

Denne fil er downloadet fra
Danmarks Tekniske Kulturarv
www.tekniskkulturarv.dk

Danmarks Tekniske Kulturarv drives af DTU Bibliotek og indeholder scannede bøger og fotografier fra bibliotekets historiske samling.

Rettigheder

Du kan læse mere om, hvordan du må bruge filen, på
www.tekniskkulturarv.dk/about

Er du i tvivl om brug af værker, bøger, fotografier og tekster fra siden, er du velkommen til at sende en mail til *tekniskkulturarv@dtu.dk*

O. E. Westin.

Teori för Friktionen

INDUSTRI-
FORENINGEN.

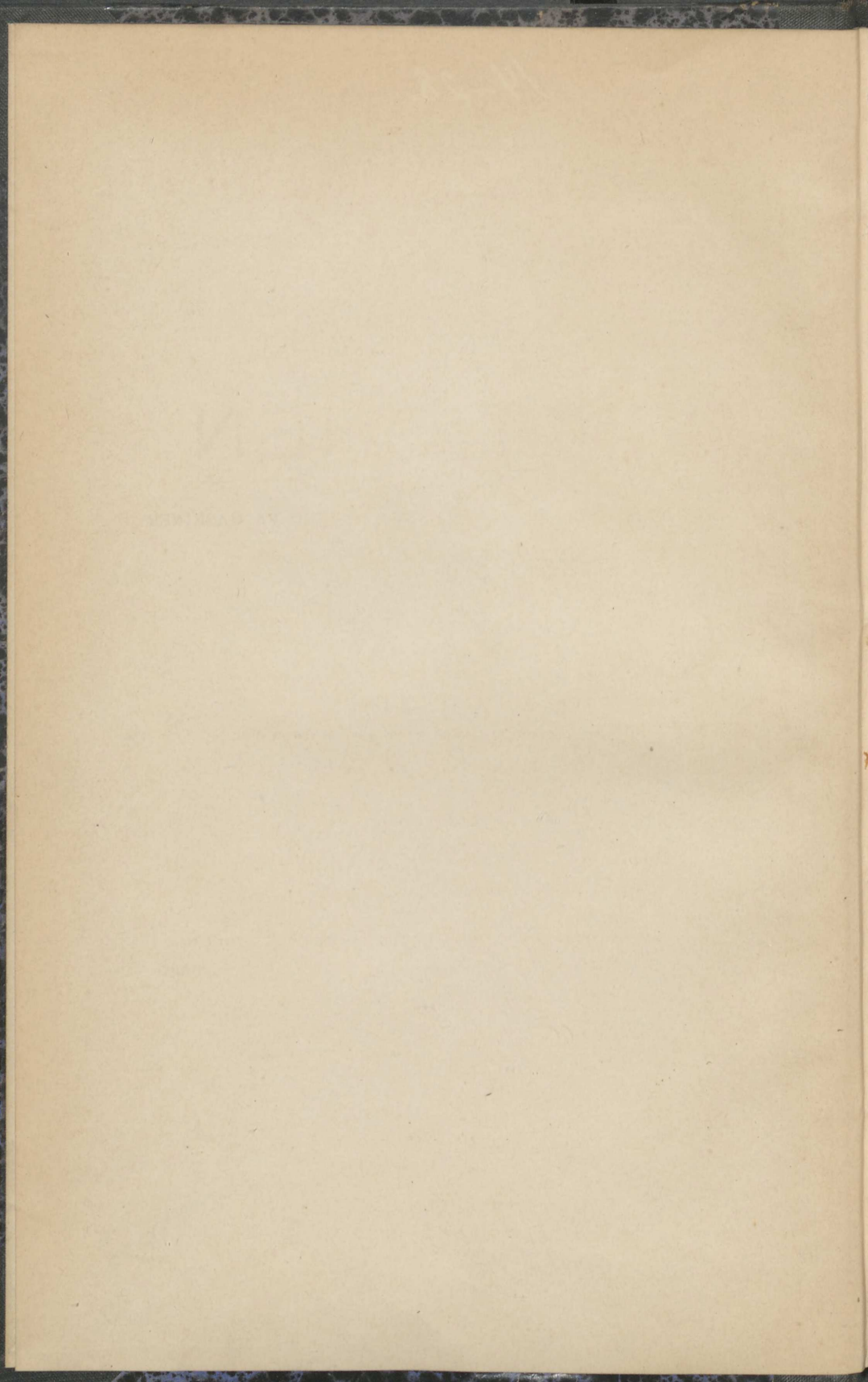
3274.

~~76~~

531 4

~~5815~~

531.4 Gl.



14 28.

TEORI
FÖR
FRIKTIONEN

MED SÄRSKILDT AFSEENDE Å DESS TILLÄMPNING PÅ MASKINER
FÖR HÖJNING OCH SÄNKNING AF TYNGDER

AF

O. E. WESTIN,

LEKTOR VID K. TEKN. HÖGSKOLAN, LÄRARE VID K. ART.- O. ING.-HÖGSKOLAN

Med 4 planscher.

Utgör del III af lärokurs i Tillämpad Mekanik vid K. Artilleri-
och Ingeniörhögskolan, gillad och antagen af K. Krigsundervisnings-
kommissionen, enligt beslut den 20 Febr. 1890.



STOCKHOLM

R. BLAEDEL & CO.
DANMARKS
TEKNISKE BIBLIOTEK

1890

FRINKTIONEN

FRINKTIONEN

FRINKTIONEN

FRINKTIONEN

FRINKTIONEN

FRINKTIONEN

FRINKTIONEN

FRINKTIONEN

FRINKTIONEN



FRINKTIONEN

INNEHÅLL.

FÖRSTA KAPITLET.

Friktionens uppkomst och verkningsätt.

1. Släpfriktion. — 2. Rullningshinder. — 3. Hvilo- och rörelsefriktion. — 4. Friktionskoefficient och friktionsvinkel. — 5. Friktionen såsom skadligt motstånd. — 6. Friktionen såsom nyttig kraft. — 7. Friktionskraftens utmärkande. Sid. 1—7.

ANDRA KAPITLET.

Friktion i maskiner i allmänhet.

8. Maskiners ändamål. — 9. Totalt, nyttigt och skadligt arbete. — 10. Uppvärmning genom friktionen. — 11. Verkningsgrad. — 12. Utvexling. — 13. Samband mellan det nyttiga motståndet och drifkraften i en maskin, hv. s. h. — 14. Utvexling och verkningsgrad i ett sammansatt maskineri. Sid 8—12.

TREDJE KAPITLET.

Tillämpningar på maskindelar m. m.

15. Friktion å lutande plan. — 16. Friktion vid kilen. — 17. Friktion i kilspår. — 18. Tappfriktion. — 19. Tappfriktion i orund lagerskål. — 20. Dubbfriktion. — 21. Glidningshinder vid fullkomligt böjliga linor och remmar. — 22. Bromsinrättningar. — 23. Rem- och linskifvor. — 24. Styfhetsmotstånd i kettningar, linor och remmar. — 25. Friktion vid kugghjul. — 26. Friktion vid skrufven. — 27. Friktionshjul. — 28. Pronys dynamometer. Sid. 13—41.
Numeriska tillämpningar..... " 41—49.

FJERDE KAPITLET.

Tillämpningar å egentliga uppfordringsmaskiner.

I. Block och blocktyg.

29. Fast block. — 30. Löst block. — 31. Förenklad bestämning af styfhetsmotståndets och tappfriktionens inflytande vid blockskifvor. — 32. Vanligt block tyg. — 33. Differentialblocket. — 34. Epicycloidalblocket. Sid. 50—58.

II. Spel och lyftkranar.

35. Vanligt vindspel. — 36. Friktionsvindspel. — 37. Gångspel. —
38. Lyftkranar. Sid. 58—65.

III. Domkrafter.

39. Allmänna anmärkningar. — 40. Domkraft med kuggstång. — 41. Skruf-
domkrafter. — 42. Hydraulisk domkraft. Sid. 65—71.

- IV. Tabellarisk öfversigt af de mest brukliga häfttygens an-
vändbarhet. Sid. 72—73.

- Numeriska tillämpningar..... " 74—78.

För de läsare, hvilka icke tagit del af detta arbetes del I, må
anmärkas, att, för korthets skull, tecknet $\cdot|$ eller $\div$ är användt i
stället för ordet projektionsaxel och tecknet $\odot$ i st. f. ordet moment-
punkt eller momentaxel.



FÖRSTA KAPITLET.

Friktionens uppkomst och verkningsätt.

1. **Släpfriktion.** Erfarenheten lärer, att alla i verkligheten förefintliga kroppar, såväl de bäst bearbetade som de af naturen mest glatta, äro vid begränsningsytorna mera eller mindre ojemna. Då tvenne kroppar pressas tillsammans med en större eller mindre kraft, ingripa alltid dessa ojemnheter i hvarandra och orsaka derigenom ett hinder emot en inbördes sidoförskjutning. Detta tangentiella hinder emot rörelsen kallas släpfriktion, eller oftare och kortare endast friktion.

Vore massan M , fig. 1, fullkomligt glatt, blefve, vid plan begränsning, de elementära normaltrycken från underlaget sins emellan parallela och vinkelräta emot beröringsytan; de kunde i sådant fall icke hindra den rörelse, en med samma yta parallel kraft P sträfvade att framkalla. Accelerationen blefve dervid

$$a = \frac{P}{M}.$$

Begränsningselementen till verkliga föremål bilda emellertid, såsom ofvan blifvit påpekadt, icke några fullt kontinuerliga ytor och elementartrycken ligga fördenskull i allmänhet spridda åt olika håll, fig. 2; de undergå förändringar så till storlek som riktning, då kraften P sträfvade att flytta M på underlaget. Vid början af denna krafts verkan och under det att den växer från noll till ett ändligt värde, klämmas de utspringande delarne $b, c, d \dots$ å M hårdare mot några motliggande delar å underlaget, under det att de aflägsnas från andra, $a \dots$, fig. 3; sedan uppstå permanenta formförändringar, ojemnheterna afstötas och lösbrytas, så att helt nya beröringsytor bildas; massan M höjes något och glider till sist, om P får växa tillräckligt, ur de fördjupningar, som fasthållit henne. Först efter det att bemänte sido-

kraft nått ett värde, öfverstigande den stundom mycket betydande friktionskraftens, uppstår således en märkbar rörelse. Accelerationen i densamma blir städse mindre än i förra fallet och får för öfrigt värdet

$$a_1 = \frac{P - F}{M},$$

der F betecknar friktionen. Sidokraften P motverkas sålunda, såväl före som efter den synliga rörelsens igångsättning, alltid till en viss grad af F , och denna motverkan är vid mekanikens tekniska tillämpningar af den allra största betydelse.

Förändras riktningen för sidokraften P , ändras ock F , emedan de elementära mottrycken få andra anbringningspunkter och nya riktningar; ändringen blir enligt sakens natur tydligtvis alltid sådan, att F sträfvär att motverka den rörelse, P har benägenhet att för-
anleda.

2. Rullningshinder. Då en rund kropp rullar på ett underlag, uppkommer äfven ett passivt hinder för rörelsen; detta är emellertid ej af alldeles samma natur som det nyss omtalade. Trycket mellan den rullande kroppen och underlaget föranleder hos båda en formförändring, hvilken framflyttar den ögonblickliga rotationsaxeln ett litet stycke. Formförändringen kräfver ett visst mekaniskt arbete och dessutom erhåller tyngden ett ökad motverkande moment i afseende å hvälfningsaxeln.

Tänka vi oss en stel cylinder, fig. 4, ligga på ett fullkomligt glatt underlag, så motverkas vigten W direkt af trycket N från det senare. Den allra minsta sidokraft P vore tillräcklig att åstadkomma hvälfning omkring beröringslinien med planet. Något passivt hinder kunde det dervid icke blifva tal om.

Då en verklig, städse mer eller mindre elastisk cylinder C , fig. 5, hvilar på ett horisontalt underlag, tillplattas alltid cylindern nedtill något, under det att samtidigt en fördjupning uppstår i underlaget. Anbringas på C en sidokraft P , förändras trycken vid stödet både till storlek och riktning; deras anbringningspunkter flyttas åt den sida, hvaråt P verkar, men riktningarna blifva mer och mer lutande åt motsatt håll, fig. 6. Hvälfningsaxeln flyttas från A till B stycket v i horisontal led. Kraften P måste således öfvervinna momentet Wv och dessutom förrätta ett visst formförändringsarbete, om rullning

skall kunna uppstå. En viss släpfriktion uppstår äfven, då ojemnheterna å ena sidan B släppa ingreppet och då de å andra sidan B ingripa djupare. Vid rullning å mycket löst underlag kan hindret blifva högst ansenligt, men i regeln är motståndet vid rullning en helt obetydlig bråkdel af det vid glidning uppstående. Genom användning af hjuldon tillgodogör man sig som bekant detta i mycket stor skala inom transportväsendet.

3. Hvilofriktion. Så länge märkbar glidningsrörelse icke uppstår, kallas den vid beröringsytorna motverkande kraften hvilofriktion, men under förflyttningen deremot rörelsefriktion. Af det i I anförda framgår, att hvilofriktionen är en variabel kraft; dess nedre gränsvärde är noll, numeriskt taget; dess öfre, eller värdet för den fullt utvecklade friktionen, är förnämligast beroende af dels ytornas beskaffenhet och dels den kraft, hvarmed de pressas samman. Af COULOMBS och MORINS m. fl:s försök framgår, att den fullt utvecklade friktionen F ändras åtminstone tillnärmelsevis i samma proportion som normaltrycket N och att den är approximativt oberoende af beröringsytornas storlek. Då rörelse endera pågår eller ock just skall börja, är alltså, tillnärmelsevis,

$$F = fN \dots\dots\dots (1),$$

der f betecknar den s. k. friktionskoefficienten, eller förhållandet mellan den fullt utvecklade friktionen och normaltrycket.

Det kan väl förefalla egendomligt, att den fullt utvecklade friktionen är oberoende af beröringsytans storlek, då det ju är tydligt, att antalet ojemnheter, i hvilka ingrepp sker, växer i samma mån som ytans storlek. Men saken finner sin naturliga förklaring deri, att friktionen pr ytenhet växer och aftager i samma proportion som normaltrycket p på denna yta. För ytan ett är sålunda friktionen $f p$ och för ytan A $f p A$. Då nu $p A = N$, så är $F = f N$.

När friktionen icke är fullt utvecklad, är

$$F < fN \dots\dots\dots (2).$$

Rörelsefriktionen är något mindre än den fullt utvecklade hvilofriktionen, beroende derpå, att under rörelse ojemnheterna icke hinna ingripa i hvarandra lika fullständigt som då hvila eger rum; koefficienten får därför ett mindre värde.

För öfrigt är i regeln friktionen större mellan mjuka kroppar än mellan hårda; större mellan kroppar af samma material än mellan sådana af olika ämnen och större då rörelse sker parallelt med fibrerna, der sådana finnas, än då den fortgår i en mot dem vinkelrät riktning. Ojemnheterna passa i de först nämnda fallen bättre emot hvarandra och kunna derföre ingripa fullständigare. Temperaturen har ock ett visst inflytande på friktionen och likaså rörelsens hastighet. En uppvärmning af friktionsytorna medför oftast en väsentlig ökning af friktionen, och samma är förhållandet, om hastigheten blifver endera mycket stor eller ock mycket liten. Några allmängiltiga analytiska uttryck för friktionens beroende af temperaturen och hastigheten finnas emellertid icke. Vid mera vanliga beräkningar plägar man för öfrigt lemna detsamma helt och hållet å sido.

Ett godt sätt till friktionens förminskande är användningen af smörjmedel. Dessa verka antagligen sålunda, att ojemnheterna utfyllas till en viss grad af dem, så att nya beröringsytor bildas, märkbart slätare än de ursprungliga. Valet af lämpliga smörjmedel är i många fall en sak af stor praktisk betydelse. Vi kunna emellertid här icke ingå på något försök att lemna en vägledning i detta hänseende.

4. Friktionskoefficient och friktionsvinkel. Följande tabell innehåller några talvärden å dessa storheter; de förutsätta att ytorna äro bearbetade och sålunda släta, att metallerna och träet äro svarfvade, hyflade eller slipade och att stenarterna äro huggna. Äro ytorna deremot råa, kan friktionskoefficientens värde lätt nog mångdubblas. Till förklaringen af friktionsvinkelns betydelse återkomma vi här nedan.

	Osmorda ytor.		Smorda ytor.	
	$f = tg\mu$	μ	$f = tg\mu$	μ
Metall mot metall...	0,1—0,3	5°43'—16°42'	0,01—0,1	0°34'—5°43'
Metall mot trä	0,1—0,6	5°43'—31°	0,02—0,1	1°9'—5°43'
Trä mot trä	0,1—0,7	5°43'—35°	0,03—0,1	1°43'—5°43'
Läder mot metall...	0,25—0,6	14°—31°	0,12—0,25	6°51'—14°2'
Metall mot sten.....	0,25—0,5	14°—26°34'	—	—
Trä mot sten.....	0,3—0,65	16°42'—33°	—	—
Sten mot sten	0,6—0,75	31°—36°52'	—	—
Is mot is	0,018—0,028	1°2'—1°36'	—	—
Stål mot is.....	0,014—0,027	0°48'—1°33'	—	—

Motståndet vid transport med hjälp af hjuldon är tillnärmelsevis:

på mycket god väg	$\frac{1}{50}$	af bruttolasten,
» vanlig »	$\frac{1}{35}$	» »
» god brobeläggning	$\frac{1}{65}$	» »
» dålig »	$\frac{1}{46}$	» »
» jernvägsskenor	$\frac{1}{200}$	» »

5. Friktionen såsom skadligt motstånd. Inom maskiner utöfvar friktionen vid maskindelarnes inbördes rörelse ofta nog ett mycket betydande, hämmande inslytande, likaså inom transport- och kommunikationsväsendet. Det är påtagligen af mycket stor vikt att utreda huru detta passiva motstånd skall beräknas och att angifva villkoren för dess reducerande till ett minimum. I det följande skola vi speciellt för häftigen visa huru friktionens inslytande bestämmes genom räkning.

6. Friktionen såsom nyttig kraft. Ehuru väl både de teoretiska och de praktiska undersökningarna öfver friktionen oftast utgå derpå, att utfinna lämpliga anordningar till friktionens förminskande, får dock den utomordentligt stora nytta, denna kraft lemnar, icke förbises. Den är oss i själfva verket oundgängligen nödvändig och gör oss i det stora hela långt mera gagn än olägenhet.

Utan friktion skulle t. ex. de lösa jordarterna icke kunna erbjuda nödigt motstånd för grundmurarne till äfven de lägsta och enklaste byggnader; de skulle ej heller kunna bilda hvarken horisontala eller lutande vägar och ej heller doseringar i allmänhet. Utan densamma skulle sammanhanget inom murkonstruktioner, speciellt hvalfbågar och kappor, blifva otillräckligt. Uti skruf- och spikförbindningar är friktionen den väsentliga sammanhållande kraften. Inom hela textil-industrien är friktionens sammanbindande verkan af en utomordentlig betydelse. Vid spinning lindas de jemförelsevis korta växtfibrerna spiralförmigt om hvarandra, så att de, då de sträckas, ihopklämmas och fasthållas af friktionen med sådan kraft, att garnet, tråden, snöret, linan etc. erhåller en relativ hållfasthet i det allra närmaste lika stor som råmaterialiets. Vid lasters nedfirande tillgodogör man sig ofta genom bromsning på ett eller annat sätt friktionskraften.

Uti alla de nu anförda exemplen verkar friktionen passivt; men den kan mycket väl verka äfven aktivt, d. v. s. användas såsom nyttig drifkraft. Den har ock den mest vidsträckta och viktiga användning såsom sådan och begagnas dagligen under de mest olika förhållanden

af hvarje menniska för dylika ändamål. Då t. ex. en slät käpp skall lyftas upp, är friktionen från händerna drifkraften; då en person skall sätta sig i gång, endera uppför en backe eller ock på horisontal väg, framkallar friktionen vid skosulorna den accelerande kraften. Utan friktionen vore det icke möjligt att bestiga den allra minsta lutning, ja, icke ens att börja rörelsen på ett horisontalplan. Komme man för öfrigt i sist nämnda fall väl i gång, skulle man sedan icke kunna förändra rörelsens hastighet, icke minska och icke öka densamma; ej heller vore det möjligt att gå i kroklinig bana, ty den erforderliga accelererande kraften i horisontal led, utefter banan i ena händelsen och utefter dess normal i den andra, skulle icke, oaktadt förmågan att förrätta arbete, kunna framkallas af de inom människan verkande krafterna.

Äfven inom maskinväsendet betjenar man sig för öfrigt i stor skala af friktionen såsom aktiv kraft. Detta är t. ex. fallet vid de på vanliga remskifvor arbetande remarne och vid de s. k. friktionshjulen. Å jernvägarne hafva sist nämnda hjul en verkligen storartad användning. Drifhjulen å lokomotiven äro nemligen i sjelfva verket ingenting annat, än svagt koniska friktionshjul, och det är den vid deras omkrets verkande, af ångan framkallade och utefter skenan gående tangentiella friktionskraften, som gifver hela tåget dess acceleration under igångsättningen och som underhåller rörelsen under fortfarighets-tillståndet. På så sätt omsättes oupphörligen en effekt om tillsammans flera millioner hästkrafter. Man kan för öfrigt tryggt påstå, att utan detta enkla medel till rörelsens åstadkommande, skulle jernvägs-trafiken aldrig kunnat antaga de kolossala dimensioner den nu eger, och af hvilken betydelse denna är, det är alltför väl känt, för att behöfva här påpekas.

Dessa korta antydningar torde vara tillräckliga till att fästa uppmärksamheten derpå, att friktionen är en företrädesvis nyttig kraft.

7. Friktionskraftens utmärkande. Då vid de tekniska tillämpningarna punktsystem på inom mekaniken vanligt sätt skola väljas och krafter å dem utmärkas, är det brukligt att markera systemens begränsningar så, som om ytorna i verkligheten vore fullkomligt glatta. Vid hvarje sådan beröringsyta verka tvenne krafter, nemligen normaltrycket (vinkelrätt mot ytan) och friktionen (tangentiellt till densamma). För bestämning af sist nämnda krafts riktning, tänkes ytan till en början fullkomligt glatt, hvarefter undersökes, åt hvilket håll rörelse

under sådana omständigheter skulle uppstå. Friktionen utmärkes der-
efter rakt motsatt den i nämnda gränsfall funna rörelseriktningen. Är
friktionen fullt utvecklad, användes eqv. (1), i annat fall vilkoret (2).

Väl bör i öfrigt märkas, att, i händelse hvila eger rum och be-
röringsställena äro två eller flera, friktionen icke nödvändigtvis är lika
mycket utvecklad vid dem alla. Ett antagande att så likväl vore för-
hållandet skulle kunna stå i strid emot de allmänna lagarna för jem-
vigt och kan fördenskull icke tillåtas. Det fordras i hvarje fall en
särskild undersökning för utredning om och vid huru många ställen
friktionen kan vara fullt utvecklad.

