DTU Bibliotek

**Denne fil er downloadet fra**

# Danmarks Tekniske Kulturarv

*www.tekniskkulturarv.dk*

Danmarks Tekniske Kulturarv drives af DTU Bibliotek og indeholder scannede bøger og fotografier fra bibliotekets historiske samling.

## Rettigheder

Du kan læse mere om, hvordan du må bruge filen, på *www.tekniskkulturarv.dk/about*

Er du i tvivl om brug af værker, bøger, fotografier og tekster fra siden, er du velkommen til at sende en mail til *tekniskkulturarv@dtu.dk*

DANMARKS TEKNISKE BIBLIOTEK
m 00719146 Del 1
300006513461
621.30 Schó
1901 Del 1

Til

Forfatteren

venligst

fra

A. P. Christensen Mozart Lublin

# LÆREBOG

I

# ELEKTROTEKNIK

## I DEL

UDARBEJDET TIL BRUG VED UNDERVISNINGEN PAA
LÆREANSTALT FOR ELEKTROTEKNIK

AF

H. SCHØNBERG-HANSEN
INGENIØR I ELEKTROTEKNIK

KØBENHAVN
TRYKT HOS CHR. J. TAUBER & SØN
1901

# Indholdsfortegnelse

## 1ste Kapitel.


Side.

Den elektriske Strøm og dens Love . . . . . 1
Elementforbindelser . . . . . 12
Strømforgrening . . . . . 18
De Kirchhofske Love . . . . . 21
Wheatstones Bro . . . . . 27
De forskellige Ligestrøms-Dynamomaskiner . 29


## 2den Kapitel.


Den elektriske Strøms Varmevirkning . . . . 34
Virkningsgrad af et elektrisk Anlæg . . . 39
Glødelamper . . . . . 39
Buelamper . . . . . 41
Thermo-elektriske Strømme . . . . . 43


## 3die Kapitel.


Lovene for den magnetiske Tiltrækning og
Frastødning. . . . . 47.

Side.

Magnetens gensidige Indvirkning. Det magnetiske Moment . . . . . 55
De magnetiske Kraftlinier . . . . . 63
Elektriske Lederes Kraftlinier . . . . . 67
Biot-Savarts Lov og dens Anvendelse . . 70
Solenoiden . . . . . 78
Magnetisk Induktion . . . . . 82
Hysteresis . . . . . 86
Den magnetiske Strømkreds . . . . 90
Magnetens Bæreevne . . . . . 99
Elektriske Strømmes gensidige Indvirkning . . . . . 103

## 4' Kapitel.

Induktion . . . . . 109
Maaling af Induktionsstrømme . . 122
Bestemmelse af Magnetiseringskurven efter Ringmetoden og med Hopkinsons Apparat . . . . . 126
Selvinduktion . . . . . 131
Den gensidige Induktion . . . . . 134

## 5' Kapitel.

Det absolute Maalesystem . . . . . 140

## Trykfejl Fortegnelse:

Side 20. 11' Linie f. n. læs (b) i Stedet for (a)
" 45. I Tabellen udgaar Tallene 1 og 2 foran Arsenik og Jern.
" 56. 6' Linie f. o. læs $l^2$ i Stedet for $(\frac{l}{2})^2$
" " 7' " " " " " — " — "
" 71. 10' " " " $-\angle LNO$ " " $-\angle JNO$.
" " Fig. 26 da er kun det lille Stykke ved Enden af x.
" 73. 13 Linie f. n. læs Bruchement.
" 74. 3 " " o. " m i Stedet for $m^2$
" 80. Formel 28 læs $(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$ i Stedet for $(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1$
" 105. Fig. 42 a. læs ⊙ i Stedet for ⊗
" 113. " 48 Samtlige Pile vendes.
" 119. 14' Linie f. n. læs 100 i Stedet for 10
" " 12 " " " " 1000000000 i Stedet for 100000000

# 1. Kapitel.

## Den elektriske Strøm og dens Love.

Trods de talrige Anvendelser, der i det praktiske Liv gøres af Elektriciteten, har man saa godt som intet Begreb om Elektricitetens egentlige Væsen; men man forklarer den paa samme Maade som de andre Naturkræfter Varmen og Lyset, idet man antager, der overalt i Verdensrummet findes et Stof, man kalder for Ætheren, der ved forskellige Svingninger yttrer sig henholdsvis som Lys, Varme eller Elektricitet. Eftersom nu et Legeme er i Besiddelse af større eller mindre Mængde af dette Stof, siger man, det er mer eller mindre elektrisk, har et højere eller lavere „Potential".

Ved enhver Anvendelse af Elektriciteten i det praktiske Liv enten til Belysning, Kraftoverføring eller lign. er det stedse den saakaldte elektriske Strøm, der benyttes.

