ligger paa en Cirkel, hvis Centrum er Magnetpolen og hvis Radius er 1 cm), vil en Strøm, der løber gennem Lederen og paavirker Magnetpolen med en Kraft lig 1 Dyn, have Styrken 1. Denne Definition er ensbetydende med, at en Strøm, der omkredser Fladeenheden og har Styrken 1, udøver samme magnetiske Fjærnvirkning som Enhedspolen.

Da Magnetismen udstraales i alle Retninger fra en isoleret Pol, har man ikke ved Fastsættelsen af Enheden for fri Magnetisme samtidig fastsat en Enhed for magnetisk Feltintensitet. Styrken af et magnetisk Felt har man vedtaget at udtrykke ved Antallet af »Kraftlinjer«, der danner Enheden for Magnetkraft bestemt ved den Magnetisme, som træffer et Areal paa 1 cm^2, der overalt har Afstanden 1 cm fra en Enhedspol (1 cm^2 af en Kugleflade med Radius 1 cm og Enhedspolen til Centrum). Overskærer en elektrisk Leder 1 Kraftlinje i 1 Sekund, vil der i Lederen induceres den elektromotoriske Kraft 1.

Endelig er Enheden for Modstand bestemt ved den Modstand, der gennemløbes af Strømmen 1, naar der mellem dens Endepunkter hersker Spændingsforskellen 1.

De tre absolute elektriske Enheder ere ikke bekvemme at anvende i Praksis, da de her hyppigst forekommende Størrelser maatte udtrykkes ved meget store eller (for Strømstyrkens Vedkommende) smaa Tal. Man har derfor dannet praktiske Enheder ved at multiplicere eller dividere de absolute med en Potens af 10. De praktiske Enheder ere

for Strømstyrke: 1 Ampère = 10^{-1} absolute Enheder,
for Spænding: 1 Volt = 10^{8} » »
for Modstand: 1 Ohm = 10^{9} » »

Da det imidlertid er forbundet med betydelig Vanskelighed at bestemme Enhederne efter deres absolute Definition, har man vedtaget følgende internationale Definitioner, der komme de ovenfor nævnte meget nær. 1) 1 Ohm er Modstanden af en Kviksølvsøjle paa 106.3 cm. Længde og 1 mm^2 Tværsnit ved 0^0 (Vægt 14.4521 Gram). 2) 1 Ampère udskiller i 1 Sekund 0.001118 Gram Sølv af en neutral Opløsning af salpetersurt Sølvilte, der er udsat for Luftens Paavirkning. 3) 1 Volt er den Spændingsforskel, der hersker mellem Endepunkterne af en Leder, som gennemløbes af Strømmen 1 Ampère og har Modstanden 1 Ohm.

Af ældre Enheder kan nævnes den »legale« Volt = 0.9972 internationale og den »legale« Ohm = 106 cm Hg 0^0. Endvidere »Brit. Assoc. Enheden = 0.9866 internationale Ohm, og »Siemensenheden« = 100 cm Hg 0^0.

Internationale Enheder.

Strømstyrke.

Ampère = 0.001118 Gr. Sek. Sølv.
Milliampère = 10^{-3} Ampère.
Mikroampère = 10^{-6} Ampère.

Modstand.

Ohm (Ω) = 106.3 cm Hg 0^0.
Megohm = 10^6 Ohm.
Mikrohm = 10^{-6} Ohm

Spænding.

Volt = Ampère × Ohm.
Millivolt = 10^{-3} Volt.
Mikrovolt = 10^{-6} Volt.

Elektricitetsmængde.

Coulomb = Ampère × Sekund.
Ampèretime = 3600 Coulomb.

Elektrostatisk Kapacitet.

Farad (se Side 81).
Mikrofarad = 10^{-6} Farad.

Elektromagnetisk Kapacitet (Selvinduktion).

Henry (se Side 86).

Kraft.

Watt = Ampère × Volt = $\frac{1}{736}$ PS = $\frac{1}{746}$ HP.
Kilowatt = 10^3 Watt.
Hektowatt = 10^2 Watt.

Arbejde.

Watt-Time = Ampère × Volt × Time.
Kilowatt-Time = 10^3 Watt-Time.
Hektowatt-Time = 10^2 Watt-Time.

I. Voltametret.

Da den internationale Enhed for Strømstyrke, 1 Ampère, er bestemt ved den Strøm, der i 1 Sekund udskiller 0.001118 Gram Sølv af en salpetersur Opløsning, faar Sølvvoltametret stor Betydning som Normalapparat ved Strømmaalinger. I sin almindeligste Form bestaar dette Voltameter af en Platinskaal, der tjener til Kathode og indeholder en 15—30 pCt. Opløsning af salpetersurt Sølvilte. Anoden dannes af en Stang af kemisk rent Sølv, der som Regel er omviklet med Filtrerpapir for at forhindre mulige løsrevne Sølvpartikler i at falde ned paa Platinskaalens Bund. Strømtætheden bør ikke være større end 0.02 Ampère pr. cm^2 Kathodeareal. Opløsningen maa være neutral og udsat for Luftens Paavirkning under Maalingen; thi saavel et svagt Overskud af Syre som Mangel paa Ilt i den omgivende Luftart forøger Mængden af det udskilte Sølv. Før Maalingen maa Platinskaalen udvaskes og tørres omhyggeligt i et Tørreskab eller bedre i Vakuum, hvorefter den vejes. Nu sammensættes Voltametret og forbindes i Serie med en Rheostat og (ved Justering af Strømmaalere) det Instrument, hvis Reduktionsfaktor skal bestemmes. Fra det Øjeblik, Kredsløbet er sluttet, maa Strømstyrken holdes konstant ved Hjælp af Rheostaten, der altsaa maa være indrettet til jævn Modstandsforandring (Slæbetraadsrheostat).

Naar Strømmen har været sluttet en passende Tid, sædvanlig $\frac{1}{2}$—2 Timer, afbrydes den, og Tiden noteres. Det maa erindres, at en Fejl paa 1 Sekund betyder en temmelig stor Fejl i Resultatet (0.01—0.1 pCt.), og Tidsbestemmelsen bør derfor foretages med størst mulig Nøjagtighed. Er det anvendte Ur et Pendulur med Sekundslag, følger man Takten ved Slag med Fingeren paa Bordet tæt ved Strømslutterens Knap. Ved det ønskede Sekund flytter man Haanden saa meget, at Fingeren rammer Knappen og derved slutter Strømmen. Paa denne Maade kan man med nogen Øvelse opnaa en Fejlgrænse paa $\frac{1}{20}$ Sekund.

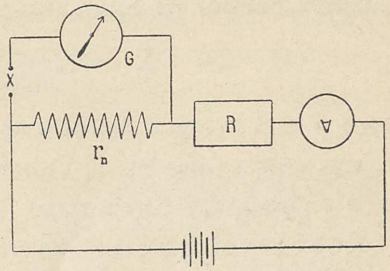


Fig. 1.

Efter at Elektrolyten er hældt ud af Platinskaalen, skylles denne i rent Vand, Indtil der ikke længere udfældes Klorsølv af dette ved Tilsætning af en Draabe Saltsyre. Derefter stilles den i c. 90° varmt Vand i 10 Minutter, skylles atter i destilleret Vand og tørres ved Varme. Vejningen maa ikke udføres, førend Skaalen er afkølet til Luftens Temperatur, da der i modsat Tilfælde kan opstaa grove Fejl ved den af den varme Skaal frembragte opadgaaende Luftstrøm. Er Vægtforøgelsen p Gram og har Strømmen været sluttet i t Sekunder, bliver Strømstyrken bestemt ved

$$J = \frac{p}{0.00118\ t\ 1} \qquad (1.)$$

Voltametret kan ogsaa benyttes til Spændingsmaaling. I Tilfælde af, at den søgte Spænding er konstant, kan med Fordel anvendes den i Fig. 1. viste Metode. Voltametret

V er forbundet i Serie med Rheostaten R og Normalmodstanden r_n. Dennes Ender ere gennem et følsomt Galvanometer G forbundne med det Apparat, hvis Spænding X skal maales. Før den egentlige Maaling begynder, erstattes V med en Modstand lig Voltametrets. Strømmen sluttes, og Rheostaten forandres, indtil Galvanometret ikke viser noget Udslag. Da er $X = J \cdot r_n$, idet J er Strømstyrken i r_n. Nu indskydes Voltametret atter, og Tiden noteres. Under Maalingen maa Galvanometret holdes strømløst ved Hjælp af Rheostaten. Naar Strømmen afbrydes efter t Sekunders Forløb, vil Spændingen X være bestemt ved

$$X = r_n \frac{p}{0.001118\,t}$$

hvor p er Vægten af det udskilte Sølv. Normalmodstanden r_n maa vælges saaledes, at Voltametret kommer til at arbejde med en passende Strømstyrke (sædvanlig 0.1—1 Amp.).

Kobbervoltametret anvendes fortrinsvis til Maaling af stærkere Strømme. Kathoden bestaar som Regel af Platin, Anoden af rent Kobber. Elektrolyten er en 20 pCt.s Opløsning af Kobbersulfat i destilleret Vand. Strømtætheden bør ikke overskride 0.04 Amp. pr. cm^2 Kathodeareal. 1 Ampère udskiller i 1 Sekund 0.0003294 Gr. Kobber. Forøvrigt behandles Kobbervoltametret i Hovedtrækkene som Sølvvoltametret.

I Vandvoltametret bestemmes Strømmen ved Rumfanget af den udviklede Knaldgas. 1 Ampère udvikler i 1 Sekund 0.1740 cm^3 ved 0^0 og 760 mm Barometerstand. Da Maalingen skal korrigeres for Temperatur, Barometerstand, Damptryk m. m. og derfor bliver temmelig kompliceret, anvendes Vandvoltametret kun sjældent til nøjagtige Maalinger.

II. Metoder og Hjælpemidler til de elektriske Instrumenters Aflæsning.

Næsten alle magneto-elektriske Instrumenter have det tilfælles med de geodætiske og astronomiske, at det er Aflæsningen af en Vinkel, der bestemmer den søgte Størrelse. Men medens de geodætiske og de astronomiske Instrumenters Nøjagtighed saa godt som udelukkende er afhængig af den Nøjagtighed, hvormed man er i Stand til at aflæse denne Vinkel, ere de elektriske Instrumenter paavirkede af saa mange Faktorer, at en til den yderste Grænse dreven Nøjagtighed i Vinkelaflæsningen kun vilde skaffe et Antal ubrugelige Decimaler. Som Regel ere derfor de Metoder, der benyttes til Aflæsningen, ganske simple.

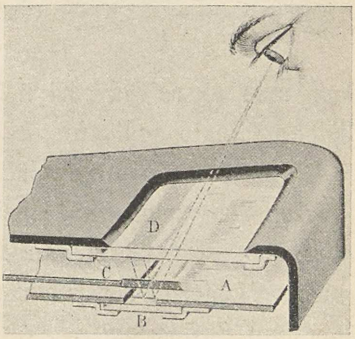


Fig. 2.

Man kan efter Aflæsningens Art dele Instrumenterne i to Grupper, nemlig Galvanometre med direkte Aflæsning, og Spejlgalvanometre. Instrumenterne, der hører til den første Gruppe, have i Almindelighed*) en flad, paa Højkant stillet

*) I det følgende er der kun Tale om Præcisionsinstrumenter af nyere Konstruktion.

Viser, der bevæger sig henover en inddelt Cirkelbue. Langsmed denne løber et smalt, planslebet Spejl (B Fig. 2). Naar Øjet befinder sig lodret over Viseren (eller dens Forlængelse), dækker denne sit eget Spejlbillede, og Aflæsningen er da fri for Parallaksefejl. Ved nogle Instrumenter (Dr. Franke, Hannover) er Dækglasset forsynet med en bred, matteret Streg D, der ved Spejlingen danner Baggrunden for Viseren. Herved lettes Aflæsningen betydeligt, da al forstyrrende Refleks er undgaaet.

Som oftest er Instrumenternes Skala inddelt i 100 eller 150 Dele, der saa vidt muligt ere indbyrdes lige store og omtrent lig 1 Millimeter, da det har vist sig, at man med nogen Øvelse med Bestemthed er i Stand til at kunne skønne sig til Viserens Stilling med en Nøjagtighed af 0.1 mm. Paa denne Maade faar man altsaa en paalidelig Decimal mere, end Skaladelene direkte angiver.

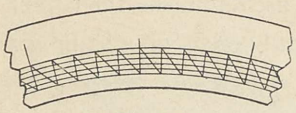


Fig. 3.

Da en saadan Interpolation imidlertid kræver en vis Øvelse, har man ved Hjælp af Transversalmaalestokken søgt at gøre Aflæsningen sikrere. Et Brudstykke af en saadan Maalestok er afbildet i Fig. 3, der ikke behøver nærmere Forklaring.

Det hænder undertiden, at Viseren i Hvilestillingen kan have en lille Afvigelse fra Nulpunktet. Denne Afvigelse, udtrykt i Brøkdele af Skalaens første Interval, ville vi kalde z. Lad Længden af det første Interval være l_o, dets n'te l_n. For Aflæsningen n bliver da det korrigerede Resultat:

$$n_1 = n - z \cdot \frac{l_o}{l_n} \qquad (2)$$

For en fuldkommen proportional Skala bliver $\frac{l_o}{l_n} = 1$, altsaa:

$$n_1 = n - z.$$

Spejlaflæsningen

er grundet paa en kendt Sætning fra Optikken, der siger, at den Vinkel, hvorunder en Lysstraale tilbagekastes fra et plant Spejl, er lig Indfaldsvinklen. I de Instrumenter, der ere beregnede til denne Aflæsning, er der fastgjort et lille planslebet Spejl (S Fig. 4) til det bevægelige System. Lige overfor dette anbringes en Kikkert, hvorover (eller under) der befinder sig en Maalestok (AK), hvis Zifre ere Spejltal*). Naar Instrumentets Spejl er vinkelret paa Kikkertens optiske Akse og altsaa parallelt med Maalestokken, vil man i Kikkerten se dennes Traadkors dække Skalaens Nulpunkt. Drejes Spejlet nu en lille Vinkel α, vil en Del af Skalaen tilsyneladende løbe forbi Kikkerten, indtil den standser ved et nyt Punkt A. Som det ses af Figuren, vil Udslaget AK da være lig Afstanden SK $\times$ Tangens til 2α. For en stor Del Instrumenters Vedkommende er Strømstyrken imidlertid proportional med tgα. Naar Udslagene

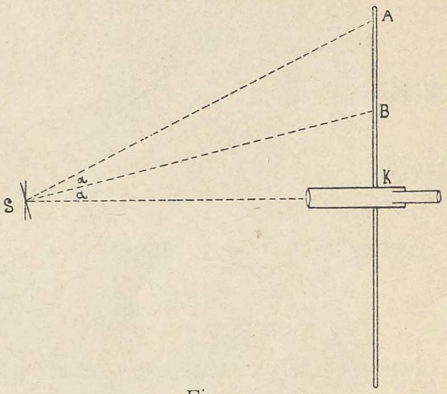


Fig. 4.

*) Herved forstaas Tal, der ere skrevne paa en saadan Maade, at de, naar de ses i et Spejl, vise sig som rigtige Tal.

ere smaa, kan man dog uden at begaa nogen betydelig Fejl sætte $tg2\alpha = 2tg\alpha$, hvorved Strømstyrken bliver proportional med det i Kikkerten aflæste Udslag. Hvis Vinklerne derimod ere større, blive Fejlene, man herved begaar, utilladelig store (Fejlen nærmer sig til at blive ∞, naar α vokser mod $\frac{\pi}{4}$). Man bliver da nødt til at beregne $tg\alpha$ — hvis man da ikke foretrækker at inddele Skalaen empirisk.

Vi ville sætte AK = n og SK = r. Da er

$$tg2\alpha = \frac{r}{n}$$

og altsaa

$$\frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha} = \frac{r}{n}$$

hvoraf

$$tg\alpha = \frac{\sqrt{r^2+n^2} - r}{n} \qquad (3)$$

Sætter man r = 1, bliver

$$tg\alpha = \frac{\sqrt{n^2+1} - 1}{n} \qquad (4)$$

I nogle Galvanometre — navnlig de nyere — er Strømstyrken proportional med Udslagsvinklen. I saa Tilfælde kan Skalaen have Form som en Cirkelbue, hvis Radius er SK.

I Fig. 5 er vist et Aflæseinstrument af Hartmann & Brauns Fabrikat. Kikkerten, der har mikrometrisk Horisontal- og Vertikalindstilling, er forsynet med Okulardrev og euryskopisk Mikrometer-Okular. Skalaen er af planslebet Mælkeglas og har en fint ætset Millimeterinddeling med Spejlzifre.

Spejlaflæsningen anvendes fortrinsvis til meget følsomme Galvanometre, da den har den Fordel, at man ikke behøver at komme i Instrumentets umiddelbare Nærhed, hvad

der kunde fremkalde lokale magnetiske Forstyrrelser og Temperaturforandringer, som kunde have Indflydelse paa det overordentlig fine, letbevægelige System.

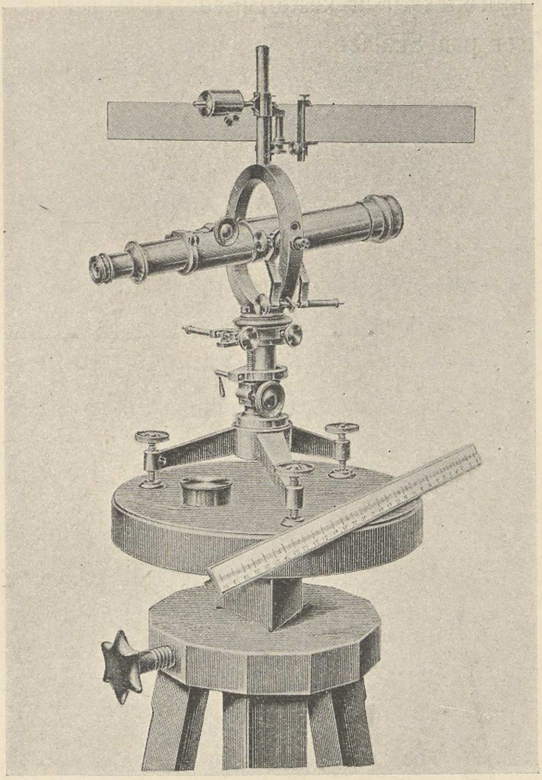


Fig 5.

Aflæsningen ved Hjælp af Kikkert virker i Længden trættende paa Øjet, og man anvender derfor ofte den saakaldte objektive Aflæsning, der fremkommer, naar Kikkerten erstattes af et Projektionsapparat, som kaster Billedet af en skarpt begrænset Lysplet paa Skalaen. I saa Tilfælde maa

Maalingerne naturligvis foretages i svag Belysning. Projektionsapparatet bestaar simplest af en konveks Linse, bag hvilken der er anbragt en Glødelampe med en enkelt retlinjet Kultraad. Fordres der større Nøjagtighed, kan Apparatet indrettes til at kaste Billedet af en sort, skarp Streg eller Viser paa Skalaen.