ANDRA KAPITLET.

Friktion i maskiner i allmänhet.

8. **Maskiners ändamål** är att förändra förhållandet mellan de i ett mekaniskt arbete ingående faktorerna kraft och väg, och att i allmänhet på samma gång flytta arbetet en längre eller kortare väg. Att man, för att kunna använda en maskin, måste ega tillgång till en motor, en kropp som eger förmåga att öfverföra arbete å maskinen, det följer omedelbart af det anförda.

Är motorns arbete under en gifven t A , den arbetande kraften P och vägen i kraftens riktning S , så är som bekant

$$A = PS.$$

Är vidare det nyttiga motståndet vid maskinens lastpunkt Q och vägen derstädes i lastens riktning under tiden t S_1 , så är det arbete maskinen afgifver QS_1 . Om nu inga passiva hinder förefunnos i maskinen och om den lefvande kraften icke blifvit ändrad under tidsperioden i fråga, så vore, på grund af lefvande krafternas princip,

$$QS_1 = PS.$$

Förhållandet mellan Q och S_1 kan tydligen här vara ett helt annat, än mellan P och S , och att framkalla ändring i sist nämnda förhållandet det är i regeln maskinens förnämsta uppgift. Då nu emellertid passiva hinder städse förekomma vid rörelse, så är, för hvarje fullständig arbetsperiod,

$$QS_1 < PS.$$

Detta är en sak af vikt att iakttaga, ty deraf följer omedelbart, att det arbete, som nedlägges å en maskin, kan aldrig af densamma i den minsta mån förökas.

9. **Totalt, nyttigt och skadligt arbete.** Med totalt arbete, A_t , i en maskin förstås det arbete, motorn under en fullständig arbets-

period nedlägger å maskinen; med nyttigt arbete, A_n , åter det, som under samma period öfverföres från maskinen till den kropp, som af honom bearbetas (flyttas eller ändras till sin form), och med skadligt arbete, A_f , äfven kalladt de passiva motståndens arbete, skilnaden mellan det totala och det nyttiga arbetet. Häraf följer

$$A_t = A_n + A_f \dots\dots\dots (3).$$

Vi komma icke att här sysselsätta oss med andra skadliga arbeten, än de af friktionen orsakade.

10. Uppvärmning genom friktionen. Då ojemnheterna vid tvenne kroppars ytor stöta emot hvarandra, ökas vibrationsrörelsen hos molekylerna i dem, temperaturen höjes och värme, alstradt af friktionsarbetet, bortledes från de frikterande ytorna. Enär, enligt utförda försök, värmeenhetens mekaniska equivalent, eller det arbete, som motsvarar en värmeenhet, är 430 mkg, så utvecklas af friktionsarbetet, A_f , en värmemängd

$$W = \frac{A_f}{430} \text{ v.e.} \dots\dots\dots (4).$$

Enär man icke har någon nytta af denna uppvärmning, kan den motsvarande arbetsmängden, A_f , med skäl kallas skadlig.

11. Verkningsgrad. Med verkningsgrad i en maskin förstås förhållandet mellan det nyttiga arbetet, A_n , och det totala, A_t , för en och samma arbetsperiod. Betecknas verkningsgraden med η , är i följd häraf

$$\eta = \frac{A_n}{A_t} \dots\dots\dots (5).$$

På grund af (3) kan detta ock uttryckas sålunda:

$$\eta = 1 - \frac{A_f}{A_t} \dots\dots\dots (6).$$

η kan ock angifvas af förhållandet mellan tvenne krafter. Vore nemligen friktionen försvinnande, blefve $\eta = 1$ och $A_n = A_t$. Maskinen komme i sådant fall att nyttiggöra allt det arbete, som blifvit på honom nedlagdt. Man bör fördenskull kunna säga, att vid en verklig maskin, är det nyttiga arbetet, A_n , = arbetet af en kraft, P_n , mindre än den verkliga erforderliga drifkraften, men flyttad lika lång väg, S , som denne. P_n betecknar påtagligen det gränsvärde, P skulle erhålla, om friktionen vore noll. Således är

$$A_n = P_n S$$

och

$$A_t = PS$$

samt, enligt (5),

$$\eta = \frac{P_n}{P} \dots\dots\dots (7).$$

Då nu, som vi veta, friktionsarbetet i en maskin aldrig kan nedbringas till värdet noll, och då detsamma å andra sidan icke kan uppgå till större belopp, än det totala arbetet, så är, enligt (6), städse

$$0 \leq \eta < 1.$$

I den mån η närmar sig det öfre gränsvärdet 1, är maskinen mera fullkomlig med afseende å arbetets tillgodogörande. Friktions-teorien för maskiner har nu till hufvudsakligt ändamål att angifva villkoren för att η skall nå ett maximum.

Anmärkas må emellertid, att den maskin, som bäst tillgodogör det på honom nedlagda mekaniska arbetet, icke alltid är den i praktiskt hänseende lämpligaste. Praktiken uppställer å sin sida stundom fordringar, som stå i strid mot villkoren för bästa effekt. Så t. ex. fordrar man, att maskinen skall vara prisbillig, taga litet utrymme i anspråk, vara lätt att sköta o. s. v. Dylika fordringar kunna tydligt-vis icke alltid tillfredsställas samtidigt med att högsta effekt ernås.

12. Utvexling. Med utvexling, k , i en maskin förstås förhållandet mellan det nyttiga motståndet, Q , och drifkraften, P_n , eller m. a. o. det inverterade värdet å förhållandet mellan »kraft» och »last», om inga passiva motstånd förekomma. Alltså är

$$k = \frac{Q}{P_n} \dots\dots\dots (8).$$

Utvexlingen angifves vanligen af ett tal större än ett.

13. Samband mellan det nyttiga motståndet och drifkraften i en maskin, hv. s. h. Af (7) följer

$$P_n = \eta P,$$

och af (8)

$$Q = k P_n,$$

samt af dessa två eqv.

$$Q = \eta k P \dots\dots\dots (9).$$

Häraf synes, att vid en maskin, hv. s. h., angifves lasten, eller det nyttiga motståndet, af produkten af verkningsgraden, utvexlingen och drifkraften.

14. Utvexling och verkningsgrad i ett sammansatt maskineri.

Stundom kombineras flera enkla maskiner med hvarandra, till åstadkommande af en mera betydande utvexling. Det gifves dervid ett mycket enkelt samband mellan det sålunda sammansatta maskineriets utvexling och verkningsgrad å ena sidan och motsvarande storheter för de särskilda i kombinationen ingående maskinerna å den andra.

Tänkom oss n stycken maskiner uppsatta efter hvarandra, så att den första åverkas af motorn, den andra af den första, den tredje af den andra o. s. v. i ordning hela raden igenom. Är dervid motorns arbetstryck P och det nyttiga motståndet vid de respektive maskinerna $Q_1, Q_2, Q_3 \dots Q_{n-1}$ och Q , så är, på grund deraf, att krafter städse förekomma två och två, lika och rakt motsatta, $Q_1, Q_2, Q_3 \dots Q_{n-1}$, att anse såsom motoriska krafter å den andra, tredje, fjerde ... och n^{de} maskinen.

Fig. 7 åskådliggör ett fall, i hvilket man kombinerat 4 maskiner med hvarandra, nemligen 1 en handvef med axel och kuggdref, 2 tvenne kugghjul sittande på samma axel, 3 en skruf med på den samma fäst kugghjul och 4 en häfstång med en mutter, uppgängad på nyss nämnda skruf. Den motoriska kraften verkar vid handvefven, lasten deremot vid häfstängen.

Betecknas vidare utvexlingarna och verkningsgraderna för de enskilda maskinerna med $k_1, k_2, k_3 \dots k_n$ och $\eta_1, \eta_2, \eta_3 \dots \eta_n$, så är enligt (9),

$$Q_1 = \eta_1 k_1 P,$$

$$Q_2 = \eta_2 k_2 Q_1,$$

$$Q_3 = \eta_3 k_3 Q_2,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$Q = \eta_n k_n Q_{n-1}.$$

Thopmultipliceras dessa eqvationer, erhålles

$$Q = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_n \cdot k_1 k_2 k_3 \dots k_n P.$$

Betecknar η verkningsgraden och k utvexlingen vid det sammansatta maskineriet, kan man sätta

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_n \dots\dots\dots (10)$$

och

$$k = k_1 k_2 k_3 \dots k_n \dots\dots\dots (11),$$

hvaraf följer

$$Q = \eta k P \dots\dots\dots (12),$$

eller samma enkla uttryck, som gäller en enda maskin.

Af (11) framgår, att utvexlingen kan i hög grad ökas genom

flera maskiners kombineringsgrad med hvarandra; men å andra sidan visar (10), att verkningsgraden dervid hastigt minskas derigenom, att den blir sammansatt af faktorer, alla mindre än ett. Det uppstår sålunda samtidigt en ökad arbetsförlust, och detta gör, att det icke lönar sig att förena synnerligen många maskiner med hvarandra. Bättre är, att i stället genom lämpligt val af dimensionerna öka utvexlingen vid de enskilda maskinerna.

Den generella teori, som i detta kapitel blifvit framställd, finner tillämpning hufvudsakligen vid uppfodringsmaskinerna.

TREDJE KAPITLET.

Tillämpningar å maskindelar m. m.

15. Friktion å lutande plan. Då en kropp hvilar på ett lutande plan, kan, i följd af friktionen, jemvigt ega rum under många förhållanden: planet kan hafva en större eller mindre lutning; kroppen kan, förutom af vigten W och de vid planet verkande krafterna N och F , åverkas af andra, hvilkas storlek och riktning kunna varieras inom ganska vida gränser. Vi skola fördenskull skilja mellan vissa enskilda fall af jemvigt och sedan ingå på frågan om den accelererade rörelsen.

a. Kroppen hvilar fritt på planet; friktionsvinkel. Väljes K , fig. 8, till punktsystem, så är systemet åverkadt af krafterna W , N och F , fig. 9; den senare kraften påtagligen riktad uppåt, emedan vid glatt begränsning rörelse skulle uppstå nedåt. Är planets lutning α , blifva villkoren för jemvigt:

$$\cdot \cdot \parallel F,$$

$$F = W \sin \alpha,$$

$$\cdot \cdot \parallel N,$$

$$N = W \cos \alpha.$$

Dessutom kan, sålänge jemvigt är rådande, villkoret

$$F \leq fN$$

tillfogas. Införes i detta uttryck värdet för F och N ur de två föregående eqv., erhålles lätt

$$\operatorname{tga} \leq f \dots\dots\dots (a).$$

Detta kan sägas vara det egentliga villkoret för jemvigt.

I den mån planets lutning ökas, närmar sig tga alltmer till likhet med f , och då dessa två storheter blifva lika, är tydligtvis gränsen för jemvigten uppnådd. Vid detta tillfälle må planets lutning vara μ . Då är, enligt (a),

$$\operatorname{tg} \mu = f.$$

μ är alltså den vinkel, hvars tangent är = friktionskoefficienten; den kallas friktionsvinkel och angifver den största lutning för planet, som är förenlig med K 's jemvigt.

Vilkoren för jemvigt kunna i öfrigt äfven bestämmas sålunda, att krafterna N och F sammansättas till en resultant T , hvilken med planets normal bildar en viss vinkel ε , fig. 10. I detta fall äro de systemet åverkande krafterna till antalet endast två, nemligen W och T , och villkoret för jemvigt alltså, att dessa skola vara lika och rakt motsatta. T måste följaktligen vara vertikal. Men vinkeln mellan T och N är tydligen = planets lutning mot horisonten; alltså är

$$\varepsilon = \alpha.$$

Då friktionen är fullt utvecklad, blir derföre, med iakttagande af villkoret $\operatorname{tg} \mu = f$,

$$\varepsilon = \mu.$$

Friktionsvinkeln kan fördenskill och definieras såsom vinkeln mellan det sneda trycket, T , och beröringsytans normal, då friktionen är fullt utvecklad.

b. Kroppen drages uppför planet. Är hastigheten konstant, eller m. a. o. accelerationen noll, kunna jemvigtslagarne äfven i detta fall tillämpas. Låt drifkraften betecknas med P och dess lutning med planet uppåt med β . Den fjädrade pilen angifver rörelseriktningen. Väljes K äfven nu till punktsystem, fig. 11, och iakttages att F är riktad nedåt, blifva villkoren för jemvigt:

$$\cdot \parallel F,$$

$$P \cos \beta = F + W \sin \alpha,$$

$$\cdot \parallel N,$$

$$P \sin \beta + N = W \cos \alpha.$$

Vidare är, enligt (1),

$$F = fN.$$

Elimineras N och F ur dessa eqv., erhålles

$$P = W \frac{\sin \alpha + f \cos \alpha}{\cos \beta + f \sin \beta} \dots\dots\dots (13).$$

Införes här $\operatorname{tg} \mu$ i stället för f , får man ock, på grund af kända trigonometriska formler,

$$P = W \frac{\sin (\alpha + \mu)}{\cos (\beta - \mu)} \dots\dots\dots (14).$$

Af (14) framgår, att drifkraften blir ett minimum, om $\beta = \mu$, se fig. 12. Kroppen bör alltså i sådant fall lättas något från planet. Man finner omedelbart

$$P_{\min} = W \sin(\alpha + \mu) \dots \dots \dots (15).$$

Maximivärdet för P erhålles för $\beta = -\left(\frac{\pi}{2} - \mu\right)$ och blifver $= \infty$.

D. v. s., att om drifkraften riktas under vinkeln $\frac{\pi}{2} - \mu$ mot planet, finnes det ingen möjlighet att draga upp kroppen, huru stor nämde kraft än må blifva.

Det för uppfordringen utefter vägen S erforderliga mekaniska arbetet är

$$A = PS \cos \beta,$$

eller, på grund af (14),

$$A = WS \frac{\sin(\alpha + \mu) \cos \beta}{\cos(\beta - \mu)} \dots \dots \dots (16),$$

och drifkraftens gränsvärde, svarande mot $f = 0$, enligt (13),

$$P_n = W \frac{\sin \alpha}{\cos \beta},$$

samt verkningsgraden, enligt (7),

$$\eta = \frac{\sin \alpha \cos(\beta - \mu)}{\sin(\alpha + \mu) \cos \beta} \dots \dots \dots (17).$$

Vill man bestämma det värde för β , som gör μ till ett maximum, har man att derivera funktionen

$$f(\beta) = \frac{\cos(\beta - \mu)}{\cos \beta}.$$

Man finner

$$f'(\beta) = \frac{-\cos \beta \sin(\beta - \mu) + \cos(\beta - \mu) \sin \beta}{\cos^2 \beta} = \frac{\sin \mu}{\cos^2 \beta}.$$

Enär intet värde för β kan göra $f'(\beta) = 0$, finnes intet maximum mellan gränserna. Öfre gränsvärdet

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha,$$

svarande mot vertikal drifkraft, gifver

$$\eta = 1.$$

Enär emellertid samtidigt P blir $= W$, finner man, såsom helt naturligt är, att friktionsarbetet blir minst, om K lyftes från planet. Detta har dock knappast någon praktisk tillämpning. Ju mera kroppen lät-

tas från planet, desto mindre inflytande får friktionen på arbetsutbytet. Om $\beta = \mu$, blir

$$\eta = \frac{\sin a}{\cos \mu \sin (a + \mu)} \dots \dots \dots (18).$$

c. Kroppen färs ned. Vi förutsätta $a > \mu$ och antaga dessutom, att P verkar på samma sätt som i förra fallet. Friktionen är tydligen fullt utvecklad och riktad uppåt, fig. 13. Formlerna (13) och (14) kunna användas äfven i detta fall, om blott förtecknet för f och μ ombytes. Man får derföre

$$P = W \frac{\sin a - f \cos a}{\cos \beta - f \sin \beta} \dots \dots \dots (19)$$

och

$$P = W \frac{\sin (a - \mu)}{\cos (\beta + \mu)} \dots \dots \dots (20).$$

Af den senare framgår, att den motverkande kraften blir ett minimum, om $\beta = -\mu$. Kroppen bör sålunda då af P pressas något *emot* planet; se fig. 14. Ifrågavarande värde blir

$$P_{min} = W \sin (a - \mu) \dots \dots \dots (21).$$

d. Acceleration nedåt. Om, då $a > \mu$, kroppen lägges på planet, glider den ned med en accelererad rörelse, fig. 15. Accelerationen blir

$$a = \frac{R}{M} = \frac{W \sin a - fN}{\left(\frac{W}{g}\right)},$$

eller, emedan

$$N = W \cos a, \\ a = g (\sin a - f \cos a) \dots \dots \dots (22).$$

Emedan a är konstant, blir rörelsen enformigt föränderlig. Hastigheten vid slutet af tiden t får fördenskull värdet

$$V = V_0 + g (\sin a - f \cos a) t \dots \dots \dots (23),$$

om begynnelsehastigheten betecknas med V_0 , och vägen

$$S = V_0 t + \frac{g}{2} (\sin a - f \cos a) t^2 \dots \dots \dots (24).$$

Här betecknar g , som vanligt, tyngdkraftens acceleration.

16. Friktion vid kilen. Vi förutsätta, att trycket, P , å kilhufvudet halfverar kilvinkeln α , fig. 16, och skilja mellan två enskilda fall.

a. Kilen indrifves. Krafterna, som bestämma rörelsen, äro angifna af fig. 17. Villkoret för att förflyttningen skall blifva enformig är,

$\cdot \parallel P,$

$$P = 2N \left(\sin \frac{\alpha}{2} + f \cos \frac{\alpha}{2} \right) \dots \dots \dots (25).$$

Införes $tg\mu$ i stället för f , blir, efter lämplig omskrifning, äfven

$$P = 2N \frac{\sin \left(\frac{\alpha}{2} + \mu \right)}{\cos \mu} \dots \dots \dots (26).$$

Drifkraftens gränsvärde följer häraf, för $\mu = 0$,

$$P_n = 2N \sin \frac{\alpha}{2} \dots \dots \dots (27)$$

och verkningsgraden, enligt (7), (26) och (27),

$$\eta = \frac{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \mu}{\sin \left(\frac{\alpha}{2} + \mu \right)} \dots \dots \dots (28).$$

Denna vexlar sålunda med kilvinkeln. På vanligt sätt ådagaläggas, att intet maximum finnes mellan gränserna. Då nu mot $\alpha = 0$ svarar $\eta = 0$, så växer η med växande värden för α .

b. Kilen utglider. Om hastigheten äfven nu är konstant och om P verkar åt samma håll som i förra fallet, behöfver endast förtecknet för f och μ i (25) och (26) ombytas. Man får då

$$P = 2N \left(\sin \frac{\alpha}{2} - f \cos \frac{\alpha}{2} \right) \dots \dots \dots (29)$$

och

$$P = 2N \frac{\sin \left(\frac{\alpha}{2} - \mu \right)}{\cos \mu} \dots \dots \dots (30).$$

Af (30) framgår, att, om halfva kilvinkeln är större än friktionsvinkeln, drifkraften måste vara riktad emot kilhufvudet, på det att kilen icke skall med accelererad rörelse glida ut. Är deremot $\frac{\alpha}{2} < \mu$, kunna normaltrycken vid kilsidorna icke fullt utveckla friktionen. Kraften P måste för detta ändamål vändas om och erhålla värdet

$$P = 2N \frac{\sin \left(\mu - \frac{\alpha}{2} \right)}{\cos \mu}.$$

På grund häraf kan man säga, att vid en kils indrifning denne loss-

nar efter slaget, om halfva kilvinkeln är större än friktionsvinkeln, men att den sitter fast i motsatt fall.

17. Friktion i kilspår. Då en kropp K släpas under tryck i ett kilspår, uppstår ett betydligt större hinder, än vid rörelse å ett plan. Låt trycket T halfvera kilspårets vinkel β och antag dessutom att T är vinkelrät mot spåret samt att drifkraften P är parallel med detsamma, fig. 18. Krafter å K , förutom T och P , äro normaltrycken N och de två friktionskrafterna fN vid sidorna, fig. 19 och 20. Vid enformig rörelse blifver:

$$\div \parallel P,$$

$$P = 2fN$$

$$\text{och, } \cdot \parallel T,$$

$$T = 2N \sin \frac{\beta}{2}.$$

Elimineras N , erhålles

$$P = \frac{f}{\sin \frac{\beta}{2}} T \dots \dots \dots (31).$$

Vid rörelse å ett plan ($\beta = 180^\circ$) vore $P = fT$. Faktorn $\frac{f}{\sin \frac{\beta}{2}}$ i (31) kallas friktionskoefficient i kilspåret. Den be-

tecknas med f_1 och visar, att motståndet i kilspåret förhåller sig till det å ett plan af i öfrigt samma beskaffenhet såsom 1 till Sinus för halfva kilvinkeln. De förökade trycken vid spårets sidor gifva anledning till det större motståndet.

18. Tappfriktion. Antag, att en axeltapp i hvilatappas mot sin lagerskål med en kraft P , hvilken motverkas af skålens tryck N mot tappen. Vore nu tapp och lager begränsade af fullkomligt glatta ytor och anbringades på axeln ett kraftpar M , fig. 21, så uppstode en accelererad rotationsrörelse, under hvilken tappen komme att ständigt ligga an på samma ställe a i skålen. Någon förflyttning af tappens midtpunkt uppkomme icke, ty ett kraftpar åstadkommer ju icke någon parallellacceleration. Till följd af friktionen F mellan skålen och tappen, blifver under igångsättningsperioden i verkligheten den senares rörelse sammansatt af rotation och translation. Då M anbringas, uppkommer nemligen samtidigt tangentialkraften F vid tappen. M ensamt för sig ger axeln rotation, under det att F ensamt åstadkommer translation och båda tillsammans alltså en rullning af tap-

pen i lagret. Rullningen fortgår ända till dess att friktionen blir fullt utvecklad, men ej längre. Derefter fortgår rotationen under det att tappen berör ett och samma rätliniga element af skålens yta.

Under det att tappen på nyss beskrifvet sätt rullar upp i lagret, ändras såväl normaltrycket som friktionskraften till både storlek och riktning. Vid igångsättningsperiodens slut är omloppstalet n pr minut konstant och rörelsen alltså enformig. M motverkas då af ett kraftpar, bildadt å ena sidan af tapptrycket P och å den andra af resultanten T till N och F , fig. 22. T bildar med normalen genom b vinkeln μ . Afståndet mellan P och T är, enligt figuren, $r \sin \mu$, der r betecknar tappradien. Här af följer

$$M = Pr \sin \mu \dots \dots \dots (32).$$

Rullningen under igångsättningen mätes af bågen $ab = r\mu$, om μ i detta fall betecknar en båglängd i enhetscirkeln.