For nu at danne os et Begreb om denne Strøms Væsen, kunne vi sammenligne den med andre

Strömme i Naturen, f. Eks. med en Varmestrøm eller Vandstrøm. En Varmestrøm kan kun opstaa, naar der i de 2 Ender af det vedkommende Legeme hersker forskellig Temperatur, og en Vædske kan kun flyde gennem et Rør, naar der ved Rørets Endepunkter hersker forskelligt Tryk. Det kommer ikke an paa Trykkenes Størrelse eller Temperaturenes Højde; men kun paa Forskellen i Trykket eller Temperaturen.

Lignende Betingelser gælde ogsaa for den elektriske Strøm. Skal der f. Eks. flyde en elektrisk Strøm gennem en Metaltraad, saa maa Traadens Endepunkter befinde sig i en forskellig elektrisk Tilstand, altsaa have et forskelligt Potential, og Strømmens Styrke vil kun være afhængig af Potentialforskellen og ikke af Potentialets Højde, og den vil vedblive, saa længe til Potentialforskellen er udlignet. Forbinder man et elektrisk Legeme med Jorden ved en Metaltraad, saa vil der gaa en Strøm igennem Traaden. Har Legemet et højere Potential end Jorden, siger man Legemet er positivt elektrisk, og Strømmen vil saa gaa fra Legemet til Jorden, medens det omvendte vil være Tilfældet naar Legemets Potential er lavere end Jordens, altsaa negativt. Jordens Potential er Nul, og Strømmen gaar altsaa altid fra Legemet med det højere Potential til det med det lavere.

For nu at kunne vedligeholde en elektrisk Strøm er det nødvendig at kunne vedligeholde en Potentialforskel, og den Kraft, der er i Stand til dette, kalder man den elektromotoriske Kraft. Vil man nu undersøge, hvilke Afhængelser Strømstyrken er afhængig af, kommer man let til det Resultat, at den maa være afhængig af Potentialforskellen og derigennem altsaa af den E. M. K. Jo større E. M. K. jo større Potentialforskel og jo større Strømstyrke. Strømstyrken er altsaa ligefrem proportional med den E. M. K.

Man vil imidlertid ikke faa den samme Strømstyrke, hvis vi den ene Gang lader Strømmen flyde gennem en Kobbertraad og den anden Gang f. Eks. igennem en Nysølvtraad af samme Længde og Tykkelse. Det Materiale, som Strømmen maa passere, gør nemlig en vis Modstand imod Strømmens Gennemgang, og denne Modstand er afhængig af Materialets Beskaffenhed og Form. Jo større Modstand, der derfor findes i en Strømkreds, jo mindre maa følgelig Strømstyrken blive. Altsaa Strømstyrken er omvendt proportional med den samlede Modstand.

Begge disse Love danner tilsammen Ohms Lov: Strømstyrken er ligefrem proportional med den E. M. K. omvendt proportional med den sam-

<u>lede Modstand.</u> Betegnes Strømstyrken med $Y$, den E. M. K. med $E$ og Modstanden med $R$, faar man:

$$Y = \frac{E}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1.)$$

For nu at kunne regne med disse Størrelser er det nødvendigt at fastsætte en Enhed for hver af dem. Disse Enheder ere blevne fastsatte paa internationale Kongresser, idet man er gaaet ud fra bestemte Synspunkter, og de ville i senere Afsnit blive nærmere definerede i Forhold til andre elektriske Størrelser. For Øjeblikket er det tilstrækkeligt at kende deres indbyrdes Forhold. Som Enhed for Strømstyrke har man valgt den Strøm, der i Løbet af 1 Sek. er istand til at udfælde 0,328 Milligram Kobber af en Kobbervitriololøsning. Denne Strømstyrke kaldes 1 Ampere. Enheden for Modstand kaldes Ohm, og er den Modstand, som en Kvægsølvsøjle paa 106,3 cm. Længde og 1 $mm^2$. Tværsnit gør mod Strømmens Gjennemgang. Man siger altsaa, et Legeme har 1 Ohms Modstand, naar den gør samme Modstand mod en elektrisk Strøm, som en Kvægsølvsøjle af den angivne Dimension. Enheden for E. M. K. saavelsom for Potentialforskel kaldes Volt, og er den Spænding, der kan drive en Strøm af Styrken 1 Amp. gjennem Modstanden 1 Ohm.