III. Instrumenter med fast Spole og bevægelig Magnet.

1. Tangensbussolen, Sinusbussolen og Torsionsgalvanometret.

Man kan bevise, at det magnetiske Felt, der frembringes af en Strøm, som løber gennem en cirkelformet Leder, og som begrænses af en dermed koncentrisk Kugle, hurtig nærmer sig til at blive homogent, naar Kuglens Radius aftager mod Nul. Lad NS i Fig. 6 forestille en Magnetnaal, der er ophængt drejelig om en vertikal Akse i Midten af en cirkelformet Leder, hvis Plan falder sammen med den magnetiske Meridianplan. Vi ville tænke os, at Naalens Længde er saa lille i Forhold til Lederen, at vi kunne betragte Feltet omkring den som homogent. Ledes da en Strøm gennem Lederen, vil Naalen gøre et Udslag og udføre nogle Svingninger, hvorefter den kommer i Ro i en ny Ligevægtsstilling. Resultatet af de Kræfter, der virker paa den, kan altsaa ikke udøve noget Drejningsmoment, følgelig maa den gaa gennem Omdrejningsaksen

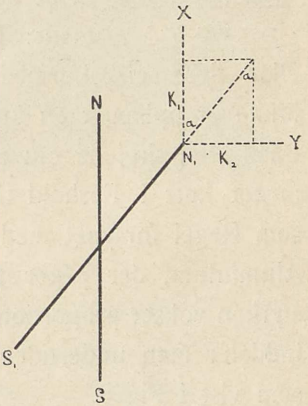


Fig. 6.

og Kræfternes Angrebspunkt. Den maa med andre Ord falde sammen med Naalens Akse N_1S_1. Kræfterne, der virke paa Naalen, ere to forskellige: Jordmagnetismen og Strømmens magnetiske Felt. Disse Kræfters Retninger ere kendte, nemlig henholdsvis x og y. Vi ere nu i Stand til at opløse Resultanten i to Kræfter k_1 og k_2, hvoraf k_1 repræsenterer Jordmagnetismens, k_2 Strømmens Komposant. Man har da $\frac{k_1}{k_2} = tg\alpha$, hvoraf $k_2 = k_1 = tg\alpha$. Jordmagnetismens Komposant k er konstant for alle Vinkler, og da det af Strømmen frembragte Felt antages at være homogent, er k_2 proportional med Strømstyrken J: Altsaa:

$$J = c \cdot tg\alpha \qquad (5)$$

hvor c er en Konstant.

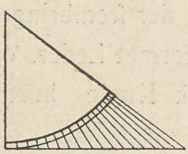


Fig. 7.

Dette Forhold har ført til Konstruktionen af et tidligere meget anvendt Maaleinstrument: Tangensbussolen, der bestaar af en eller flere cirkelformede Vindinger Kobbertraad, i hvis Midte er ophængt en kort Magnetnaal enten i en Kobbertraad eller drejelig om en fin Staalspids. Naalen skal være meget kort i Forhold til Ringens Diameter og er derfor som Regel forsynet med en lang, tynd Viser af Glas eller Aluminium, der peger paa en inddelt Skala. Da Strømstyrken vokser proportionalt med Tangens til Udslagsvinklen, inddeler man undertiden, for at undgaa Regning, Skalaen som vist i Fig 7.

Teoretisk set skulde man med Tangensbussolen kunne maale alle Strømstyrker, idet Tangens vokser fra o til ∞, naar Vinklen vokser fra o til $\frac{\pi}{2}$. Imidlertid opnaar man kun nøjagtige Resultater, naar Vinklen ligger mellem 20^0 og 70^0, thi ligger den udenfor disse Grænser, vil en ubetydelig Aflæsningsfejl svare til en forholdsvis stor Fejl

i Resultatet. Dette gælder naturligvis ikke, naar Instrumentet er indrettet til Spejlaflæsning. I saa Tilfælde kan man sætte Strømstyrken proportional med Udslaget, naar dette er mindre end 5^0 (175 mm ved 1 Meter Skalaafstand). Fejlen, man begaar herved, bliver da mindre end 1 pCt.

En Tangensbussole, der er indrettet til Spejlaflæsning, er vist Fig. 8. Dette Instrument, som er fabrikeret af Hartmann & Braun efter Angivelse af Kohhausch, har kun een Vinding af kemisk rent Kobber, der omslutter en Bordplade, paa hvilken Apparatet med Magneten og Spejlet kan anbringes. Magnetnaalen er fastkittet paa Bagsiden af et lille planslebet Spejl, der hænger i en lang Kokontraad, som omsluttes af et Glasrør.

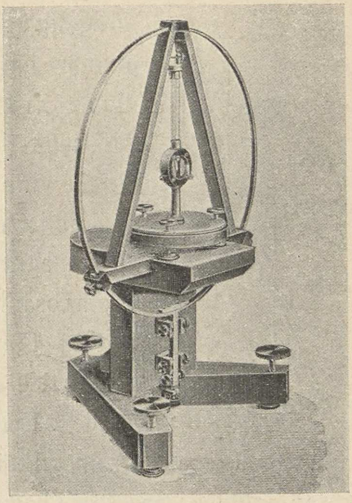


Fig 8.

Som det ses af Tegningen, er Bordpladen forlænget noget til den ene Side, saaledes at Apparatet med Magneten kan flyttes et Stykke bort fra Ringen. Helmholtz og Gaugain have nemlig paavist, at Tangentloven bliver opfyldt med større Nøjagtighed, naar Naalen er ophængt i Toppunktet af en Kegle, der har Ringens Plan til Grundflade og dens halve Radius til Højde.

Tangensbussolen lider af den Mangel, at Magnetnaalen skal være meget lille i Forhold til Vindingerne. Instru-

mentet bliver derfor ikke videre følsomt. Denne Ulæmpe er undgaaet ved Sinusbussolen, der er saaledes indrettet, at Vindingerne, naar Naalen har gjort et Udslag, kunne drejes efter denne, indtil deres Plan igen bliver parallel med Naalens Akse. Magneten befinder sig altsaa, naar Udslaget aflæses, altid paa samme Sted i Spolens Felt, nemlig der, hvor Feltets Kraftlinjer ere vinkelrette paa dens Akse.

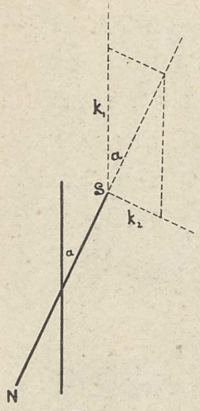


Fig. 9.

Følgelig kan dens Størrelse heller ingen Indflydelse have paa Instrumentets Nøjagtighed. Lad NS i Fig. 9 være Naalen, der har gjort Udslaget α. Spolefeltets Kraftlinjeretning er da vinkelret paa Naalen, medens Jordmagnetismens Kraftretning er parallel med den magnetiske Meridianplan. Naar de to Komposanter henholdvis ere k_2 og k_1, ses det af Figuren, at $k_2 = k_1 \sin\alpha$. For et andet Udslag α vilde k_1 blive konstant, medens Spolefeltets Komposant, der er proportional med Strømstyrken, vilde faa en ny Værdi k_3. Man vilde da faa $k_3 = k_1 \sin\alpha$.

Altsaa

$$\frac{k_2}{k_3} = \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha_1} \qquad (6)$$

Eller med andre Ord: Strømstyrkerne forholde sig som Sinus til Udslagsvinklerne.

Sinusbussolen har den Fejl tilfælles med Tangensbussolen, at Skaladelene, hvis Instrumentet skal indrettes til at vise Strømstyrken direkte, ikke er lige store i alle Punkter af Skalaen. Det ses af Fig. 9, at dersom man erstattede den jordmagnetiske Kraft k_2 med en Kraft, der var proportional med Udslagsvinklen, vilde Strømstyrken være ligefrem proportional med denne. Dette er opnaaet i Siemens

Torsionsgalvanometer ved Hjælp af en Spiralfjeder. Magneten (G Fig 10), der anvendes i dette Galvanometer, har en særlig Form, idet den er dannet som en Klokke, der ved et Snit er spaltet i to Grene. Disse Grene ere modsat magnetiserede, og den Siemenske Klokkemagnet, som den kaldes, har altsaa en vis Lighed med en Hesteskomagnet. En Messingstang der er fastskruet i den øverste Del af Klokken, bærer den skraa Viser uv samt Torsionsfjederen f. Hele Systemet hænger i Konkontraaden i, hvis øverste Ende er fastgjort til Torsionshovedet sm. Klokkemagneten omsluttes af Spolerne R. Ledes en Strøm gennem disse, vil Magneten og dermed Viseren v gøre et Udslag. Drejes nu Torsionshovedet i modsat Retning af Viseren, vil denne kunne føres tilbage til sin oprindelige Stilling. Den Vinkel, man har maattet dreje Torsionshovedet for at opnaa dette, vil ifølge en fra Fysiken kendt Sætning staa i ligefremt Forhold til Fjederens Spænding (Drejningsmoment). Men denne holder Ligevægt med Magnetens Drejningsmoment, der staar i ligefremt Forhold til Strømstyrken. Altsaa vil den Vinkel, som Torsionshovedet er drejet, og som kan aflæses paa en paa Glasskiven D anbragt Inddeling, være proportional med Strømmens Styrke.

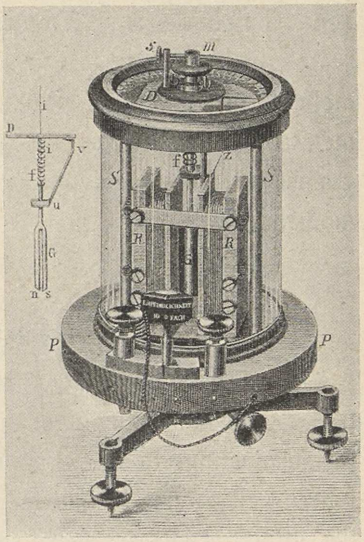


Fig. 10.

Dette Instrument blev fremstillet i to Typer, et med en Modstand paa 1 Ohm og en Maksimalstrømstyrke paa 0.17 Ampère, samt et med 100 Ohms Modstand og 0.017 Amp. Maksimalstrømstyrke. Begge disse Typer havde 170 Inddelinger paa Glaspladen.

Ved Hjælp af Shuntmodstande paa $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$ og $\frac{1}{999}$ Ohm kunde Maalegrænsen udvides til henholdsvis 10, 100 og 1000 Gange saa store Værdier. Da Maksimaludslagene vil svare til henholdsvis 0.17 og 1.7 Volt Spændingsforskel mellem Instrumentets Polklemmer, kan Torsionsgalvanometret ogsaa benyttes til Spændingsmaalinger, og Maalegrænserne kunne udvides vilkaarligt ved Hjælp af Seriemodstande.

2. Spejlgalvanometret.

Ved mange Maalinger, der udføres efter Nulmetoden, f. Eks. Modstandsmaalinger med Wheatstones Bro, Kompensationsmaalinger o. s. v., kræves et Galvanometer, som er i Stand til at paavise meget svage Strømme. For at gøre det muligt at aflæse ganske smaa Udslag, indrettes saadanne Instrumenter næsten altid til Spejlaflæsning, hvorved man tillige opnaar, at det bevægelige Systems Inertimoment bliver mindre, hvilket er af stor Vigtighed. Som Regel stiller man nemlig den Fordring til Instrumenterne, at de skulle være »aperiodiske«, hvorved man mener, at Udslaget skal foregaa som en jævn Bevægelse, der ophører uden først at udføre Svingninger om Ligevægtsstillingen. Den første Betingelse for, at dette kan finde Sted er, at Inertimomentet er lille. Endvidere maa Systemet være under Paavirkning af en Kraft, som søger at hindre Svingningerne, uden dog i

mindste Maade at have Indflydelse paa Systemet, naar det er i Ro. Det naturligste vil følgelig være at lade selve Svingningerne fremkalde denne Modstand, hvilket kan ske paa flere Maader.

I de ældre Instrumenter var det bevægelige System i denne Hensigt forsynet med et Par lette Vinger, som ved at svinge i Luften fremkaldte en temmelig god Dæmpning. Anordningen led imidlertid af den Fejl, at selv en ganske ringe Luftstrømning i Instrumentet var tilstrækkelig til at virke forstyrrende paa Magnetens Stilling, hvad der ganske vist kunde afhjælpes ved at lade Vingerne bevæge sig i en Vædske; men denne Anordning medførte selvfølgelig altfor mange Ulæmper.

I alle nyere Galvanometre bevirkes Dæmpningen ved de Hvirvelstrømme, som Magnetens Bevægelse fremkalder i en Metalmasse, der, hvis Dæmpningen skal være kraftig, maa befinde sig i Magnetens umiddelbare Nærhed. I Siemens & Halskes Spejlgalvanometer (Fig. 11) er dette opnaaet ved, at Klokkemagneten (M) er ophængt i Udboringen af en massiv Kobberkugle (K), der er anbragt paa en med Stilleskruer forsynet Trefod (F). Kobberkuglen er forsynet med et Par Arme, som bærer Spolerne (RR). Spejlet, der befinder sig over Magneten, er en lille plansleben, sølvbelagt Glasplade, c. 10 mm i Diameter Systemet er ophængt i en lang Kokontraad, der omsluttes af Glasrøret r. Braun har forbedret dette Instrument ved at give Dæmperen en fladtrykt Form, hvorved det blev muligt at anbringe Vindingerne tættere ved Magneten, uden dog derved at gøre Indstillingen mindre aperiodisk. Spolerne i Brauns Galvanometer kunne ved Hjælp af Tanddrev forskydes langs en inddelt Stang, hvorved Følsomheden kan varieres inden-

for vide Grænser. Hver Spole er beviklet med to ved Siden af hinanden løbende Traade, der udefra kunne forbindes i Serie eller Parallel. Naar alle fire Traade ere serieforbundne, er Modstanden 400 Ohm. Ved 1 Meters

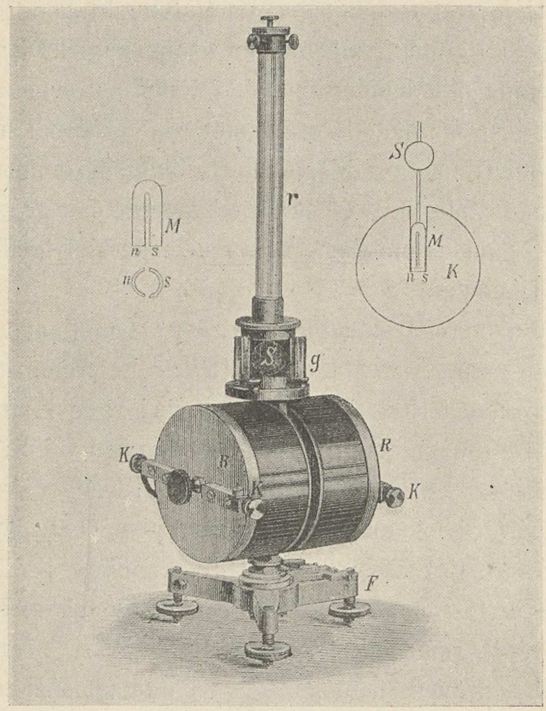


Fig. 11.

Skalaafstand svarer da 1 mm Udslag til c. 0.0000008 Ampère. Klokkemagneten hænger ligesom i Siemens Instrument i en Kokontraad, der omsluttes af et Glasrør. Langs dette Glasrør kan forskydes en svagt magnetiseret Staalstang, der tjener til at indstille Magneten paa Skalaens Nulpunkt.

Et Galvanometers Følsomhed kan forøges i meget betydelig Grad ved at svække den Kraft, hvormed Jordmagnetismen paavirker Magnetsystemet. I dette Øjemed er Brauns Galvanometer forsynet med en Ring af blødt Jern, som omgiver Spolerne. Denne Ring vil opfange største Delen af de Kraftlinjer, der ellers vilde have truffet Magneten, og den virker altsaa som en Slags Skærm mod ydre magnetiske Paavirkninger. I de fleste Galvanometre bevirkes »Astaseringen« dog derved, at Magnetsystemet bestaar af to saa vidt mulig lige stærke, modsat rettede Magneter, og Vindingerne ere da anbragte saaledes, at Strømmen overalt søger at dreje Systemet i samme Retning.

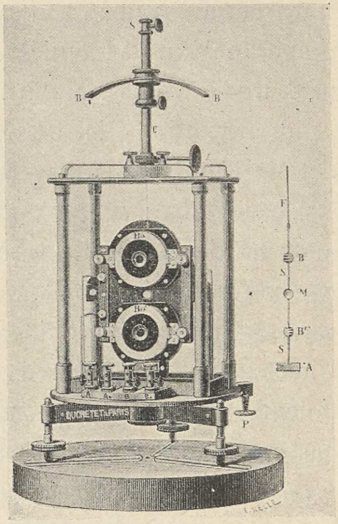


Fig. 12.

I Ducretets astatiske Spejlgalvanometer (Fig. 12) ere Magneterne (B og B^1) anbragte henholdsvis over og under Spejlet (M). Hver Magnet bestaar af et Antal tynde Staalnaale, som ere fastkittede til en cirkulær Plade af et ikke magnetisk Materiale. Systemet hænger i Kokontraaden F, hvis øverste Ende er fastgjort til Skruen S. Metalrøret C, der bærer denne, er forsynet med den bueformede Retningsmagnet BB^1. Spolerne, som omslutte Magneterne, kunne udveksles og erstattes med andre. Normalt have de en Modstand paa 5000 Ohm. Som det ses af Afbild-

ningen, beskyttes Instrumentet af Glasplader, der kunne skydes ned mellem fire Metalsøjler.

Mendenhall og Waidner have for nylig anstillet Forsøg med et Galvanometer af lignende Konstruktion for at finde den Magnetform, der ved given Svingningstid har den største Følsomhed. Betegnes Summen af de magnetiske Momenter med M, Inertimomentet med P, da er Følsomheden ved given Svingningstid proportional med $\frac{M}{P}$. Antages det nu, at man kan sætte Naalens magnetiske Moment proportionalt med Længden og Inertimomentet proportionalt med tredje Potens af Længden, bliver Følsomheden omvendt proportional med Længdens Kvadrat. Imidlertid viste det sig, at denne Antagelse ikke passede for meget korte Naale, idet det magnetiske Moment for disses Vedkommende aftog hurtigere end Længden. Gjorde man Naalene kortere og kortere, kom man til en Grænse, hvor Følsomheden var størst (ved given Svingningstid). Paa Grundlag af disse Undersøgelser konstruerede Mendenhall og Waidner et overordentlig følsomt Galvanometer. Systemet i dette havde to Magnetgrupper, hver paa 3 Naale, hvis Længde kun var 1.15 mm. Alle 6 Naale vejede tilsammen 0.68 mg. Spolerne, hvis udvendige Diameter var 15 mm, havde i Parallelforbindelsen en Modstand paa 3 Ohm. Ved 9 Sekunders Svingningstid og 2 Meters Skalaafstand svarede et Udslag paa 1 Skaladel til 0.000000000056 Ampère.

IV. Instrumenter med bevægelig Spole og fast Magnet.

De i forrige Afsnit omtalte Instrumenter led alle af den Fejl, at de vare meget følsomme overfor ydre magnetiske Paavirkninger. Endvidere fordrede de nøjagtig Indstilling i Horisontalplanen og den magnetiske Meridianplan, og deres Nulpunkt forandrede sig følgelig med Deklinationsvinklens Variationer. Alle disse Ulæmper ere undgaaede i Drejespoleinstrumenterne. Som Repræsentant for denne Type ville vi betragte det for sin præcise Udførelse bekendte Weston-Instrument.