Friktionseffekten är

$$E_f = Fv = P \sin \mu \frac{2\pi rn}{60}.$$

Enär $Pr \sin \mu$ är friktionskraftens moment i afseende å rotationsaxeln och $\frac{n\pi}{30}$ är = vinkelhastigheten, ω , så är ock

$$E_f = M\omega \dots \dots \dots (33).$$

Motsvarande antal hästkrafter är

$$N_f = \frac{E_f}{75} = Pr \sin \mu \frac{n\pi}{2250} \dots \dots \dots (34),$$

om r uttryckes i meter.

19. Tappfriktion i orund lagerskål. Om tappen ligger an emot två rätliniga element af skålens yta, uppkommer ett väsentligen ökad motstånd. Antag, att tapptrycket P halfverar vinkeln β mellan de tangerande planen till tappens beröringsställan med skålen och att de sneda trycken derstädes äro T och T_1 , fig. 23. Resultanten R till sist nämnda tryck måste med P bilda ett kraftpar, motverkande det drifvande paret M , ty eljes vore en enformig rotation för tappen omöjlig. Följaktligen är

$$R = P,$$

hvarjemte dessa krafter äfven äro parallela. Vidare är, emedan resultantens moment är = summan af komponenternas,

$$M = Tr \sin \mu + T_1 r \sin \mu.$$

Vinklarne mellan krafterna angifvas af fig. 24. Af densamma följer, om sinusteoremet användes,

$$\frac{T}{P} = \frac{\cos\left(\frac{\beta}{2} - \mu\right)}{\sin\beta}$$

och

$$\frac{T_1}{P} = \frac{\cos\left(\frac{\beta}{2} + \mu\right)}{\sin\beta}.$$

Insätts de här af bestämda värdena för T och T_1 i momenteqvationen, erhålles, efter lämplig transformation,

$$M = \frac{Pr \sin \mu \cos \mu}{\sin \frac{\beta}{2}} \dots\dots\dots (35).$$

$\cos \mu$ är vanligen så stor, att den kan sättas $= 1$. Jemföras under sådana omständigheter (32) och (35), finner man, att motståndet i det orunda lagret ökas på samma sätt som i kilspåret, 17. Detta förklarar tillräckligt den jemförelsevis betydande friktionen uti nya lager, hvilka vanligen ej passa fullt exakt mot tapparne. Efter något begagnande med åtföljande afnötning närma sig beröringsytorna hvarandra, kilvinkeln β mellan de tangerande planen ökas och friktionen minskas.

Stundom orsakas varm gång i lagret derigenom, att skålen endera har för tunnt gods eller ock ej är tillräckligt understödd vid midten. Tapptrycket kan då föranleda en permanent formförändring vid skålen, så att denne kommer att klämma emot tappens sidor.

20. Dubbfriktion. Vi vilja grunda beräkningen af det för rörelsens underhållande nödvändiga kraftparet på den förutsättningen, att dubben är så pass afnött, att tryckfördelningen vid densamma icke ändras under gången. För att detta vilkor skall kunna anses uppfyllt, fordras tydligtvis, att afnötningen pr ytenhet af dubben är konstant. Denna afnötning växer vid ett dubbelement, hv. s. h., uppenbarligen med friktionskraften dF , men icke allenast med denna, utan äfven och i lika grad med hastigheten v_x , hvarmed det ifrågavarande elementet roterar; ty i samma mån hastigheten ökas, komma partiklarne vid dubbytan att träffas af ett större antal ojemnheter i underlaget. Afnötningen på afståndet x från axeln bör fördenskull kunna anses proportionel mot friktionseffekten $dF v_x$.

Vi tänka oss dubben alstrad af en plan kontinuerlig kroklinie, hvars eqvation i axelsystemet XOY , fig. 25, är

$$y = f(x),$$

samt beteckna radierna till de yttre och inre begränsningarna af den verksamma dubbytan med R och r respektive.

Vid ett ringformigt element med radie x är det elementära friktionsmomentet i afseende å rotationsaxeln

$$dM = f dN x,$$

om dN betecknar det elementära normaltrycket. Betecknar vidare p_x trycket pr ytenhet på afståndet x från axeln och dA ytelementets storlek, så är

$$dN = p_x dA$$

och alltså

$$dM = f p_x dA x$$

samt totala friktionsmomentet

$$M = \int dM = f \int p_x dA x \dots\dots\dots (a).$$

För integralens reduktion är det nödvändigt att känna lagen för ändringen af p_x . Denna erhålles på grund af den ofvan gjorda förutsättningen.

Friktionseffekten vid ytelementet dA är nemligen

$$dE = dF v_x = f dN \frac{2\pi x n}{60} = f \frac{\pi n}{30} p_x dA x,$$

och för ytan ett på afståndet x från axeln

$$\frac{dE}{dA} = f \frac{\pi n}{30} p_x x.$$

Då nu, såsom ofvan är påpekadt, friktionseffekten och afnötningen kunna anses proportionela och då den senare bör vara oberoende af x , om tryckfördelningen icke skall ändras, måste ock

$$p_x x = \text{konst.} = k.$$

Insättes detta i (a), blifver

$$M = f k A \dots\dots\dots (b),$$

der A betecknar dubbens verksamma yta.

För bestämning af k har man,

$$\cdot \parallel P,$$

$$P = \int dN \cos \alpha = \int p_x dA \cos \alpha,$$

om med α förstås vinkeln mellan dN och rotationsaxeln. Produkten

$dA \cos \alpha$ är tydligen ingenting annat än det ringformiga ytelementets projektion på ett mot rotationsaxeln vinkelrätt plan, hvaraf följer

$$dA \cos \alpha = 2\pi x dx,$$

och vidare

$$P = 2\pi f p_x x dx = 2\pi k \int_r^R dx = 2\pi k(R - r),$$

eller

$$k = \frac{P}{2\pi(R - r)}.$$

Insättes det nu funna värdet för k i (b), erhålles

$$M = \frac{fPA}{2\pi(R - r)} \dots\dots\dots (36).$$

Friktionseffekten är $= M \frac{n\pi}{30}$.

Vi öfvergå nu till några i praktiskt hänseende viktiga enskilda fall.

a. Plan dubb, fig. 26. Vid denna är

$$A = \pi(R^2 - r^2)$$

och följaktligen

$$M = fP \frac{R + r}{2} \dots\dots\dots (37).$$

Friktionskraften kan således i detta fall tänkas koncentrerad å en smal ring, midt emellan den verksamma dubbytans yttre och inre begränsningar. För $r = 0$, blifver

$$M = fP \frac{R}{2} \dots\dots\dots (38).$$

b. Kamtapp. Då, såsom fallet är vid propelleraxlar å fartyg, dubbtrycket är mycket betydande, är det nödvändigt att göra bruk af en temligen stor tryckyta, på det att afnötningen icke må blifva för stor och lagret ej må »gå varmt». Erfarenheten visar, att om trycket ej öfverstiger 0,25 å 0,5 kg pr qv.-mm, undanrödjes faran för alltför stark upphettning af lagret. Att i sådant fall göra bruk af en ringformig dubb enligt fig. 27, vore icke lämpligt, dels emedan friktionsmomentet, hvilket enligt (37) är proportionellt mot summan $R + r$, blefve mycket stort och dels derföre, att det skulle möta svårigheter att bereda tillräckligt utrymme i akterskeppet för ett sådant lager. Dessa olägenheter undvikas vid de s. k. kamtapparne, fig. 28,

hvilka bestå af ett större antal vid axeln fastsmidda ringar, slätsvarfvade och slipade samt noga inpassade i tvenne lagerskålar af motsvarande form.

Friktionsmomentet vid första ringen är, enligt (37),

$$M_1 = fP_1 \frac{R+r}{2};$$

vid den andra

$$M_2 = fP_2 \frac{R+r}{2};$$

vid den tredje

$$M_3 = fP_3 \frac{R+r}{2};$$

o. s. v., och vid hela lagret

$$\begin{aligned} M &= M_1 + M_2 + M_3 + \dots \\ &= f(P_1 + P_2 + P_3 + \dots) \frac{R+r}{2}, \end{aligned}$$

der P_1 , P_2 , P_3 ... beteckna trycken vid första, andra, tredje ... ringen.

Men nu är hela axeltrycket

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots,$$

alltså

$$M = fP \frac{R+r}{2} \dots\dots\dots (39),$$

oberoende af ringarnes antal.

Genom att förse axeln med många ringar, kan tillräckligt stor afnötningssyta erhållas utan att friktionsarbetet derigenom ökas.

c. Konisk dubb, fig 29. Här är

$$A = l\pi(R+r)$$

och

$$l = \frac{R-r}{\sin \frac{\beta}{2}},$$

hvaraf följer

$$M = \frac{f}{\sin \frac{\beta}{2}} P \frac{R+r}{2} \dots\dots\dots (40).$$

Enär motståndet i detta fall ökas alldeles så, som i kilspåret, passa de

koniska dubbarne, isynnerhet om de äro mycket spetsiga, icke till upptagande af stora tryck.

Anm. Vid nya dubbar kan den ofvan gjorda förutsättningen i allmänhet icke anses uppfylld. Friktionsmotståndet blir då vida större; tillskottet kan uppgå till 50 à 100 % och t. o. m. derutöfver. Det är svårt att anställa noggranna beräkningar öfver friktionen i sådana fall, emedan tryckfördelningen icke är känd. Dubb och lager nötas emellertid snart nog tillsammans, så att de passa väl emot hvarandra, hvarefter de härledda formlerna kunna tillämpas.

21. Glidningshinder vid fullkomligt böjliga linor och remmar.

Låt en fullkomligt böjlig, vigtlös lina vara upplagd på en kontinuerligt afrundad kropp K , fig. 30; låt linan spännas å ena sidan af lasten Q och å den andra af dragkraften P och låt vidare vinkeln mellan normalerna AC och BC till de yttersta beröringselementen mellan linan och K bilda vinkeln α med hvarandra. Jemvigt för linan är möjlig vid värden för P , liggande mellan två ganska vidt skilda gränser, svarande mot fullt utvecklad friktion åt ena eller andra hållet. I det ena gränsfallet må Q uppfordras och i det andra nedfiras.

a. Uppfordring. Till punktsystem välja vi en liten del DE af linan, begränsad af tvenne normalsnitt, det ena under vinkeln φ och det andra under vinkeln $\varphi + d\varphi$ mot AC . De krafter, som åverka detta system, äro påkänningarna T och $T + dT$ i snitten, normaltrycket dN och friktionskraften $f dN$, fig. 31. Villkor för enformig rörelse äro,

$$\div \perp N,$$

$$T + dT = T + f dN,$$

eller

$$dT = f dN \dots\dots\dots (a)$$

och, $\cdot \parallel N$,

$$dN = (T + T + dT) \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{d\varphi}{2} \right),$$

eller, efter försummande af en oändligt liten term af andra ordningen samt med iakttagande att

$$\sin \frac{d\varphi}{2} = \frac{d\varphi}{2},$$

om $d\varphi$ betecknar en båglängd i enhetscirkeln,

$$dN = Td\varphi \dots\dots\dots (b).$$

Elimineras dN ur (a) och (b), erhålles

$$dT = fTd\varphi,$$

hvaraf följer

$$\frac{dT}{T} = fd\varphi \quad .$$

och vidare

$$\int \frac{dT}{T} = f d\varphi$$

d. ä.

$$lT = f\varphi + lC,$$

der C betecknar en konstant. Sammandragas de två logaritmnerna till en, blifver

$$l\frac{T}{C} = f\varphi$$

och följaktligen

$$\frac{T}{C} = e^{f\varphi},$$

om e som vanligt betecknar basen i det naturliga logaritmsystemet. För bestämning af C bör iakttagas, att då $\varphi = 0$, är $T = Q$, alltså

$$\frac{Q}{C} = e^0 = 1,$$

eller

$$C = Q.$$

Påkänningen i linan är i följd häraf

$$T = Q \cdot e^{f\varphi}.$$

Sambandet mellan P och Q erhålles deraf, att, för $\varphi = a$, T är = P ; således är ock

$$P = Q \cdot e^{fa} \dots\dots\dots (41).$$

Erinras bör, att a såväl som φ betecknar en båglängd i enhetscirkeln.

Faktorn e^{fa} är alltid > 1 och växer mycket hastigt med a ; P är fördenskull vanligen mycket större än Q och motståndet vid uppfordringen blifver i följd häraf högst anseeligt.

b. Nedfirning. Genom teckenombyte för f i (41) erhålles genast den motverkande kraftens storlek

$$P = \frac{Q}{e^{fa}} \dots\dots\dots (42).$$

I detta fall är P mindre än Q och kan i sjelfva verket genom ökning af α nedbringas till huru litet belopp som helst. Detta kan man hafva stor nytta af vid lasters nedsänkning.

22. Bromsinrättningar. Den senast härledda formeln kan läggas till grund för teorien beträffande bromsinrättningar vid en del uppfordringsmaskiner. Vi skola här genomgå ett par enskilda fall.

a. Enkel bandbroms, fig. 32. Denna begagnas vid det vanliga vindspelet och består af en vid omkretsen slätsvarfvad på linkorgaxeln fastkilad skifva, S , omkring hvilken skifva ett stålband är slaget, fäst å ena sidan vid A i fundamentet till spelet och å den andra vid B förbundet med en häfstång, BCD , samt hindrad att glida från skifvan af vid dennas omkrets framspringande kanter. Fig. 33 visar band och en del af skifvan i sektion. Häfstången är vridbar omkring en i fundamentet fäst bult vid C . Då häfstångens yttre ända D upplyftes, pressas bandet mot skifvan och utvecklar friktion vid dennas omkrets. Den fjädrade pilen må angifva riktningen för den rörelse, som skall hämmas. Denna rörelseriktning är här vald så, att friktionskraften bidrager till att åtdraga bandet.

Låt R beteckna bromsskifvans radie och r linkorgens, a och b den längre och den kortare armen vid häfstången, x och y påkänningarna i bandet å ömse sidor om bromsskifvan, Q lasten, som skall bromsas, och P den för bromsningen erforderliga kraften å stången.

Väljas häfstången och en bit af bandet till första system, fig. 34, blifver villkoret för jemvigt,

$$\odot C,$$

$$Pa = xb \dots\dots\dots (\alpha).$$

Tagas sedan linkorgen, kettingen, bromsskifvan och bromsbandet, det senare begränsadt af tvärsnitt å ömse sidor om skifvan, till andra system, fig. 35, så erhålles ännu en jemvigtseqvation, nemligen,

$$\odot O,$$

$$xR + Qr = yR \dots\dots\dots (\beta).$$

Eqv. (42) är visserligen härledd under förutsättning, att en fullkomligt böjlig lina vore använd för den i **21**_b omtalade lastens nedfirande, men samma eqv. kan icke desto mindre tillämpas äfven här, oaktadt räkningen gäller ett band af stål med en jemförelsevis obetydlig böjlighet. Ty detta senare, som är väl passadt efter skifvans omkrets och som icke undergår annan formförändring än den, som

är en följd af nötningen och elasticiteten, förhåller sig i afseende å friktionen på alldeles samma sätt, som om det vore fullt böjligt, och det är tydligen här tillräckligt. Med iakttagande att $x < y$, blir derföre

$$x = \frac{y}{e^{fa}} \dots\dots\dots (\gamma).$$

Elimineras x och y ur (α) , (β) och (γ) , får man

$$P = \frac{r}{R} \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{Q}{e^{fa} - 1} \dots\dots\dots (43).$$

Finge skifvan deremot rotera i en riktning motsatt den antagna, blefve, som man lätt finner, den erforderliga kraften

$$P = \frac{r}{R} \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{e^{fa}}{e^{fa} - 1} \cdot Q \dots\dots\dots (44),$$

ett värde, som är betydligt större än det förra.

b. Differentialbandbroms. Denna skiljer sig från den föregående bromsinrättningen endast derigenom, att bandets båda ändrar äro fastgjorda vid häfstången, men på olika afstånd från och på ömse sidor om dennes vridningsaxel, fig. 36.

Vi använda samma beteckningar som i föregående fall och dessutom beteckningen c för afståndet mellan bandets andra fästpunkt E och häfstångens vridningsaxel C . De tre eqv. (α) , (β) och (γ) ersätas nu af följande

$$Pa + xc = yb,$$

$$Qr + yR = xR$$

och

$$x = y \cdot e^{fa}.$$

Häraf erhålles

$$P = \frac{r}{R} \cdot \frac{b - c \cdot e^{fa}}{a(e^{fa} - 1)} \cdot Q \dots\dots\dots (45).$$

För att P skall vara positiv, måste $b > c \cdot e^{fa}$. Är detta villkor icke uppfyllt, behöfver friktionen icke tagas till fullo i anspråk vid bromsningen. Detta är emellertid alls icke någon fördel, ty så snart häfstången blifvit höjd tillräckligt, för att skifvan skall kunna fatta bandet, klämmas skifvan fast. Bandet måste sålunda ånyo lösgöras, och nedfirningen försiggår ryckvis, hvilket kan föranleda olägenheter af flera slag.

23. Rem- och linskifvor. Då ett mekaniskt arbete skall fortledas från en maskinaxel till en annan, belägen på sådant afstånd från den förra, att kugghjul icke kunna komma till användning, betjenar man sig oftast af en rem eller en lina, den senare af jern eller ståltråd, till arbetets fortledande. Remmen eller linan upplägges på en skifva af jern å hvardera axeln, fig. 37, spännes på ett eller annat sätt, så att rörelsen kan öfverföras med hjälp af friktionen, å ena sidan från drifskifvan till remmen och å den andra från denne till lastskifvan. Drifskifvan sitter tydligtvis på den axel, från hvilken arbetet fortledes, och lastskifvan på den andra. Remskifvorna hafva rembanan slätsvarfvad och något kullrig. Remmen hålles nemligen bättre qvar å kullrig än å en cylindrisk bana. Vid linskifvorna tillgodogör man sig i någon om än ringa mån det ökade motståndet i kilspåret, i det man gifver linbanan å hjulet en något urhålkad sektion, fig. 38.

Vi vilja bestämma villkoren för öfverförandet af N hästkrafter från drifskifvan till remmen och förutsätta, dels att remmen ej är hårdare spänd, än att hela friktionskraften vid hjulomkretsen måste tagas till fullo i anspråk, och dels att remmens vikt kan försummas. Vi kunna tänka oss arbetet öfverfördt till drifhjulet af en kraft P på afståndet r från detta hjuls axel, fig. 39. P kan framkallas af en ångmaskin, ett vattenhjul eller dylikt. Låt vidare T beteckna påkänningen i den dragande remparten och T_1 påkänningen i den återstående samt R skifvans radie och n antalet omlopp pr minut. Fig. 39 angifver de krafter, som skola i räkningen införas.

Vilkor för enförmig rörelse är,

$$\odot O,$$

$$Pr + T_1 R = TR.$$

Vidare är, om remmen kan anses fullt böjlig, enligt (41),

$$T = T_1 \cdot e^{f\alpha}.$$

Dessa två eqv. bestämma T och T_1 . Man finner

$$T = \frac{Pr}{R} \cdot \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1}$$

och

$$T_1 = \frac{Pr}{R} \cdot \frac{1}{e^{f\alpha} - 1}.$$

Enligt lagarne för det mekaniska arbetet är vidare vid ett rotterande hjul i allmänhet

$$N \cdot 75 = P \frac{2\pi r n}{60} \dots\dots\dots (46).$$

Införes det af (46) bestämda värdet för produkten Pr i de två föregående eqvationerna, erhållas

$$T = \frac{2\,250\,N}{\pi Rn} \cdot \frac{e^{fa}}{e^{fa} - 1} \dots\dots\dots (47).$$

och

$$T_1 = \frac{2\,250\,N}{\pi Rn} \cdot \frac{1}{e^{fa} - 1} \dots\dots\dots (48).$$

Då hjulen stå stilla, är påkänningen i båda remparterna tillnärmelsevis

$$\frac{T + T_1}{2} = \frac{1\,125\,N}{\pi Rn} \cdot \frac{e^{fa} + 1}{e^{fa} - 1} \dots\dots\dots (49).$$

Spännes remmen med detta belopp, blifver friktionen mellan rem och skifva fullt utvecklad under gången. Någon säkerhet emot glidning eller »slirning» förefinnes då icke. För att förekomma slirning, måste remmen följaktligen spännas hårdare.

Formlerna (46), (47) och (48) kunna äfven användas för beräkning beträffande arbetets öfverförande från remmen till lastskifvan; man behöfver dervid endast utbyta de till drifskifvan hörande storheterna R och n emot motsvarande för lastskifvan.

24. Styfhetsmotstånd i kettingar, linor och remmar. Då en ketting, lina eller rem uppvindas på eller afvecklas från en vals eller en rund skifva, uppkommer alltid en förlust i arbete, på grund af den ofullkomliga böjligheten eller det s. k. styfhetsmotståndet hos maskindelen i fråga. Vid kettingar orsakas denna förlust deraf, att då en ny länk upplägges på skifvan, måste den vridas omkring den närmast föregående, och då en länk afvecklas, vrides denne omkring den närmast efterföljande; härvid tager friktionen en del arbete i anspråk. Hos hamplinor och remmar uppstår vid böjningen uteder skifvan en formförändring, kräfvande ett visst arbete, och vid afvecklingen fordras ock ett arbete för remmens eller linans uträtande, ty vanligen är den först nämnda formförändringen så stor, att elasticitetsgränsen för den i öfrigt föga elastiska kroppen överskrides. Uti linorna glida dessutom de snodda delarne något emot hvarandra, och då denna glidning försiggår i kilformiga spår, blir motståndet jemförelsevis betydande.

Funnes icke det omnämnda styfhetsmotståndet, skulle vid uppföring af en tyngd Q och vid vertikal drifkraft P de nedhängande delarne af linan, remmen eller kettingen vara fullkomligt raka från den

horisontala skifdiameterens båda ändpunkter samt häfarmsne för P och Q vara sinsemellan lika och $= R$, fig. 40. I verkligheten måste emellertid Q 's häfarm blifva större och P 's mindre än R , ty eljes erhöles icke de för böjningen å ena sidan och uträtningen å den andra erforderliga kraftmomenten Qq och Pp ; se fig. 41.

I stället att vid tillämpningarna införa p och q , brukar man tänka sig den böjliga maskindelen utgå rak ifrån skifvan, alldeles så som om intet motstånd finnes, och samtidigt en tangentialkraft S — det reducerade styfhetsmotståndet — verkande vid skifvans omkrets och i en riktning motsatt rörelsen. Detta öfverensstämmer med identiteten

$$PR = QR + (P - Q)R,$$

eller

$$PR = QR + SR,$$

der

$$S = P - Q.$$

Enär det tänkta motståndet S i sjelfva verket skall ersätta ändringarna p och q i häfarmsne för P och Q i afseende å skifvans axel, bör detsamma införas endast i momenteqvationen i afseende på denna axel, men alls icke ingå i den eller de projektionseqvationer, som i öfrigt kunna vara för jemvigtens bestämmande erforderliga.

a. Kettingar. Fig. 42 må föreställa den ketting med tillhörande skifva, med hvars tillhjälp lasten Q skall uppfordras. Länklängden må vara l och R afståndet från axeln till länkarne inbördes tangeringspunkter, ρ krökningsradien till den länksdel, hvari glidningen eger rum, α medelpunktsvinkeln, svarande emot längden af en länk, och f_1 friktionskoeff. i länkarne.