Under Udledningen af Ohms Lov er der sagt,

at en Leders Modstand afhanger af Lederens Beskaffenhed og Form. Vi ville nu nærmere undersøge denne Afhangighed. Har man f. Eks. en Traad af 1 mtr. Længde, saa vil den kun have halvt saa stor Modstand som en paa 2 mtr. Længde, naar ellers Traadene ere af samme Beskaffenhed. Modstanden maa altsaa være ligefrem proportional med Traadens Længde. Og lager man 2 Traade af samme Tværsnit og Længde og lægger ved Siden af hinanden, saa maa Modstanden af disse 2 Traade tilsammen kun være halv saa stor, som Modstanden af den ene; men enten vi tage 2 Traade af et Tværsnit eller en Traad af det dobbelte Tværsnit, maa det komme ud paa et, altsaa Modstanden maa være omvendt proportional med Tværsnittet. Endelig er Modstanden ogsaa afhængig af Materialet, og denne Afhangighed har man bestemt ved for alle de Materialer, der komme i Betragtning at bestemme Modstanden af en Traad paa 1 mtr. Længde og 1 $mm^2$ Tværsnit. Denne Modstand kaldes for den specifike Modstand, og disse specf. Modst. har man samlet i Tabeller, saaledes som omstaaende vist. Ligesom faste Legemer har Vædskerne ogsaa deres specf. Modst., og naar man derfor skal finde en Vædskes Modstand, maa man betragte Afstanden

mellem de 2 Steder, hvor Strømmen træder ud i Vædsken, som Lederens Længde, medens Tværsnittet af Lederen bliver Fladeindholdet af de i Vædsken nedsænkede faste Ledere. Har nu f. Eks. Kobber den spec. Modst. 0,0175, saa vil det sige, at en Kobbertraad af 1 metr. Længde og 1 $mm^2$. Tværsnit ved 15° C. har en Modstand paa 0,0175 Ohm. Skal man altsaa finde Modstanden i en Leder, hvis Længde, Tværsnit og Modstandskoefficient man kender, saa benyttes Formelen:

$$R = k \cdot \frac{l}{s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.)$$

hvor k = spec. Modst.; l = Længden i metr. og s Tværsnittet i $mm^2$.

I Stedet for at tale om en Leders Modstand, kan man tale om dens Ledeevne og beregne den omvendte Værdi af den spec. Modstand som spec. Ledeevne. De enkelte Legemers Ledeevne er höjst forskellig, de fleste Metaller lede særdeles godt, Vædsker meget daarligere; men dog langt bedre end de saakaldte daarlige Ledere eller Isolatorer, saasom Gummi, Silke o. a. En saadan Isolators Ledeevne er nemlig saa ringe, at den under almindelige Forhold kan lades ude af Betragtningen. Man kan af Tabellen se, at Kobberet har den næstmindste spec. Modst, idet kun Sölvets er lavere,

# Tabel

over forskellige Legemers spec. Modst. og Temperaturkoefficient.

| Legemer. | spec. Modst. 15°C. | Temperaturkoefft |
|---|---|---|
| Aluminium. | 0,03 - 0,05. | 0,004. |
| Bly. | 0,208. | 0,00387. |
| Constantan | 0,50. | 0,000025. |
| Jern (rent) | 0,1042. | 0,0048. |
| Jerntraad (svensk) | 0,0982. | 0,0048. |
| Guld | 0,0216. | 0,00365. |
| Kobber (rent) | 0,0165. | 0,0038. |
| Kobber (gangbart) | 0,0175. | 0,0038. |
| Messing | 0,075. | 0,0015. |
| Kvægsølv | 0,95. | 0,000907. |
| Manganin | 0,43. | 0,000015. |
| Nysølv | 0,15 - 0,49. | 0,0002 - 0,0007. |
| Nikkelin | 0,43. | 0,000028. |
| Patentnikkel | 0,342. | 0,000019. |
| Platin | 0,0937. | 0,00243. |
| Reotan | 0,51. | 0,000023. |
| Sølv | 0,016. | 0,00377. |
| Vismuth | 0,329. | 0,00354. |
| Tin | 0,14. | 0,0037. |
| Zink | 0,0592. | 0,0037. |
| Grafit | 17,12. | 0,0009. |
| Gaskul | 33,93. | 0,0009. |
| Kulstænger | 60,0. | 0°-100° 0,00052. |

## Tabel

over Vædskers spec. Ledningsmodstand ved 18° C.
Modstanden er maalt pr. Kubikcentimeter.

| Procent Indhold. | Salpeter-syre. | Svovl-syre. | Salt-syre | Kobber-vitriol. | Zink-vitriol. |
|---|---|---|---|---|---|
| 5. | 3,9. | 4,8. | 2,6. | 53. | 53. |
| 10. | 2,2. | 2,6. | 1,6. | 30. | 24. |
| 15. | 1,6. | 1,9. | 1,4. | 24. | 21. |
| 20. | 1,4. | 1,5. | 1,3. | | |
| 25. | 1,3. | 1,4. | 1,4. | | |
| 30. | 1,3. | 1,4. | 1,5. | | |
| 35. | 1,3. | 1,4. | 1,7. | | |
| 40. | 1,4. | 1,5. | 2,0. | | |
| 60. | 2,0. | 2,7. | | | |
| 80. | 3,8. | 9,9. | | | |

som Følge deraf anvendes Kobber overordentlig meget til Ledninger. Af Tabellen over Vædskers spec. Modst. fremgaar det, at Ledningsevnen er forskellig efter Opløsningens Styrke, idet den først stiger, indtil Opløsningen har naaet en vis Styrke, og derefter igen aftager.