En permanent Staalmagnets Poler (se Fig. 13) ere forsynede med Polsko af blødt Jern, hvorimellem der er anbragt en cylindrisk Jernkærne. Mellem denne og Polskoene kan en med fin Traad beviklet rektangulær Metalramme frit dreje sig. Denne Ramme er fastgjort til en Aksel, der ender i hærdede Staalspidser, som hvile i Stenlejer. Paa begge Sider af Rammen er der til Akslen befæstet Spiralfjedre af et ikke magnetisk Metal. Disse Fjedre, der skulle holde Ligevægt med Rammens Drejningsmoment, ere forbundne med hver sin Ende af Beviklingen, og tjene saa-

ledes tillige til Strømmens Tilledning. Magnetens Polsko have en saadan Form, at største Delen af Feltet bliver homogent. Rammens Vindinger ville altsaa, naar Bevægelsen holdes indenfor visse Grænser, i alle Stillinger være paavirkede af en konstant magnetisk Kraft. Ledes nu en Strøm gennem Vindingerne, vil Rammen — efter samme

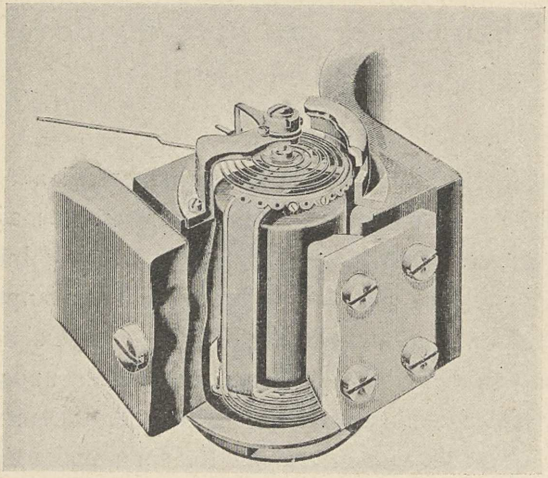


Fig. 13.

Lov som Trommelankeret i en Dynamo — søge at dreje sig om sin Akse. Herved spændes Spiralfjedrene, indtil Summen af deres Drejningsmomenter holder Ligevægt med Strømmens. Hvis Vindingerne da endnu befinde sig i den homogene Del af Feltet, vil Strømstyrken være proportional med Fjedrenes Drejningsmoment, og følgelig ogsaa med Udslagsvinklen. Rammen vil indstille sig aperiodisk, da det kraftige magnetiske Felt, hvori den drejer sig, fremkalder stærke Hvirvelstrømme i den.

Alle Weston-Instrumenterne ere indrettede til direkte Aflæsning, og Skalaerne ere normalt delte i 100, 120 eller 150 Dele. De bygges i flere forskellige Typer, saavel til Spændings- som Strømmaalinger. Voltametrene have en forholdsvis meget stor Modstand og bruge derfor kun ringe Strøm — omtrent 0.01 Ampère maksimalt. Største Delen af Modstanden ligger i en Seriemodstand, der bestaar af en Metallegering med forsvindende Temperaturkoefficient (Manganin), saa at Instrumentets Angivelser ikke paavirkes af Temperaturen. Det transportable Voltmeter Type A bygges til Spændinger fra maksimalt 3 til maksimalt 750 Volt. Disse Maalegrænser kunne udvides vilkaarligt ved Hjælp af særskilte Modstande.

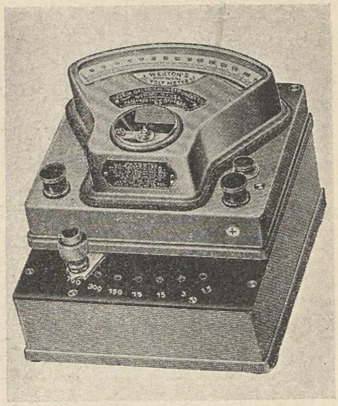


Fig. 14.

Efter Professor Feussners Forslag har Weston Co. indført en, som det synes, meget praktisk Anordning ved Voltmetre med flere Maalegrænser (Fig. 14). Kurbelen, der tjener til at indskyde de forskellige Modstande, er nemlig saaledes indrettet, at den avtomatisk efter hver Maaling springer tilbage til den største Modstand, hvorved man lettere undgaar at komme til at overbelaste Instrumentet.

Til Strømmaaling bygger Weston Co. et Millivoltmeter, hvormed Spændingsfaldet i en bekendt Modstand, der gennemløbes af Strømmen, kan maales. Dermed er Strømstyrken jo bekendt, idet $e = r \cdot J$, hvor e er Spændingsfaldet i Modstanden r.

Til Brug i Laboratorier og paa saadanne Steder, hvor Instrumenterne kunne have fast Opstilling, har Weston Co. konstrueret et større Instrument med Transversalskala. En særlig Anordning ved dette Instrument vil blive omtalt i Afsnittet om Kompensationsapparater.

Siemens & Halske bygger et direkte visende Galvanometer efter Drejespolesystemet. Det adskiller sig fra Westons væsentlig kun ved Magnetens Form, samt derved, at begge Spiralfjedre sidde paa samme Side af Spolen.

Ved Udførelsen af Maalinger med Præcisionsinstrumenter af Drejespolesystemet maa man iagttage visse Forsigtighedsregler. Den foreløbig korrigerede Aflæsning fandtes i Følge (2) at være:

$$n_1 = n - z\frac{l_o}{l_n}$$

Nøjagtigheden af dette Resultat er imidlertid afhængig af flere Forhold, som skulle omtales i det følgende.

1. De ydre magnetiske Kræfters Paavirkning kan man ikke helt se bort fra. Jordmagnetismens Virkning kan ophæves derved, at Instrumentet justeres i en bestemt Stilling til den magnetiske Meridian og ved Maalingerne altid anbringes i denne; men hvis Instrumentet er omgivet af Jernmasser og elektriske Ledninger, hvad der jo oftest er Tilfældet, er denne Metode ikke betryggende. Man gør da bedst i at udføre to Maalinger, idet man efter den ene drejer Instrumentet 180^0 om den lodrette Akse og tager Middeltallet af de to Aflæsninger. De Fejl, som kunne opstaa ved ydre magnetiske Paavirkninger, kunne, hvis de ikke elimineres, for Jordmagnetismens Vedkommende beløbe sig til indtil 1 pCt.

2. Det bevægelige Systems Tyngdepunkt skulde ligge nøjagtig i Omdrejningsaksen, hvilket imidlertid vanskelig opnaas fuldstændig. For at undgaa Fejl, som kunde opstaa herved, stilles Instrumentet paa en Glasplade, der er forsynet med Stilleskruer, og som ved Hjælp af en Libelle kan indstilles i den vandrette Plan.

3. Er Instrumentet opstillet i et Rum, hvor Luften er tør, maa man passe paa, at der ingen Steder i det samler sig statiske Ladninger. Ved f. Eks. at afgnide Dækglasset paa et Weston-Voltmeter med et Stykke tørt Skind, kan man faa Viseren til at flytte sig flere Skaladele.

4. Temperaturen har indenfor rimelige Grænser oftest kun forsvindende Indflydelse paa Voltmetrene. Derimod have Strømmaalerne (Millivoltmetrene) som Regel en temmelig betydelig Temperaturkoefficient (omkring 0.05 pCt.), der maa tages i Betragtning, hvis Maalingerne ikke foregaa i et Rum med konstant Temperatur. En anden hyppig Aarsag til Fejl ved disse Instrumenter er de Termostrømme, som let kunne opstaa i Forbindelsesstederne ved Shuntmodstanden. Ved rask at afbryde Strømmen er man dog i Stand til at opdage Termostrømmene, idet de da ville fremkalde et lille Udslag paa Millivoltmetret.

5. Voltmetrenes Tilledningstraade maa være omhyggeligt isolerede. En Isolationsfejl paa 10 Millioner Ohm frembringer f. Eks. ved et 10000 Ohms Voltmeter allerede en Fejl paa 0.1 pCt.

Skal Drejespoleinstrumenterne have stor Følsomhed, indrettes de til Spejlaflæsning. Et saadant Galvanometer af Edelmanns Konstruktion er i Fig. 15 vist i Gennemsnit. Den bevægelige Spole er her ophængt i en lang, meget tynd (0.05 mm) Messingtraad, der sammen med en for neden

anbragt Spiral tjener til Strømmens Tilledning. Magnetsystemet (VW) er dannet af et større Antal flade Magneter, som ere samlede med Messingboltene A og B. Ved denne Konstruktion frembringes et kraftigt magnetisk Felt, der yderligere forstærkes af en Jerncylinder (Z), hvorom Spolen drejer sig. Denne har Form som en Ramme med U-formet Tværsnit og er beviklet med 1400 Vindinger fin Traad med en Modstand paa 1000 Ohm. Spejlet er anbragt over Spolen og omsluttes af en Metalcylinder, der paa den ene Side har en Udskæring, som er lukket med en planparallel Glasplade. Messingtraaden, hvori Systemet hænger, er foroven fastgjort til et Metalrør L, som er forsynet med Polskruen b og isoleret fra Instrumentet ved Hjælp af Ebonitringen h.

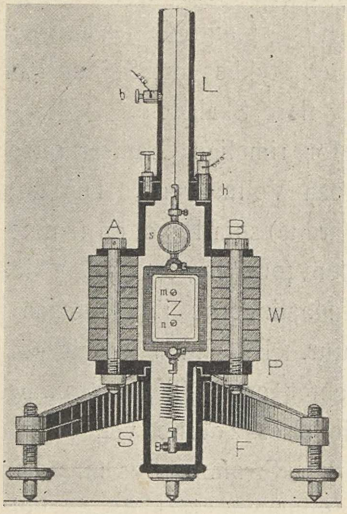


Fig. 15.

Ved 1 Meters Skalaafstand frembringer 0.000 000 003 Ampère et Udslag paa 1 mm. Da Modstanden er 1000 Ohm, svarer dette altsaa til en Spændingsforskel paa 0.000003 Volt.

Til en Del Maalinger, f. Eks. Kapacitetsbestemmelser, benyttes Galvanometre, hvis Svingninger ikke ere dæmpede. Saadanne Galvanometre kaldes ballistiske. Drejespoleinstrumentet, der i sin oprindelige Form er stærkt aperodisk, kan gøres ballistisk ved, at den bevægelige Ramme forfærdiges af et isolerende Materiale; thi derved hindres naturligvis de dæmpende Hvirvelstrømme i at op-

staa*). Gans & Goldschmidt, Berlin, bygger et saadant Instrument, der forøvrigt er af lignende Konstruktion som Edelmanns. Det udføres i to Typer, hvoraf den ene ved en Modstand paa 25 Ohm har en Følsomhed af 0.000 000 01 Amp. ved 1 Meters Skalaafstand og 1 mm Udslag. Den anden Type har en Modstand paa 10000 Ohm og en Følsomhed af 0.000 000 0001 Amp. ved samme Udslag og Skalaafstand. Det bør bemærkes, at den første Type har en større Følsomhed til Spændingsmaalinger end den anden.

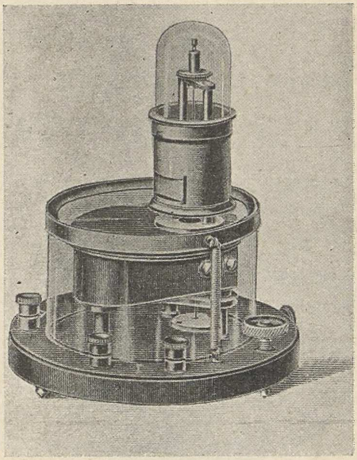


Fig. 16.

Der kunde nu stilles den Fordring til et Instrument, at det skulde kunne benyttes baade som aperiodisk og ballistisk Galvanometer. Denne Opgave har Hartmann & Braun søgt at løse ved Konstruktionen af det i Fig. 16 afbildede Instrument. Den bevægelige Ramme er her helt udeladt, idet Spolen kun er dannet af Beviklingen. Denne er delt i to Dele, hvoraf den ene, der indeholder det overvejende Antal Vindinger, ligesom i andre Instrumenter gennemløbes af den Strøm, som skal maales. Den anden Del er ved Hjælp af tynde Sølvbaand forbunden med et særligt Par Klemmeskruer. Drejes Spolen i det magnetiske Felt, vil der induceres en elektromotorisk

*) Det maa dog forudsættes, at den ydre Modstand er stor i Forhold til den indre; thi i modsat Fald vil den i Rammens Vindinger inducerede Strøm frembringe en betydelig Dæmpning.

Kraft i Vindingerne, og hvis disse ere kortsluttede gennem Klemmeskruerne, vil der altsaa fremkaldes en Strøm, som modvirker Bevægelsen og derved frembringer en kraftig Dæmpning. Ere Klemmeskruerne derimod ikke indbyrdes forbundne, kan den dæmpende Strøm følgelig ikke opstaa, og Galvanometret vil da være ballistisk. Ved Hjælp af en variabel Modstand, der kan indskydes mellem Klemmeskruerne, er man i Stand til at forandre Dæmpningen efter Ønske.

V. Modstandsmaaling.

1. Differentialmetoden.

Af de tre Enheder: Volt, Ampère og Ohm er det kun den sidste, der er defineret som en (ved konstant Temperatur) uforanderlig Egenskab ved et givet Legeme, idet den internationale Ohm er bestemt ved Modstanden af en Kviksølvsøjle paa 106.3 cm Længde og 1 mm^2 Tværsnit ved 0^0 C. Saadanne Modstands-Normaler ere naturligvis meget ubekvemme at anvende — ikke mindst af den Grund, at Kviksølvets Temperaturkoefficient er temmelig betydelig, da Modstanden ved t^0 er bestemt ved Formlen:

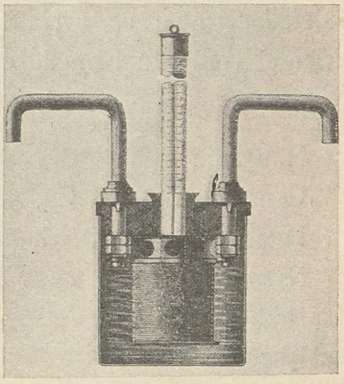


Fig. 17.

$$r_t = r_0 (1 + 0.0008649t + 0.00000112t^2)$$

I Praksis benyttes derfor altid særligt konstruerede Modstande, som ere fremstillede af en Metallegering med forsvindende Temperaturkoefficient og justerede ved Sammenligning med Kviksølvsnormalen. Physichalisch-Technische Reichsanstalt har angivet en Model, hvorefter

de fleste Modstands-Normaler nu fremstilles (Fig. 17). Den bestaar af en Metalbeholder, hvori der befinder sig en hul Messingspole, om hvilken den isolerede Traad er viklet i højst to Lag. Enderne ere med Sølv fastloddede til to Kobberbøjler, som have en saadan Form, at de let kunne anbringes i et Par Metalskaale med Kviksølv, hvorigennem Strømmen tilledes. Beholderen er fyldt med Petroleum, som frit kan cirkulere op gennem Spolen, der foroven er forsynet med en Række Huller. Et Termometer angiver Temperaturen i Apparatet. I Almindelighed bestaar Modstandstraaden af Manganin (84 % Cu, 12 % Mn, 4 % Ni), hvis Temperaturkoefficient er c. 0.000015, altsaa aldeles forsvindende. I efterstaaende Tabel er forøvrigt anført nogle Metallegeringer og deres Temperatur- og Modstandskoefficienter (ved 1 m Længde og 1 mm² Tværsnit).

	M.koeff.	T.koeff.
Manganin	0.43	0.000015
Constantan (50 % Cu, 50 % Ni)	0.50	0.000025
Patentnikkel (75 % Cu, 25 % Ni)	0.40	0.000015
Nysølv (60 % Cu, 25 % Zn, 15 % Ni)	0.30	0.00037
Nikkelin	0.43	0.00022
Rheotan	0.51	0.00023

Til Brug ved Maalinger, hvor der anvendes variable Normal-Modstande, har man konstrueret de saakaldte Rheostater.

Hartmann & Brauns Proprheostat bestaar af en Ebonitplade (Fig. 18), hvorpaa der er anbragt et Antal Metalklodser, der indbyrdes kunne kortsluttes ved Hjælp af koniske Metalpropper, der passe nøjagtig i Udboringer mellem Klodserne. Disse ere forbundne med bifilart viklede

Spoler af silkeomspunden Manganintraad, der, ved at have gennemgaaet særlige Processer, er sikret en konstant Modstandsværdi. For at forhindre Spolerne i at optage Fugtighed, ere de opvarmede i tør Luft og umiddelbart derefter lakerede. Modstandene ere ordnede efter Rækkefølgen 0.01 0.1 0.2 0.3 0.4 1 2 3 4 10 . . . o. s. v. indtil 4000 Ohm, saaledes at det er muligt at indskyde en hvilken som helst Modstand fra 0.1 til 11 111.1 Ohm. Værdien 0.01

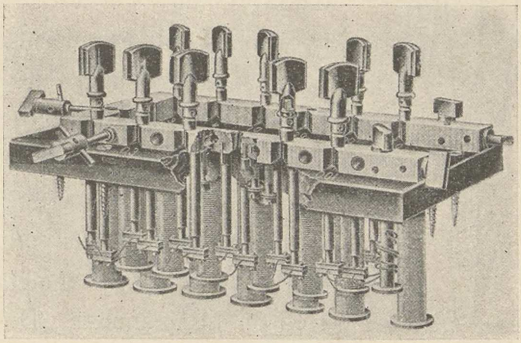


Fig. 18.

tjener til Interpolation. Den første og sidste Metalklods er forsynet med Klemmeskruer, men for at gøre det muligt at kunne benytte en enkelt af Modstandene, uden at maatte tage Overgangsmodstandene i alle Propperne med, er hver Metalklods forsynet med en paa Siden anbragt konisk Udboring, hvori passer en med Klemmeskrue forsynet Prop (se Figuren).

Proprheostaten er ikke særlig let aflæselig, og det tager nogen Tid at indskyde en større Modstand, f. Eks. 7345.6 Ohm. Disse Ulæmper ere undgaaede i Kurbelrheostaten, hvor

Modstandssættene 10×0.1 9×10 9×100 . . . . . Ohm vilkaarlig kunne indskydes ved Hjælp af Kurbeler, der glide hen over de i Cirkelbuer anordnede Kontakter; men Overgangsmodstandene ved disse Kurbeler ere som oftest ret betydelige. Siemens & Halske har konstrueret en Kurbel, som ved en Kobberspiral direkte er forbunden med en fast Kontakt, hvorved Overgangsmodstanden ved Omdrejningsaksen er undgaaet. Ved denne Anordning er den skadelige Modstand reduceret til c. 0 0003 Ohm.

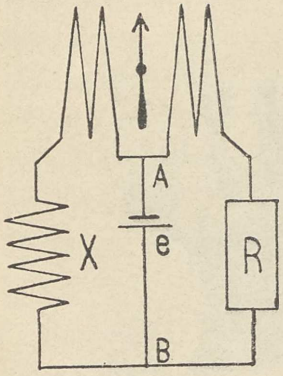


Fig. 19.

Skal en Modstand maales ved Sammenligning med en Rheostat, kan man benytte Differentialgalvanometret, der bestaar af et almindeligt Galvanometer, hvis to serieforbundne Spoler ere modsat viklede og nøjagtigt symmetriske med Hensyn til Magneten. Differentialgalvanometrets midterste Polskrue, der er indskudt mellem de to Spoler, forbindes med den ene Pol paa et Batteri, hvis anden Pol henholdsvis gennem Rheostaten R og den ubekendte Modstand X er forbundet med Galvanometrets ydre Polklemmer (se Fig. 19). Rheostatens Modstand forandres nu, indtil Galvanometret ikke mere viser noget Udslag. Der hersker da en vis Spændingsforskel e mellem A og B. Har hver af Spolerne en Modstand r, og kaldes Strømmen gennem R og X henholdsvis i_1 og i_2, bliver

$$i_1 = \frac{e}{R+r} \text{ og } i_2 = \frac{e}{X+r}$$

Da Galvanometret ikke gør noget Udslag, maa i_1 være lig i_2, følgelig

$$\frac{e}{R+r} = \frac{e}{X+r}$$

hvoraf $$X = R.$$

Den søgte Modstand er altsaa lig Rheostatens.