Utgående från (3) och med iakttagande att, för den tid, under hvilken lasten höjes stycket l ,

$$A_t = Pl,$$

$$A_n = Ql$$

och

$$A_f = f_1 P \rho \alpha + f_1 Q \rho \alpha,$$

erhålles

$$Pl = Ql + f_1 P \rho \alpha + f_1 Q \rho \alpha.$$

Nu är, enligt fig.,

$$l = 2R \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Häraf följer

$$\frac{P - Q}{Q} = \frac{2f_1 \rho a}{2R \sin \frac{a}{2} - f_1 \rho a}.$$

Termen $f_1 \rho a$ i nämnaren är i vanliga fall ganska liten vid sidan af $2R \sin \frac{a}{2}$. Om den försummas, blir

$$\frac{S}{Q} = 2f_1 \frac{\rho}{R} \frac{\left(\frac{a}{2}\right)}{\sin \frac{a}{2}}.$$

Vid korta länkar kan $\frac{\left(\frac{a}{2}\right)}{\sin \frac{a}{2}}$ sättas tillnärmelsevis = 1

och

$$\frac{S}{Q} = 2f_1 \frac{\rho}{R} \dots\dots\dots (50).$$

Detta är den formel, som vanligen användes vid uppskattning af kettin-
gars styfhetsmotstånd. Friktionskoeff. f_1 kan sättas = 0,2 för osmorda
ketteringar.

b. Hamplinor. Att genom räkning söka uppskatta styfhets-
motståndet i detta fall är förenadt med vanskligheter. Direkta försök
hafva deremot visat, att detsamma kan sättas

$$S = k \frac{d^2}{R} (P + Q) \dots\dots\dots (51),$$

der k är en konstant, beroende af linans beskaffenhet, och d betecknar
lindiametern; i öfrigt hafva tecknen samma betydelse som i föregå-
ende fall. k kan sättas = 0,009, om d och R uttryckas i millimeter.

c. Remmar. Genom försök har man för läderremmar funnit

$$S = k \frac{\delta^2}{R} (P + Q) \dots\dots\dots (52),$$

der δ betecknar remmens tjocklek. k kan antagas = 0,015 för milli-
metermått.

25. Friktion vid kugghjul. Då ett mekaniskt arbete med hjälp
af ett par kugghjul öfverföres från en maskinaxel till en annan, upp-
står en arbetsförlust i följd af friktionen vid kuggarne. Denna förlust

är till en del beroende af kuggarnes form; en noggrann beräkning af densamma är för den skull något komplicerad och gagnar för öfrigt föga i praktiskt hänseende. Man betjenar sig af detta skäl vanligen af approximations-formler, hvilka äro för de flesta behof tillräckligt noggranna.

I afseende å kuggformen vilja vi endast erinra derom, att denna bör vara sådan, att under gången en cirkel — delningscirkeln — i det ena hjulet kommer att rulla utan glida på motsvarande cirkel i det andra; vidare, att delningen, eller afståndet mellan två närbelägna kuggars midtpunkter, räknadt uteder delningscirkeln's omkrets, skall vara densamma i det ena hjulet som i det andra, och slutligen att ett nytt kuggpar ingriper innan det näst föregående släppt sitt ingrepp.

För att det förstnämnda villkoret skall vara uppfyllt fordras, enligt den geometriska rörelseläran, att den gemensamma normalen till de två kuggprofilerna vid ingreppsstället skall gå genom delningscirkeln's tangeringspunkt.

a. Cylindriska hjul. Låt A och B , fig. 43, vara tvenne cylindriska kugghjul med radier R och r till delningscirkeln; låt ingreppet ske vid C och delningscirkeln's tangenter hvarandra vid D . CD skall då vara vinkelrät emot kuggprofilen i C . Drag OE vinkelrät mot CD och låt vinkeln EOD vara φ . Lasthjulet B anbringar på drifhjulet dels ett normaltryck N och dels en tangentialkraft fN mot en kugg vid C , tillhörande det senare hjulet. Drifhjulet åverkas i öfrigt af en eller flera drifvande krafter, hvilka i hvarje fall kunna representeras af en i detsamma's delningscirkel anbringad tangentialkraft P .

Vilkoret för enformig rörelse hos A blir då

$$PR = NR \cos \varphi + fN[R \sin \varphi + CD].$$

Med iakttagande, att lasthjulet B vid C åverkas af krafter lika och rakt motsatta de i räkningen nyss införda N och fN , och att det nyttiga motståndet Q kan tänkas anbringadt i delningscirkeln till B , blifver vidare

$$Qr = Nr \cos \varphi + fN[r \sin \varphi - CD].$$

Af de två nu erhållna eqvationerna följer

$$\frac{P - Q}{Q} = \frac{fCD \left[\frac{1}{R} + \frac{1}{r} \right]}{\cos \varphi + f \sin \varphi - f \frac{CD}{r}}.$$

Den för rörelsen nödvändiga öfverkraften, $P - Q$, hvilken är en följd af friktionen mellan kuggarna, är, som vi se, beroende af läget af ingreppsstället C i förhållande till D . Nämnaren i det nyss funna uttrycket afviker emellertid så litet ifrån ett, att man utan nämnvärdt fel kan sätta

$$\frac{P - Q}{Q} = fCD \left[\frac{1}{R} + \frac{1}{r} \right].$$

Såsom ett medelvärde för variabeln CD kan man antaga, tillnärmelsevis,

$$CD = \frac{t}{2},$$

der t betecknar delningen.

Betecknas vidare kuggantalen i hjulen med K och k , så är

$$t = \frac{2\pi R}{K} = \frac{2\pi r}{k}.$$

Af de tre senaste eqv. följer

$$\frac{P - Q}{Q} = f\pi \left(\frac{1}{K} + \frac{1}{k} \right) \dots\dots\dots (53).$$

Denna eqv. visar, att öfverkraften minskas hastigt, om kuggantalet ökas. För osmorda hjul af gjutjern kan f sättas $= 0,2$ à $0,25$; för smorda $= 0,15$.

b. Koniska hjul. Den nyss härledda formeln kommer äfven till användning vid beräkning beträffande koniska hjul. Man har likväl då att i stället för de verkliga kuggantalen införa kuggantalen i ett par cylindriska hjul, hvilkas delningscirkelars radier äro $=$ generatrierna O_1A och O_2A till de s. k. komplementkonerna och i hvilka hjul kuggarne hafva samma profil som i de koniska.

Låt, i öfverensstämmelse med fig. 44, K , k , R och r vara kuggantal och radier till de koniska hjulen samt K_1 , k_1 , R_1 och r_1 motsvarande storheter i de vid komplementkonernas utveckling erhållna cylindriska hjulen. Då är

$$\frac{P - Q}{Q} = f\pi \left[\frac{1}{K_1} - \frac{1}{k_1} \right].$$

Kuggantalen förhålla sig såsom radierna, emedan delningarna äro lika; alltså är

$$\frac{K_1}{K} = \frac{R_1}{R}$$

och

$$\frac{k}{k_1} = \frac{r}{r_1}.$$

Af fig. följer dessutom

$$R = R_1 \cos \beta \text{ och } r = r_1 \cos \gamma,$$

der β och γ beteckna halfva toppvinklarna i rullningskonerna. På grund af det nu anförda får man

$$\frac{P-Q}{Q} = f\pi \left(\frac{\cos \beta}{K} + \frac{\cos \gamma}{k} \right) \dots\dots\dots (a).$$

I stället för β och γ , kan axelvinkeln α införas. Man har nemligen, enligt figuren,

$$\alpha = \beta + \gamma,$$

$$\sin \beta = \frac{R}{OA}$$

och

$$\sin \gamma = \frac{r}{OA}.$$

Genom division af de två sista eqvationerna erhålles

$$\frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{R}{r},$$

eller

$$\frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{K}{k},$$

d. ä.

$$\frac{\sin \beta}{K} - \frac{\sin \gamma}{k} = 0.$$

Qvaderas detta, blifver

$$\frac{\sin^2 \beta}{K^2} + \frac{\sin^2 \gamma}{k^2} - 2 \frac{\sin \beta \sin \gamma}{Kk} = 0 \dots\dots\dots (b).$$

Sättes sedan uttrycket inom parentes i (a) = μ och qvadreras, får man vidare

$$\frac{\cos^2 \beta}{K^2} + \frac{\cos^2 \gamma}{k^2} + 2 \frac{\cos \beta \cos \gamma}{Kk} = \mu^2 \dots\dots\dots (c).$$

Adderas (b) och (c), erhålles

$$\frac{\sin^2 \beta + \cos^2 \beta}{K^2} + \frac{\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma}{k^2} + \frac{2}{Kk} [\cos \beta \cos \gamma - \sin \gamma \sin \beta] = \mu^2,$$

eller

$$\frac{1}{K^2} + \frac{1}{k^2} + \frac{2 \cos \alpha}{Kk} = \mu^2,$$

samt slutligen genom insättning af värdet på μ härur i (a):

$$\frac{P - Q}{Q} = f\pi \sqrt{\frac{1}{K^2} + \frac{1}{k^2} + \frac{2 \cos \alpha}{Kk}} \dots\dots\dots (54).$$

Af denna eqv. synes, att för $\alpha = 0$ (cylindriska hjul med yttre ingripning) motståndet blifver ett maximum, nemligen

$$f\pi \left(\frac{1}{K} + \frac{1}{k} \right) Q,$$

och att för $\alpha = \pi$ (cylindriska hjul med inre ingrepp) det nedgår till ett minimum:

$$f\pi \left(\frac{1}{K} - \frac{1}{k} \right) Q.$$

Detta beror tydligen på olikheterna i friktionsvägens längd.

26. Friktion vid skrufven. Vi vilja förutsätta, att en plattgångad skruf, fig. 45, har att uppbära en last, Q , verkande parallelt med skrufspindelns riktning, men ej nödvändigtvis sammanfallande med dess kärnlinie, och att Q motverkas af dels trycken från skrufmuttern och dels ett kraftpar, PH , vid skruvhufvudet. Tvenne enskilda fall äro af särskilt intresse:

a. Lasten höjes. Den vid skrufspindeln verkande friktionskraften är i detta fall riktad nedåt. Tänkes gängen i muttern utvecklade i plan, blir dess öfre begränsning rätlinig. De från denna begränsning utgående, på skruvgängans undre sida anbringade sneda trycken, T , ligga tydligtvis under normalen och bilda friktionsvinkeln, μ , med denne; se fig. 46.

Vilkoren för jemvigt äro, om α betecknar medelvärdet af skruvgängans stigningsvinkel och r dess medelradie,

$$\cdot \parallel Q,$$

$$Q = \Sigma T \cos(\alpha + \mu)$$

och, $\odot AB$,

$$PH = \Sigma T \sin(\alpha + \mu) r.$$

Häraf följer

$$\frac{P}{Q} = \frac{r}{H} \cdot \frac{\sin(\alpha + \mu)}{\cos(\alpha + \mu)} \cdot \frac{\Sigma T}{\Sigma T},$$

eller

$$\frac{P}{Q} = \frac{r}{H} \cdot \operatorname{tg}(a + \mu) \dots\dots\dots (55).$$

Anmärkas må, att förhållandet $\frac{P}{Q}$ är oberoende af afståndet mellan Q 's verkningslinie och skrufspindelns kärnlinie.

Verkningsgraden erhålles, enligt (7), med iakttagande, att gränsvärdet för sidokraften i det vid skruvhufvudet verkande kraftparet är

$$P_n = \frac{r}{H} \operatorname{tg} a \cdot Q.$$

Man finner

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} a}{\operatorname{tg}(a + \mu)} \dots\dots\dots (56).$$

Vid bestämningen af den med afseende å arbetsomsättningen lämpligaste stigningsvinkeln, har man till en början att bilda derivatan af η i afseende å a . På vanligt sätt erhålles

$$\frac{d\eta}{da} = \frac{\sin \mu \cos(2a + \mu)}{\sin^2(a + \mu) \cos^2 a}.$$

Sättes detta = noll, fås vidare

$$a = 45 - \frac{\mu}{2},$$

hvilket värde insatt i (56) gifver

$$\eta_{max} = \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\mu}{2} \right).$$

b. Lasten sänkes. Tänkes kraftparet äfven i detta fall verka på samma sätt, som i det föregående, kan sidokraften, P_1 , i detsamma beräknas af (55), helt enkelt genom teckenombyte för μ . På så sätt erhålles

$$\frac{P_1}{Q} = \frac{r}{H} \operatorname{tg}(a - \mu) \dots\dots\dots (57).$$

Af denna eqv. framgår, att så länge $a > \mu$, blir $P_1 > 0$, hvaraf följer, att ett lastens nedglidande hindrande kraftpar är vid skruvhufvudet nödvändigt, för att lasten ej skall sänka sig med accelererad rörelse. Vid en i en mutter ingångad skruf, hvars stigningsvinkel är större än friktionsvinkeln, kan följaktligen ett tryck i axelriktningen föranleda

rörelse för skruften, för så vidt icke denna fasthålls af andra krafter, än de vid gängan verkande.

Är deremot $a = \mu$, blir $P_1 = 0$, och för $a < \mu$, blir P_1 negativ, d. v. s. att kraftparets riktning måste vara motsatt den förut antagna och af fig. 45 angifna, om friktionen skall kunna fullt utvecklas. I detta fall är det alltså icke möjligt, att medelst Q ensamt fullt utveckla friktionen.

Vid skrufvar till s. k. slagpressar, vid hvilka det är angeläget att erhålla en hög verkningsgrad och att få skrufspindeln återupplyftad af trycket från pressdynan, efter det att pressningen blifvit utförd, är det, på grund af det nu anförda, af vikt att göra bruk af stark stigning (α nära $= 45^\circ$); men vid förbindningsskrufvar måste stigningsvinkeln vara mindre än friktionsvinkeln, på det att det må blifva möjligt att få skruften att sitta fast sedan den blifvit åtdragen.

Den skarpgängade skruften, fig. 47, kan betraktas såsom en kropp, glidande i ett spiralformigt kilspår; friktionen utöfvar därför ett väsentligen större inflytande vid densamma, än vid den plattgängade skruften. Vid förbindningar begagnas på grund häraf med fördel skarpgängade skrufvar; men såsom maskindelar, med hvilkas tillhjälp mekaniskt arbete skall omsättas, passa de deremot icke, emedan arbetsförlusten blefve alltför betydande.

27. Friktionshjul. För att medelst hjulverk öfverföra ett mekaniskt arbete från en axel till en annan, är det alls icke nödvändigt att betjena sig af kuggar vid hjulomkretsarne; hjulen kunna derstädes vara slätsvarfvade, om de blott pressas emot hvarandra med en tillräckligt stor kraft. De små ojemnheterna vid ytorna ingripa nemligen dervid i hvarandra och tjenstgöra i sjelfva verket såsom ett slags kuggar. Dylika hjul benämnas friktionshjul, emedan det är med hjälp af friktionen arbetet vid dem öfverföres.

a. Cylindriska hjul. Låt A och B , fig. 48, vara tvenne cylindriska friktionshjul, af hvilka det förra må vara drifhjul och det senare lasthjul. Låt vidare lagerskålarne vid axlarna pressas emot lagerloppen så, att hjulen vid tangeringsstället utöfva de lika och rakt motsatta normaltrycken N_A och N_B emot hvarandra. Sättes derefter drifhjulet, A , i gång, så utvecklas genast friktionen vid beröringsstället mellan hjulen och tvingar B att medfölja utan att slira, om blott normaltrycket är tillräckligt stort.

Sambandet mellan drifkraften P , dennes häfarm r , hästkraft-

antalet N och omloppstalet n pr minut för drifhjulet angifves af (46).
Det drifvande kraftparets moment är fördensku

$$Pr = \frac{2250}{\pi} \cdot \frac{N}{n}.$$

Vilkoret för enformig rörelse vid samma hjul är

$$F_A R = Pr,$$

om F_A betecknar den på A verkande friktionskraften, svarande emot normaltrycket N_A . Häraf följer, att den för arbetets öfverförande erforderliga tangentialkraften är

$$F_A = \frac{2250}{\pi R} \cdot \frac{N}{n}.$$

Men om hjulen icke skola slira, får friktionen icke vara fullt utvecklad. Vilkoret

$$F_A < fN_A$$

tillkommer således. Hjulen måste alltså pressas tillsammans med en kraft

$$N_A > \frac{2250}{f\pi R} \cdot \frac{N}{n} \dots\dots\dots (58).$$

Med en lika stor kraft måste ock lagren pressas emot axlarna. Är detta vilkor uppfyllt, fortledes effekten N hkr från hjulet A till B .

Friktionshjulen hafva sin största och viktigaste användning å jernvägarne. Lokomotivens drifhjul äro nemligen ej annat än nästan cylindriska friktionshjul, vid hvilka nödigt ingrepp i den släta jernvägsskenan framkallas genom det tryck mot drifhjulaxeln, lokomotivets tyngd utöfvar. Dessa friktionshjul äro för jernvägstrafiken af den allra största betydelse.

b. Kilhjul. De cylindriska friktionshjulen gifva anledning till en jemförelsevis betydande arbetsförlust vid axeltapparne, emedan dessa tryckas hårdt af skålarne i lagren, vid hvilka en rätt stor friktion sålunda framkallas. Trycken i lagren kunna i hög grad förminskas, om hjulen vid ingreppsstället göras kilformiga, såsom fig. 49 utvisar. Motståndet mot slirning ökas derigenom högst väsentligt. I

stället för friktionskoefficienten f , bör nu införas koeff. $\frac{f}{\sin \frac{\beta}{2}}$, i öfver-

ensstämmelse med anmärkningen vid slutet af 17. Trycket mot lagerloppen blir då

$$N_A > \frac{2250}{f\pi R} \frac{N}{n} \sin \frac{\beta}{2} \dots\dots\dots (59).$$

Vid en kilvinkel $\beta = 30^\circ$, minskas trycket till i rundt tal $\frac{1}{4}$ af det för de cylindriska hjulen erforderliga.

Om kilhjulen skola fortleda en stor effekt, måste tryckytan vid ingreppsstället vara betydande, på det att permanent formförändring icke må uppstå. Men enär, på grund af det rent geometriska i saken, endast cirklar med en viss radie i det ena hjulet rulla utan att glida på motsvarande cirklar i det andra, så är det i sådant fall nödvändigt att betjena sig af flera kilspår bredvid hvarandra, emedan eljes den oundvikliga glidningen innanför och utanför nämnda rullningscirklar skulle föranleda en alltför stor afnötning. Fig 50 visar anordningen af kilhjul med flera spår. Genom att använda ett tillräckligt antal spår, kan afnötningen lätt hållas inom behöriga gränser.

28. Pronys dynamometer. För uppmätning af det mekaniska arbete, som vid en viss omloppshastighet fortledes genom en maskinaxel, tillhörande t. ex. en ångmaskin, erbjuder den af PRONY uppfunna bromsdynamometern det tillförlitligaste hjälpmedlet. Denna dynamometer är i sjelfva verket ingenting annat, än en friktionsvåg, med hvars tillhjälp den arbetande kraften uppväges. Efter det att denna kraft väl blifvit funnen och omloppstalet observeradt, är det lätt att räkna ut arbetet i fråga.

Instrumentet visas i allt väsentligt af fig. 51. Det består af tvenne bromsklotsar, KK , af trä, hvilka förmedels ett par bommar, BB , med tillhörande skruvbultar, SS , pressas emot en på den arbetande axeln sittande slätsvarfvad skifva S_1 . Vid den ena bommen hänger en vågskål, uppbärande de vigter, med hvilkas tillhjälp vägningen skall utföras. Förutom de nu omnämnda delarna finnas ett par stöd, FF , på något afstånd från bommen, som bär vågskålen, och afsedda att hindra dynamometern att aflägsna sig alltför mycket från det bestämda jämviktsläget.

Då instrumentet skall användas, aflastas till en början maskinaxeln helt och hållet, d. v. s. drifremmen, som eljest leder arbetet ifrån densamma, borttages. På axeln fästes derefter skifvan S_1 , såvida en lämplig skifva ej redan finnes på densamma, hvarefter bromsklotsarne tillskrufvas något. Maskinen sättes sedan i gång alldeles

som under vanligt arbete, och klotsarne tillskrufvas småningom allt mer och mer, så att axeln får sin rätta omloppshastighet. Genom anbringande af ett passande antal vigter på vågskålen tvingas bromsen att sväflva fritt emellan stöden FF . Friktionen vid bromsskifvans omkrets förbrukar dervid allt det af maskinen utvecklade arbetet, och friktionskraften motväges af vigterna på skålen.

Till hindrande af antändning och äfven en allt för stark upphettning i öfrigt af klotsarne, begjutes skifvan med vatten, som i en jemn ström bör tillföras tratten t , och genom lämpliga kanaler i träet fördelas öfver friktionsytan.

Den formel, med hvars tillhjälp beräkningen af det sökta hästkraftantalet N verkställes, kan härledas på följande sätt. Låt W beteckna dynamometerns vikt och v dess tyngdpunkts, T , horisontalafstånd från lodlinien genom midtpunkten af skifvan S_1 ; låt vidare P beteckna vigten å skålen och l bromsarmens effektiva längd, d. ä. horisontalafståndet mellan skåleggen och nyss nämnda lodlinie, F friktionen vid skifvans omkrets, R dennas radie och n axelns omloppstal pr minut.

Tänkes till en början dynamometern utesluten ur systemet, blir villkoret för jemvigt, på grund af (46) och enligt fig. 52,

$$\odot C,$$

$$\Sigma FR = Pr = \frac{2250}{\pi} \frac{N}{n}.$$

Väljes sedan dynamometern till system, fig. 53, blir vidare,

$$\odot C,$$

$$\Sigma FR = Pl + Wv.$$

Af dessa två equationer följer

$$\frac{2250}{\pi} \frac{N}{n} = Pl + Wv.$$

Produkten Wv kan före eller efter det egentliga provet bestämmas genom en särskild vägning. Borttages nemligen vigten ur skålen samt upphänges hela instrumentet på en egg rätt ofvan medelpunkten till den cirkel, som begränsar klotsarne, och fästes till sist bommen medelst ett från eggen rätt uppåt gående snöre i en särskild väg, enligt fig. 54, erhålles lätt genom vägning spänningen P_0 i detta snöre, hvilken spänning tydligen motverkar vigten W . Man får,

$$\odot C,$$

$$P_0 l = Wv.$$

P_0 kallas dynamometerns reducerade vikt. Kombineras de två senaste eqv. med hvarandra, erhålles

$$N = \frac{\pi(P + P_0)ln}{2250}.$$

Skrifves detta på följande sätt:

$$N = \frac{(P + P_0)2\pi ln}{60 \cdot 75} \dots\dots\dots (60),$$

finner man omedelbart, att kraften $P + P_0$ vid lodlinien genom eggen kan sägas förrätta hela det ifrågavarande arbetet. Dennes arbete är nemligen under ett hvarf $(P + P_0)2\pi l$, pr minut alltså $(P + P_0)2\pi ln$ och pr sekund $\frac{(P + P_0)2\pi ln}{60}$ mkg. Hästkraftantalet fås sedan genom division med 75. Resultatet är oberoende af såväl bromsskifvans som friktionskoefficientens storlek.