Et Legemes spec. Modstand hører til dettes fysiske Egenskaber ligesom den spec. Vægt og spec. Varme, og naar man betegner denne Størrelse som en Konstant, saa vil dette ikke sige, at den altid under alle Omstændigheder har den samme Værdi; men kun, at den under bestemte Forhold er konstant. Ligesom et Lege-

mes spcf. Vægt har forskellige Værdier ved forskellige Temperaturer, saaledes er ogsaa den spcf Modst. afhængig af Temperaturen. Herved viser der sig imidlertid en væsentlig Forskel mellem Metaller og Vædsker. Medens nemlig ved de første Modstanden tiltager ved en Temperaturforhøjelse, saa formindskes den ved de sidste, ligesom ogsaa Kullets Modstand aftager ved voksende Temperatur. Til Bestemmelse af Modstandsforøgelsen har man for de forskellige Materialer fundet en Temperaturkoefficient, der angiver den Størrelse, hvormed 1 Ohm forøges ved en Opvarmning paa 1° C. Betegnes denne Koefficient ved $\alpha$ og andrager Opvarmningen $t°$, saa er 1 Ohm forøget med $\alpha \cdot t$ og altsaa R Ohm med $R \cdot \alpha \cdot t$. Modstanden vil altsaa ialt være

$$R_t = R_0 + R_0 \cdot \alpha \cdot t = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \ldots\ldots\ldots (3).$$

Opgave 1.

Et Element har en E. M. K. 1,8 Volt og en indre Modstand 0,8 Ohm. Hvor stor er Strømstyrken, naar den ydre Modstand er 2,8 Ohm?

Ved Indsætning i Formelen $J = \frac{E}{R}$ faar man, da $R = 0{,}8 + 2{,}8 = 3{,}6$

$$J = \frac{1{,}8}{3{,}6} = 0{,}5 \text{ Amp.}$$

Opgave 2.

Hvilken Modstand har en Kobbertraad af 3000 Meters Længde og 1,5 $mm^2$ Tværsnit ved 15° C. og ved 40° C?

Da den spec. Modst. ved 15° er 0,0175 faar man

$$R_{15} = 0{,}0175 \frac{3000}{7{,}5} = 0{,}0175 \cdot 400 = 1{,}75 \cdot 4 = 7 \text{ Ohm.}$$

Kobberets Temperaturkoefficient er 0,0038 altsaa

$$R_{40} = R_{15}(1 + \alpha t) = 7(1 + 0{,}0038 \cdot 25) = 7 \cdot 1{,}095 = 7{,}665.$$

---

Ohms Lov kan fornden at anvendes paa en hel Strömkreds ogsaa anvendes paa enkelte Dele af en saadan. Man har jo nemlig langs en Ledning, i hvilken der flyder Ström, en bestandig Aftagen i Potential fra den positive til den negative Pol. Denne Aftagen i Potential finder nu saaledes Sted, at Ohms Lov gælder for hver enkelt Del af Ledningen; Potentialforskellen mellem 2 Punkter i en strömförende Ledning vil være lig Produktet af Strömstyrken i Lederen og Lederens Modstand. Indfører vi nu i Stedet for Ordet Potential det sædvanlig brugte „Spænding", kommer Sætningen til at lyde saaledes:

Flyder der en Ström i en Leder, saa finder der i denne et vist Spændingstab Sted, og dette Spændingstab maalt i Volt er lig Produktet af Strömstyrken maalt i Amp. og Modstanden i Lederen maalt i Ohm. Altsaa

$$E = J \cdot R.$$

Omvendt faa vi Strömstyrken i en Leder, naar vi dividerer Spændingsforskellen med Lederens Modstand.

Heraf følger nu, at Spændingen ved Polerne paa et Element ikke kan være lig Elementets E. M. K., thi Strømmen maa, forinden den naar Polerne, overvinde Elementets indre Modstand, hvor ved der fremkaldes et Spændingstab. Spændingen ved Polerne, den saakaldte Klemspænding er derfor lig den E. M. K. minus det indre Spændingstab, der altsaa er Produktet af Strømstyrken og den indre Modstand. Analogt hermed er en Dynamomaskines Klemspænding lig den E. M. K. minus Spændingstabet i Maskinen.

Opg. 3.

Et Element har en E. M. K. paa 1,64 Volt og en indre Modstand paa 1,2 Ohm. Hvor stor er Strømstyrken og Klemspændingen, naar den ydre Modstand er 7 Ohm?