Differentialmetoden giver et temmelig nøjagtigt Resultat, men tillader kun Maalinger inden for snævre Grænser. Anvendes f. Eks. den Side 35 omtalte Proprheostat fra Hartmann & Braun, og fordres der en Nøjagtighed af mindst 0.1 pCt., maa den søgte Modstand ligge mellem 100 og 11111.1 Ohm; thi er den mindre end 100 Ohm, faar man ikke et tilstrækkeligt Antal Decimaler, og Modstande, som ere større end Rheostatens Maksimalværdi, tillader Metoden jo overhovedet ikke at maale.

2. Wheatstones Bro.

Hersker der mellem en tvedelt Strømforgrenings Endepunkter A og B en Spændingsforskel E — e, vil Potentialet af et Punkt, der bevæger sig gennem den ene Forgrening fra A til B, efterhaanden gennemløbe alle Værdier mellem E og e. Da dette finder Sted for begge Grenene, vil der til et vilkaarligt fast Punkt i den ene svare et Punkt i den anden, som har samme Potential, og det kan bevises, at Modstandene af de Forgreningsstykker, som Punkterne afskære, staa i samme Forhold til hinanden. Lad A og B i Fig. 20 forestille de to Strømforgreningspunkter, der have Potentialerne E og e. De fire Modstande r_1, r_2, r_3 og r_4 ere valgte saaledes, at Galvanometret G ikke gør noget Udslag, og Punkterne C og D maa altsaa have samme

Potential. Dette vil for Punktet C være $E - r_1 i_1$ og for DE $- r_4 i_2$, idet i_1 og i_2 ere Strømstyrkerne henholdsvis i ACB og ADB. Man har altsaa

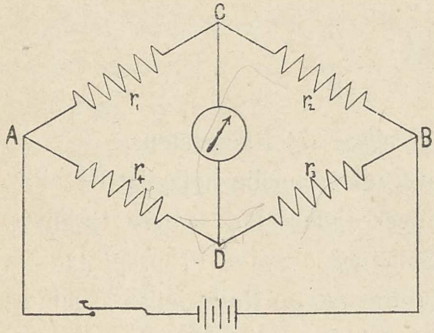


Fig. 20.

$$E - r_1 i_1 = E - r_4 i_2$$

eller

$$r_1 i_1 = r_4 i_2$$

Endvidere er

$$e + r_2 i_1 = e + r_3 i_2$$

hvoraf

$$r_2 i_1 = r_3 i_2$$

Ved Division af de to Ligninger faar man da

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_4}{r_3}$$

eller

$$r_1 = r_4 \frac{r_2}{r_3} \qquad (7)$$

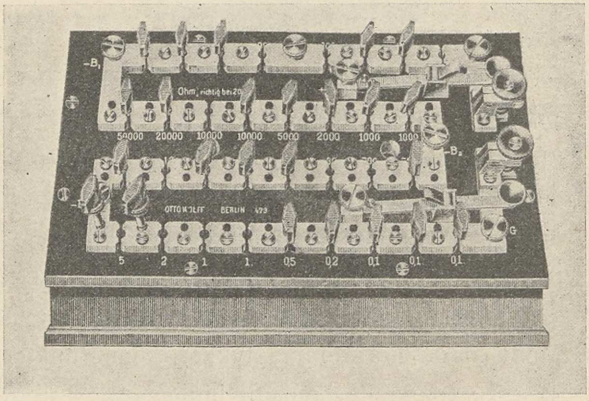


Fig. 21.

For let at kunne benytte dette Princip i Praksis, har man konstrueret særlige Rheostater, der i Forening med de ubekendte Modstande kunne danne Strømforgreningen, den

saakaldte Wheatstoneske Bro. Fig. 21 viser en saadan Maalebro fra Otto Wolff, Berlin. I Fig. 22 er den vist skematisk. Strømmen fra Hjælpebatteriet tilledes ved D og C, hvor den deler sig i een Gren, der dannes af den ubekendte Modstand X og Rheostaten y, og en anden Gren, der dannes af Modstandssættene q og r, hver paa 1, 10, 100 og 1000 Ohm. Mellem A og E indskydes Galvanometret. Man faar altsaa, naar dette ikke viser noget Udslag

$$X = y \cdot \frac{r}{q}$$

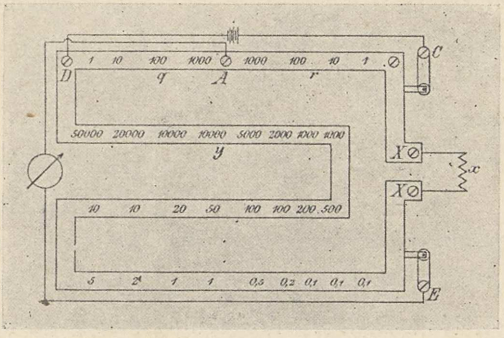


Fig. 22.

Nu kan man give Forholdet $\frac{r}{q}$ Værdierne $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10}$, 1, 10, 100 og 1000, og teoretisk set skulde det altsaa være muligt at maale alle Modstande mellem 0.0001 og 100 Millioner Ohm, idet Rheostatens Minimal- og Maksimalværdi er henholdsvis 0.1 og 100 000 Ohm. Fordres der en Nøjagtighed af $\frac{1}{1000}$, bliver den mindste Modstand, som kan maales, dog kun 0.1 Ohm, da man i saa Tilfælde skal have 4 Decimaler; men forøvrigt vilde Overgangsmodstanden ved mindre Modstande komme til at spille saa stor en Rolle, at Maalingerne alene af den Grund vilde blive unøjagtige.

Maalebroen er, som det ses af Figuren, forsynet med to Kontaktnøgler, hvoraf den ene er indskudt mellem Galvanometret og Rheostaten, den anden mellem Batteriet og Forgreningsmodstanden. Ved Maalingerne maa man erindre altid at slutte Strømmen, førend man indskyder Galvanometret, da der i modsat Tilfælde kan opstaa Fejl, foranledigede af Selvinduktion eller Kapacitet i Modstandene.

Enkelte Maalebroer ere saaledes konstruerede, at Forgreningsmodstandene let kunne ombyttes. Dette er, som vi senere skulle se, af stor Vigtighed ved Udjævningen af tilfældige Fejl.

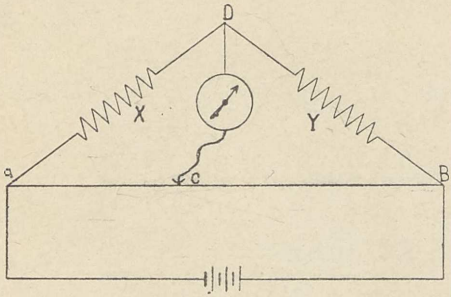


Fig. 23.

Kirchhoff har angivet en Modifikation af Wheatstones Bro, som ofte anvendes, navnlig naar der ikke fordres stor Nøjagtighed. Forgreningsmodstandene ere her erstattede af en over en Maalestok udspændt Metaltraad AB (Fig. 23), langs hvilken der kan forskydes en knivformet Kontakt C. Traadens Ender ere forbundne gennem den ubekendte Modstand X og Normalmodstanden y. Galvanometret indskydes mellem C og D, Batteriet mellem A og B. Har Maalestokken n Inddelinger, og peger den bevægelige Kontakt paa p, har man som Ligevægtsbetingelse

$$X = y\frac{p}{n-p}$$

Ligevægten opnaas ved at forskyde Kontakten, indtil Galvanometret ikke viser noget Udslag. Formlen forudsætter, at Metaltraaden er aldeles cylindrisk og homogen,

og Kontakten bør derfor være saaledes indrettet, at den under Bevægelsen kan hæves op fra Traaden for at undgaa Slid paa denne. Dersom Forholdet p:(n—p) er betydeligt større end 10 eller mindre end $\frac{1}{10}$, skal Kontakten føres tæt hen mod A eller B. Her vil imidlertid en lille Aflæsefejl svare til en stor Fejl i Resultatet, og man indretter derfor som Regel Normalmodstanden saaledes, at den kan gives Værdierne 1, 10, 100 eller 1000 Ohm. Af disse Værdier vælges da den, ved hvilken Kontakten kommer nærmest Midten af Traaden.

Findes der i nogen af Grenene i Wheatstones Bro elektromotoriske Kræfter, vil Galvanometret vise et Udslag, selv om Batteriet ikke er sluttet. Det skal nu vises, at Ligningen mellem Modstandene ogsaa i dette Tilfælde finder Sted, naar Galvanometrets Udslag forbliver uforandret, selv om Batteriet sluttes.

Vi ville antage, at der i Grenene r_1, r_2, r_3, r_4 og i Diagonalerne d og d_1 findes de elektromotoriske Kræfter e_1, e_2, e_3, e_4, e og E. Strømstyrken i r_1 og r_4 vil vi betegne ved J, i d ved i, r_2 og r_3 faar da Strømstyrken J + i, idet d_1 er afbrudt. Sluttes denne, skal i blive uforandret, og man faar da Strømstyrkerne J_1, $J_1 + i$, $J_1 + i - i_1$, $J_1 - i_1$ og i_1 henholdsvis for r_1, r_2, r_3, r_4 og d_1. Man har da i Følge Kirchhoffs Lov

$$e_1 - e + e_4 = Jr_1 - ir + Jr_4 = J_1 r_1 - ir + (J_1 - i_1) r_4$$

og
$$e_2 + e_3 + e = (J + i) r_2 + (J + i) r_3 + ir =$$
$$= (J_1 + i) r_2 + (J_1 + i - i_1) r_3 + ir$$

hvoraf
$$J (r_1 + r_4) = J_1 (r_1 + r_4) - i_1 r_4$$

og
$$J_1 - J = \frac{i_1 r_4}{r_1 + r_4}$$

Endvidere $J(r_2 + r_3) = J_1(r_2 + r_3) - i_1 r_3$

eller $$J_1 - J = \frac{i_1 r_3}{r_2 + r_3}$$

Heraf følger, at $$\frac{r_4}{r_1 + r_4} = \frac{r_3}{r_2 + r_3}$$

Altsaa $$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_4}{r_3}$$

3. Maaling af smaa Modstande.

Wheatstones Bro kan ikke benyttes til nøjagtig Maaling af smaa Modstande, da Overgangsmodstandene ved Klemmeskruerne vilde faa for stor Indflydelse paa Resultatet. Ved saadanne Maalinger anvender man derfor ofte den af W. Thomson angivne Dobbeltbro, der tjener til at formindske de Fejl, som foranlediges af Overgangsmodstandene. Den ubekendte Modstand X (Fig. 24) er forbunden i Serie med Normalmodstanden R. Mellem A og C indskydes Modstandene r_1 og r_2, mellem B og C r_3 og r_4. Disse Modstande ere saaledes anordnede, at $r_1 = r_3$ og $r_2 = r_4$, medens Forholdet

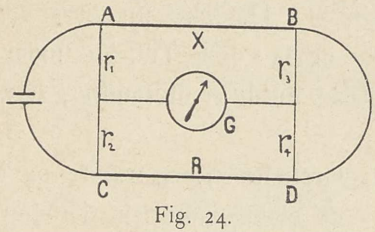


Fig. 24.

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4}$$

kan varieres vilkaarligt, hvorved Galvanometret G kan gøres strømløst. Finder dette Sted, har man $Xi = r_1 i_1 - r_3 i_2$ og $Ri = r_2 i_1 - r_4 i_2$, hvoraf

$$\frac{X}{R} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4} \text{ eller } X \quad R \cdot \frac{r_1}{r_2}$$

idet i, i_1 og i_2 ere Strømstyrkerne henholdsvis i X og R, r_1 og r_2 samt r_3 og r_4.

Ved Hjælp af Thomson-Broen er man kun i Stand til at formindske Overgangsfejlene; men da disse ofte — f. Eks. ved Bestemmelse af Buelampekuls Ledningsevne — kunne blive meget betydelige, foreslaas det at anvende en særlig Kompensationsmetode til Maaling af smaa Modstande. Lad X i Fig. 25 forestille den ubekendte Modstand, medens R er Normalmodstanden. Enderne af denne indskydes ved Hjælp af et Par Tilledningstraade paa Normalelementets Plads i et Kompensationsapparat, f. Eks. en Hartmann & Brauns Kurbel-Kompensator (se Fig. 40). Den ubekendte Modstand forbindes paa lignende Maade med

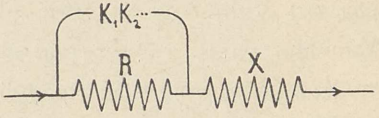


Fig. 25.

Apparatets X-Klemme, hvorefter $K_1K_2 \ldots K_5$ indstilles paa $R \cdot 10^n$. Kurbelen H stilles paa N, U_2 paa II. Der sendes da en Strøm gennem R og X, og Spændingsfaldet i R kompenseres ved Hjælp af Proprheostaten. Derefter stilles H paa X, og man kompenserer nu Spændingsfaldet i den ubekendte Modstand ved at variere $K_1K_2 \ldots K_5$. Viser disse Kurbeler Modstanden r, har man $X = r \cdot 10^{-n}$. Rigtigheden heraf indses let, idet man ved Kompensationen kun har udført en Sammenligning mellem Spændingsfaldene i Normalmodstanden og den søgte Modstand og herved faaet

$$\frac{e}{e_1} = \frac{JR}{JX} = \frac{i\,R\,10^n}{i\,r}$$

hvoraf

$$\frac{1}{X} = \frac{10^n}{r} \text{ eller } X = r \cdot 10^n$$

idet i er Strømstyrken i Kompensationskredsene, JiR og X.

Hvor stor man skal vælge n, afhænger af Modstandenes Størrelse samt af Strømstyrken. Vi ville til Eksempel antage, at den søgte Modstand er noget mindre end 0.01 Ohm. Normalmodstanden vælges da lig 0.01 Ohm. Den største tilladelige Strømstyrke, c. 10 Amp. f. Eks., frembringer i R et Spændingsfald paa c. 0.1 Volt, som skal kompenseres af Spændingsfaldet i $K_1K_2 \ldots K_5$. Er Hjælpebatteriets elektromotoriske Kraft c. 10 Volt, vil der til 1000 Ohm svare en Spænding paa c. 0.09 Volt, naar hele Proprheostaten er indskudt. Vi vælge derfor Kurbelmodstanden 1000 Ohm og kompenserer, det vil sige bringer Spændingsfaldet op paa 0.1 Volt, ved at formindske Proprheostatens Værdi. Man faar da $R \cdot 10^n = 1000$ eller $n = 5$. Antages det nu, at Kompensationen af Spændingsfaldet i X giver Kurbelstillingen 856.24 Ohm, faar man $X = 856.24 \cdot 10^{-5} = 0.0085624$ Ohm.

Metoden er fuldstændig fri for Overgangsfejl og tillader meget stor Nøjagtighed.

En i Praksis hyppigt forekommende Opgave er at bestemme Modstanden i Skinnestødene paa elektriske Banelinjer. Som Regel fordres denne Modstand dog kun udtrykt i et relativt Maal, idet man søger Længden af det Skinnestykke, der har samme Modstand som Stødet. Denne Bestemmelse fører nemlig til en meget bekvem Maalemetode. Har Arbejdsstrømmen, som løber gennem Skinnen, en Styrke J, og er Stødets Modstand r, bliver Spændingstabet $e = Jr$. Opsøger man nu to Punkter paa en uafbrudt Skinne, hvorimellem Spændingsforskellen ligeledes er e, bliver den søgte Længde Afstanden mellem Punkterne, under Forudsætning af at J er konstant. Det er den imidlertid ikke, thi Strømstyrken, som Sporvognene eller Lokomo-

tiverne forbruge, varierer som Regel uafbrudt. De to Maalinger bør derfor udføres samtidig, og dette sker lettest ved at anvende et Differentialgalvanometer (G Fig. 26), hvis Polskruer ved Hjælp af bøjelige Ledninger ere forbundne med Kontaktstokke. Naar de to af disse anbringes paa hver sin Ende af Skinnerne ab, vil Galvanometret gøre et Udslag, der svarer til Spændingstabet langs Skinnen. Opsøges nu med en tredje Kontaktstok et saadant Punkt d paa

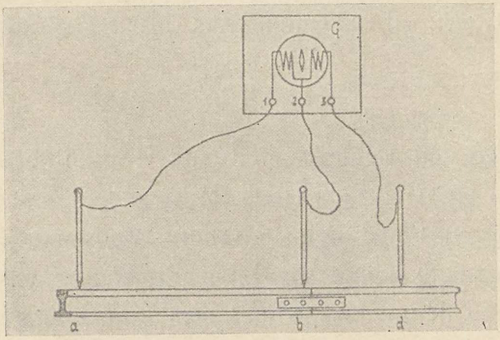


Fig. 26.

Naboskinnen, at Galvanometrets Udslag ophæves af Spændingstabet fra b til d, har man $ab = bd + X$ eller $X = ab - bd$, idet X udtrykkes som Længden af et Skinnestykke. Af Hensyn til vagabonderende Strømme sætter man som oftest $\frac{1}{5}$ af Skinnelængden som Maksimumsgrænse for X.

4. Isolationsmaaling.

Den Modstand, de »isolerende« Stoffer byde Strømmen, er af en væsentlig anden Karakter end Metallernes Modstand. Saaledes er et Kabels Isolationsmodstand i høj Grad

afhængig af den Tid, i hvilken det har staaet under Spænding. Endvidere har Temperaturen en overordentlig stor Indflydelse, idet Modstanden tilnærmelsesvis følger Formlen

$$W_T = W_t \alpha^{T-t}$$

hvor α er en Konstant, der er afhængig af det isolerende Stof. Disse Forhold i Forbindelse med Isolationsmodstandens relativt store Værdi, gør det nødvendigt at anvende særlige Maalemetoder.

Forbinder man en Modstand og et Galvanometer i Serie med et Batteri, vil Galvanometrets Udslag være bestemt ved

$$J = \frac{E}{R}$$

hvor R er den samlede Modstand i Strømløbet. Er nu Batteriets og Galvanometrets Modstande forsvindende i Sammenligning med den indskudte Modstand, kan man følgelig betragte denne som omvendt proportional med Udslaget. Paa denne Maade kan man sammenligne to store Modstande, naar der ikke er alt for megen Forskel paa deres Størrelse, thi finder dette Sted, maa det ene Udslag nødvendigvis blive lille, og et lille Udslag kan give Anledning til store Fejl. Imidlertid er det forbundet med stor Vanskelighed at fremstille Normalmodstande, der er større end en Million Ohm (en Megohm). Man benytter derfor ofte den Fremgangsmaade, at man ved Hjælp af Shuntmodstande formindsker Galvanometrets Følsomhed 10^n Gange, og bestemmer Udslaget med indskudt Normalmodstand. Derefter udskyder man Galvanometrets Shunt, og iagttager Udslaget efter at have indskudt Isolationsmodstanden paa Normalmodstandens Plads. De sidste Udslag maa da divideres med 10^n.

En fuldt saa simpel og paalidelig Metode bestaar i, at man under Maalingen bestemmer Batteriets Klemmespænding ved Hjælp af et Præcisionsvoltmeter og maaler Strømstyrken med et justeret Spejlgalvanometer. Man undgaar derved at anvende en Normalmodstand, idet den søgte Modstand findes direkte af Ohms Lov.

Da Isolationsmodstanden undergaar stærke Forandringer, straks efter at det isolerende Stof er sat under Spænding, maa man lade hengaa en vis Tid, sædvanlig 1 Minut, førend Maalingen foretages. Temperaturen vælges i Almindelighed til 15° C. Er det et Kabel, hvis Isolationsmodstand skal maales, lægges det i et Vandbad af den ønskede Temperatur. Mulige Isolationsfejl kunne herved tillige let opdages, idet Vandet trænger ind gennem den mangelfulde Isolation og formindsker Modstanden betydelig. Det kan derfor ofte være til Nytte at forudberegne denne Modstand, og hertil kan man benytte en af Werner Siemens angivet Formel:

$$R = \frac{s}{2\pi L} \cdot \log \text{nat} \frac{D}{d} \qquad (9)$$

hvor D og d er henholdsvis den udvendige og den indvendige Diameter af det cylindriske Isolationslag, medens L er Længden og s Isolationsmaterialets specifike Modstand.