Kylvattenförbrukningen i liter pr timme är, enligt (4), om vatt-
nets temperatur får höjas i medeltal t° :

$$V = \frac{3600 \cdot 75N}{430t}.$$

Numeriska tillämpningar.

1. Vid godt slädföre ($f = 0,03$; $\mu = 1^\circ 43'$) skall en kälke, belastad med 1 000 kg, dragas på horisontal väg. Man vill, under förutsättning att draglinan skall luta 30° mot marken, bestämma den erforderliga dragkraften, tillika med för transporten erforderligt arbete, under en förflyttning en väglängd af 500 m.

Af (13) erhålles, för $\alpha = 0$, dragkraften

$$P = 1\,000 \frac{0,03}{0,866 + 0,03 \cdot 0,5} = 34 \text{ kg.}$$

Arbetet blifver

$$A = PS \cos \beta = 34 \cdot 500 \cdot 0,866 = 14\,722 \text{ mkg.}$$

2. Huru stor drifkraft skulle, under i öfrigt lika förhållanden, erfordras vid transport uppför en stigning af 1 på 10?

Vägens lutningsvinkel α bestämmes deraf, att

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{10};$$

således är $\alpha = 5^{\circ}43'$.

Af (14) fås nu

$$P = 1\,000 \cdot \frac{\sin 7^{\circ}26'}{\cos 28^{\circ}17'} = 147 \text{ kg},$$

eller något mera än 4 gånger så mycket som i förra fallet.

3. Mot en vertikal vägg, vid hvilken $f = 0,1$, skall en tyngd om 500 kg fastklämmas medelst en horisontal kraft P . Huru stor bör P vara?

Af (20) erhålles, för $\alpha = 90^{\circ}$ och $\beta = -90^{\circ}$,

$$P = \frac{W}{\operatorname{tg} \mu} = \frac{500}{0,1} = 5\,000 \text{ kg}.$$

Vid detta tryck blir friktionen vid väggen fullt utvecklad; någon säkerhet mot glidning förefinnes således icke. Genom att öka P tillräckligt utöfver det beräknade värdet, kan säkerheten mot nedglidning tydligtvis höjas huru mycket som helst.

4. Hvilken lutning α bör taket till en byggnad erhålla, för att regnvattnet må afrinna så fort som möjligt?

Tänkes en vattenpartikel lagd vid takåsen, nedglider den med en acceleration, enligt (22):

$$a = g(\sin \alpha - f \cos \alpha).$$

Längden af den väg, partikeln har att genomlöpa, är $\frac{b}{\cos \alpha}$, om takfallets bredd är b .

Emedan rörelsen är enformigt föränderlig, är alltså

$$\frac{b}{\cos \alpha} = \frac{1}{2} g(\sin \alpha - f \cos \alpha) t^2,$$

eller

$$t = \sqrt{\frac{2b \cos \mu}{g \cos \alpha \sin(\alpha - \mu)}}.$$

Sättes nu

$$f(\alpha) = \cos \alpha \sin(\alpha - \mu),$$

så har man tydligen att söka maximum af denna funktion. Man finner först

$$f'(\alpha) = \cos(2\alpha - \mu).$$

Sättes $f''(\alpha) = 0$, erhålles

$$\alpha = 45 + \frac{\mu}{2}.$$

Enär i detta fall friktionsvinkeln är ganska liten, kan den sökta lutningen sägas vara något, ehuru obetydligt, större än 45° .

5. Ett fartyg tillryggalade, under det att det gick af stapeln, en väg af 24 m på 10 sekunder. Bäddens lutning var 4° . Beräkna på grund häraf friktionskoefficienten.

Enligt (24) är

$$24 = \frac{9,8}{2}(0,0698 - f0,9976)100,$$

hvaraf

$$f = 0,02.$$

6. Med en kil, hvars eggvinkel är 30° , vill man åstadkomma ett sidotryck af 1 000 kg. Huru stor drifkraft erfordras för detta ändamål vid kilhufvudet, om $f = 0,2$?

Af (25) erhålles

$$P = 2 \cdot 1\,000(0,2588 + 0,2 \cdot 0,9659) = 904 \text{ kg.}$$

7. För att understödja ett föremål gör man bruk af en kil, hvars eggvinkel är 15° . Trycket mot kilen uppgår till 4 000 kg. Huru stor kraft erfordras för att utdraga densamma, om $f = 0,3$?

Eqv. (29) gifver, om förtecknet ombytes,

$$P = 2 \cdot 4\,000(0,3 \cdot 0,9914 - 0,1305) = 1\,335 \text{ kg.}$$

8. Propelleraxeln till ett krigsfartyg är försedd med en kamtapp med 10 st. ringar, $R = 250$ och $r = 200$ mm. Huru mycket arbete förbrukar friktionen vid denna tapp, om axeln gör 60 omlopp pr minut, trycket mot lagret i fartygsskrofvat är 20 000 kg. och $f = 0,08$?

Friktionsmomentet är, enligt (39),

$$M = 0,08 \cdot 20\,000 \cdot \frac{0,25 + 0,20}{2} = 360 \text{ mkg.}$$

Vinkelhastigheten pr sekund är

$$\omega = \frac{n\pi}{30} = 6,28$$

och friktionseffekten

$$E = M \cdot \omega = 2\,260 \text{ mkg pr sekund,}$$

eller

$$N = \frac{2\,260}{75} = 30 \text{ hkr.}$$

9. Huru stor skulle arbetförlusten blifva vid den i föregående fall omtalade propelleraxeln, om denne, i stället för 10 ringar, hade endast en ring, men denne så bred, att tryckintensiteten i lagret vore densamma som i kamlagret?

Den i fråga varande ringens yttre radie R_1 bestämmes af villkoret

$$\pi(R_1^2 - r^2) = 10\pi(R^2 - r^2),$$

hvaraf, efter insättning af talvärdena $R = 250$ och $r = 200$, erhålles $R_1 = 515$ mm.

Friktionsmomentet blifver för den skull

$$M_1 = 0,08 \cdot 20\,000 \frac{0,515 + 0,2}{2} = 572 \text{ mkg,}$$

eller nära 60 % större än i förra fallet. I samma mån komme ock effektförlusten att ökas, eller ifrån 30 till nära 48 hkr.

10. En tyngd om 900 kg, fästad vid en omkring en rund stock lindad lina, skall af en man nedfiras. Huru många hvarf bör linan vara slagen omkring stocken, för att karlen icke skall behöfva anbringa en större motverkande kraft i linan än 15 kg, då $f = 0,3$?

Af (42) erhålles

$$15 = \frac{900}{2,718^{0,3\alpha}},$$

hvaraf

$$\alpha = 13,7.$$

α betecknar emellertid, som vi minnas, en båglängd i enhetscirkeln. Då nu omkretsen i samma cirkel är 2π , blir det sökta antalet hvarf

$$\frac{13,7}{2\pi} = 2,2.$$

11. En i en ketting hängande last om 1 500 kg skall nedfiras med hjälp af den af fig. 32 antydda, i 22 beskrifna bandbromsen. Linkorgens radie är 125 mm, bromsskifvans 400 mm, den längre armen vid häfstången 500 mm och den kortare 50 mm; bromsbandet omsluter $\frac{2}{3}$ af skifvans omkrets. Huru stor motverkande kraft erfordras vid häfstångens handtag, om $f = 0,2$ och rörelsen skall fortgå så, att friktionen hjälper till att åtdraga bandet?

α är i detta fall $\frac{2}{3} 2\pi = 4,19$ och $f\alpha = 0,838$. Af (43) fås derföre

$$P = \frac{125}{400} \cdot \frac{50}{500} \cdot \frac{1\,500}{e^{0,838} - 1} = 36 \text{ kg.}$$

Skulle rörelsen deremot fortgå i motsatt riktning, blefve, på grund af (43) och (44),

$$P_1 = e^{f\alpha} \cdot P = 83 \text{ kg.}$$

12. Huru stor borde den motverkande kraften vid den af fig. 36 antydda differentialbromsen vara, om häfarmen c vore 20 mm, men förhållandena i öfrigt alldeles desamma som i föregående tillämpning?

Man får af (45)

$$P = \frac{125}{400} \cdot \frac{50 - 20 \cdot e^{0,838}}{500(e^{0,838} - 1)} \cdot 1\,500 = 3 \text{ kg.}$$

Afvecklas deremot kettigen på motsatt sida af valsen, erhålles $P = 70$ kg.

13. Ifrån en remskifva, A , görande 100 omlopp i minuten, skall medelst en remledning öfverföras en effekt af 10 hkr till en annan skifva, B , hvilken bör rotera 200 hvarf pr minut. Bestäm påkänningarna i de båda fria delarne af remmen, under förutsättning af 2-faldig säkerhet mot slirning. Den större skifvans radie är 500 mm och $f = 0,2$.

Med iakttagande, dels att mot radien $R = 0,5$ m svarar omloppstalet $n = 100$ och dels att bågen α , tillhörande den af remmen omslutna delen af omkretsen, är tillnärmelsevis $= \pi$, erhålles af (48) påkänningen i den dragna remdelen

$$T_1 = \frac{2\,250}{3,14 \cdot 0,5} \cdot \frac{10}{100} \cdot \frac{1}{e^{0,2\pi} - 1} = 165 \text{ kg.}$$

Samma värde erhålles, om, i stället för de till drifhjulet hörande värdena R och n , $R_1 = 0,25$ m och $n_1 = 200$, tillhörande lasthjulet, begagnas. Vidare blir påkänningen i den dragna remdelen

$$T = e^{f\alpha} \cdot T_1 = e^{0,2\pi} \cdot 165 = 309 \text{ kg.}$$

Påkänningen i remmen, då maskineriet är i hvila, blir

$$\frac{T + T_1}{2} = 237 \text{ kg.}$$

Spännes remmen dubbelt så hårdt, eller med 474 kg, blir säkerheten mot slirning 2-faldig.

14. Antag, att på den mera hastigt gående axeln i föregående tillämpning sitter ett cylindriskt friktionshjul, C , fig. 55, radie $R_2 = 400$ mm, hvilket skall öfverföra effekten 10 hkr till axeln D . Bestäm erforderligt tryck mellan friktionshjulen, under förutsättning, att säkerheten emot slirning äfven här skall vara 2-faldig samt att $f = 0,15$.

Utan någon säkerhet emot slirning, voro det erforderliga normaltrycket vid friktionshjulet C , enligt (58),

$$N_A = \frac{2\,250}{0,15 \cdot 3,14 \cdot 0,4} \cdot \frac{10}{200} = 600 \text{ kg.}$$

Vid 2-faldig säkerhet åter blir trycket 1 200 kg.

15. Bestäm arbetsförlusten i följd af tappfriktionen vid axeln till remskifvorna B och C , fig. 55, under förutsättning, att de två tapparnes diam. är 50 mm och $f = 0,08$.

Trycket vid tapparne orsakas hufvudsakligen af remspänningarna och af trycket från friktionshjulet å axeln D . Summan af remspänningarna är, enligt tillämpning 13, $2 \cdot 474 = 948$ kg, och trycket från friktionshjulet D , enligt tillämpning 14, 1 200 kg. Hela tapptrycket i horisontal led å båda tapparne tillsammans följaktligen 2 148 kg.

Friktionsmomentet blir derföre, enligt (32),

$$M = 2\,148 \cdot 0,025 \cdot 0,08 = 4,3 \text{ mkg.}$$

Vinkelhastigheten pr sekund är

$$\omega = \frac{n\pi}{30} = \frac{200 \cdot 3,14}{30} = 20,9$$

och friktionseffekten

$$E = 4,3 \cdot 20,9 = 90 \text{ sek. mkg,}$$

d. ä.

$$N = \frac{90}{75} = 1,2 \text{ hkr,}$$

eller icke mindre än 12 % af den effekt, som fortleddes till B .

16. En skarpgängad klämskruf, fig. 56, pl. 3, har en medelradie af 25 mm, en stigningsvinkel af 4° och en vinkel γ för gängans

profil, fig. 57, af 55° . Huru stort tryck Q skulle medelst en 0,5 m lång skrufnyckel kunna framkallas vid ändan af skrufspindeln, om drifkraften vid nyckelns handtag vore 30 kg och $f = 0,15$?

Eqv. (55) kan begagnas äfven i detta fall, ehuru den är härledd för den plattgångade skruven, om blott μ får beteckna friktionsvinkeln i det spiralförmiga kilspåret i muttern.

Kilspårets vinkel är

$$\beta = 2\left(90 - \frac{\gamma}{2}\right) = 125^\circ$$

och, enligt 17,

$$f_1 = \frac{f}{\sin \frac{\beta}{2}} = \frac{0,15}{0,887} = 0,17$$

samt

$$\mu = \arctg 0,17 = 9^\circ 40'.$$

Häraf följer

$$Q = \frac{30 \cdot 500}{25 \operatorname{tg}(4^\circ + 9^\circ 40')} = 2\,470 \text{ kg.}$$

Funnes ingen friktion vid gängen, blefve trycket mera än 3 gånger så stort, nemligen

$$Q_1 = \frac{30 \cdot 500}{25 \cdot \operatorname{tg} 4^\circ} = 8\,580 \text{ kg.}$$

17. Ett lokomotiv utvecklar en nyttig effekt af 200 hkr och drager på horisontal bana ett bantåg med en hastighet af 4 sv. mil i timmen. Huru stor är friktionskoefficienten vid drifhjulringarne minst, om lokomotivets tyngd föranleder ett tryck af 5 ton vid hvart och ett af de två lagerloppen till drifhjulaxeln och drifhjulens diam. är $2R = 1,8 \text{ m}$?

Hastigheten 4 mil i timmen är i det närmaste $= 12 \text{ m pr sek.}$

Drifhjulaxelns antal omlopp n pr minut bestämmes derföre af vilkoret

$$12 \cdot 60 = n \cdot 2\pi R,$$

hvaraf $n = 127$.

Af (58) erhålles nu

$$f > \frac{2\,250}{2 \cdot 5\,000 \cdot \pi \cdot 0,9} \cdot \frac{200}{127} = 0,125.$$

f alltså minst $= 0,125$.

18. Huru tungt tåg skulle i föregående tillämpning omnämnda lokomotiv kunna draga uppför en stigning af 1 på 100, utan att drifhjulen komme att slira, om f vore 0,17 och banmotståndet, M , vore 0,5 % af tågvikten W ?

Maximivärdet af friktionskraften vid drifhjulens omkrets är $2 \cdot 0,17 \cdot 5\,000 = 1\,700$ kg.

Vilkor för enformig rörelse blir derföre

$$1\,700 = M + W \sin \alpha.$$

Nu är dessutom, på grund af uppgiften,

$$M = \frac{W}{200} \text{ och } \sin \alpha = \operatorname{tga} = \frac{1}{100}.$$

Häraf följer

$$W = 113\,300 \text{ kg.}$$

Säkerheten emot slirning vore emellertid ingen.

19. Ett bantåg, vägande 100 ton, går med en hastighet af 54 kilometer i timmen på horisontal bana. Ångan afstänges och bromsarne tilldragas så hårdt, att hjulen å bromsvagnarne nätt och jemt gå rundt. Friktionskoeff. vid skenorna är 0,17 och banmotståndet i öfrigt 0,75 % af tågvikten. Huru lång väg kan tåget antagas komma att gå innan det stannar, om de bromsade hjulen uppbära 20 % af hela tågets vikt?

Tågets hastighet i meter pr sekund är $\frac{54\,000}{3\,600} = 15$ och dess lefvande kraft

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{100\,000}{9,8} \cdot 15^2 = 1\,147\,900 \text{ mkg.}$$

Banmotståndet är $0,75 \cdot 0,01 \cdot 100\,000 = 750$ kg.

Då de bromsade hjulen nätt och jemt gå rundt, är friktionen mellan dem och skenorna fullt utvecklad. Den uteder skenan liggande, genom bromsningen framkallade, motverkande kraften är för den skull $0,17 \cdot 0,20 \cdot 100\,000 = 3\,400$ kg.

Hela motståndet uppgår sålunda till $750 + 3\,400 = 4\,150$ kg, hvaraf följer, att den sökta vägsträckan kan antagas blifva

$$S = \frac{1\,147\,900}{4\,150} = 276 \text{ m.}$$

20. Vid ett dynamometerprof å en gasmaskin är omloppstalet pr minut 180, vigten på dynamometervågskålen 18,5 kg och dynamometerns reducerade vikt 1,5 kg. Bromsarmen har en effektiv längd af 1,2 m. Huru stor nyttig effekt utvecklar maskinen under profvet?

Enligt (60) är hästkraftantalet

$$N = \frac{(18,5 + 1,5)2\pi 1,2 \cdot 180}{60 \cdot 75} \cong 6.$$

FJERDE KAPITLET.

Tillämpningar å egentliga uppforderingsmaskiner.

I. Block och blocktyg.

29. Fast block. Vid bestämningen af sambandet mellan kraft och last, har man att skilja mellan de två fall, att endera lina eller ock ketting användes.

a. Uppfording medelst lina. Fig. 58 visar de krafter, som äro för jemvigten bestämmande. Bygeln, som bär blocket, tänkes borttagen från tapparne vid skifvan. P betecknar drifkraften, Q lasten, S linans styfhetsmotstånd, W blockskifvans vikt, N normaltrycket vid tapparne, R skifvans och r tapparnes radie; i öfrigt begagnas samma beteckningar, som i det föregående.

Vilkoren för jemvigt äro,

$$\odot C,$$

$$PR = QR + SR + fNr$$

och, $\cdot \cdot \parallel Q,$

$$P + Q + W = \frac{N}{\cos \mu} \cong N.$$

Enligt (51) är

$$S = \frac{kd^2}{R} (P + Q).$$

Af dessa eqv. följer

$$P = \frac{R + kd^2 + fr}{R - kd^2 - fr} Q + \frac{fr}{R - kd^2 - fr} W.$$

Detta kan tecknas under formen

$$P = a Q + b W,$$

der a och b äro konstanter, beroende af beskaffenheten af block och lina, men icke af krafterna.

I vanliga fall och vid icke alltför obetydliga belastningar, kan produkten bW försummas vid sidan af aQ . Den förenklade formeln blir sålunda

$$P = aQ \dots \dots \dots (61).$$

Värdet för a kan, som man lätt finner, approximativt uttryckas på följande sätt

$$a = 1 + 2 \frac{kd^2}{R} + 2f \frac{r}{R} \dots \dots \dots (62),$$

eller, efter införande af siffervärdena $k = 0,009$ och $f = 0,08$ (smorda tappar),

$$a = 1 + 0,018 \frac{d^2}{R} + 0,16 \frac{r}{R},$$

om d , r , och R uttryckas i mm.

b. Uppfordring medelst ketting. I detta fall är, enligt (50),

$$S = 2f_1 \frac{\rho}{R} Q.$$

I öfrigt är allt lika som i föregående händelse. Man finner förden-skull äfven nu, sedan vigten W blifvit försummad,

$$P = aQ \dots \dots \dots (63),$$

der, approximativt,

$$a = 1 + 2f_1 \frac{\rho}{R} + 2f \frac{r}{R} \dots \dots \dots (64),$$

eller, med införande af värdena för k och f , och emedan ρ vid vanliga kettingar är $0,75 \delta$, om δ betecknar kettingjernet diam.,

$$a = 1 + 0,3 \frac{\delta}{R} + 0,16 \frac{r}{R}.$$

Gränsvärdet för drifkraften är

$$P_n = Q$$

och verkningsgraden, enligt (7) och (61) eller (63),

$$\eta = \frac{1}{a} \dots \dots \dots (65).$$

30. Löst block. Äfven vid det lösa blocket blir beräkningen påtagligen beroende af, huruvida lina eller ketting användes.

a. Uppfordring medelst lina. Betecknar x påkänningen i linan å ena sidan blocket, så blir i öfverensstämmelse med fig. 59, i hvilken figur lastkroken med tillhörande bygel tänkes borttagen,

$$PR = xR + SR + fNr$$

och

$$x + P = W + \frac{N}{\cos \mu},$$

eller, emedan, enligt fig. 60, $Q = \frac{N}{\cos \mu}$,

$$x + P = W + Q.$$

Nu är vidare, enligt (51),

$$S = \frac{kd^2}{R} (x + P).$$

Elimineras x och S , erhålles

$$P = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{kd^2 + fr}{R} \right) Q + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{kd^2}{R} \right) W,$$

eller

$$P = \alpha Q + \beta W,$$

der koefficienterna α och β bero endast af blockets och linans beskaffenhet. Äfven här plägar den egna vigten W försummas; då blir

$$P = \alpha Q \dots \dots \dots (66).$$

I förbigående må påpekas, att

$$\frac{\alpha}{1 - \alpha} = \frac{R + kd^2 + fr}{R - kd^2 - fr},$$

d. ä. = α i (61).

b. Uppfordring medelst ketting. Afvikelsen från föregående fall består endast deri, att styfhetsmotståndet får ett annat värde, nemligen

$$S = 2 f_1 \frac{\rho}{R} x.$$

Med iakttagande af detta, blir fortfarande

$$P = \alpha Q \dots \dots \dots (67),$$

der

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{(R + f_1 \rho + fr)}{R}.$$

Qvoten

$$\frac{\alpha}{1-\alpha} \text{ är } = 1 + 2f_1 \frac{\rho}{R} + 2f \frac{r}{R},$$

approximativt, d. ä. $= a$ i (63).

Verkningsgraden är, enligt (7) och (66) eller (67),

$$\eta = \frac{1}{2\alpha}$$

Då nu

$$\frac{\alpha}{1-\alpha} = a,$$

så är ock

$$\eta = \frac{1+a}{2a} \dots\dots\dots (68).$$

31. Förenklad bestämning af styfhetsmotståndets och tappfriktionens inflytande vid blockskifvor. Då ett block är försedt med flera skifvor, eller då flera block äro kombinerade med hvarandra, bliver bestämningen af den erforderliga drifkraften ganska omständlig, om man, såsom i 29 och 30 är gjordt, skall direkt införa styfhetsmotståndet och tappfriktionen vid hvarje i kombinationen ingående skifva. Detta är emellertid alls icke behöfligt; ty i öfverensstämmelse med (61) och (63) kan den i dessa eqvationer ingående faktorn a betraktas såsom en för alla de passiva hindren vid till en början det fasta blocket gällande gemensam motståndskoefficient, med hvilken man, vid användningen af momenteqvationen i afseende å blockets axel, helt enkelt har att multiplicera påkänningen i den påvecklade delen af linan eller kettingen. På samma sätt har man att förfara vid det lösa blocket, hvilket vi nu gå att visa.