Den samlede Modstand er 7 + 1,2 = 8,2 Ohm. Altsaa Strømstyrken $J = \frac{E}{R} = \frac{1,64}{8,2} = 0,2$ Amp.

Spændingstabet i Elementet er $0,2 \cdot 1,2 = 0,24$ Volt.

Klemspændingen er altsaa $1,64 - 0,24 = 1,4$ Volt.

Opg. 4.

Mellem en Leders Endepunkter hersker en Spændingsforskel paa 2,1 Volt, hvor stor er Lederens Modstand, naar Strømstyrken er 3,5 Amp?

Ved Omskrivning af Ohms Lov faas:

$R = \frac{E}{J}$ altsaa $R = \frac{2,1}{3,5} = 0,6$ Ohm.

## Elementforbindelser.

Der er allerede flere Gange i det foregaaende bleven nævnt galvaniske Elementer uden nogen nærmere Forklaring, vi ville her søge at indhente det forsømte. Tilvejebringelsen af en E. M. K. kan bl. a. ske ved Hjælp af et galvanisk Element. Et saadant bestaar i sin simpleste Form af en Kobber- og en Zinkplade nedsænket i fortyndet Svovlsyre. Mellem disse 2 Plader vil der da optræde en E. M. K. som vedvarende vil søge at skaffe den ene Plade et højere Potential end den anden. Et saadant Element er imidlertid meget mangelfuldt og vil kun kunne holde sig i kort Tid, dets E. M. K. er ogsaa kun c. 1 Volt. Man har imidlertid ved mangfoldig forskellige Konstruktioner opnaaet bedre Resultater i Retning af konstant Virkning, men det vil føre os forlangt her at omtale dem alle, de vigtigste af dem vil sikkert ogsaa være bekendte. Den E. M. K. i et galvanisk Element er imidlertid ikke stor, fra 1-2 Volt, og Strømstyrken, det kan levere, heller ikke, naar Elementet da ikke skal antage altfor store Dimensioner. For at hjælpe paa disse Mangler er man som oftest nødt til at anvende flere Elementer samlede, idet man forbinder dem paa følgende 3 Maader:

I. Serieforbindelsen. (Fig 1.) Elementerne forbindes efter hinanden, idet det ene Elements positive Pol forbin-

des med det andet Elements negative Pol, derefter dettes positive med det næste Elements negative Pol o. s. v.

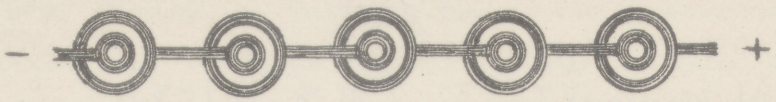



Fig 1.

Ved denne Forbindelsesmaade flyder den samme Ström gennem alle Elementerne i Batteriet, og den E. M. K. er lig Summen af de enkelte Elementers E. M. K.; thi hvert Elements E. M. K. har den Bestræbelse at skaffe et Potential, der er E. Volt højere ved den positive end ved den negative Pol. Det andet Elements negative Pol er imidlertid forbundet med det førstes positive og har følgelig samme Potential som dette. Den positive Pol i det andet har nu et Potential, der er E. højere end den negative, altsaa 2 E. højere end det første Elements negative Pol. Den positive Pol i det n^te Element altsaa n. E. Volt højere Potential end den negative Pol i det første.

Naar Strömmen skal flyde gennem alle Elementerne efter hinanden, saa maa den ogsaa gennemløbe en n. Gange saa stor Længde og samme Tværsnit som et Element, det vil sige, at Batteriets indre Modstand er lig Summen af de enkelte Elementers indre Modstande.

Betegne vi den E. M. K. af et Element med E, den indre Modstand med r, og den ydre Modst. med R,

faa vi Strømstyrken ved en Serieforbindelse af n. ligestore Elementer efter Formlen

$$y = \frac{n \cdot e}{R + n \cdot r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4.)$$

Opg. 5.

Et Element har en E.M.K. af 1,5 Volt og en indre Modst. af 0,05 Ohm, hvor stor en Strømstyrke kan et Batteri af 12 saadanne Elementer forbundne i Serie sende gennem en Modst. paa 2,4 Ohm?

$$y = \frac{n \cdot e}{R + n \cdot r} = \frac{12 \cdot 1{,}5}{2{,}4 + 12 \cdot 0{,}05} = \frac{18}{3} = 6 \text{ Amp.}$$

Serieforbindelsen er stedse fordelagtigst, naar den ydre Modstand er særlig stor, og den indre saa lille, at selv det n. dobbelte af denne ikke har Betydning i Sammenligning med den ydre. For $R = 0$, altsaa naar Batteriet er kortsluttet, det vil sige den positive Pol umiddelbart forbunden med den negative, faar man

$$y = \frac{n \cdot e}{n \cdot r} = \frac{e}{r}$$

Den maksimale Strømstyrke af Batteriet er altsaa kun saa stor som den maksimale Strømstyrke af et enkelt Element.