Formlen kan udledes paa følgende Maade. En Rørcylinder, hvis indre Radius er x, og hvis Tykkelse er dx, har mod en fra den indre til den ydre Flade løbende Strøm en Modstand

$$dR = s \frac{dx}{2\pi x \cdot L}$$

eller

$$dR = \frac{s}{2\pi L} \cdot \frac{dx}{x}$$

Ved Integration faar man nu

$$R = \frac{s}{2\pi L}\int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} \frac{dx}{x} = \frac{s}{2\pi L} \log \text{nat} \frac{D}{d}$$

Eller ved Indføring af almindelige Logarithmer

$$R = 0.36647 \frac{s}{L} \log \frac{D}{d} \qquad (10)$$

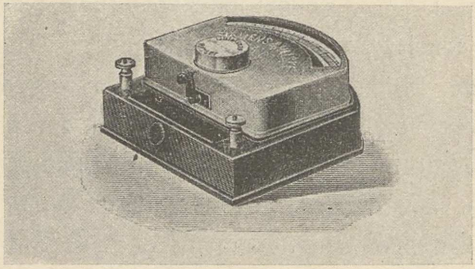


Fig. 27.

De ovenfor omtalte Maalemetoder kunne tjene til at bestemme et strømløst Kabelnæts Isolationsmodstand mod Jorden; men er Nættet stærkt forgrenet og udstrakt, har det ofte en saa ringe Modstand, at man kan benytte simplere Metoder. Er Isolationsmodstanden mindre end et Par Megohm, anvender man med Fordel en Isolationsmaaler, der bestaar af et Præcisionsgalvanometer, hvis Skala er inddelt direkte i Ohm, hvilket naturligvis forudsætter en bestemt Maalespænding. Siemens & Halskes Isolationsmaaler (Fig. 27) er konstrueret efter Drejespolesystemet. Den permanente Staalmagnet er forsynet med en variabel magnetisk Shunt, der kan optage en Del af

Spolefeltets Kraftlinjer. Hensigten med denne Anordning er at tillade Maalinger med en Spænding, der afviger $\pm$ 5 % fra Instrumentets Normalspænding.

Vi ville nu søge at løse en Opgave, der ofte forekommer, nemlig at bestemme et strømførende Ledningsnæts Isolationsmodstand. Lad de to Ledere i et Toledersystem have Spændingsforskellen E og Potentialerne P_1 og P_2. Overgangsmodstandene mod Jorden kunne vi kalde henholdsvis r_1 og r_2, de her igennem løbende »Isolationsstrømme« J_1 og J_2. I Følge Kirchhoffs Lov er da

$$J_1 + J_2 = 0.$$

$$E = J_1 r_1 - J_2 r_2$$

eller

$$E = -J_2 r_1 - J_2 r_2$$

$$J_2 = -\frac{E}{r_1 + r_2}$$

Idet R er hele Systemets Isolationsmodstand, bliver

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2}$$

der indsat i

$$P_2 = J_2 r_2 = -E \frac{r_2}{r_1 + r_2}$$

giver

$$P_2 = -E \frac{\frac{1}{r_1}}{\frac{1}{R}}$$

Paa lignende Maade findes

$$P_1 = E \frac{\frac{1}{r_2}}{\frac{1}{R}}$$

Indskydes nu et Voltmeter parallelt med r_1 eller r_2, faar man henholdsvis

$$P'_1 = E \frac{\frac{1}{r_2}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}} \qquad (11)$$

og

$$P'_2 = -E \frac{\frac{1}{r_1}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}} \qquad (12)$$

idet R' er Voltmetrets Modstand.

Man faar nu ved Subtraktion

$$P'_1 - P'_2 = E \frac{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}} = E \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}}$$

Hvoraf

$$R = R' \left(\frac{E}{P'_1 - P'_2} - 1 \right) \qquad (13)$$

Nu er $P'_1 - P'_2$ den algebraiske Differens af Aflæsningerne paa Voltmetret. Saafremt dette har Nulpunktet i Midten af Skalaen, bliver Ligningen derfor

$$R = R' \left(\frac{E}{\alpha + \beta} - 1 \right) \qquad (14)$$

naar α og β ere de to Udslag.

De enkelte Lederes Isolationsmodstande r_1 og r_2 findes ved at eliminere R af (11) og (12)

$$r_1 = R' \frac{E - (\alpha + \beta)}{\beta} \qquad (15)$$

$$r_2 = R' \frac{E - (\alpha + \beta)}{\alpha} \qquad (16)$$

Isolationsmodstandene kunne dog ogsaa findes ad grafisk Vej hvilket ofte er bekvemmest i Praksis. I et retvinklet

Koordinatsystem (Fig. 28) afsættes paa Ordinataksen Voltmetrets Modstand R^1, paa Abscisseaksen Spændingen β. Derefter afsættes Spændingen $E-(\alpha+\beta)$, og Linjen $X = E-(\alpha+\beta)$ forlænges til Skæring med $O(\beta R^1)$. Skæringspunktets Ordinat bliver da den søgte Isolationsmodstand r_1, idet Figuren umiddelbart giver

$$\frac{r_1}{R'} = \frac{E-(\alpha+\beta)}{\beta} \text{ eller } r_1 = R' \frac{E-(\alpha+\beta)}{\beta}$$

Forbindes den ene Leder i et Toledersystem gennem et Voltmeter med Jorden, da er i Følge (11) Voltmetrets Udslag bestemt ved

$$\alpha = E \frac{\frac{1}{r_2}}{\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}}$$

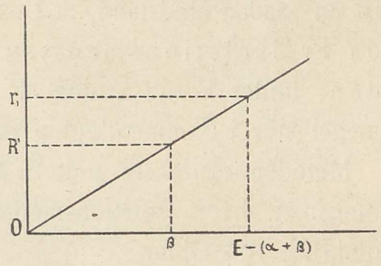


Fig. 28.

Shuntes nu Voltmetret til en Modstand s, der vælges saaledes, at Udslaget reduceres til det halve, kan Ligningen skrives

$$\beta = E \frac{\frac{1}{r_2}}{\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}+\frac{1}{s}}$$

Ved Division af de to Ligninger faar man

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}+\frac{1}{s}}{\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}}$$

der kan omskrives til

$$\frac{1}{R}(\alpha-\beta) = \frac{\beta}{s} - \frac{\alpha-\beta}{R'}$$

eller

$$\frac{1}{R} = \frac{\beta}{(\alpha-\beta)\,s} - \frac{1}{R'} \qquad (17)$$

Er Voltmetrets Modstand meget stor i Sammenligning med Isolationsmodstanden, kan Ligningen skrives

$$R = \frac{\alpha - \beta}{\beta} s$$

Ved at indsætte $\beta = \frac{\alpha}{2}$ faar man

$$R = s$$

Forbinder man altsaa den ene Leder i et Ledningssystem gennem et Voltmeter med Jorden, og shunter Voltmetret til en saadan Modstand, at Udslaget reduceres til det halve, da er Isolationsmodstanden lig Shuntmodstanden, under Forudsætning af, at Voltmetrets Modstand er meget stor i Sammenligning med Isolationsmodstanden.

Metoden egner sig godt til Maalinger ved udstrakte Ledningsnæt, hvor Isolationsmodstanden kun er lille, f. Eks. omkring 100 Ohm.

Vælger man Shuntmodstanden s lig Voltmetrets Modstand, og indsættes $s = R'$ i (17), faar man

$$R = \frac{\alpha - \beta}{2\beta - \alpha} R' \qquad (18)$$

Formlen er absolut nøjagtig. Den egner sig ved Anvendelse af et passende Galvanometer ogsaa til Bestemmelse af større Isolationsmodstande.

De her udviklede Formler ere kun beviste for Toledersystemet. Ved ganske analoge Regninger kan det dog vises, at de ogsaa gælde for 3, 5, ... n-Ledersystemet.

5. Maaling ved Vekselstrøm.

Modstanden i et Stof, som undergaar en kemisk Forandring ved den elektriske Strøms Paavirkning, kan naturlig-

vis ikke maales ved Hjælp af ensrettet Strøm, da Polarisationen vilde indføre Fejl i Resultatet. Man er derfor henvist til at anvende Vekselstrøm, der imidlertid ikke tillader saa stor Nøjagtighed som Jævnstrøm, dels fordi Selvinduktion og Kapacitet i Ledninger og Modstande virker forstyrrende paa Maalingerne, og dels fordi man mangler et tilstrækkelig følsomt Instrument til Paavisning af svage Vekselstrømme.

Elektrodynamometret bestaar af to af Strømmen gennemløbne Spoler, hvoraf den ene er ophængt drejelig inden i den anden, saaledes at Vindingsplanerne ere vinkelrette paa hinanden. Den bevægelige Spole er enten ophængt bifilart i to Metaltraade, der da tjene til Strømmens Tilledning, eller den er ophængt i en enkelt Metaltraad, hvorigennem Strømmen tilledes, medens den afledes gennem en Platinplade, som hænger ned i en Skaal med fortyndet Svovlsyre, der saaledes tillige tjener som Vædskedæmper. Ved Hjælp af Spejlaflæsning kan man med Elektrodynamometret paavise en Strøm paa 10^{-5} Amp. — en meget ringe Følsomhed i Sammenligning med de magneto-elektriske Jævnstrømsinstrumenter, der kunne paavise en hundrede tusinde Gange saa svag Strøm.

Et langt bekvemmere Apparat til Paavisning af Vekselstrømme har man i Telefonen. Beviklet som Differentialtelefon med to nøjagtig eens, modsatløbende Beviklinger, tjener den til Modstandsmaalinger efter Differentialmetoden, idet Batteriet erstattes af et passende Induktionsapparat.

Oftest benytter man dog en almindelig Telefon i Forbindelse med en Wheatstones Maalebro. I Fig. 29 er vist en saadan Vekselstrøms-Maalebro af Hartmann & Brauns Fabrikat. Den er udført som Kirchhoffsk Traad-Bro og

er forsynet med Induktionsapparat samt fem Modstande paa 0.1, 1, 10, 100 og 1000 Ohm. Ved Hjælp af en Kurbel kan Induktionsapparatet udskydes, og Broen kan da i Forbindelse med et passende Galvanometer benyttes til Maalinger med ensrettet Strøm.

Kirchhoffs Anordning anvendes fortrinsvis til Vekselstrømsmaalinger, da den retlinjede Traad, der erstatter de to Modstandssæt, har et Minimum af Selvinduktion og Ka-

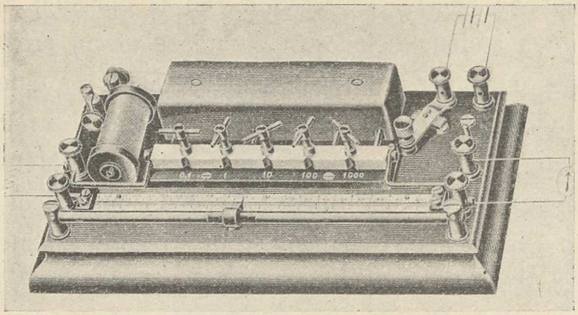


Fig. 29.

pacitet. Fordres der stor Nøjagtighed, maa Maaletraaden imidlertid være lang, og da en lang retlinjet Traad er ubekvem at anvende, foretrækker man som Regel at vikle den spiralformet op om en Marmorvalse, skønt det naturligvis ikke kan undgaas, at Selvinduktionen derved forøges.

Vekselstrømsapparaterne finde Anvendelse til Maaling af Vædskers og Opløsningers Modstande. Et U-formet Glasrør tjener i Almindelighed som Beholder for Vædsken, medens Strømmen tilledes gennem vandrette Platinplader, som ere anbragte i den øverste Del af Grenene, der her ere udvidede noget. Elektroderne bør være svagt konvekse, for at forhindre, at mulige Luftblærer kunne samle sig under dem.

I Tekniken bruges »Telefon-Maalebroerne« navnlig til Maaling af Jordledningers Modstand. Man kan ad Regningens Vej bevise, at den samlede Modstand mellem to fjærne, i Jorden nedgravede Plader, næsten udelukkende findes inden for en begrænset Afstand fra de enkelte Plader: Har Elektriciteten først faaet Lov til at sprede sig over et større Areal, møder den i selve Jorden ikke nogen paaviselig Modstand. Det gælder altsaa om at maale Udbredningsmodstanden. Findes der i Nærheden af Jordledningen et udstrakt og godt ledende Rørnæt (Gas- eller Vandledning), kan man bestemme Modstanden mellem dette og Jordledningen, og betragte denne Modstand som den søgte Udbredningsmodstand, idet man paa Grund af Rørnættets store Areal kan se bort fra dets Udbredningsmodstand. Findes der imidlertid ikke et saadant Rørsystem, eller er Samlingerne mellem Rørenderne daarligt ledende, hvilket undertiden er Tilfældet, da betjener man sig af to Hjælpeplader, der nedgraves i nogen Afstand fra Jordledningen, helst saaledes at de i Forening med den sidste omtrent danne en ligesidet Trekant. Vi ville kalde Udbredningsmodstandene p_1, p_2 og x. Maales nu Modstanden mellem Afledningerne to og to, faar man til Bestemmelse af x de tre Ligninger

$$x + p_1 = r_1$$
$$x + p_2 = r_2$$
$$p_1 + p_2 = r_3$$

hvoraf

$$x - p_1 = r_2 - r_3$$
$$x + p_1 = r_1$$
$$2x = r_1 + r_2 - r_3$$
$$x = \frac{r_1 + r_2 - r_3}{2} \qquad (19)$$

Dersom Forholdene vanskeliggør Anvendelsen af to Hjælpeplader, kan man nøjes med een, der da maa kunne klappes sammen, saaledes at dens Areal formindskes til det halve. Man udfører nu to Maalinger, een med aaben og een med sammenlukket Plade. Da det kan antages, at Udbredningsmodstanden omtrent staar i omvendt Forhold til Pladestørrelsen, faar man Ligningerne

$$x + p = r_1$$
$$x + 2p = r_2$$

eller

$$x = 2r_1 - p_2 \quad (20)$$

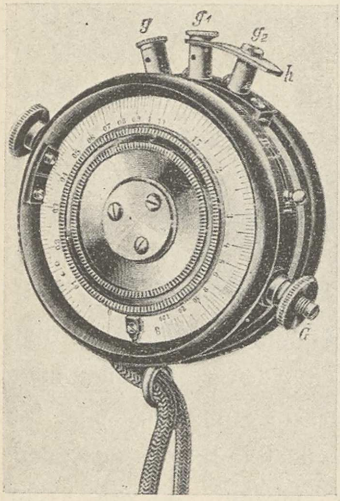


Fig. 30.

Metoden er selvfølgelig ikke saa nøjagtig som den foregaaende.

Et bekvemt lille Apparat til saadanne Maalinger er Nippolts Telefonbro (Fig. 30). Den bestaar af en Kirchhoffs Maalebro, der er sammenbygget med en Telefon. Slæbekontakten er fastgjort til en drejelig, inddelt Skive, som dækker over den cirkelformede Maaletraad. Apparatet indeholder desuden to Sammenligningsmodstande, der kunne indskydes ved Hjælp af en Kurbel. Til Strømkilde tjener et transportabelt Induktionsapparat, hvis Vekselstrøm tilledes gennem et Par bøjelige Ledninger; men Maalebroen kan dog ogsaa benyttes til Jævnstrømsmaalinger, i hvilket Øjemed den er forsynet med Klemmeskruerne g og g^1, hvorimellem et Galvanometer kan indskydes. Forbindelsen med Telefonen afbrydes da ved Hjælp af Kontakten h. Maale-

grænserne ere normalt 0.1—1000 Ohm, og Skalaen er inddelt direkte i Ohm.

Hele Apparatet (uden Strømkilde) vejer omtrent et halvt Kilogram.

6. Fejlbestemmelse.

Har man paavist en Isolationsfejl i et Kabel, bliver den næste Opgave, der stiller sig, at bestemme, hvor Fejlen findes. Saafremt det er et nyt Kabel, der er undersøgt i Vandbad, benyttes følgende Fremgangsmaade: Enderne af Kablet AB (Fig. 31) forbindes med to variable Modstande R_1 og R_2, hvis Forbindelsespunkt C gennem et Batteri er forbundet med Vandbadet (event. Kablets Blykappe). Mellem A og B indskydes et Galvanometer, og Modstandene R_1 og R_2 varieres nu, indtil Galvanometret ikke viser noget Udslag. Man har da

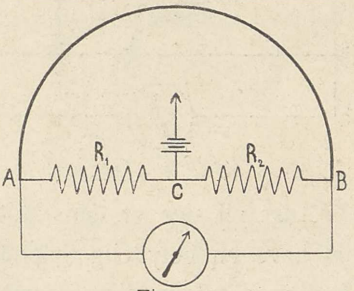


Fig. 31.

$$\frac{x}{L-x} = \frac{R_1}{R_2}$$

hvoraf

$$x = L\,\frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad (21)$$

L og x ere her egentlig to Modstande, men da Kablet overalt har samme Tværsnit, bliver Modstanden proportional med Længden, og følgelig kunne vi betragte Forholdet $\frac{x}{L}$ som Forholdet mellem Fejlens Afstand fra A og hele Kablets Længde. Indsættes i (21) L i Meter, faas altsaa ogsaa x i Meter. Man kan fremstille et Apparat, der angiver denne Afstand direkte. Lad AB i Fig. 32 være en

Maaletraad, som er inddelt i et vilkaarligt Antal lige store Dele. Vi ville antage, at hver Inddeling svarer til 1 Meter Kabellængde, og indstille nu Slæbekontakten C paa den L'te Delstreg, idet L er hele Kablets Længde. En anden Slæbekontakt D, der gennem et Batteri er forbunden med Vandbadet, forskydes derefter, indtil Galvanometret G ikke viser noget Udslag. Da er i Følge (21)

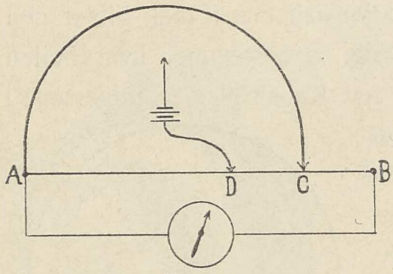


Fig. 32.

$$x = L \frac{AD}{AD + DC}$$

Indføres nu $AD + DC = L$ faar man

$$x = AD$$

Er Isolationsfejlen kun lille, det vil sige er dens Modstand meget stor, maa Batteriet have en betydelig Spænding for at frembringe den til Maalingen nødvendige Strømstyrke. Findes der flere Isolationsfejl paa Kablet, giver Metoden naturligvis ikke noget brugeligt Resultat.

Dersom Kablet først er nedlagt, er det forbundet med lidt større Vanskelighed at bestemme Fejlen. Er man i Stand til ved Hjælp af Kablet og et andet, fejlfrit Hjælpekabel at danne en Sløjfe, hvis Ender kunne bringes tæt sammen, kan man benytte de ovenfor omtalte Fremgangsmaader, idet man afleder Batteriet til Jorden i Stedet for at forbinde det med Vandbadet. Ved saadanne Maalinger, hvor Sløjfen muligvis er sammensat af Kabler med forskelligt Tværsnit, maa det imidlertid erindres, at Metoderne ikke angiver den virkelige Afstand x, men den ækvivalente Afstand, og Kablernes Længde maa derfor reduceres, saaledes at et Kabel, der har et n Gange saa stort

Tværsnit som et andet lige saa langt, regnes for at være n Gange kortere.