Sambandet mellan påkänningen i linan eller kettingen å ömse sidor om det lösa blocket erhålles, enligt 30, af eqvationerna

$$x + P = Q \text{ och } P = aQ,$$

som gifva

$$P = \frac{a}{1-a} \cdot x.$$

Då nu, enligt hvad förut är visadt, $\frac{a}{1-a}$ är $= a$ i (61) och (63),

så blir

$$P = ax.$$

Samma relation eger sålunda alltid rum mellan påkänningen i den

afvecklade delen af linan eller kettingen å ena sidan och den påvecklade å den andra — blockskifvan må vara fast eller lös. De passiva motstånden införas fördenskull enklast i beräkningen derigenom, att sist nämnda påkänning (i den påvecklade delen) multipliceras med motståndskoefficienten a . Detta gäller emellertid endast vid användning af momenteqvationen i afseende å blockskifvans axel; i möjligen erforderliga projektionseqvationer deremot införas spänningarna utan denna koefficient.

32. Vanligt blocktyg. Ett vanligt blocktyg består af ett fast och ett löst block, hvar och ett innehållande n stycken, oftast 2 eller 3, på en och samma axel uppstuckna skifvor. Linan eller kettingen är, såsom fig. 61 antyder, fästad vid en ögla A i det fasta blockets omhölje och går vaxelvis omkring de lösa och fasta blockskifvorna. Kallas drifkraften P och påkänningen i linan eller kettin-gen $x, y, z \dots u, v$ enligt fig. 62, så är, på grund af det i 31 anförda,

$$P = ax$$

$$x = ay$$

$$y = az$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$u = av.$$

Härtill kommer, $\cdot \parallel Q$, fig. 62,

$$Q = x + y + z + \dots + u + v.$$

Elimineras $x, y, z \dots v$, erhålles

$$Q = \frac{P}{a} + \frac{P}{a^2} + \frac{P}{a^3} + \dots + \frac{P}{a^{2n}}.$$

Summeras den geometriska serien i högra membrum, blir vidare

$$P = \frac{a^{2n}(a - 1)}{a^{2n} - 1} Q \dots\dots\dots (69).$$

Emedan, då de passiva hindren tänkas vara försvinnande, $x, y, z \dots v$ äro sins emellan lika och $= P_n$, blir

$$P_n = \frac{Q}{2n}$$

och

$$\eta = \frac{a^{2n} - 1}{2na^{2n}(a - 1)}.$$

Slutligen fås

$$Q = \gamma 2nP \dots\dots\dots (70).$$

33. Differentialblocket. Detta består af två med hvarandra sammangjutna fasta block med olika radier — den större må betecknas med R och den mindre med r —, ett löst block samt en omkring blocken enligt fig. 63 slagen ändlös ketting; lina är icke användbar. Uti omkretsarne till de två fasta blocken finnas fördjupningar, i hvilka kettinglänkarne passa, så att de ej kunna glida.

Differentialblocket kan lätt anordnas så, att lasten förblir hängande i ett läge, hv. s. h., äfven om drifkraften upphör att verka. För att bli i tillfälle att bestämma villkoren härför, behandla vi följande två fall.

a. Lasten uppfordras. Drifkraften P verkar i detta fall i den från den större fasta skifvan slakt nedhängande delen af kettingen.

Tänktes kettingen skuren medels ett tvärsnitt AB å ömse sidor om det lösa blocket, kallas påkänningen i den från detta block afvecklade delen x och i den påvecklade y , fig. 64, så är, enligt **31**,

$$x = ay,$$

och dessutom, enligt figuren, $\cdot \parallel Q$,

$$Q = x + y.$$

Väljes derefter den ofvan snittet liggande delen af maskinen till punktsystem, fig. 65, blir vidare, enligt **31** och med C för momentpunkt,

$$PR + yr = axR.$$

Elimineras x och y , får man

$$\frac{P}{Q} = \frac{a^2 - \frac{r}{R}}{1 + a} \dots\dots\dots (71).$$

För $a = 1$, blir

$$P_n = \frac{1 - \frac{r}{R}}{2} Q$$

och alltså verkningsgraden

$$\eta = \frac{1 - \frac{r}{R}}{2} \cdot \frac{1 + a}{a^2 - \frac{r}{R}}.$$

Enär

$$k = \frac{Q}{P_n} = \frac{2R}{R-r},$$

blir slutligen

$$a = \eta \frac{2R}{R-r} P \dots\dots\dots (72).$$

b. Lasten nedfiras. Tänkes den vid nedfirningen möjligen erforderliga motverkande kraften P_1 verka i samma kettindel och åt samma håll som P , så kan P_1 bestämmas af (71) helt enkelt derigenom, att i stället för a dess inverterade värde $\frac{1}{a}$ användes; ty vid nedfirningen kommer påtagligen den kettindel, som förut påvecklades, att afvecklas och tvärtom och a alltså att i momentequationen flyttas till de termer, i hvilka denna koeff. förut ej ingick. Fördenskull blir

$$\frac{P_1}{Q} = \frac{\frac{1}{a^2} - \frac{r}{R}}{1 + \frac{1}{a}}.$$

Häraf synes, att om

$$\frac{r}{R} > \frac{1}{a^2} \dots\dots\dots (73),$$

så blir P_1 negativ, det vill, som man lätt inser, säga, att kraften måste flyttas till den från den mindre, fasta blockskifvan slakt nedhängande kettingsdelen, för att friktionen skall blifva fullt utvecklad och nedfirning kunna ega rum med enformig rörelse. Spännes icke den nämnda slaka kettingsdelen på nu angifvet sätt, så blifver ej heller friktionen fullt utvecklad; lasten sjunker då icke ned, när drifkraften upphör att verka. Enär detta med afseende å bekvämligheten vid användningen är en sak af stor praktisk vikt, är (73) att betrakta såsom ett konstruktionsvillkor.

Vid bestämning af $\frac{r}{R}$ bör märkas, att a icke gerna kan antagas komma att blifva mindre än 1,05, men väl större. Insätts $a = 1,05$ i (73), fås

$$\frac{r}{R} > \frac{1}{1,1025},$$

hvarför $\frac{r}{R} = \frac{10}{11}$ bör kunna anses såsom ett lämpligt värde.

34. Epicycloidalblocket. Detta består, såsom fig. 66, 67 och 68 utvisa, af tvenne på samma axel löst uppstuckna, fasta blockskifvor, en större, A — drifskifvan, — och en mindre, B — lastskifvan —. Båda äro vid omkretsen försedda med fördjupningar, så att de för uppfordringen nödvändiga, på dem upplagda kettingarne icke kunna glida. Den på drifskifvan upplagda drifkettingen är ändlös, har smäckra dimensioner och fattas med händerna af den eller de personer, som skola utföra uppfodringsarbetet. Den på lastskifvan upplagda kettingen bär vid hvar och en af de två fritt nedhängande ändarne en lastkrok. Det med inåt vända kuggar försedda hjulet, C , är sammangjutet och koncentriskt med lastskifvan. I ingrepp med detta hjul står ett annat något mindre kugghjul, D , med utvändiga kuggar, löst uppstucket på en med drifskifvan, A , sammangjuten excenter, E . Hjulet D erhåller af E en cirkulär parallelrörelse — icke rotation. Från detsamma utgå nemligen ett par horisontala klackar, FF , hvilka omfattas af ett ramstycke, G , i sin ordning försedt med ett par gaffelformiga fattningar, HH , som gripa om den bygel, K , hvilken uppbär hela maskinen. Ramstycket G kan tydligen röra sig endast uppåt och nedåt. Kugghjulet D åter kan i ramstycket ej flytta sig annat än i horisontal led fram och tillbaka; en vridning af detta hjul är sålunda omöjliggjord; det får derfore, såsom ofvan är angifvet, cirkulär parallelrörelse, då drifskifvan medelst drifkettingen tvingas att rotera.

Kugghjulen C och D hafva lika kuggdelning, men om det förra har n kuggar, så är det senare oftast försedt med $n - 1$ stycken tänder. I följd dels häraf och dels deraf, att D har cirkulär parallelrörelse, kommer hjulet C att vrida sig endast $\frac{1}{n}$:s hvarf, då drifskifvan omvrides ett helt hvarf.

Beräkningen af friktionsmotståndets inflytande vid denna och andra maskiner med ett större antal friktionsställen bliver tydligen något omständlig och de allmänna, fullständiga uttrycken för verkningsgraden i följd häraf invecklade och för tillämpningarna ganska obeqväma. Äro i hvarje fall maskindimensionerna gifna, kan summan A_f af de viktigaste arbetsförlusterna vid tappar, dubbar, kugghjul, linor och kettingar etc. beräknas medelst de i tredje kapitlet härledda formlerna och verkningsgraden derefter bestämmas enligt (6). Vi komma fördenskull och till undvikande af onödig vidlyftighet icke att i det följande vidare ingå på dylika beräkningar, utan skola endast i hvarje

särskildt fall härledda värdet för dels utväxlingen, k , enligt (8), och dels för lasten Q , enligt (9). Uti en tabell, sid. 72—73, vilja vi sedan lemna en sammanställning af de af erfarenheten bestämda värdena för verkningsgraden, tillika med en del andra uppgifter af praktiskt intresse.

Betecknas drifskifvans radie med R , lastskifvans med r , drifkraften med P och lasten med Q , så är, om friktionen tänkes försvinnande, P 's arbete under ett hvarf för drifskifvan $P_n 2\pi R$ och Q 's arbete under samma tid $Q \frac{2\pi r}{n}$. På grund af (3) och med iakttagande, att, enligt förutsättningen, $A_f = 0$, blir vidare

$$P_n 2\pi R = Q \frac{2\pi r}{n},$$

hvaraf följer, att utväxlingen är

$$k = \frac{nR}{r} \dots\dots\dots (74).$$

Enligt (9) är fördenskull

$$P = \frac{r}{\eta n R} Q \dots\dots\dots (75).$$

II. Spel och lyftkranar.

35. Vanligt vindspel. Denna maskin är i allt väsentligt visad af fig. 69. Ställningen består af tvenne parallella bockar, BB , vanligen af triangulär grundform, förbundna med trenne horisontala stagjern, SSS , ett i hvarje hörn af triangeln. Arbetet öfverföres till spelet vid de två handvefvarne, HH , fästade på en axel, h , vid ställningens öfre del och på sådant afstånd — 1,1 à 1,2 m — från underlaget, att arbetarne kunna intaga en bekväm ställning under arbetet. På handvefaxeln sitter ett mindre kugghjul — ett dref, D —, ingripande i ett annat, större hjul, K , hvilket senare är fastkiladt på den axel, som bär den s. k. kettingtrumman eller linkorgen, T . Omedelbart inses huru lasten uppfordras. Då de två i hvarandra ingripande kugghjulen medelst handvefvarne bringas i rotation, uppvindas linan eller kettingen på trumman, så att lasten höjes. Trumman bör helst hafva så stor längd, att linan kan uppvindas på henne utan att de olika hvarfven komma utanpå hvarandra, på det att lastens häfarm ej må ökas. På handvefaxeln sitter ett spärrhjul, fig. 70, i hvilket en från det öfre staget utgående spärrhake ingriper och hindrar

lastens nedsjunkande i händelse drifkraften upphör att verka. Då lasten skall nedfiras, slås spärrhaken tillbaka i det i figuren prickade läget, hvarjemte en på linkorgaxeln sittande bromsskifva, S_1 , med tillhörande bromsband och häfstång af den i 22_a beskrifna konstruktionen kommer till användning.

Det nu i korthet beskrifna vindspelet kan anses sammansatt af tvenne enkla maskiner, tvenne häfstänger. Ordet häfstång är här tydligtvis taget i en något vidsträcktare bemärkelse än den vanliga. Handvefaxeln med handvef och dref bildar den första häfstången; linkorgaxeln med på densamma sittande kugghjul och trumma den andra. Enär som bekant utvexlingen vid häfstången angifves af förhållandet mellan kraftens och lastens häfmar i afseende å vridningsaxeln, så äro de respektiva utvexlingarna vid de två nyss nämnda enkla maskinerna

$$k_1 = \frac{H}{r} \text{ och } k_2 = \frac{R}{\rho},$$

om H betecknar handvefvens, r drefvets, R det större kugghjulets och ρ trummans mekaniska radier, d. ä. de respektive krafternas häfmar i afseende å motsvarande vridningsaxlar. Af (11) och (12) följer derföre

$$Q = \eta \frac{HR}{r\rho} P \dots\dots\dots (76).$$

Den nu behandlade maskinen benämnes vindspel med enkel vaxel, emedan vid densamma förekommer endast ett par kugghjul; den lämpar sig icke för uppfordring af större laster. Genom att göra bruk af en mellanaxel, M , med på densamma sittande tvenne olika stora kugghjul, K, k , enligt fig. 71_{a, b} erhålles ett vindspel med dubbel vaxel. Drefvet på handvefaxeln ingriper dervid i det större kugghjulet på mellanaxeln, under det att det mindre kugghjulet eller drefvet på denna axel ingriper i kugghjulet på linkorgaxeln. Vanligen är detta spel i öfrigt så anordnadt, att mellanaxeln kan helt och hållet utlösas och drefvet på handvefaxeln bringas att ingripa i kugghjulet på linkorgaxeln; det arbetar då med enkel vaxel och begagnas på detta sätt, då lasten är jämförelsevis liten och kan höjas med en större hastighet. Fig. 71_b angifver hjulens ingrepp, då enkel vaxel begagnas, och fig. 72 ingreppet vid dubbel vaxel.

Mellanaxeln med tillhörande tvenne kugghjul bildar uppenbarligen en tredje häfstång. Beteckna vid densamma R_1 och r_1 de

mekaniska radierna i det större kugghjulet och i drefvet, så är utvexlingen

$$k_3 = \frac{R_1}{r_1}$$

samt

$$Q = \eta \frac{H R R_1}{r \rho r_1} P \dots\dots\dots (77).$$

Det torde af det föregående vara själfklart, att vid ett vindspel med trenne vexlar, fig. 73, man betjenar sig af tvenne mellanaxlar med hvar sitt dref och hvar sitt större kugghjul, sammanställda så, att arbetet först ledes till den ena af dem och derefter öfverföres frändensamma till den andra. Ytterligare en faktor, $\frac{R_2}{r_2}$, ingår dervid i det sammansatta utvexlingstalet. Ehuru väl det naturligen alls icke möter hinder att göra bruk af än flera vexlar i ett vindspel, så plägar antalet icke öferskrida tre, ty maskinen blir eljes altför tung och obehvämlig att använda.

Spelställningen fästes medelst bultar vid underlaget, hvilket senare kan vara antingen fast eller rörligt. Fig. 74 visar huru i senare fallet spelet kan placeras på en vagn, rörlig å en s. k. travers T , hvilken i sin ordning är flyttbar på skenor vid öfre delen af de två ställningarna S .

36. Friktionsvindspel. Det vanliga vindspelet är behäftadt med den olägenheten, att lyfthöjden är temmeligen begränsad. Genom användning af stor diameter och stor längd på trumman kan lyfthöjden visserligen ökas, men maskinen blir i samma mån mer otymplig och äfven dyrare. Friktionsvindspelet är fritt från nämnda olägenhet, i det att lyfthöjden vid detsamma kan sägas vara obegränsad. Vid detta spel, fig. 75, betjenar man sig af tvenne parallela lika stora valsar, VV , på hvilkas axlar lika stora kugghjul, KK , äro fastkilade och ingripande uti ett mellan dem sittande dref, D , på hvars axel handvefvarne äro uppstuckna. Valsarne äro försedda med svarfvade spår för lastlinan, hvilken lindas omkring bådas yttre hälfter på sätt figuren närmare utvisar och så många hvarf, att friktionen mellan valsarne och linan blir tillräcklig att hindra dennas glidning. Under arbetet är erforderligt manskap placeradt vid handvefvarne och dessutom en eller ett par man vid spelets ena sida, med uppgift att hålla den från valsarne afveklade delen af linan spänd. Enär från valsarne å ena sidan städse

lika stor linlängd afvecklas, som å den andra påvecklas, så kan uppfordringen utan uppehåll fortgå, huru lång linan än må vara.

Vid bestämningen af sambandet mellan kraft och last kan man visserligen göra bruk af de allmänna lagarne för jemvigt, men något enklare ställer sig saken, om man utgår ifrån (3). Till en början må vi dervid förutsätta, att friktionen är försvinnande, likväl endast vid de ställen af maskinen, der hon förrättar skadligt arbete, såsom vid tappar och kuggar, men icke vid valsarnes omkrets; ty derstädes verkar hon endast sammanbindande. Något arbete förbrukas icke der, om glidning ej eger rum.

Det totala arbetet under ett hvarf af handvefaxeln är vid sådana förhållanden

$$A_t = P_n 2\pi H + P_1 S_1,$$

om linan vid spelets ena sida spännes med kraften P_1 och afvecklas stycket S_1 samt tecknen i öfrigt hafva samma betydelse som i 35.

Det nyttiga arbetet åter är

$$A_n = Q S_1.$$

Vidare är påtagligen

$$S_1 = \frac{r_1}{R} 2\pi r,$$

om r_1 betecknar valsarnes och R de större kugghjulens mekaniska radier.

Enligt (3) är alltså

$$P_n 2\pi H + P_1 \frac{r_1}{R} 2\pi r = Q \frac{r_1}{R} 2\pi r,$$

eller

$$P_n H = \frac{r_1}{R} r (Q - P_1) \dots\dots\dots (a).$$

Sambandet mellan Q och P_1 bestämmes af (41), om friktionen är fullt utvecklad, hvarvid i öfrigt bör märkas, att $Q > P_1$ samt att, om linan är lindad n hvarf omkring de två valsarne, $\alpha = 2\pi n$. Följaktligen är

$$Q = P_1 e^{2\pi n}.$$

Insättes det häraf bestämda värdet för P_1 i (a), erhålles

$$P_n H = \frac{r_1}{R} r Q \left(1 - \frac{1}{e^{2\pi n}} \right)$$

och

$$k = \frac{Q}{P_n} = \frac{HR}{r r_1} \frac{e^{f2\pi n}}{e^{f2\pi n} - 1}$$

samt, enligt (9),

$$Q = \eta \frac{HR}{r r_1} \frac{e^{f2\pi n}}{e^{f2\pi n} - 1} P.$$

Enär exponenten $f2\pi n$ vanligen har ett stort talvärde, så utöfvar faktorn $\frac{e^{f2\pi n}}{e^{f2\pi n} - 1}$ ett obetydligt inflytande på sambandet mellan P och Q och kan fördenskull sättas $= 1$. Detta innebär, som man lätt finner, i sjelfva verket ingenting annat, än försummandet af spänningen P_1 vid sidan af Q . Den förenklade formeln blir då

$$Q = \eta \frac{HR}{r r_1} P \dots\dots\dots (78),$$

hvilken öfverensstämmer med (76), gällande för det vanliga vindspelet med enkel vaxel. Det torde knappast behöfva påpekas, att äfven friktionsvindspelet kan förses med två eller flera kuggvexlar och att detta är att förorda, när mera betydande laster skola uppfordras. De i det föregående påpekade olägenheterna af många vexlar i ett vindspel förekomma emellertid äfven här.

37. Gångspel. Dessa skilja sig från de vanliga vindspelen hufvudsakligen derigenom, att axlarna för hjulen hafva ett nära vertikalt läge och att fundamentet i följd häraf erhåller en annan grundform. De begagnas vid upphalningsbäddar för mindre farkoster och såsom ankarspel. Fig. 76 visar hufvudanordningen af ett gångspel för en upphalningsbädd. I stället för handvefvar användas här 3 å 4 st. spakar, hvilka upptaga arbetet från manskapet. Spakarne erhålla ett nära horisontalt läge och en längd af 1 å 2 m. och t. o. m. deröfver. Kettingen göres ofta ändlös och är då slagen ett halft hvarf omkring en med lämpliga fördjupningar försedd vals, V , i spelet, hvilka fördjupningar hindra kettingen att glida, och styres å andra sidan af en likadan vals, fästad i marken ett stycke ifrån spelet. Lastkettingen fasthållas dervid i en länk af nämnda ändlösa ketting och släpas sålunda med.

I teoretiskt hänseende skiljer sig gångspelet icke ifrån det vanliga vindspelet, hvarföre formlerna (76) och (77) äfven här ega tillämpning.

38. Lyftkranar. Ändamålet med dessa maskiner är dels att åstadkomma uppfordring af tyngder till en viss höjd, men äfven att

möjliggöra en större eller mindre förflyttning i horisontal riktning med derpå följande nedfirning af lasten. Lyftkranarne äro antingen fasta eller flyttbara. De förra begagnas, då den erforderliga sidorörelsen är jemförelsevis obetydlig; de senare deremot, då en mera betydande förflyttning i horisontal led är nödvändig. Enär de flyttbara kranarne oftast äro af hufvudsakligen samma konstruktion som de fasta, från hvilka de skilja sig förnämligast derigenom, att de äro placerade på en vagn, gående på en jernbana, kan det vara nog att här beskrifva några fasta kranar.

Fig. 77 visar anordningen af den s. k. magasinskranen. Ställningen består af tre hufvuddelar, nemligen kranstocken eller stolpen, *K*, kranarmen eller bommen, *B*, samt sträfvän, *S*. Det hela är vridbart omkring tappar vid stolpens ändpunkter. Öfver en styrulle vid sträfväns öfre ända föres lastkettingen till ett vid kranstocken sittande vindspel. Spelets rörliga delar äro vid denna, liksom vid öfriga kranar, desamma och verka på samma sätt, som de i det i 35 beskrifna vindspelet. Formlerna (76) och (77) gälla i följd häraf äfven i detta fall. Genom att upphänga lasten i kroken till endera ett löst block eller ock till ett flerskifvigt blocktyg, kan utvexlingen påtagligen väsentligen förökas.

Den vanliga gjuteri- eller verkstadskranen visas af fig. 78. Afvikelsen från magasinskranen ligger deri, att bommen har en mera betydande längd, och att den är sammansatt af tvenne parallela balkar, försedda med skenor på den öfre sidan, så att en liten jernbana bildas, på hvilken en vagn, bärande ett flerskifvigt blocktyg tillika med lasten, kan förmedels handvefven *H* och evighetsskrufven *E* flyttas utåt eller inåt. Lastkettingen är fästad vid bommens yttre ändpunkt, går derifrån parallelt med bommen till en skifva i det fasta blocket, *F*, i blocktyget, sedan till en skifva i det lösa, *L*, så till en i det fasta o. s. v. v. v. v. från en lös till en fast skifva och tvärtom, och slutligen från den sista fasta skifvan i blocktyget ånyo parallelt med bommen till en styrrulle, *R*, vid bommens inre ända samt derifrån ned till spelet, *S*. Den första och den sista skifvan i det fasta blocket, *F*, ligga i samma plan, hvarföre de ifrån dem utgående kettindelarne icke orsaka någon vridning af blocket.