II. <u>Parallelforbindelsen</u> (Fig 2.) Alle Elementernes positive og negative Poler forbindes indbyrdes mod hinanden. Man kan derfor betragte et parallelforbundet Batteri af n. Elementer som et enkelt Element med n. Gange saa store Plader. Tænke vi os nemlig Pladerne i et Element delt i n. Striber, saaledes at

en Kobber- og en Zinkstribe staar overfor hinanden, saa andres vi derved ikke Elementets E. M. K. og heller ikke den indre Modst., og heri forandres intet, selv om vi anbringer en Skillevæg mellem de enkelte Striber.

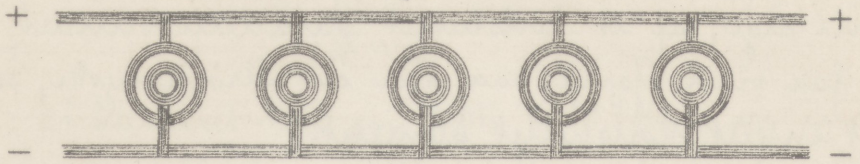



Fig. 2.

Herved fremkommer der imidlertid n. Elementer, hvis Kobber- og Zinkplader ere forbundne hver for sig, og den E. M. K. af dette Batteri vil derfor kun være den E. M. K. af et enkelt Element, medens den indre Modstand i et af disse Elementer vil være n. Gange saa stor som hele Batteriets, idet Vædskearealet kun vil være en $n^{te}$ Del af hele Arealet. Er derfor det enkelte Elements E. M. K. E Volt, og den indre Modst. r, saa faa vi Strømstyrken af en Parallelforbindelse af n. Elementer gennem den ydre Modst. R. af Formlen:

$$y = \frac{E}{R \; \frac{r}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5.)$$

Opg. 6.

Et Element har en E. M. K. paa 1,44 Volt og en indre Modst. af 2,8 Ohm, hvor stor en Strømstyrke kan 10 saadanne parallelforbundne Elementer sende gennem en ydre Modst. paa 0,2 Ohm?

$$y = \frac{E}{R + \frac{r}{n}} = \frac{1,44}{0,2 + \frac{2,8}{10}} = \frac{1,44}{0,48} = 3 \text{ Amp.}$$

Denne Forbindelse vil være fordelagtigst, naar den ydre Modstand er lille i Forhold til den indre. Er f. Eks. R = 0. saa er

$$y = \frac{\varepsilon}{\frac{r}{m}} = \frac{n \cdot \varepsilon}{r}$$

det vil sige, af et kortsluttet parallelforbundet Batteri faa vi n. Gange saa stor en Strømstyrke, som af et enkelt kortsluttet Element.

Med Hensyn paa disse to Metoder kunne vi opstille følgende Regel:

Er den ydre Modstand meget stor anvender man Serieforbindelsen, er den meget lille anvender man Parallelforbindelsen, for at faa saa stor en Strømstyrke som muligt.

III. Den blandede Forbindelse. (Fig. 3-4.) Er imidlertid den ydre Modstand, hverken særlig stor eller lille i Forhold til den indre, kan man forbinde Elementerne i parallel i enkelte Grupper og derefter forbinde Gupperne i Serie.

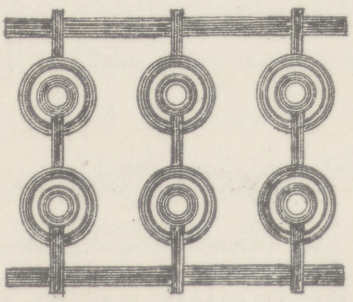


Fig. 3.

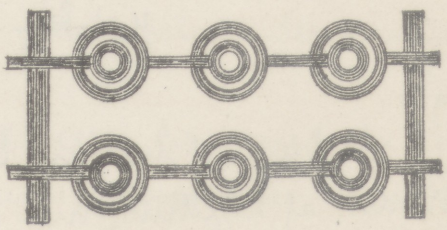


Fig. 4.

Hver Gruppe kan nu betragtes som et enkelt Element, hvis E.M.K. altsaa er $\varepsilon$. medens den indre Modstand,

naar Antallet af Elementer i Gruppen er m, bliver $\frac{r}{m}$. Er n. Antallet af Grupper, bliver hele Batteriets E.M.K. n·E, og den indre Modstand $n \cdot \frac{r}{m}$. Er den ydre Modstand R, faa vi for Strømstyrken Formelen:

$$y = \frac{n \cdot E}{R + n \cdot \frac{r}{m}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6.)$$

Opg. 7.