Saafremt man ikke er i Stand til at danne Sløjfen, uden ved at benytte tynde Traade som Tilbageledning, bliver Fejlbestemmelsen unøjagtig, fordi selve Kablet faar en forholdsvis lille ækvivalent Længde. Man kan da med Fordel benytte en anden Fremgangsmaade. Den ene Ende af Kablet AD (Fig. 33), forbindes med et Batteri, hvis anden Pol er afledet til Jorden. Nu indskydes et Galvanometer med stor Modstand saaledes, at dets ene Polskrue er forbunden med et Punkt B af Kablet, medens den anden ved Hjælp af Kontakterne a, b og d skiftevis kan forbindes med Kablets Ender A og D. Disse Forbindelser aA og dD kunne udføres med temmelig tynde Ledninger. Punktet B maa vælges saaledes, at det ligger mellem Batteriet og Isolationsfejlen. Er det ikke muligt at komme i Forbindelse med Kablet paa denne Strækning, kan Stykket AB erstattes af et paa Maalestedet tilføjet Kabelstykke. Sluttes nu først Kontakten ab og derefter bd, vil man i Almindelighed faa to forskellige Udslag paa Galvanometret, og da dettes Modstand er stor i Sammenligning med Kablets og Tilledningstraadenes, kan man betragte Spændingsfaldene fra A til B og fra B til C (Isolationsfejlen) som proportionale med Udslagene. Man har altsaa

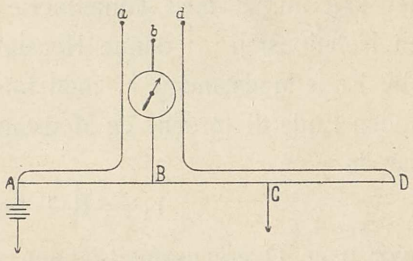


Fig. 33.

$$\frac{AB}{BC} = \frac{\alpha}{\beta}$$

idet AB og BC ere de ækvivalente Afstande.

Under Maalingerne maa Strømstyrken holdes konstant. Da den imidlertid er en Funktion af den samlede Modstand i Strømkredsen, hvori Isolationsfejlen indgaar som Led, vil den variere, naar Fejlens Modstand forandres, og da denne som Regel er underkastet stærke Svingninger, straks efter at Strømmen er sluttet, bør man altid vente nogle Minutter, inden man udfører Maalingerne.

Det kan hænde, at man hverken er i Stand til at danne en Sløjfe eller tilvejebringe Forbindelse mellem Kabelenderne ved Hjælp af Maaletraade. Selv i saa Tilfælde er det dog muligt med Tilnærmelse at bestemme Stedet for en Isolationsfejl. I denne Hensigt bestemmes ved Kablets ene Ende Modstanden r_1 mod Jorden, derefter afledes den anden Ende til Jorden, og Modstanden r_2 bestemmes. Man har da

$$r_1 = R + f + p$$

hvor p er Overgangsmodstanden mod Jorden ved Maalestationen, R Kablets Modstand herfra til Fejlen og f dennes Modstand.

For den anden Maaling faar man

$$r_2 = \frac{(f + p)(ls - R)}{f + p + ls - R} + R \qquad (22)$$

idet l er Kablets Længde og s Modstanden pr. Meter.

Ved at indsætte

$$f + p = r_1 - R$$

i (22) kan man nu danne den kvadratiske Ligning

$$R^2 - 2r_2R - (r_1 - r_2)ls + r_1r_2 = 0$$

hvis Rødder ere

$$R = r_2 \pm \sqrt{r_2^2 + r_1ls - r_2ls - r_1r_2}$$

Da R maa være mindre end r_2 faar man

$$R = r_2 - \sqrt{(r_1 - r_2)(ls - r_2)}$$

Afstanden fra Maalestationen til Fejlen bliver altsaa

$$x = \frac{R}{s} = \frac{r_2 - \sqrt{(r_1 - r_2)(ls - r_2)}}{s} \qquad (23)$$

VI. Kompensationsmaaling.

1. Normalelementet.

I tidligere Tid, førend det var lykkedes at fremstille et brugbart Normalelement, justerede man i Almindelighed de elektriske Instrumenter ved Sammenligning med et Sølv- eller Kobbervoltameter. Nu benyttes Voltametret derimod kun i ganske enkelte Tilfælde, f. Eks. til Undersøgelse af Normalelementer og lignende rent videnskabelige Arbejder. Selv til Justering af de nøjagtigste Præcisionsinstrumenter anvendes nu næsten altid Kompensatoren, et Apparat hvormed man er i Stand til at sammenligne Spændingsfaldet i en Modstand med en i Forvejen kendt Spænding. Vanskeligheden ved denne Metode ligger i at tilvejebringe et Element med en indenfor et længere Tidsrum absolut uforanderlig elektromotorisk Kraft.

Det første galvanriske Element, man forsøgte at anvende som Normalelement, var Daniells. Det viste sig imidlertid, at dette Elements elektromotoriske Kraft var i høj Grad foranderlig. Vædskerne blandede sig gennem Lerkarret, og Zinken var tilbøjelig til at opløse sig i Vædsken, naar Kredsløbet var aabent, hvilket havde til Følge, at Spændingen faldt. Fleming søgte at undgaa disse Ulemper ved den i Fig. 34 viste Modifikation. De to øverste, pære-

formede Glasbeholdere indeholde Vædskerne, der bestaa af Zinksulfatopløsning, hvis Vægtfylde er 1.2 og Kobbersulfatopløsning med Vægtfylden 1.1 (ved 20°). Gennem Glashaner ere Beholderne forbundne med et U-formet Rør, hvori Elektroderne (Stænger af kemisk rent Zink og Kobber) ere anbragte. To Afledningsrør tjene til at bortskaffe Vædskerne, naar deres Sammensætning ved Strømmens Gennemgang er forandret. Spændingen er ved 18° C 1.100 Volt. Af alle Modifikationer af Daniells Element synes Flemings at være den, der giver de bedste Resultater. De ere imidlertid ikke tilfredsstillende. —

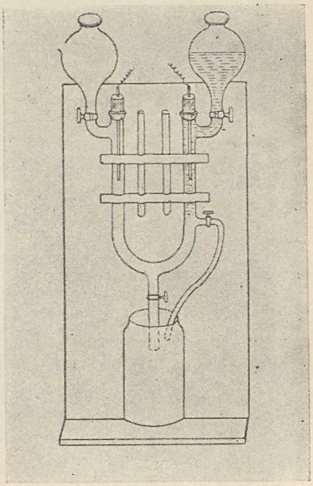


Fig. 34.

Det var først ved at anvende Kviksølvsulfat som Depolarisationsmiddel, at det lykkedes at fremstille et paalideligt Normalelement. Det af Englænderen Latimer Clark angivne Element bestaar af en Glasbeholder, paa Bunden af hvilken der findes et Lag Kviksølv, som danner den positive Elektrode. Herover er anbragt en Dejg af svovlsur Zinkilte og Kviksølvsulfat, der omgiver Zinkelektroden (Z Fig. 35). Forbindelsen med Kviksølvet tilvejebringes ved Hjælp af en i et Glasrør indsmeltet Platintraad P.

Elementer af denne oprindelige Form ere ikke godt transportable. De i den senere Tid fremstillede Clark-Elementer ere derfor som Regel dannede af to ved et Tværrør forbundne Reagensglas, paa Bunden af hvilke Elektroderne,

Zinkamalgam og Kviksølv dækket med Kviksølvsulfat, befinde sig. Glassene ere fyldte med Zinksulfatopløsning og foroven lufttæt tillukkede.

Clark-Elementets Spænding er i betydelig Grad afhængig af Temperaturen. Ved t^0 er den efter Jaeger og Kahle bestemt ved

$$E_t = 1.4328 - 0.00119\,(t - 15) - 0.000\,007\,(t - 15)^2 \quad (24)$$

Da den elektromotoriske Kraft saaledes falder over $\frac{1}{1000}$ Volt for hver Grad, Temperaturen stiger, er det nødvendigt, at Elementet forsynes med et nøjagtigt Termometer. Den store Temperaturkoefficient er naturligvis en betydelig Ulæmpe, idet man ved hver Maaling maa beregne Spændingen, eller i hvert Tilfælde finde den af en Tabel. Meget værre er det imidlertid, at Spændingen ikke straks følger Temperaturforandringen. Som det tydelig fremgaar ved nogle af Kahle udførte, meget omhyggelige Forsøg, kan det ofte vare flere Dage, inden Elementet faar den beregnede, til Temperaturen svarende elektromotoriske Kraft, naar det har været udsat for en Temperaturforandring. Skal Clark-Elementet anvendes til nøjagtige Maalinger, er det derfor nødvendigt, at det lang Tid i Forvejen har været holdt paa konstant Temperatur.

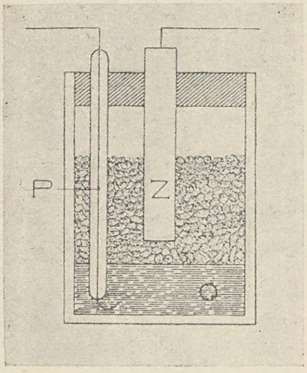


Fig. 35.

I Aaret 1884 paaviste Czapski, at Elementer, som indeholdt Metallet Cadmium, udmærkede sig ved en meget lav Temperaturkoefficient. Det var dog først Amerikaneren

Weston, der konstruerede et brugbart Cadmium-Normalelement. Det adskilte sig fra Clarks væsentlig derved, at Zinkamalgamet var erstattet af Cadmiumamalgam og Zinksulfatopløsningen af Cadmiumsulfatopløsning. Et saadant Element har en elektromotorisk Kraft paa lidt over 1 Volt. Forøvrigt varierer den noget med Opløsningens Styrke. Langt større Interesse har det imidlertid, at Temperaturkoefficienten staar i nøje Sammenhæng med Opløsningens Styrke og Amalgamets Indhold af Cadmium.

Fig. 36.

De af Phys.-Techn. Reichsanstalt fremstillede Cadmium-Elementer med Overskud af Krystaller i Opløsningen og 14.3 % Amalgam (14.3 % Cadmiumindhold have i Følge Jaeger og Wachsmuth Temperaturformlen

$$E_t = E_{20} - 0.000038\,(t - 20) - \\ - 0.000000\,65\,(t - 20)^2 \qquad (25)$$

og altsaa en Temperaturkoefficient paa omtrent 0.004 %. Elementerne vise imidlertid Uregelmæssigheder i Spændingen, naar Temperaturen er under 10°. Aarsagen hertil maa, som Jaeger har paavist, søges i, at Amalgamet indeholder for meget Cadmium. The Weston Instrument Co. benytter derfor et Amalgam, der kun indeholder 12,5 % Cadmium. Den væsentligste Forskel mellem We-

stons Elementer og Phys.-Techn. Reichsanstalts er dog den, at Opløsningen i de førstnævnte ikke indeholder Overskud af Krystaller. Den hyppigst anvendte Type W_{61} (Fig. 36) har en ved 4° C. mættet Opløsning. Disse Elementers Spænding er ved 15° C. 1.019 Volt, og Temperaturkoefficienten er mindre end 0.001 %. Den elektromotoriske Kraft kan altsaa, selv ved nøjagtige Maalinger, betragtes som uafhængig af de i Almindelighed forekommende Temperaturforandringer. Ved en nyere Type W_{151}, hvis Opløsning er fremstillet ved Sammenligning med en Normalopløsning, er Uafhængigheden overfor Temperaturforandringer saa stor, at det overhovedet ikke er muligt at paavise nogen Temperaturkoefficient.

Normalelementernes indre Modstand synes at være en i høj Grad foranderlig Størrelse. For Clark-Elementets Vedkommende er den afhængig af saa mange Forhold (Temperatur, Strømstyrke, Tiden, i hvilken Elementet har givet Strøm o. s. v.), at den kun med stor Usikkerhed kan indføres i Regningerne som en tilnærmet Størrelse. For et og samme Element kan den saaledes variere fra 50 til et Par hundrede Ohm. Lignende Forhold viser sig ved Phys.-Techn. Reichsanstalts Cadmiumelement, dog med den Forskel, at Modstanden her er meget større, nemlig 1000—3000 Ohm. Derimod kan Weston-Elementets indre Modstand beregnes med temmelig stor Nøjagtighed, idet den ved konstant Strømstyrke følger Formlen

$$R_t = R_0 + \alpha t + \beta t^2$$

Koefficienterne α og β ere ikke nøjagtig de samme for alle Elementer og maa derfor helst findes for hvert enkelt Element. Modstanden paavirkes ikke i synderlig høj Grad

af Strømstyrken, naar denne kun er lille, men ved større Strømstyrker tiltager den noget.

Klemmespændingen er bestemt ved

$$P = E_t - R_t J = E_t - (R_0 + \alpha t + \beta t^2) J$$

eller naar den ydre Modstand indføres i Stedet for Strømstyrken J

$$P = \frac{W E_t}{W + R_0 + \alpha t + \beta t^2} \qquad (26)$$

Normalelementerne bør aldrig benyttes til at afgive Strømme paa mere end c. 0.0001 Ampère. I det hele taget bør man undgaa at lade dem arbejde med sluttet Strøm; thi selv om Weston-Elementet ogsaa under saadanne Forhold synes at have en konstant elektromotorisk Kraft, vil Forandringen i de virksomme Stoffer dog til sidst have til Følge, at Spændingen falder.

Foruden de ovenfor omtalte omhyggeligt prøvede og undersøgte Normalelementer findes der en Del mindre kendte. I Amerika anvendes saaledes undertiden et Zink-Kviksølv Element med Klorzinkopløsning som Elektrolyt og Kviksølvforklor som Depolarisator. Opløsningens Vægtfylde er 1.391. Dette Element har den mærkelige Egenskab, at Spændingen ved 15° nøjagtig er 1 Volt. Temperaturkoefficienten er positiv:

$$E_t = 1 + 0.000094\,(t - 15).$$

2. Kompensatoren.

En Strøm J, der gennemløber en retlinjet, homogen Leder AB (Fig. 37) med Modstanden R, vil mellem A og

B frembringe Spændingsforskellen JR = P. Betragte vi et Punkt C paa Lederen, er Spændingsforskellen mellem A og C

$$p = \frac{AC}{AB} \cdot P$$

Forbindes A med C gennem en anden Leder, der indeholder den elektromotoriske Kraft E og har Modstanden R', bliver Strømstyrken i AEC bestemt ved

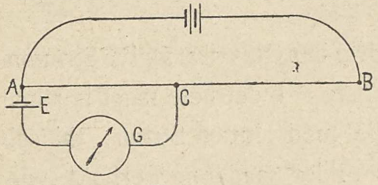


Fig. 37.

$$J' = \frac{E - p}{R' + \frac{AC}{AB} R}$$

For J' = o faar man altsaa E = p. Er E mindre end P, og opsøges et saadant Punkt C, at et i Strømkredsen AEC indskudt Galvanometer ikke viser noget Udslag, da er

$$E = \frac{AC}{AB} \cdot P$$

En anden elektromotorisk Kraft E' < P vilde være bestemt ved

$$E' = \frac{AC'}{AB} \cdot P$$

og man har følgelig

$$\frac{E}{E'} = \frac{AC}{AC'}$$

Det er altsaa muligt paa denne Maade at finde Forholdet mellem to Spændinger, og er den ene kendt, kan den

anden beregnes. Herpaa er Anvendelsen af Normalelementet begrundet.

Metoden tillader kun Maaling af Spændinger, der ere mindre end P. Man har imidlertid

$$P = E\frac{AB}{AC}$$

Er nu E Normalelementets Spænding, og er Hjælpebatteriet erstattet af det Apparat, hvis elektromotoriske Kraft skal maales, har man følgelig denne bestemt ved P, under Forudsætning af, at Apparatets indre Modstand er forsvindende i Sammenligning med AB. P kan her være saa stor, som Modstandenes Opvarmning tillader.

Den væsentligste Vanskelighed, der frembyder sig ved Anvendelsen af Kompensationsprincippet i Praksis, er Fremstillingen af en tilstrækkelig stor Modstand, som paa en bekvem Maade kan deles i to vilkaarlige Dele, hvis Størrelse nøjagtig kan aflæses. En retlinjet udspændt Traad med en Glidekontakt vilde være den simpleste Konstruktion. Men en saadan Traad vilde blive altfor lang; thi dens Modstand skal være meget stor, dels af den ovenfor omtalte Grund og dels fordi det kun i saa Tilfælde er muligt, at Hjælpebatteriet kan afgive en absolut konstant Strøm i et tilstrækkelig langt Tidsrum. Man er derfor henvist til at sammensætte Modstanden af et større Antal Spoler, der paa en passende Maade kunne kombineres saaledes, at en vilkaarlig Del af Modstanden kan afskæres mellem et Par Klemmeskruer, medens den samlede Modstand saa vidt muligt forbliver uforandret. At tillade en forholdsvis ubetydelig Forandring i denne fører imidlertid til en meget simpel Konstruktion.

Ved den i Fig. 38 skematisk fremstillede Kompensator er Modstanden sammensat af Spolen W paa 90050 Ohm, Kurbelrheostaterne K_1 og K_2 paa henholdsvis 9 × 1000 og 9 × 100 Ohm samt Proprheostaten R paa 0.1—100 Ohm. De to Kurblers Akser ere forbundne med en Strømskifter, der tjener til at indskyde Normalelementet N eller den ubekendte Spænding x. Mellem den ene Kurbel og Strømskifteren er indskudt et Galvanometer og en Sikkerhedsmodstand paa c. 100000 Ohm. Denne Modstand forhindrer, at Normalelementet kommer til at afgive for stærk Strøm. Efter tilnærmet Kompensation udskydes den for at opnaa større Nøjagtighed. Naar Proprheostaten er kortsluttet, er den samlede Modstand mellem B_1 og B_2 99950 Ohm, og naar hele Proprheostaten er indskudt, er den 100050 Ohm. Modstanden kan altsaa ud fra det normale (100000 Ohm) højst variere ± 0.05 %, og dette Tal angiver derfor Apparatets teoretiske Fejlgrænse. Det ses let af Figuren, at det ved Hjælp af Kurblerne og Proprheostaten er muligt at afskære en hvilken som helst Modstand fra 0.1 til 10000 Ohm. Indskydes nu mellem Polklemmerne B_1 og B_2 et Hjælpebatteri paa c. 20 Volt, vil Apparatet gennemløbes af en Strøm paa c. 0.0002 Amp., og Maksimumspændingen ved Strømskifteren vil altsaa være 0.0002 × 10000 = 2 Volt. Saafremt Spændingen, der skal maales, ligger under denne Grænse, er Fremgangsmaaden følgende: Normalelementet

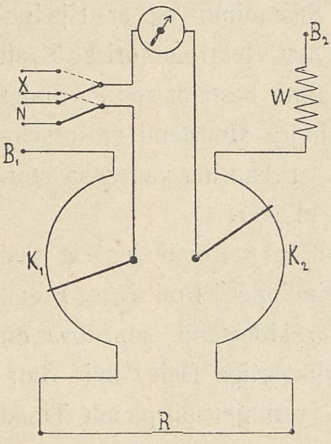


Fig. 38.

indskydes ved Hjælp af Strømskifteren, og Proprheostaten kortsluttes. Man opsøger en saadan Stilling af Kurblerne K_1 og K_2, at Galvanometret skifter Udslagsretning ved den nærmest højere Kurbelstilling. Derefter indskydes saa meget af Proprheostaten, at Galvanometrets Viser nærmer sig henimod Nulpunktet, uden dog at springe over. Sikkerhedsmodstanden indskydes, og Proprheostatens Modstand forøges yderligere, indtil Galvanometret viser Nul. Den af K_1, K_2 og R indskudte Modstand ville vi kalde R_1. Kompensationen gentages paa samme Maade for x, og den hertil svarende Modstand kaldes R_2. Da er

$$\frac{N}{R_1} = \frac{x}{R_2}$$

eller

$$x = N\frac{R_2}{R_1}$$

Den Fejl, der som Følge af den samlede Modstands Forandring er indgaaet i dette Resultat, kan ophæves ved, at der mellem en af Polklemmerne B_1 eller B_2 og Batteriet indskydes en Rheostat, der indstilles saaledes, at dens Modstand er Differensen mellem R og 100 Ohm (Feussner).