Det sätt, hvarpå kettingen är förd öfver skifvorna i blocken, möjliggör tydligtvis en flyttning utåt eller inåt utan någon sänkning eller höjning af lasten. Enär kranställningen dessutom är vridbar omkring tappar vid stolpens ändar, så kan lasten flyttas åt sidan utöfver en

ganska stor ringformig yta. Kombineringsen af ett blocktyg med spelet, hvilket senare i regeln är försedt med dubbla kuggvexlar, gifver maskinen en rätt betydande lyftkraft och gör densamma mycket värdefull i de större verkstäderna och gjuterierna. Då mycket stor sidoförflyttning är behöflig, ersättes gjuterikranen med en spelställning sådan som den af fig. 74 antydd.

Byggnadskranen, fig. 79, är anordnad i det allra närmaste så som magasinsskranen; men det öfre tapplagret fasthålls af ett par i marken fästa sträfvor, *SS*.

Vanliga grundformer å kaj- eller hamnkranar visas af fig. 80, 81 och 82. Erforderligt stöd för ställningen måste anskaffas i marken omedelbart under densamma och så, att utrymmet omkring maskinen icke onödigtvis inkräktas.

Fig. 80 visar huru kranställningen med användning af rörlig pelare kan hållas i behörigt läge. På botten af ett schakt i kajmuren är ett dubblager uppställt till stöd för kranstolpen; denne erhåller dessutom stöd af friktionsrullar, *RR*, vridbara omkring tappar i en gjuten jernlåda i jernhöjd med marken.

Svårigheten att åstadkomma smörjning af dubblagret i schaktet till sist beskrifna kran har gifvit anledning till konstruktion af de kajkranar, som visas af fig. 81 och 82. Pelaren är här fast förenad med en gjuten temligen stor grundplatta af jern, som medelst förankningsstänger är sammanbunden med en tillräckligt stor mängd murverk, så att stjälpning ej är att befara. Vid öfre ändan af denna pelare finnes en dubb och invid grundplattan är ställningen försedd med friktionsrullar, *RR*, till underlättande af ställningens kringvridning. Emedan afståndet mellan stöden vid kranpelaren är ganska litet, blir trycket i samma mån stort och kringvridningen försvårad. Vid de större kranarne betjenar man sig fördenskull af ett särskildt litet spel, *S*, fig. 82, för det helas vridning åt sidan. Detta i kranställningen fastskrufvade spel består af en horisontal handvefaxel med vidfästadt koniskt dref, ingripande i ett större koniskt, horisontalt kugghjul, på hvars axel nedtill sitter ett cylindriskt dref, hvilket ingriper i ett med den fasta kranpelaren sammangjutet kugghjul, hvarigenom hela kranen kringvrides, då handvefven försättes i rörelse.

Mastkranen, fig. 83, är ock en kajkran, men med betydligt större dimensioner än de öfriga och vanligen äfven afsedd för mera betydande tyngder; den skiljer sig till sin konstruktion rätt mycket från öfriga kranar. Ställningen består af tvenne långa spiror eller

master, *MM*, ej sällan utförda af nitade plåtrör, för erhållande af nödig styfhet utan uppoffring af allt för mycket material. Spirorna äro upptill förenade medelst ett tvärstycke och nedtill halfsferiskt afrundade samt hvila i skålar af samma form. Ifrån tvärstycket utgå tvenne långa stagketteringar, *K*, ledande till ett spel, med hvars tillhjälp kranen kan resas, då lasten skall tagas i land, och sänkas, då lasten skall föras ombord på ett invid kajen liggande fartyg. Masterna stagas dessutom af tvenne sträfvor, *SS*, hvilka förmedelst från deras öfre del ned till marken gående ketteringar hållas i behörigt läge, så att rörelsen för kranen bakåt begränsas. Uti tvärstycket sitta tvenne flerskifviga blocktyg sida vid sida. Till hvardera blocktyget hör ett kraftigt vindspel, placeradt på marken ett stycke ifrån kranen. De två lastketteringarne ledas ifrån blocktygen omkring hvar sin styrrulle, *R*, vid kranställningens fot och derefter fram till valsarne i spelen. För lastens manövrering i horisontal led, då den blifvit upplyftad ett stycke, begagnas ett särskildt litet spel af den konstruktion, fig. 69 utvisar.

III. Domkrafter.

39. **Allmänna anmärkningar.** Under benämningen domkrafter sammanfattas flera olika häftyg, hvilka kännetecknas för det första deraf, att de i stället för den vid blocken och blocktygen brukliga lastketteringen eller linan äro försedda med en kort stadig stång, hvilken vid uppföringen skjuter eller drager lasten uppåt; för det andra deraf, att de i förhållande till det utrymme de intaga hafva en betydande lyftkraft; för det tredje deraf, att de kunna uppställas på samma underlag som bär lasten och att de icke behöfva något stöd ofvan detta underlag, hvilket deremot tydligen är fallet med blocken och blocktygen, och slutligen för det fjärde att lyfthöjden är liten. Laststången är i regeln utsatt för sammantryckning med åtföljande fara för afknäckning, hvilket gör, att längden måste begränsas och i följd häraf äfven lyfthöjden. Vid stångens öfre ända finnes en klo, en »krona», eller en refflad yta, hvarpå lasten anbringas, och vid dess nedre del, dock ej alltid, en kort, utstående refflad arm, som användes för samma ändamål, då utrymmet under den kropp, som skall lyftas, ej tillåter domkraftens uppställande derstädes. Lasten bör dock företrädesvis anbringas på kronan, emedan friktionen emellan lastskrufven och stativet då påtagligen blir mindre, än om trycket kommer på armen. Dessa

maskiner användas sällan till annat än att lyfta endast den ena änden af en tung kropp, emedan stabiliteten blefve otillräcklig, om hela tyngden skulle på en gång lyftas och särskilda åtgärder icke vore vidtagna för att hindra stjälpning; de äro icke desto mindre af stort praktiskt värde.

40. Domkraft med kuggstång. Denna maskin, som åskådliggöres af fig. 84, är i sjelfva verket ingenting annat än en modifikation af det vanliga vindspelet. Den är försedd med en handvefaxel med vidfästadt dref, ingripande i ett större kuggghjul, hvilket i sin ordning bildar ett enda stycke med ett dref, ingripande uti på laststången anordnade kuggar. På handvefaxeln sitter ett spärrhjul, i hvilket en infallande spärrhake hindrar lastens nedsjunkande, då drifkraften upphör att verka. De rörliga delarne äro inneslutna i ett stativ af trä eller jern. Då större utväxling är erforderlig, användes ytterligare en axel med tillhörande tvenne kuggghjul, ett större och ett mindre, alldeles som vid det vanliga vindspelet. Sambandet mellan kraft och last angifves tydligen af (76) eller (77). — Lyftkraften är liten i jämförelse med den vid de i det följande beskrifna maskinerna.

41. Skrufdomkrafter. Laststången utgöres här af en plattgängad skruf af jern eller stål. Skrufmuttern kan vara fast eller rörlig i stativet. I förra fallet är skrufven upptill försedd med en rörlig krona; i det senare deremot fasthållles skrufven, så att han ej kan deltaga i mutterns rotation, utan endast röra sig i sin egen längdriktning — kronan är då fast. Skrufven erhåller en så liten stigning, att friktionen är tillräcklig att hindra lastens nedsjunkande, då drifkraften upphör att verka — se 26.

a. Enkel skrufdomkraft. I öfverensstämmelse med fig. 85 är skruvhufvudet genomborradt i två emot hvarandra vinkelräta riktningar. Uti det ena af dessa hål insticker arbetaren en stång, *S*, af jern eller stål, med hvars tillhjälp skrufven kringvrides ett kvarts hvarf och lasten höjes ett motsvarande stycke. Derefter flyttas stången till det andra hålet, så att en ny kringvridning kan börja. — Muttern är fast.

En modifikation af denna maskin visar fig. 86. Den användes på jernvägarne för upplyftning af urspårade lokomotiv och andra jernvägsagnar; den benämnes lokomotiv-domkraft. Skruvhufvudet är vid omkretsen tandadt, och häfstången, hvarmed kringvridningen verkställles, är uppträdd på skrufven samt bär vid ena sidan en dubbel spärrhake, *S*, hvilken af en spiralfjeder intryckes i öppningarna mellan

tänderna. Då stängen skjutes åt ena sidan, tvingar spärrhaken skrufven att medfölja, men då rörelsen fortgår i motsatt led, infaller haken i en ny tandöppning. Genom att vrida häfstängen fram och tillbaka inom en temmeligen liten vinkel, höjes lasten periodvis. Arbetet blir här något bekvämare, än då stängen, såsom i föregående fall, oupphörligen skall flyttas ifrån det ena hålet till det andra. Hela häftyget är uppställt på en å öfre sidan planhyflad ram af jern, i hvilken en skruf är lagrad. Muttern till denna skruf är fastgjord i foten till det egentliga stativet, hvarföre lokomotivet, sedan det blifvit upplyftadt tillräckligt, kan medelst nämde skruf och en till densamma hörande spärrhakshäfstång flyttas rätt öfver jernvägsspåret och der nedsänkas.

På grund af (55) är utvexlingen vid den enkla skrufdomkraften, den må vara anordnad på det ena eller andra af de här ofvan beskrifna sätten,

$$k = \frac{Q}{P_n} = \frac{H}{r \operatorname{tg} \alpha},$$

om H betecknar häfstängens effektiva längd och tecknen i öfrigt hafva samma betydelse som i 26. Då nu dessutom

$$r \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{2\pi},$$

så blir ock

$$k = \frac{2\pi H}{h}.$$

Häraf följer

$$Q = \eta \frac{2\pi H}{h} P \dots\dots\dots (79).$$

b. Skrufdomkraft med kuggvexel. Muttern, M , är här, enligt fig. 87, sammangjuten med ett koniskt kugghjul och är vridbar i stativet. Kugghjulet ersätter den i föregående fall begagnade häfstängen. Hjulet står i ingrepp med ett koniskt dref, D , uppfästadt på en horisontal handvefaxel, hvilken omfattas af en från stativet utgående arm. Skrufven har fast krona, och refflorna i denna ingripa i lasten, så att vridning der ej kan ega rum.

Denna domkraft kan tydligen anses sammansatt af två enkla maskiner, nemligen en häfstång, bildad af handvefaxeln med dref och ref, samt en enkel skrufdomkraft. Betecknar H handvefvens, r drefvets och R det större kugghjulets mekaniska radier samt h skrufvens stigning, så är utvexlingen för den förstnämnda maskinen

$$k_1 = \frac{H}{r}.$$

och för den andra

$$k_2 = \frac{2\pi R}{h}.$$

Häraf följer

$$Q = \eta \frac{H}{r} \frac{2\pi R}{h} P \dots\dots\dots (80).$$

c. Skrufdomkraft med snäckhjul och evighetsskruf. Fig. 88 visar konstruktionen af denna maskin. Muttern är äfven här rörlig och vid omkretsen tandad. Tänderna äro emellertid sneda och dessutom af sådan form, att de passa emot gängen till en kort skruf, vinkelrät emot lastskrufven och ingripande i mutterns omkrets. Formen på tänderna å muttern har gifvit anledning till benämningen snäckhjul. Den i snäckhjulet ingripande korta skrufven, *S*, är lagrad i stativet på så sätt, att den väl kan vrida snäckhjulet omkring huru länge som helst, men sjelf ej flyttas i sin längdriktning; de två lagren, *FF*, hindra nemligen sist nämnda rörelse. Maskindelen i fråga kallas fördenskull evighetsskruf. Vid ena änden af densamma sitter endera en vanlig handvef eller ock, såsom figuren utvisar, en dubbelvef, *VV*. Lastskrufven avslutas upptill med en fast krona och nedtill med en kort arm, båda som vanligt afsedda för lastens uppbärande.

De enkla maskiner, som ingå i den nu beskrifna kombinationen, äro två, nemligen för det första evighetsskrufven med tillhörande handvef och för det andra lastskrufven med dess mutter. Enär enligt 26 sambandet mellan kraft och last vid en skruf är oberoende af afståndet mellan lastens verkningslinie och skrufspindelns medellinie, så kan den i nämde § anförda teorien tillämpas såväl för evighetsskrufven som för lastskrufven. Betecknar h_1 den förres och h den senares stigning, H handvefvens och R snäckhjulets häfmar, så är fördenskull utvexlingen vid den första maskinen

$$k_1 = \frac{2\pi H}{h_1}$$

och vid den andra

$$k_2 = \frac{2\pi R}{h}$$

samt i följd häraf

$$Q = \eta \frac{2\pi H}{h_1} \frac{2\pi R}{h} P \dots\dots\dots (81).$$

Påpekas må, att stigningsvinkeln icke behöfver vara mindre än friktionsvinkeln vid båda skrufvarne; det är tillräckligt att den är det vid endast den ena. Verkningsgraden blir eljes allt för mycket nedsatt.

c. Differentialdomkraft, fig. 89. Här är såväl lastskrufven som dennes mutter, M , rörlig relativt stativet. Uti skrufven är ett ut- efter hela längden gående spår, S , utfräst, hvari en i hylsan A fästad krysspinnne kan röra sig. Denna krysspinnne tvingar skrufven att del- taga i den rotation, hylsan erhåller. Muttern är sammangjuten med ett horisontalt kugghjul, B , och hylsan A är på samma sätt förenad med de koniska, lika stora men emot hvarandra vända kugghjulen C och D . På handvefaxeln sitta tvenne koniska kugghjul, E och F , med något olika stora toppvinklar fastkilade, det förre ingripande i det ena hylshjulet, C , och det andra i mutterhjulet B . Då handvefven kring- vrides, tvingas muttern och hylsan och sålunda äfven skrufven att del- taga i rotationen. Men enär, såsom nyss nämndes, toppvinklarne i de två kugghjulen på handvefaxeln äro olika, så blifva vinkelhastigheterna för muttern och hylsan äfvenledes olika. Hylsan och skrufven komma således att vrida sig relativt muttern, dock med en mycket liten ha- stighet. Härigenom blifver utvexlingen stor. Maskinen kan äfven an- vändas såsom enkel skruftomkraft med kuggvexel och begagnas såsom sådan, då lasten är jemförelsevis liten. Handvefaxeln är nemligen lagrad excentriskt i bussningen G , hvilken medels handtaget K kan, efter det att regeln L blifvit lösgjord, vridas om, så att kugghjulet E kommer att ingripa i det öfre hylshjulet D . Bussningen fastläses nu i det nya läget och klämskrufven N ingängas, så att den hindrar mut- tern att röra sig. Arbetet kan derefter tydliggen öfverföras från hand- vefaxeln till hylsan, d. ä. till skrufven. — Kronan är vridbar.

För bestämningen af utvexlingen utgå vi ifrån (3) och tänka oss friktionen försvinnande. Det af den effektiva drifkraften P på hand- vefven öfverförda arbetet, under det att bågslängden α genomlöpes, är

$$A_t = P_n H \alpha,$$

om H som vanligt betecknar vefradien. Det nyttiga arbetet under samma tid är

$$A_n = Q S_1.$$

Lastens höjning, S_1 , beror påtagligen af α och af kugghjulens medel- radier. Låt medelradien i det mindre kugghjulet på handvefaxeln be- tecknas med r , i det större hjulet å samma axel med R , i de två lika hylshjulen med r_1 och i mutterhjulet med R_1 . Då är, emedan de i hvarandra ingripande hjulen rulla på hvarandra utan att glida,

$$r\alpha = r_1\alpha_1$$

och

$$Ra = R_1 a_2,$$

om a_1 och a_2 beteckna de respektive vinkelvägarne för hylsan och muttern. Häraf följer

$$a_1 = \frac{r}{r_1} a \quad \text{och} \quad a_2 = \frac{R}{R_1} a.$$

Skrufhylsans och skrufvens gemensamma vinkelväg relativt muttern är altså

$$a_1 - a_2 = \left(\frac{r}{r_1} - \frac{R}{R_1} \right) a.$$

Lastens höjning, S_1 , bestämmes af relationen

$$\frac{S_1}{h} = \frac{a_1 - a_2}{2\pi},$$

om h betecknar skrufvens stigning. På grund häraf erhålles vidare

$$S_1 = \frac{h}{2\pi} \left(\frac{r}{r_1} - \frac{R}{R_1} \right) a$$

och

$$P_n H a = Q \frac{h}{2\pi} \left(\frac{r}{r_1} - \frac{R}{R_1} \right) a.$$

Utvexlingen är således

$$k = \frac{Q}{P_n} = \frac{2\pi H}{h \left(\frac{r}{r_1} - \frac{R}{R_1} \right)},$$

samt slutligen lastens räknevärde

$$Q = \gamma \frac{2\pi HP}{h \left(\frac{r}{r_1} - \frac{R}{R_1} \right)} \dots\dots\dots (82).$$

42. Hydraulisk domkraft. Detta häftyg är det kraftigaste af alla. Det förekommer stundom så konstrueradt, att en man kan med detsamma lyfta tyngder af ända upp till 50 000 kg och t. o. m. deröfver. Det är likvisst endast i vissa undantagsfall det kan vara med fördel förenadt att göra bruk af en så ansenlig utvexling, ty lasten kommer uppenbarligen att dervid höjas ytterligt långsamt. De arbetande delarne utgöras af en handpump, en tryckvätska — vatten, olja eller glycerin — och en tryckcylinder, hvari vätskan medelst pumpen inpressas. Fig. 90 visar hufvuddragen af maskinens konstruktion. Stativet, S , är slätsvarfvadt utvändigt och omslutes af den invändigt likaledes slätsvarfvade pressecylindern, C . Såsom packning mellan båda användes vid stativets öfre delen rund lederskifva, hvars mot cylindern

uppvikta kant pressas af vätskan med stor kraft emot cylindern. Ofvanpå presscylindern sitter en behållare, B , innehållande såväl pumpen som tryckvätskan. På den öfre refflade delen af denna behållare anbringas lasten i vanliga fall; men enär cylindern nedtill är försedd med en framspringande klack, K , kan lasten, då det så lämpar sig, upptagas derstädes i stället. Pumpen är enkelt verkande och har vid sidan en sugventil samt nedtill en tryckventil, den förra sittande i kommunikationskanalen från behållaren och den senare i ledningen till cylindern. Pumpkolfven erhåller sin rörelse från en kort arm, A , utgående från en i behållaren lagrad axel, på hvilken å andra sidan stången med handtaget till pumpen är fästad. Då handtaget upplyftes, följer pumpkolfven med, vätskan insuges dervid i pumpecylindern och inpressas sedan i den större tryckcylindern, då handtaget nedskjutes. För hvarje pumpslag indrives sålunda en liten kvantitet vätska i cylindern, hvarigenom denna tillika med lasten småningom höjes. Efter verkställd uppföring släppes vätskan tillbaka in i behållaren genom en särskild liten ventilöppning, V .

Betecknas den längre häfarmen vid pumpstången med a , den kortare med b och den effektiva drifkraften vid handtaget med P_n , så är, under förutsättning att friktionen är försvinnande, det på pumpkolfven vid dennes rörelse nedåt framkallade trycket

$$x = \frac{a}{b} P_n.$$

Betecknar vidare d pumpkolfvens diam. och D presscylindern samt p trycket pr ytenhet inom vätskan, så är

$$\frac{a}{b} P_n = p \frac{\pi d^2}{4}.$$

Vätskans uppåt riktade vertikaltryck är $p \frac{\pi D^2}{4}$, och villkoret för jemvigt, om maskinens egen vikt försummas,

$$Q = p \frac{\pi D^2}{4}.$$

Elimineras p ur de två sista eqvationerna, erhålles utvexlingen

$$k = \frac{Q}{P_n} = \frac{a}{b} \left(\frac{D}{d} \right)^2.$$

Slutligen blir

$$Q = \eta \frac{a}{b} \left(\frac{D}{d} \right)^2 P \dots\dots\dots (82).$$

IV. Tabellarisk öfversigt af de mest

H ä f t y g		Lyftkraft i kg
Enskifvigt block med hamplina	Vexlar inom mycket vida gränser	
» » » ketting.....		
Vanligt blocktyg:		
En skifva i hvardera blocket samt lina		
» » » » » ketting		
Två skifvor » » » lina		
» » » » » ketting		
Tre » » » » » lina		
» » » » » ketting		
Fyra » » » » » lina		
» » » » » ketting		
Differentialblock med en ketting		250 å 2,000
» » » » » och särskild draglina		2,000 å 4,000
» » särskild drifketting och enkel kuggvexel		4,000 å 10,000
Epicycloidalblock		250 å 2,000
Vindspel med enkel vexel		350 å 1,500
» » dubbel »		700 å 4,000
» » trenne kuggvexlar		12,000 å 18,000
Gångspel » dubbel vexel.....		10,000 å 30,000
Domkraft med kuggstång och enkel vexel		500 å 1,000
» » » » dubbel »		1,000 å 4,000
» » skruf och fast mutter		2,000 å 20,000
» » » » rörlig »		1,500 å 15,000
» » » » » samt kuggvexel		2,000 å 20,000
» » snäckhjul och evighetsskruf		2,000 å 20,000
» » differentialskruf och kuggvexlar		3,500 å 20,000
Hydraulisk domkraft		3,000 å 60,000

Anm. Af en man kan under kortare tid påräknas en drifkraft af 15 å 30 kg.; förutsättas större än 6 å 8 kg. Då två eller flera man arbeta vid en och samma hand- per man under sådana omständigheter icke får påräknas fullt så hög, som här blifvit till maskinen: om han använder båda händerna eller endast den ena handen; om kropps- verkar, har tillräckligt stor yta och sådan form, att trycket i händerna ej bliver så starkt och användande måste för öfrigt noga tillses, att arbetaren icke onödigtvis anstränges, lemnas beträffande den drifkraft, som kan vara att af en man påräkna. Vid en handvexl, 15 och vid en tryckpump, som fattas med endast ena handen, 10 kg. Det säger sig dess- verkan, än den här angifna. Den praktiska erfarenheten gifver dervid den bästa vägledningen. huru pass väl skött maskinen är. Försummad renhållning och dålig smörjning nedsätta

brukliga häftygens användbarhet.