Et Element har en E.M.K. 1,8 Volt og en indre Modstand af 1,2 Ohm. Hvilken Strømstyrke faa vi af 2 serieforbundne Grupper, hver paa 3 Elementer, gennem en ydre Modstand paa 0,8 Ohm?

$$y = \frac{n \cdot E}{R + n \cdot \frac{r}{m}} = \frac{2 \cdot 1,8}{0,8 + 2 \cdot \frac{1,2}{3}} = \frac{3,6}{0,8 + 0,8} = 2,25 \text{ Amp.}$$

Havde vi forbundet 2 Elementer i Parallel og de 3 Grupper i Serie, havde vi ikke faaet saa stor en Strømstyrke, og Spørgsmaalet, vi maa stille os, lyder derfor „hvorledes opnaar man altid den gunstigste Forbindelse?" Ved Hjælp af den højere Mathematik har man nu fundet, at det samlede Antal Elementer N. maa deles i de to Faktorer m. og n. saaledes, at Antallet af parallelforbundne Elementer (m) forholder sig til Antallet af serieforbundne Grupper (n.), som den indre Modstand af et enkelt Element til den ydre Modstand; altsaa: $\frac{m}{n} = \frac{r}{R}$ og $N = m \cdot n$

Vi faa altsaa $n = \frac{N}{m}$, og ved Indsætning $\frac{m}{\frac{N}{m}} = \frac{r}{R}$;

$m^2 = \frac{N \cdot r}{R}$; $m = \sqrt{\frac{N \cdot r}{R}}$

Se vi nu paa Ligning (6), faa vi, da $R = \frac{n \cdot r}{m}$

$$y = \frac{n \cdot \varepsilon}{R + n \cdot \frac{r}{m}} = \frac{n \cdot \varepsilon}{2R}$$

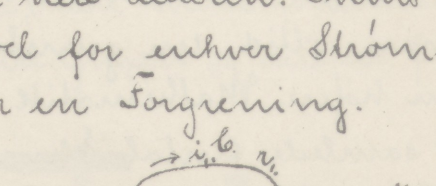
Det fremgaar heraf, at vi faa den største Strømstyrke, naar den indre Modstand af Batteriet er lig den ydre Modstand; løse vi den sidste Ligning med Hensyn til n., faa vi: $n = \frac{2y \cdot R}{\varepsilon}$ og ved Indsætning af Værdien for R; $m = \frac{2y \cdot r}{\varepsilon}$

---

## Strømforgrening.

Vi have hidtil kun talt om en udelt Strømkreds, det vil sige en saadan, hvor den samme Strøm flyder i hele Lederen. Ohms Lov gælder imidlertid ligesaavel for enhver Strømkreds, i hvilken der forekommer en Forgrening.

Fig 5.




Betragte vi ovenstaaende Strømskema, hvor Strømstyrken y flyder til A., deler sig i de to Strømme $i_1$ og $i_2$ gennem Modstandene $r_1$ og $r_2$, og igen forener sig i B., og betegne vi Spændingsforskellen mellem A. og B. med e, har vi efter Ohms Lov for Grenen

A & B; $i_1 = \frac{e}{r_1}$ og for Grenen A D B; $i_2 = \frac{e}{r_2}$

Altsaa $e = i_1 \cdot r_1$ og $e = i_2 \cdot r_2$

hvoraf følger $i_1 \cdot r_1 = i_2 \cdot r_2$ eller $\frac{i_1}{i_2} = \frac{r_2}{r_1}$ . . . . . (a.)

Endvidere vil Hovedstrømmen være lig Summen af de 2 Strømme i Grenene, altsaa $y = i_1 + i_2$ . . (b.)

Læses Ligningen (a.) i Ord, faar man: „ y en enkelt Strømforgrening forholde Strømstyrkerne sig om-vendt som Grenmodstandene."

Er nu f. Eks. $y = 15$ Amp., og $r_1 = 2$ Ohm, og $r_2 = 3$ Ohm, kan man af de 2 Ligninger (a) og (b) beregne Strømstyrkerne $i_1$ og $i_2$. Man har nemlig:

$\frac{i_1}{i_2} = \frac{3}{2}$ ; $i_1 = \frac{3}{2} i_2$

Af Ligningen $y = i_1 + i_2$ følger derefter:

$15 = \frac{3}{2} \cdot i_2 + i_2 = \frac{5}{2} i_2$; $30 = 5 i_2$ ; $i_2 = 6$ Amp.

$i_1 = \frac{3}{2} i_2 = \frac{3}{2} \cdot 6 = 9$ Amp.

I Grenen med Modstanden 2 Ohm flyder altsaa en Strøm paa 9 Amp., i den anden Gren med de 3 Ohms Modstand 6 Amp.