Ligger den søgte Spænding mellem 2 og 15 Volt, kortsluttes Spolen paa 90050 Ohm, og Spændingen indskydes mellem B_1 og B_2, hvorefter Normalelementet kompenseres som før. Man har da

$$x = 10000\frac{N}{R_1}$$

Er Spændingen større end 15 Volt, tilføjes de 90050 Ohm, hvorved Formlen bliver

$$x = 100000\frac{N}{R_1}$$

Gans & Goldschmidt fabrikerer en Kompensator efter dette Princip (Fig. 39). Rheostaterne samt Strømskifterne og en Kurbel, der tjener til at indskyde Sikkerhedsmodstanden, ere anbragte paa en fælles Ebonitplade, der danner Laaget paa en Kasse, som omslutter Modsstandsspolerne. Det bør bemærkes, at Apparatets Nøjagtighed ikke forringes

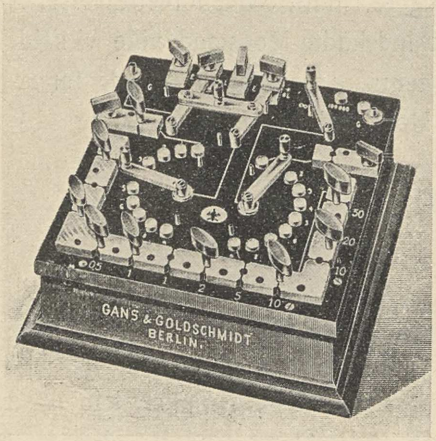


Fig. 39.

af Kurblernes Overgangsmodstande, da disse ikke gennemløbes af nogen Strøm, naar Ligevægten er tilvejebragt.

Hartmann & Brauns Kompensator

er af en noget mere sammensat Konstruktion, men har de store Fordele, at den er fri for teoretiske Fejl og tillader direkte Aflæsning af den søgte Spænding.

Apparatet er karakteriseret af en særlig Kurbelanordning K_1 og K_2 (Fig. 40). En Metalring er delt i tyve lige store Dele, der paa den af Figuren synlige Maade ere forbundne

med 9 Modstande, hver paa henholdsvis 1000 og 100 Ohm. Over Ringen kan drejes 9 V-formede Kontakter, der stadig holde Modstandene serieforbundne, dog med to Afbrydelser. Det ene af disse Mellemrum ligger fast, nemlig der, hvor de to Ringsegmenter ikke ere forbundne med nogen

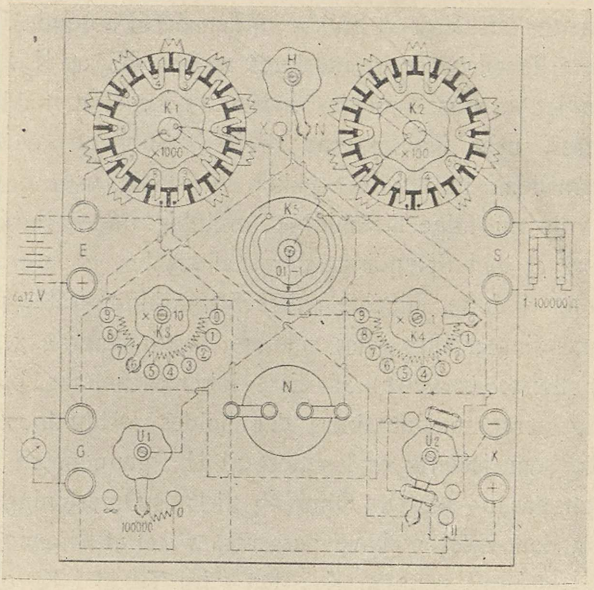


Fig. 41.

til Ringen hørende Modstand. Mellem disse to Segmenter ere andre Rheostater indskudte. Det andet Mellemrum er bevægeligt, idet det er dannet af en tiende Kontakt, der bestaar af to Fjedre, som gennem Omdrejningsaksen fortsætter Strømløbet. De to aabne Ringsegmenter ere for K_1's Vedkommende forbundne gennem Rheostaten K_3, der bestaar af 9 Modstande paa 10 Ohm. Det andet Kurbelapparats aabne Segmenter ere forbundne med 2 Rheostater, hvoraf den ene indeholder 9×1 Ohm. Den anden

bestaar af to Slæbetraade. der løbe som koncentriske Cirkler, og hver have Modstanden 1 Ohm. Over Traadene glide to lige overfor hinanden liggende Kontakter, af hvilke den yderste er i Forbindelse med K_4. Fra denne Kontakt fortsættes Strømløbet gennem en Del af Slæbetraaden tilbage til K_2. Den indre Slæbekontakt er saaledes anordnet, at den afskærer et Stykke af den dertil hørende Traad, og dette Traadstykke er indskudt mellem K_1 og K_2. Det ses nu let, at den samlede Modstand i Strømløbet ikke vil forandres, naar Kontakterne drejes: Summen af de af Slæbetraadene indskudte Stykker vil stadig være 1 Ohm.

Vi ville nu følge Strømløbet foreløbig under Forudsætning af, at den Spænding, der skal maales, er større end 10 Volt. I dette Tilfælde stilles Strømskifteren U_2 paa I, og Spændingen indskydes mellem Polklemmerne x. Fra den nederste (positive) af disse løber Strømmen efter at have passeret to Kontakter, der holdes forbundne af en Fjeder, som isoleret er fastgjort til U_2, gennem en Proprheostat paa 1—100 000 Ohm op til K_2's Omdrejningsakse, hvorfra den, efter at have passeret en Del af Ringmodstandene, fortsættes gennem K_4, den ydre Traad i K_5 og Resten af Ringmodstandene. Nu løber den fra K_5's Akse gennem den indre Traad, en Del af Modstandene i K_1, samtlige Modstande i K_3 og Resten af Ringmodstandene. Fra Klemmeskruen —E naar den endelig gennem Kontakten I og Kurbelen U_2 tilbage til —X.

Paa denne Vej har Strømmen, hvorledes end Kurblerne have staaet, ialt gennemløbet 10 000 Ohm + Proprheostaten. I Kompensatoren er Normalelementet N indbygget. Ved at følge dettes Strømløb paa Figuren ses det, at dets elektromotoriske Kraft vil kompensere Spændingsfaldet i en

Modstand, der er Summen af de Modstande, alle fem Kurbler ere indstillede paa. Ere disse derfor indstillede paa Normalelementets Spænding $\times 10^n$, og varieres Proprheostatens indtil Galvanometret viser Nul, vil Zifrene i denne $+ 10000$ angive den ubekendte Spændings Zifre. Fremgangsmaaden ved Maaling af Spændinger over 10 Volt er altsaa i Korthed følgende: Strømskifteren U_2 paa I, H paa N og U_1 paa 100000 (Sikkerhedsmodstand). Kurblerne indstilles paa $N \times 10^n$, idet n vælges saa stor som mulig. Galvanometret bringes i Nærheden af Nul, ved at variere Proprheostatens Modstand R. Derefter U_1 paa 0, hvorefter Kompensationen fuldføres. Da er

$$X = (R + 10000)^{-n}$$

Er den ubekendte Spænding mindre end 10 Volt, benyttes et Hjælpebatteri, bestaaende af 6 Akkumulatorceller, der indskydes mellem Polklemmerne E (Batteriet kan ogsaa være indskudt ved Maaling af større Spændinger, idet det da er afbrudt af U_2). Stilles U_2 paa II, kommer Hjælpebatteriet i Kontakt med samme Kredsløb, som den ubekendte Spænding før, medens dennes Polklemmer X nu ere saaledes forbundne med Apparatet, at de komme paa Normalelementets Plads, naar H stilles paa X. Fremgangsmaaden ved Kompensationen bliver da følgende: U_2 paa II, H paa N. Kurblerne som før paa $N \times 10^n$. Der kompenseres ved Hjælp af Proprheostaten. Derefter H paa X, og der kompenseres nu ved Hjælp af Kurblerne, medens Proprheostaten forbliver uforandret. Er den sidste Kurbelstilling K, bliver Spændingen

$$X = K \times 10^{-n}$$

Det anvendte Galvanometer bør være temmelig følsomt. Et Spejlgalvanometer efter Drejespolesystemet med Følsom-

heden $1^0 = 10^{-8}$ Amp. og Modstanden 50—100 Ohm vil være passende. Da det er af Vigtighed, at Normalelementet kommer til at afgive saa lidt Strøm som muligt, foretrækker man ofte et ballistisk Instrument, da et saadant har den Fordel fremfor et aperiodisk, at et momentant Strømstød fremkalder et større Udsving ved lige Følsomhed. Viseren bringes let til Ro igen, idet man kortslutter Galvanometret, naar Nulpunktet passeres; thi derved induceres i den bevægelige Spole en stærk Strøm, der næsten øjeblikkelig standser Bevægelsen.

Thiermanns Kompensator.

I to Kredsløb med Modstandene R_1 og R_2 (Fig. 41) virke de elektromotoriske Kræfter N og X. Ved Hjælp af to Forbindelsestraade, hvoraf den ene løber gennem et Galvanometer, begrænses af Kredsløbene de to Modstande r_1 og r_2 saaledes, at Galvanometret ikke viser noget Udslag. Ere Strømstyrkerne i R_1 og R_2 henholdsvis J_1 og J_2, har man da

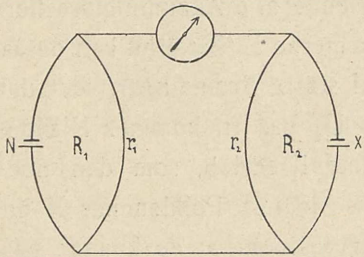


Fig. 41.

$$J_1 r_1 = J_2 r_2$$

Endvidere er

$$J_1 = \frac{N}{R_1} \text{ og } J_2 = \frac{X}{R_2}$$

hvoraf

$$r_1 \frac{N}{R_1} = r_2 \frac{X}{R_2}$$

eller

$$X = N \frac{R_2 r_1}{r_2 R_1} \qquad (27)$$

Denne Formel ligger til Grund for Thiermanns Kompensator. I dette Apparat anvendes et Cadmium-Element, hvis elektromotoriske Kraft er 1.0187 Volt, og hvis indre Modstand er c. 34 Ohm. Elementet indeholder en Manganin-Modstand

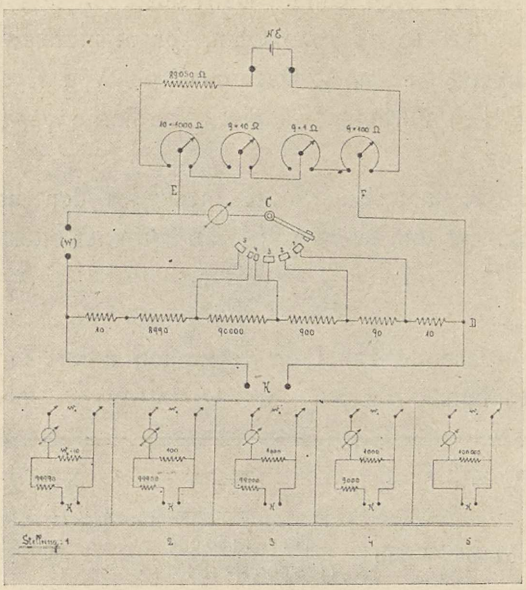


Fig. 42.

paa 1836 Ohm, saaledes at Klemmespændingen ved en ydre Modstand paa 100 000 Ohm bliver

$$\frac{1{,}0187 \cdot 100\,000}{1836 + 34 + 100\,000} = 1 \text{ Volt}$$

I Kompensatoren (Fig. 42) er Normalelementets Kredsløb dannet af en fast Modstand paa 89 050 Ohm samt fire Kurbelrheostater paa 10 × 1000, 9 × 100, 9 × 10 og 9 × 1 Ohm. De to af disse Rheostater (10 × 1000 og 9 × 100) ere saaledes indskudte, at alle deres Modstande stadig

forblive i Kredsløbet, medens Modstanden i de to andre varierer med Kurbelstillingen. Summen af alle Modstandene er altsaa i Maksimum 100045 og i Minimum 99950 Ohm, og varierer derfor højst 0.05 % ud fra de normale 100000 Ohm.

Det andet Kredsløb indeholder 5 Modstande paa 10, 90, 900, 90000 og 9000 Ohm. Den sidste er dog delt i to Modstande paa 10 og 8990 Ohm, for at muliggøre Apparatets Anvendelse som Wheatstone-Bro. Ved Hjælp af en Kurbel C kan Forholdet $\frac{r_2}{R_2}$ gives Værdierne $\frac{1}{10000}$, $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10}$ og $\frac{1}{1}$.

Mellem Klemmeskruerne K indskydes den ubekendte Spænding, der som ovenfor vist kan beregnes efter Formlen

$$X = N\frac{R_2 r_1}{R_1 r_2}$$

I nedenstaaende Tabel er Regningen udført for de fem Kurbelstillinger.

Stilling	$R_2 =$	$r_2 =$	$X =$	$X =$	Maalgrænse
1	100000	10	$\frac{N \cdot r_1 \cdot 100000}{(100000 + 1870)\,10}$	$\frac{r_1}{10}$	1000 Volt
2	100000	100	$\frac{N \cdot r_1 \cdot 100000}{(100000 + 1870)\,100}$	$\frac{r_1}{100}$	100 Volt
3	100000	1000	$\frac{N \cdot r_1 \cdot 100000}{(100000 + 1870)\,1000}$	$\frac{r_1}{1000}$	10 Volt
4	10000	1000	$\frac{N \cdot r_1 \cdot 10000}{(100000 + 1870)\,1000}$	$\frac{r_1}{10000}$	1 Volt
5	100000	100000	$\frac{N \cdot r_1 \cdot 100000}{(100000 + 1870)\,100000}$	$\frac{r_1}{100000}$	0.1 Volt

Det maa bemærkes, at Kurblen i Stillingen 4 kortslutter Modstanden paa 90000 Ohm.

Af Tabellen ses, at Spændingen er bestemt ved

$$X = r_1 \cdot 10^{-n}$$

hvor n er Hovedkurblens Stilling. Apparatet tillader derfor direkte Aflæsning (Spændingens Zifre = Kurbelrheostatens) og kræver kun een Indstilling. Dette er den Thiermannske Kompensators væsentligste Fordel. Men den opvejes rigeligt af to Ulæmper: For det første arbejder Normalelementet med stadig sluttet Strøm, hvilket absolut ikke er heldigt, og for det andet er Nøjagtigheden ikke stor (0.1 %).

I Følge Thiermann er Strømmen i Galvanometret bestemt ved

$$Jg = \frac{Nr_1R_2 - Xr_2R_1}{r_1R_2(R_1 - r_1) + r_2R_1(R_2 - r_2) + R_gR_1R_2} \quad (28)$$

I ugunstigste Tilfælde (Stilling 3, X = 1 Volt) faar man ved at udføre Regningen for 0.05 % Forøgelse af r_1

$$J_g = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{20\,000 + 10Rg}$$

Antages Galvanometrets Modstand R_g at være 500 Ohm, faar man, naar r_1 forandres 0.05 %, $J_g = 2 \cdot 10^{-9}$ Amp., hvilken Strøm Galvanometret altsaa maa kunne paavise.

Strømstyrker maales efter Kompensationsmetoden, ved at bestemme Spændingsfaldet i en kendt Modstand, hvorigennem Strømmen løber. Modstanden bestaar sædvanlig af Manganinblik, der nedsænkes i Petroleum for at formindske Opvarmningen.

Westons Kompensations-Voltmeter.

Weston Co. bygger et Voltmeter, der er saaledes indrettet, at det kan benyttes til Kompensationsmaalinger af Spændinger fra 2—1000 Volt. Instrumentet bestaar af et direkte visende Voltmeter med Maalegrænsen 2 Volt og Modstanden 200 Ohm. Denne er delt i to Dele, hvoraf den ene indeholder de 1.019 Ohm. den anden Resten, deri

indbefattet den bevægelige Spoles Modstand. Naar Voltmetret viser fuldt Udslag, gennemløbes det af en Strøm paa 0.01 Amp., og Spændingsfaldet i den første Modstand vil derfor være 1.019 Volt. Denne Spænding kompenseres af et Normalelement, der gennem et Galvanometer er forbundet med Modstandens Polklemmer. Viser Galvanometret ikke noget Udslag, er man sikker paa, at Spændingen mellem Voltmetrets Polklemmer er 2 Volt. For at gøre det muligt at maale større Spændinger, serieforbindes Instrumentet med en Kurbelrheostat paa 10 × 100, 10 × 1000 og 10 × 10000 Ohm. For hver 100 Ohm, der af denne indskydes i Kredsløbet, vokser Maalegræsen med 1 Volt. Man kan altsaa med dette Apparat kun maale et Antal hele Volt, og det egner sig derfor fortrinsvis til Justering af Præcisions-Voltmetre.

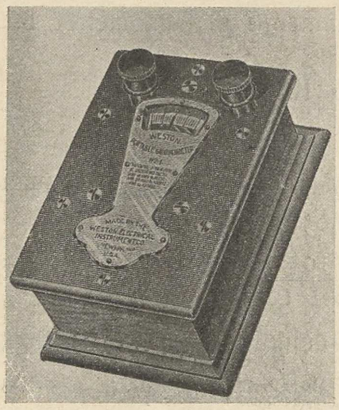


Fig. 43.

Til Apparatet har Weston Co. konstrueret et transportabelt Galvanometer, der i Fig. 43 er afbildet i $\frac{1}{3}$ naturlig Størrelse. Skalaen har paa begge Sider af Nulpunktet 10 Inddelinger. Til een Skaladel svarer 0.000 002 Amp., og da Aflæsningen lettes ved en meget fin Viser med Spejlunderlag, kan man med Sikkerhed paavise en Strøm paa 0.000 0002 Amp. Galvanometrets Modstand er 250 Ohm.

VII. Kapacitetsbestemmelse.

1. Elektrostatisk Kapacitet.

Medens det i Stærkstrømstekniken væsentligst er Isolationsmodstanden og Ledningsevnen, der betinger et Kabels Brugbarhed, maa Konstruktører af Telegraf- og Telefonkabler særlig rette Opmærksomheden paa Kapaciteten; thi denne virker i høj Grad skadelig ved at udjævne de pulserende Strømme, som overfører Tegnene eller Talen. Det er saaledes ogsaa i Tekniken af Vigtighed at kunne maale Kapaciteten af et som Kondensator virkende Legeme. Et saadant siges at have Enheden for Kapacitet, naar Elektricitetsmængden 1 lader det til Spændingen 1. I det internationale Maalsystem bliver Enheden derfor bestemt ved Kapaciteten af et Legeme, der af Strømstyrken 1 Ampère i 1 Sekund (1 Coulomb) lades til Spændingen 1 Volt. Denne Enhed, en Farad, er imidlertid ubekvem stor, og man benytter derfor i Praksis en Enhed, der er en Million Gange mindre: 1 Mikrofarad $= 10^{-6}$ Farad.

Af de talrige Metoder, der forefindes til Maaling af Kapacitet, skal her kun omtales et Par af de paalideligste og simpleste.

Maxwells Metode.