Verkningsgrad	Förlust i % af motorns arbete	Fördelar och olägenheter
0,90 à 0,95	10 à 5	} Stor lyfthöjd; hög verkningsgrad vid användning af ketting; i vanliga fall — då blocktygen ej kombineras med andra häftyg — ringa lyftkraft.
0,94 à 0,98	6 à 2	
0,80 à 0,85	20 à 15	} Stor lyftkraft; lätt att flytta; lasten sjunker ej då drifkraften upphör att verka; låg verkningsgrad.
0,90 à 0,95	10 à 5	
0,65 à 0,75	35 à 25	
0,85 à 0,90	15 à 10	
0,50 à 0,65	50 à 35	
0,80 à 0,85	20 à 15	
0,40 à 0,60	60 à 40	
0,75 à 0,80	25 à 20	
0,30 à 0,35	70 à 65	} Stor lyftkraft, lätt att flytta; uppfordring kan ske vid blockets rörelse i såväl den ena riktningen som i den andra; låg verkningsgrad.
0,30 à 0,35	70 à 65	
0,25 à 0,30	75 à 70	} Hög verkningsgrad; stor lyfthöjd; lätt att flytta; ringa lyftkraft.
0,30 à 0,35	70 à 65	
0,90 à 0,95	10 à 5	} » » » » stor och tung maskin.
0,85 à 0,90	15 à 10	
0,80 à 0,85	20 à 15	} » » stor dragkraft; i allmänhet icke flyttbar.
0,70 à 0,75	30 à 25	
0,75 à 0,90	25 à 10	} » » lätt att flytta; liten lyfthöjd.
0,70 à 0,85	30 à 15	
0,30 à 0,40	70 à 60	} Stor lyftkraft; lätt att flytta; lasten sjunker ej, då drif- kraften upphör att verka; liten lyfthöjd; låg verkningsgrad.
0,20 à 0,30	80 à 70	
0,15 à 0,25	85 à 75	
0,10 à 0,20	90 à 80	
0,10 à 0,20	90 à 80	} Mycket stor lyftkraft; ganska hög verkningsgrad; lätt att flytta; ventilerna komma lätt i olag, om tryckvätskan är oren.
0,60 à 0,70	40 à 30	

under arbete, som skall fortgå utan nämnvärda afbrott dagligen, bör drifkraften icke vef, handspak, draglina e. d., hindra de i allmänhet hvarandra något, hvarför drifkraften angifvet. Vidare måste afseende fästas vid det sätt, hvarpå arbetaren öfverför sin verkan ställningen är bekväm eller i och för sig ansträngande; om den maskindel, hvarpå han koncentreradt, att ömhet eller t. o. m. skada uppstår o. s. v. Vid maskiners anordnande vare sig på ena eller andra sättet. Några fullt allmängiltiga uppgifter kunna således ej tillhörande en uppfordringsmaskin, plägar man i vanliga fall förutsätta en drifkraft af utom själf, att det i kritiska fall kan vara rent af nödvändigt att fordra en långt större Lasten, som med en gifven drifkraft kan lyftas, är slutligen i väsentlig mån beroende af i hög grad effekten. Här som eljes gäller det således att hålla materielen i godt skick.

Numeriska tillämpningar.

1. Med ett treskifvigt linblocktyg skall en last om 200 kg upplyftas. Huru många man äro för uppfordringen behöfliga?

Med antagande af en verkningsgrad $\eta = 0,5$, blir, enligt (70),

$$200 = 0,5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot P,$$

hvaraf drifkraften $P = 67$ kg. Fyra man kunna alltså förrätta arbetet.

2. Uti ett differentialblock äro de fasta skifvornas radier $R = 150$ och $r = 140$ mm. Huru stor last kan en man antagas förmå lyfta med detsamma?

Vid en drifkraft af 20 kg och $\eta = 0,3$, blir lasten, enligt (72),

$$Q = 0,3 \cdot \frac{2 \cdot 150}{150 - 140} \cdot 20 = 180 \text{ kg.}$$

3. Uti ett epicycloidalblock har det större kugghjulet 30 tänder och det mindre 29; drifskifvans radie är 150 och lastskifvans 75 mm. En last om 600 kg skall medelst detta häftig uppfordras. Bestäm erforderlig drifkraft.

Förutsättes $\eta = 0,3$, blir, enligt (75),

$$P = \frac{75 \cdot 600}{0,3 \cdot 30 \cdot 150} = 33 \text{ kg.}$$

4. Vid ett vanligt vindspel med enkel vaxel är handvefvarnes mekaniska radie 300, drefvets 60, kugghjulets 360 och kettingtrummans 100 mm. Bestäm erforderligt manskap för uppfordring af 800 kg.

Med $\eta = 0,9$ får man, enligt (76),

$$800 = 0,9 \cdot \frac{300}{60} \cdot \frac{360}{100} \cdot P,$$

hvaraf $P \cong 50$ kg. Tre man kunna således anses behöfliga.

5. Uti ett vindspel med dubbel vaxel har mellanaxeln ett dref med 60 mm:s radie och ett större kugghjul med en radie af 240 mm. Häfarmen vid handvefvarne är 360 mm. Öfriga dimensioner äro desamma som i föregående tillämpning. Huru stor last kunna 4 man lyfta med detta spel?

Vi förutsätta en drifkraft af 15 kg pr man och få följaktligen $P = 4 \cdot 15 = 60$ kg. Då blir, enligt (77) och med $\eta = 0,85$,

$$Q = 0,85 \cdot \frac{360}{60} \cdot \frac{360}{100} \cdot \frac{240}{60} \cdot 60 \cong 4\,400 \text{ kg.}$$

6. Vid en mastkran betjenar man sig af tvenne alldeles lika friktionsvindspel med dubbla vaxlar och dessutom af två stycken fyrskifviga linblocktyg, som vanligt hängande sida vid sida i kranen. Handvefvarne hafva en radie af 360 mm; radien i det första drefvet är 60, i det andra 75 och i valsarne 150 mm; radien i det större kugghjulet på mellanaxeln är 450 och i de två kugghjulen på valsaxlarna 600 mm. Man vill bestämma den last, som kan lyftas med kranen, då 3 man arbeta vid hvardera spelet.

Med en drifkraft af 15 kg pr man, blir $P = 3 \cdot 15 = 45$ kg för hvardera spelet. De partiella utvexlingarna i spelen äro, ifrån handvefaxeln räknadt,

$$k_1 = \frac{360}{60} = 6; \quad k_2 = \frac{450}{75} = 6; \quad k_3 = \frac{600}{150} = 4,$$

och för hvart och ett af de två blocktygen $k_4 = 2 \cdot 4 = 8$. Den sammansatta utvexlingen är sålunda, enligt (11),

$$k = 6 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 8 = 1\,152.$$

Verkningsgraden för spelen kan sättas $\eta_1 = 0,8$ och för blocktygen $\eta_2 = 0,40$. För hela maskineriet blir sålunda

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 = 0,32.$$

Slutligen erhålles den sökta lasten, enligt (12),

$$Q = 0,32 \cdot 1\,152 \cdot 2 \cdot 45 = 33\,178 \text{ kg.}$$

7. Huru många hvarf bör linan från hvart och ett af de två i föregående tillämpning omtalade blocktygen slås omkring valsarne i friktionsvindspelen, på det att en man må kunna med en kraft af endast 15 kg. spänna densamma, så att glidning ej uppstår vid valsarne?

Enligt (41) är

$$T = 15 \cdot e^{fa},$$

deri T betecknar påkänningen i linan. Denna är enligt föregående tillämpning

$$T = \eta_1 k_1 k_2 k_3 = 0,8 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 45 = 5\,184 \text{ kg.}$$

Båglängden α åter är $= 2\pi n$, der n är det sökta hvarfantalet. För $f = 0,16$ blir då

$$e^{0,16 \cdot 2\pi n} = \frac{5\ 184}{15} = 345,6,$$

hvaraf tillnärmelsevis $n = 6$.

8. Vid ett gångspel med dubbel utvexling betjenar man sig af 4 st. spakar med en effektiv längd af $R_1 = 1,2$ m. Två man arbeta vid hvarje spak. Radierna äro i första drefvet $r_1 = 100$, i det andra $r_2 = 150$ och i det tredje — kettingdrefvet — $r_3 = 133$ mm; uti det första stora kugghjulet $R_2 = 300$ och i det andra $R_3 = 400$ mm. Spelet användes vid en upphalningsbädd med en lutning af 1 på 10 och farkosten, som skall upphalas, hvilat på en vagn, vid hvilken det passiva motståndet under rörelsen kan antagas uppgå till 5 % af lasten. Huru tung farkost kan dervid upphalas?

Uti den första enkla maskinen — spakaxeln med spakar och vidfästadt dref — är utvexlingen

$$k_1 = \frac{R_1}{r_1} = \frac{1\ 200}{100} = 12;$$

uti den andra — det första större kugghjulet tillsammans med det andra drefvet — är den

$$k_2 = \frac{R_2}{r_2} = \frac{300}{150} = 2,$$

och i den tredje — det andra stora kugghjulet med kettingdrefvet —

$$k_3 = \frac{R_3}{r_3} = \frac{400}{133} = 3.$$

Den sammansatta utvexlingen blir sålunda

$$k = k_1 k_2 k_3 = 72.$$

Verkningsgraden kan antagas $\eta = 0,6$. Drifkraften är $P = 2 \cdot 4 \cdot 15 = 120$ kg, efter 15 kg pr man, och påkämningen i kettingen, enligt (77),

$$Q = 0,6 \cdot 72 \cdot 120 = 5\ 184 \text{ kg}.$$

Betecknar W lasten å vagnen, M det passiva motståndet vid bädden och α dennas lutningsvinkel, så är vidare, $\cdot \parallel Q$,

$$Q = W \sin \alpha + M.$$

Tillnärmelsevis är $\sin \alpha = \frac{1}{10}$ och, enligt uppgiften, $M = \frac{5}{100} W$.

Häraf följer

$$Q = \frac{15}{100} W$$

och

$$W = \frac{100}{15} \cdot 5\,184 = 34\,560 \text{ kg.}$$

9. Uti en kuggstångsdomkraft med dubbel vaxel har handvefven en radie af 240 mm; första drevvets radie är 30, det andras 40 och det tredjes 50 mm; det första stora kugghjulet har en radie om 160 och det andra en om 150 mm. Huru stor last kan en man lyfta härmed?

Enligt (77) blir, om η sättes = 0,8 och drifkraften antages = 15 kg,

$$Q = 0,8 \cdot \frac{240}{30} \cdot \frac{150}{50} \cdot \frac{160}{40} \cdot 15 \cong 1\,150 \text{ kg.}$$

10. Vid en enkel skruftomkraft gör man bruk af en skruf, hvars stigning är 8 mm, och en häfstång med en effektiv längd af 900 mm. Huru stor kraft fordras för lyftning af 3 000 kg?

Enligt (79) och med antagande af $\eta = 0,3$, blir

$$3\,000 = 0,3 \cdot \frac{2\pi 900}{8} P,$$

hvaraf $P \cong 14 \text{ kg.}$

11. En domkraft med snäckhjul och evighetsskruf har en dubbelvef, vid hvilken afståndet mellan handtagen är 400 mm; lastskrufven har 10 mm:s stigning och evighetsskrufven en stigning af 12 mm; snäckhjulets mekaniska radie är 60 mm. Huru stor last kunna 2 man lyfta med densamma?

Vi antaga $\eta = 0,1$ och drifkraften pr man till 10 kg. Då blir, enligt (81),

$$Q = 0,1 \cdot \frac{2\pi 400}{12} \cdot \frac{2\pi 60}{10} \cdot 10 = 8\,000 \text{ kg.}$$

Påpekas må, att P här icke får sättas = $2 \cdot 10$, utan endast = 10 kg, för så vidt icke båda karlarne arbeta vid samma vef. Är detta deremot fallet, blir $H = 200$ i stället för 400 mm och resultatet således alldeles detsamma, eller $Q = 8\,000 \text{ kg.}$

12. Vid en differentialskrufdomkraft är handvefradien 200 mm; medelradierna i kugghjulen på handvefaxeln $r = 75$ och $R = 100$ samt i hylshjulen $r_1 = 80$ och i mutterhjulet $R_1 = 110$ mm. Skrufvens stigning är 9 mm. Bestäm lyftkraften.

Om en man på vefven utöfvar ett tryck af 15 kg och η antages $= 0,1$, blir, enligt (82),

$$Q = 0,1 \cdot \frac{2\pi 200 \cdot 15}{9 \left(\frac{75}{80} - \frac{100}{110} \right)} \cong 7\,400 \text{ kg.}$$

13. Huru stor blefve lyftkraften vid i föregående tillämpning omtalade domkraft, om muttern fastgjordes och det öfre hylshjulet användes i stället för det nedre?

I detta fall kan man antaga $\eta = 0,20$. Derföre erhålles af (80)

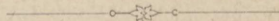
$$Q = 0,2 \cdot \frac{200}{75} \cdot \frac{2\pi 80}{9} \cdot 15 \cong 450 \text{ kg,}$$

eller i rundt tal endast en sextondel af lasten i förra fallet, men höjningen försiggår i stället så mycket fortare.

14. Pumpecylindern i en hydraulisk domkraft har en diameter af 15 mm och presscylindern en diam. af 150 mm; pumpstängens längre häfarm är 600 och den kortare 50 mm. Bestäm lyftkraften.

η kan antagas $= 0,6$. För den skull blir, enligt (82), om en man pumpar med en kraft af 10 kg,

$$Q = 0,6 \cdot \frac{600}{50} \cdot \left(\frac{150}{15} \right)^2 \cdot 10 = 7\,200 \text{ kg.}$$



R. Blaedel & Co.

Bokhandel för Arkitektur och Teknik.

Stockholm, Hamngatan 38.

Grunddragen af Hållfasthetsläran

af

O. E. Westin,

Lektor vid Kgl. Tekniska Högskolan, lärare vid Kgl. Artilleri- och Ingeniör-Högskolan.

Med 5 planscher i litografi.

Utgör del I af lärokurs i Tillämpad Mekanik vid Kgl. Art.- och Ing.-Högskolan, gillad och antagen af Kgl. Krigsundervisningskommissionen, enl. beslut d. 20/9 1888.

Pris: Kr. 3.75.

Beräkning och konstruktion

af

Kolpumpar.

Med 153 i texten tryckta illustrationer.

Bearbetning

af

C. A. Ångström,

Professor vid Tekniska Högskolan.

Pris: Kr. 3.25.

Hållfasthetsläran och dess användning

till bruk i praktiken och för studerande.

Lättfattad och enkelt utarbetad

af

P. Uhlich.

Öfversättning och bearbetning

af

Hj. Richert,

Löjtnant vid Kgl. Väg- & Vattenbyggnadscorpsen.

Med omsorgsfullt valda exempel och 118 i texten tryckta figurer.

Pris: Kr. 3.75.

Illustrerad Varulexikon,

upptagande tekniskt viktiga råvaror, kemikalier, metaller och mineralier, produkter af kemisk-tekniska industrien, närings- och njutningsmedel, kolonialvaror, färger och färgämnen, spånadsämnena, gödningsämnen, brännmaterialier m. m., deras beståndsdelar, förekomst eller fabrikation, förfälskning och surrogater, användning i det praktiska lifvet etc.

Med bidrag af flera fackmän

utarbetadt af

Martin Ekenberg,

Kemist och Ingeniör.

Utkommer i omkring 15 rikt illustrerade häften à 1 krona.

Sedan arbetet blifvit fullständigt höjes priset.

Kostnadsförslags- och Beräkningsbok

för

Byggmästare och Byggnadsegare.

Utarbetad af

R. Lindencrona,

Civil-Ingeniör.

Andra upplagan genomsedd och ändrad af

A. G. W. Borg.

Pris: 3 Kr.

Praktiska Tabeller vid Försågning och Utskeppning

af

Stäf- och s. k. Låd-bräder.

Af

Mercator.

Pris: 1 Krona.

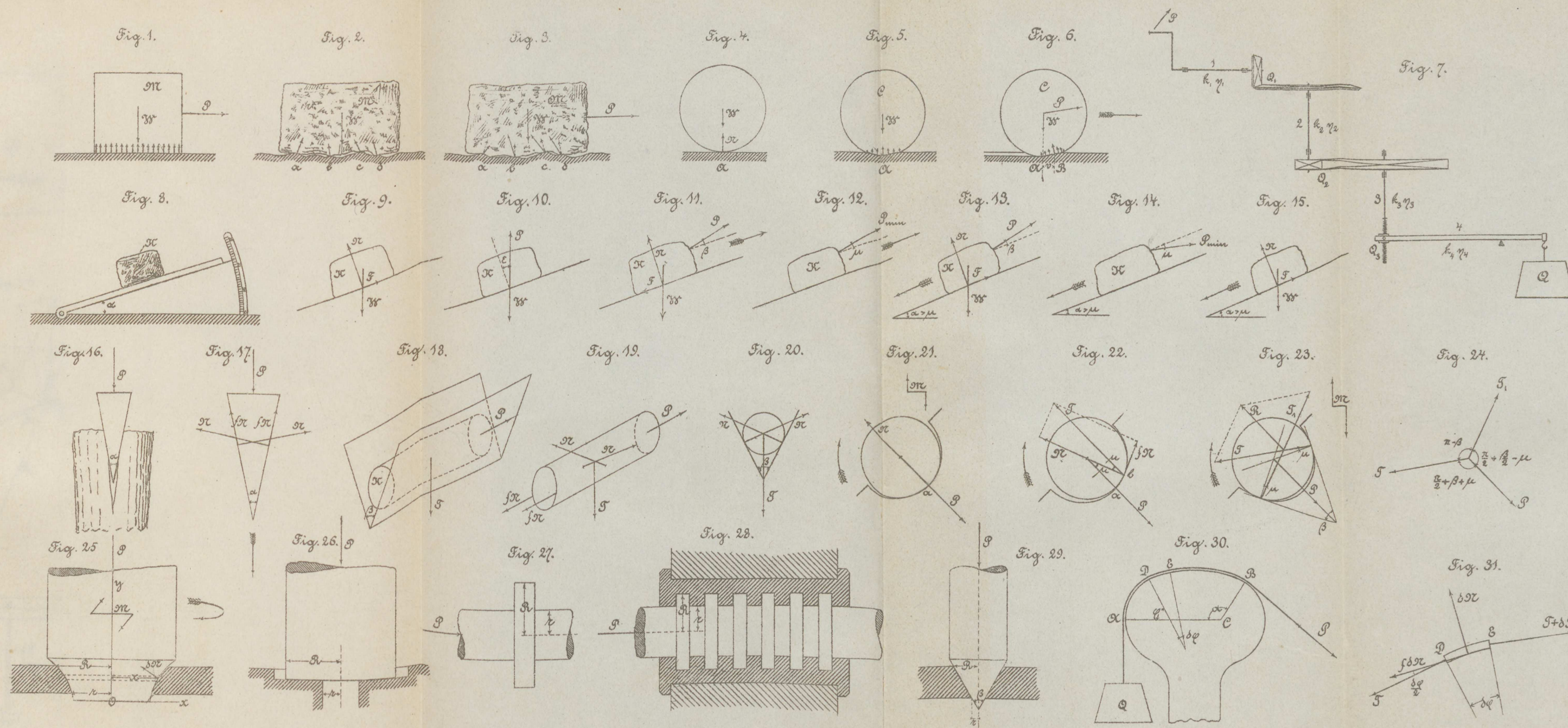
Om undersökningen af landtbruksprodukter och andra till jordbruksnäringen hörande föremål.

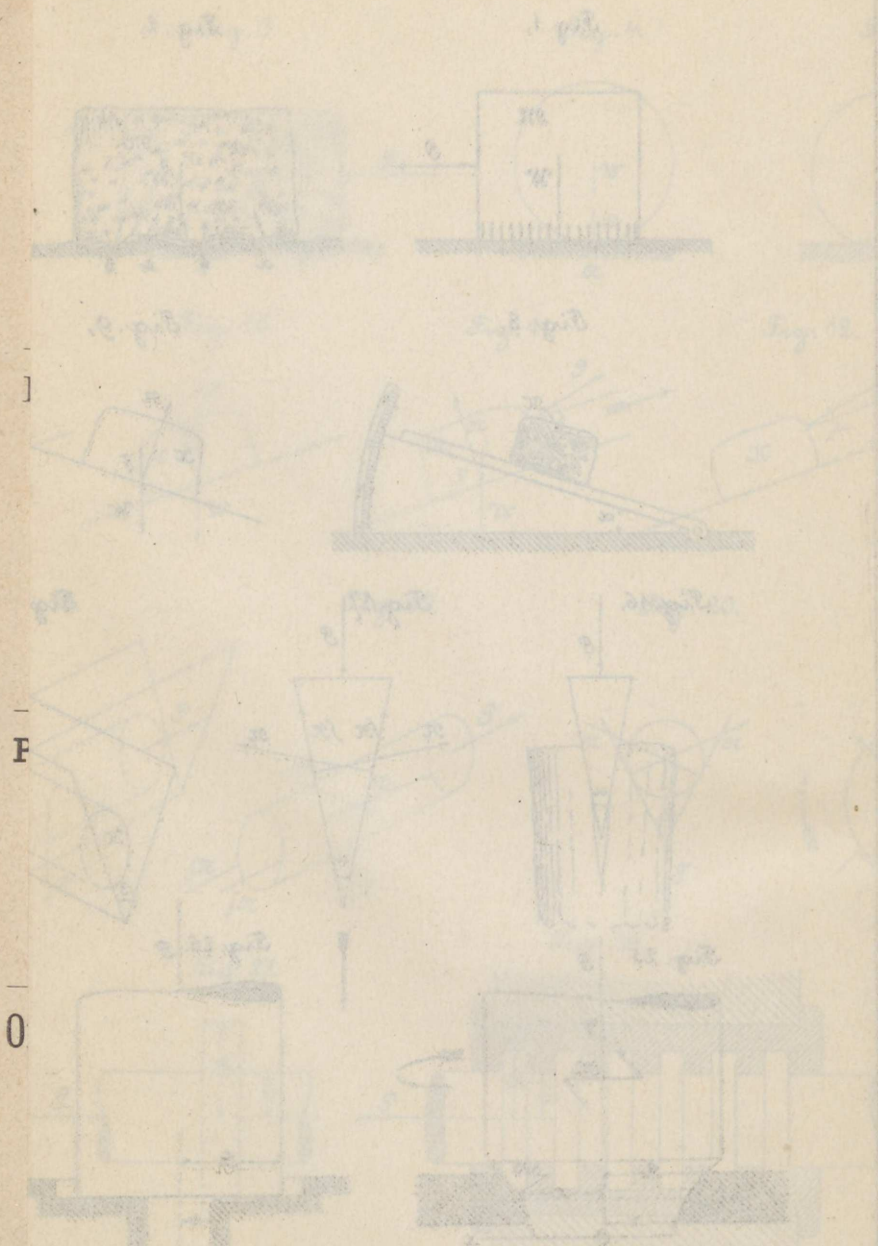
Af

C. E. BERGSTRAND.

Med afbildningar och tabeller.

Pris: Kr. 1.25.





F
0