I en Wheatstones Bro (Fig. 44) ere de tre Forgreninger dannede af Modstandene r_1, r_3 og r_4, medens den fjerde indeholder Kondensatoren i Forbindelse med en Stemmegaffelafbryder. Denne bestaar af en Stemmegaffel, der holdes i Svingninger af en Elektromagnet paa samme Maade som Hammeren i et Induktionsapparat. Paa begge Sider af den ene Gren ere Kontakter anbragte saaledes, at Grenen

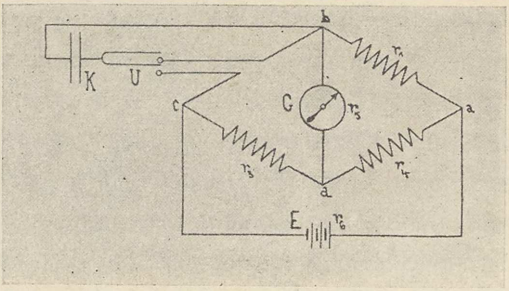


Fig. 44.

ved Svingningerne skiftevis kortslutter Kondensatoren og indskyder den i Kredsløbet. Svingningstiden, der indgaar i Formlen, bestemmes bedst ved Hjælp af et la Cour's Tonehjul.

Kaldes Antallet af Svingninger pr. Sekund n, bliver Kapaciteten, naar Modstandene ere indstillede saaledes, at Galvanometret viser Nul, med Tilnærmelse bestemt ved

$$K = \frac{1}{n} \cdot \frac{r_4}{r_1 r_3} \qquad (29)$$

Svingningstallet maa ikke vælges større, end at Kondensatoren kan naa at blive fuldt ladet ved hver Svingning.

Man overbeviser sig lettest herom ved at gentage Forsøget med et andet Svingningstal. Forholdet $\frac{r_4}{r_1 r_3}$ skal da forandre sig proportionalt med n.

En Formel, der giver større Nøjagtighed end ovennævnte, er

$$K = \frac{1}{n} \cdot \frac{r_4}{r_1 r_3} \cdot \frac{1 - \frac{r_4^2}{(r_4 + r_1 + R_1)(r_4 + r_3 + R_2)}}{\left(1 + \frac{r_4 R_2}{r_1 (r_4 + r_3 + R_2)}\right)\left(1 + \frac{r_4 R^1}{r_3 (r_4 + r_1 + R_1)}\right)} \quad (30)$$

idet R_1 og R_2 ere Modstandene henholdsvis i Galvanometret og Batteriet.

De Sauty's Metode.

Ofte kan det være hensigtsmæssigt at bestemme en Kapacitet ved Sammenligning med en Normalkondensator. Denne bestaar i Almindelighed af et Antal Tinfolieblade, der holdes adskilte ved Mellemlag af Glimmer eller paraffineret Papir. Hvert andet Tinfolieblad er forbundet med Kondensatorens ene Pol, medens de øvrige ere forbundne med den anden. Kondensatoren kan være delt i flere Dele, der kunne indskydes vilkaarligt paa lignende Maade som Modstandene i Proprheostaten. De to Kondensatorer, der skulle sammenlignes, danne de to af Forgreningerne i en Wheatstone-Bro (Fig. 45). I Batterikredsen anbringes en Dobbelkontakt, der tjener til skiftevis at indskyde Batteriet og kortslutte Broen. Modstandene

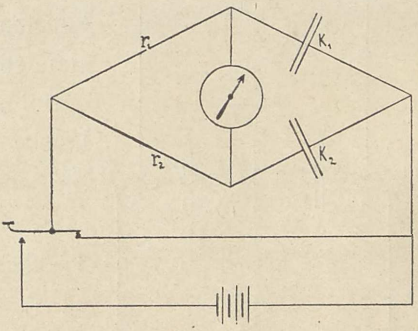


Fig. 45.

r_1 og r_2 indstilles saaledes, at Galvanometret forbliver i Ro, naar Kontakten sluttes og aabnes. Da er

$$K_1 = K_2 \frac{r_2}{r_1} \qquad (31)$$

Batteriet kan erstattes af et Induktionsapparat og Galvanometret af en Telefon. I dette Tilfælde bortfalder Dobbelkontakten. Ligevægten naas, naar Telefonen tier.

De Sauty's Metode forudsætter, at begge Kondensatorerne have samme Ladetid. Finder dette ikke Sted, kan man benytte

Thomsons Kompensationsmetode.

Belægningerne i de to Kondensatorer K_1 og K_2 forbindes parvis som vist i Fig. 46. Mellem Midtpunkterne af Forbindelsestraadene indskydes et Galvanometer G og en Kontakt T. Et Batteri E sender en konstant Strøm gennem Modstandene r_1 og r_2, og der vil derfor mellem disses Endepunkter herske Spændinger, der forholde sig som Modstandene

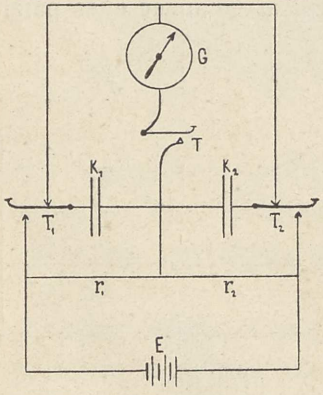


Fig. 46.

$$e_1 = r_1 \cdot J \text{ og } e_2 = r_2 \cdot J$$

Trykkes Dobbeltkontakterne T_1 og T_2 ned, vil K_1 og K_2 lades til Spændingerne henholdsvis e_1 og e_2. Naar Kontakterne atter slippes, vil Kondensatorerne udlades gennem Forbindelsestraadene. Ere de to Elektricitetsmængder lige store, eller med andre Ord: Forholde Kapaciteterne sig omvendt som Spændingerne, vil Ladningerne fuldstændig udjævnes. Ere Elektricitetsmængderne derimod ikke lige store, vil der blive

en vis Restladning tilbage, som giver sig til Kende ved et Udslag paa Galvanometret, naar Kontakten T sluttes. Ved Maalingen maa man altsaa forandre Modstandene r_1 og r_2, indtil man ikke faar noget Udslag. Da er

$$K_1 = K_2 \frac{r_2}{r_1}$$

Ved elektrostatiske Kapacitetsbestemmelser kan man ikke opnaa saa stor en Nøjagtighed som ved Modstandsmaalinger. Aarsagen hertil ligger dels i Tilstedeværelsen af en bunden »Restladning« og i Ledningsevnen af det Stof, der adskiller Belægningerne, dels i Normalkondensatorens forholdsvis store Foranderlighed. Denne sidste Fejl kan naturligvis undgaas ved at benytte en absolut Maalemetode, f. Eks. Maxwells; men hertil kræves temmelig komplicerede Apparater. Som det i det følgende skal vises, kan man imidlertid bestemme en elektrostatisk Kapacitet ved Sammenligning med en elektromagnetisk, og for en saadan kan der fremstilles paalidelige Normaler.

2. Elektromagnetisk Kapacitet (Selvinduktion).

En Leder, der gennemløbes af en Strøm, er altid omgiven af et magnetisk Felt. Til at frembringe dette forbruges en vis Kraft, hvilket giver sig til Kende ved en modsat rettet elektromotorisk Kraft, der opstaar i det Øjeblik, Strømmen sluttes. Afbrydes denne, frembringer det magnetiske Felt ved sin Forsvinden atter Kraften, og denne viser sig nu som en kortvarig, ofte temmelig højtspændt Strøm, der har samme Retning som den afbrudte Strøm. Lederen har altsaa, saa længe Strømmen vedvarer, opsamlet en vis Energimængde. Denne Egenskab kaldes elektro-

magnetisk Kapacitet eller Selvinduktion. Den Grad, hvori en Leder har Evne til at virke som elektromagnetisk Opsamler, benævnes Selvinduktionskoefficienten. Den er særlig stor for spiralformede Ledere saa som unifilart viklede Spoler. For saadanne Spoler, der ikke indeholde Jærn, er den en konstant Størrelse, medens den varierer med Strømstyrken ved Spoler, der indeholde Jærn; thi dette forstærker det magnetiske Felt i et Forhold, der ikke vokser proportionalt med Strømmens Styrke.

Enheden for elektromagnetisk Kapacitet, 1 Henry (Kvadrant, Secom), har en Leder, hvori der induceres en elektromotorisk Kraft paa 1 Volt, naar Strømstyrken varierer 1 Ampère i 1 Sekund.

Maaling ved Sammenligning med en elektrostatisk Kapacitet.

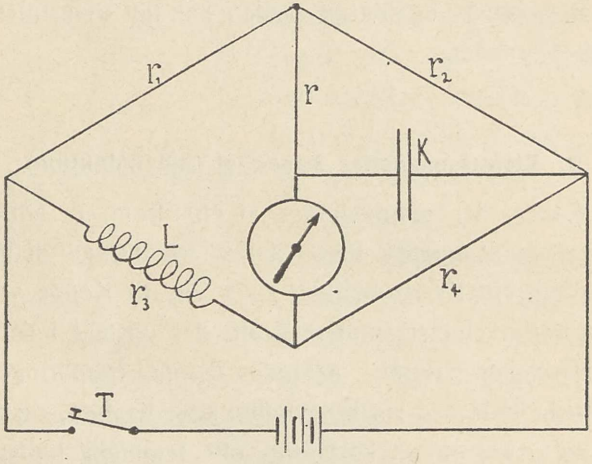


Fig. 47.

I en Wheatstone-Bro (Fig. 47) bestaar de tre Forgreninger r_1, r_2 og r_4 af induktionsfri Modstande, hvorimod den fjerde

indeholder den Spole, hvis Selvinduktionskoefficient skal bestemmes. I Serie med Galvanometret forbindes en variabel Modstand r. Mellem det Hjørne af Broen, hvor r_2 og r_4 løbe sammen, og Forbindelsespunktet mellem r og Galvanometret indskydes Kondensatoren K, hvis Kapacitet er kendt. Modstandene r_1, r_2 og r_4 forandres, indtil Galvanometret ikke viser noget Udslag, naar Kontakten T er sluttet. Aabnes denne, vil Galvanometret gøre et kortvarigt Udslag. Nu forandres Modstanden r saaledes, at Galvanometret ikke gør noget Udslag, naar Kontakten sluttes eller aabnes. Da er Spolens Selvinduktionskoeficient L bestemt ved

$$L = K(r(r_3 + r_4) + r_1 r_4) \qquad (32)$$

hvor r_3 er Spolens Modstand.

Maxwells Metoder.

1. Spolen indskydes i Broen som i Fig. 47. Galvanometrets Seriemodstand og Kondensatoren bortfalder. Efter at Ligevægten er opnaaet ved sluttet Strøm, afbrydes denne. Derved opstaar i Spolen en Selvinduktionsstrøm, der fremkalder et kortvarigt Galvanometerudslag α. Nu indskydes en lille Modstand dr_3 i Serie med Spolen, og Strømmen sluttes atter. Galvanometret vil da vise et konstant Udslag β. Er Svingningstiden reduceret til meget smaa Svingninger t, bliver Selvinduktionskoeficienten bestemt ved

$$L = dr_3 k \frac{t\alpha}{\pi\beta} \qquad (33)$$

idet k er Galvanometrets Dæmpningsfaktor.

2. Metoden tjener til Maaling ved Sammenligning med en Normalspole, hvis Selvinduktionskoefficient er kendt. De

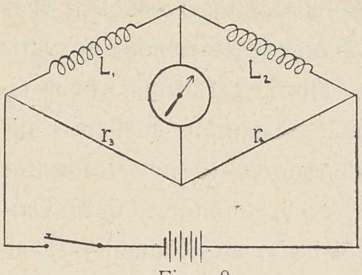


Fig. 48.

to Spoler L_1 og L_2 indskydes i en Brokombination, som vist i Fig. 48. Spolerne maa, for at undgaa gensidig Induktion, anbringes saaledes, at Akserne ere vinkelrette paa hinanden. Forholdet $\frac{r_3}{r_4}$ forandres, indtil Galvanometret ikke viser nogen Strøm, naar Kontakten T aabnes eller sluttes. Da er

$$L_1 = L_2 \frac{r_3}{r_4}$$

VIII. Maalefejl.

Ved fysiske Maalinger er man kun i Stand til at bestemme den søgte Størrelse med en vis Tilnærmelse. Den største Forskel, der ved en given Maaling kan opstaa mellem den med størst mulige Nøjagtighed aflæste Størrelse og dennes absolute Værdi, kaldes Fejlgrænsen eller Maksimumfejlen. Dennes Størrelse er som Regel betinget af tekniske Fejl ved Instrumenterne, men den kan dog ogsaa have sin Aarsag i selve Maalemetodens Art. Som Eksempel herpaa kan nævnes Thiermanns Kompensator, hvis Princip i sig selv begrænser Nøjagtigheden til $\frac{1}{1000}$. Ved andre Kompensatorer, Maalebroer og lignende Apparater, hvor den søgte Størrelse beregnes paa Grundlag af Normalmodstande, er det forøvrigt næsten altid Justeringen af disse, der bliver afgørende for Apparatets Fejlgrænse. Da den internationale Ohm er bestemt ved Modstanden af en Kviksølvsøjle paa 1 mm² Tværsnit og 1063 mm Længde, maa Kviksølvmodstandene betragtes som de egentlige Modstandsnormaler. Mellem saadanne kan man opnaa en indbyrdes Overensstemmelse paa 0.001 %. Imidlertid umuliggør praktiske Vanskeligheder en lige saa nøjagtig Justering af Metaltraad-Modstandene. Man tør derfor ved Normaler af denne Art højst gøre Regning paa en Nøjagtighed af 0.01 %, og selv denne Fejlgrænse

opnaas kun ved en meget omhyggelig udført Justering. Store Normalmodstande, der bestaa af mange Vindinger fin Metaltraad (Manganin, Konstantan), synes at have Tilbøjelighed til at forandre Værdien efter længere Tids Forløb. Man søger at modarbejde dette uheldige Forhold ved før Justeringen at holde Spolerne opvarmede paa ca. 140° i 6—12 Timer, hvorefter de langsomt afkøles. Meget smaa Modstande af Manganinblik, som benyttes til »Shunt« ved Maaling af Strømstyrken, vise selv ved hyppig og stærk Belastning en tilfredsstillende Uforanderlighed. Af 31 saadanne Modstande, der for kort Tid siden bleve undersøgte af »Phys.-Techn. Reichsanstalt«, efter at have været i Brug i 2—4 Aar, havde de 15 kun undergaaet en Forandring paa mindre end 0.01 %. To af Modstandene havde, som det ses af nedenstaaende Tabel, forandret sig mere end 0.1 %. Aarsagen hertil var for den enes Vedkommende, at den til Afkøling anvendte Petroleum indeholdt et Stof, der havde angrebet Manganinblikket.

Modstand i Ohm	Iagttaget Ændring i Procent				
	0.00—0.01	0.01—0.02	0.02—0.05	0.05—0.10	0.10 %
0.01	5	3	2	»	1 Modstand
0.001	7	1	2	1	1 —
0.0001	3	2	1	2	» —
Sum:	15	6	5	3	2 Modstande

Største Delen af Modstandene havde været i Brug daglig. Enkelte af dem med Strømstyrker paa indtil 3000 Ampère.

Da man kan antage, at der ved Justeringen lige saa hyppigt begaas positive som negative Fejl, bliver der en vis

Sandsynlighed for, at et Antal serie- eller parallelforbundne Modstande tilsammen have en Værdi, der er nærmere den absolute, end de enkelte Modstandes. Ligeledes vil man kunne opnaa større Nøjagtighed ved at gentage en Maaling med flere forskellige Normaler (Modstande, Normalelementer) og tage Middeltallet; thi ogsaa i dette Tilfælde vil der være Sandsynlighed for, at de enkelte Normalers Fejl delvis ville ophæve hverandre. Af denne Grund indrettes Wheatstone-Broerne ofte saaledes, at Forgreningsmodstandene 1, 10, 100 . . . Ohm kunne ombyttes.

De direkte visende Instrumenters Nøjagtighed er afhængig af en Mængde forskellige Faktorer, saa som Spiralfjedreneselastiske Egenskaber, Gnidningsmodstanden i Taplejerne, Jernkærnens Centrering, Magnetens Konstans o. s. v. Ikke desto mindre kan man dog med omhyggelig udførte Instrumenter af denne Art opnaa en Nøjagtighed paa 0.1 mm Udslag. Da Skalaerne sædvanlig ere c. 150 mm lange,

Fejlgrænse	Modstandsmaaling	Strøm- og Spændingsmaaling
0.001 %	Kviksølvnormaler.	Umulig.
0.02 %	Særlig nøjagtig justerede »Præcisions-Maalebroer«.	Absolute Kompensatorer (Hartmann & Braun, Siemens & Halske . . .) Sølv-Voltametret.
0.1 %	Alm. »Præcisions-Maalebroer«.	Tekniske Kompensatorer (Thiermann, Gans & Goldschmidt . . .) »Præcisions-Normal-Instrumenter« (Weston Type A, Siemens & Halske . . .) øverste Tredjedel af Skalaen.
0.5 %	Tekniske Maalebroer.	»Præcisions-Normal-Instrumenter« øverste fem Sjettedele af Skalaen. »Præcisions-Kontrol-Instrumenter« (Weston Type C, Dr. Franke . . .) øverste Halvdel af Skalaen. Vand-Voltametret.

svarer dette til en Fejlgrænse paa $\frac{1}{1000}$ i Skalaens øverste Tredjedel. De hyppigt anvendte »Præcisions-Kontrol-Instrumenter« have dog i Reglen Fejlgrænsen 0.3 mm, hvilket svarer til c. 0.5 % i Skalaens øverste Halvdel. I foranstaaende Tabel er anført de forskellige Instrumenter, man bør vælge ved given Fejlgrænse.

De Fejl, der forekomme ved Maalinger, kunne deles i følgende tre Grupper:

1. Grove Fejl fremkomme f. Eks. ved, at Iagttageren forveksler to Delestreger eller Tal, hyppig 3 og 5 eller 6 og 9. De ere karakteristiske ved deres afrundede Værdi og findes let i en Række gentagne Maalinger.

2. Konstante Fejl have deres Aarsag i tekniske Mangler ved Instrumenterne, saa som unøjagtig Centrering af Jærnkærnen i Drejespoleinstrumenter, Skalafejl, unøjagtig Justering af Modstande o. s. v. De ere konstante for en og samme flere Gange gentagen Maaling, og kunne derfor kun findes ved Sammenligning med andre Instrumenter (Justering).

3. Tilfældige Fejl ere saadanne, hvis Aarsag ikke forud kan beregnes. Da der er lige stor Sandsynlighed for, at de blive positive eller negative, kunne de delvis udjævnes i Middeltallet af et Antal gentagne Maalinger. Gnidningsmodstanden i Instrumenternes Taplejer foraarsager ofte tilfældige Fejl, idet Viseren bliver staaende udenfor Ligevægtstillingen efter et lille Udsving i den ene eller den anden Retning. Selve Aflæsningen maa nødvendigvis medføre tilfældige Fejl, naar der medtages et tilstrækkeligt stort Antal Decimaler. Antages det f. Eks, at Viseren paa et Instrument staar saaledes, at det vil være vanskeligt at afgøre, om den staar nærmest n + 0.7 eller n + 0.8, kan

Iagttageren A lige saa godt fastsætte Aflæsningen til $n + 0.7$ som Iagttageren B kan fastsætte den til $n + 0.8$.

Udjævningen af tilfældige Fejl spiller en stor Rolle ved meget nøjagtige fysiske Maalinger. Med Hensyn til Regnereglerne for disse Fejl og Teorien om deres Forekomst maa henvises til Læren om Iagttagelsesfejl og de mindste Kvadraters Metode.