Denne saakaldte Shuntforbindelse anvendes overordentlig hyppig, idet man ved denne Metode kan dele en Strømstyrke saaledes, at de 2 Dele staa i et hvilkensomhelst Forhold til hinanden. Navnlig ved Maaleinstrumenter er det af Betydning, naar den Strøm, der skal maales er for stor til at passere Ap-

parabet, at kunne lede største Delen af Strømmen gennem en lille Shuntmodstand, saa at kun en mindre Del flyder gennem Maaleinstrumentet.

Vi ville dernæst undersøge, hvor stor Modstand de 2 Grene tilsammen gør mod Strømmens Gennemgang; denne Modst. kaldes alm. for Kombinationsmodstanden. Tænke vi os de to Grene erstattede af en enkelt Leder, hvis Modst. netop er lig Kombinationsmodstanden, ændrer vi jo ikke den samlede Strøms Styrke og heller ikke Spændingsfaldet mellem A og B. Vi faa altsaa, naar vi betegne Kombinationsmodstanden med r

$$Y = \frac{e}{r}$$

Indsætte vi nu Værdierne for $Y$, $i_1$ og $i_2$ i Ligning (a) faa vi: $\frac{e}{r} = \frac{e}{r_1} + \frac{e}{r_2}$ eller $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$

Heraf følger: $r = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2}$ . . . . . (7)

Kombinationsmodstanden af en enkelt Forgrening er altsaa lig Grenmodstandenes Produkt, divideret med deres Sum.

Bestaar Forgreningen i Stedet for af 2 af n. Grene, saa at $Y = i_1 + i_2 + i_3 \cdots + i_n$ faa vi ogsaa her

$$\frac{e}{r} = \frac{e}{r_1} + \frac{e}{r_2} + \frac{e}{r_3} \cdots + \frac{e}{r_n} \quad \text{eller} \quad \frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \cdots \frac{1}{r_n}$$

Betegne vi den omvendte Værdi af Modstand som Ledningsevne, kan vi udtrykke ovenstaaen-

de Ligning saaledes:

Kombinationens Ledningsevne er lig Summen af de enkelte Grens Ledningsevne.

Ere de n. Modstande ligestore, saa er

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_1} + \ldots\ldots \text{(n gange)} = \frac{n}{r_1} \ldots\ldots (8)$$

altsaa

Kombinationsmodstanden af n ligestore parallelforbundne Modstande er en $n^{te}$ Del af en Grens Modstand.

Opg. 8.

Hvor stor er Kombinationsmodstanden af de 2 Modstande 3 og 6 Ohm.

$$r = \frac{3 \cdot 6}{3+6} = \frac{18}{9} = 2 \text{ Ohm.}$$

Opg. 9.

Gennem et Galvanometer med 44 Ohms Modstand maa kun flyde en $8^{\text{dende}}$ Del af Hovedstrømmen. Hvilken Modstand skal lægges i Shunt til Galvanometeret?

$\frac{1}{8}$ af Strømmen skal gennem $r_1 = 44$ Ohm, altsaa $\frac{7}{8}$ gennem $r_2$. $\quad \frac{44}{r_2} = \frac{7}{1}$ ; $\quad r_2 = 7$ Ohm.

Der skal lægges 7 Ohm i Shunt til Galvanometeret.

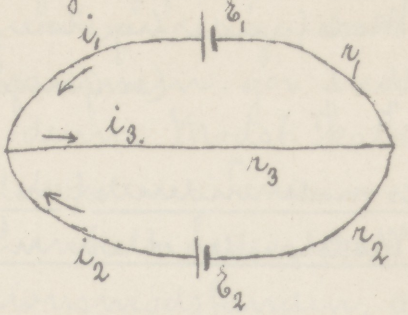
---

## De Kirchhoffske Love.

Ved lignende Betragtninger som vi have anstillet i det foregaaende Afsnit, kunne vi ogsaa

bestemme Strømstyrken, naar der i en af de Grene, hvori Strømmen fra et Element $\mathcal{E}_1$ deler sig, befinder sig en anden E. M. K. $\mathcal{E}_2$.

Fig. 6.




I ovenstaaende Strømskema er $\mathcal{E}_1$ og $\mathcal{E}_2$ de to Elementer, der ere forbundne mod hinanden, det vil sige med de ensartede Poler sammen. I Grenen A $\mathcal{E}_1$ B med Modstanden $r_1$ flyder Strømstyrken $i_1$; i A $\mathcal{E}_2$ B med Modstanden $r_2$ flyder $i_2$, og i A B med Modstanden $r_3$ flyder $i_3$. Er Spændingen mellem A og B $e$, faa vi ved Benyttelse af Ohms Lov

I. $i_3 = i_1 + i_2$

II. $e = \mathcal{E}_1 - i_1 \cdot r_1$

III. $e = \mathcal{E}_2 - i_2 \cdot r_2$

IV. $e = i_3 \cdot r_3$

Ved Indsættelse af IV i II og III faa vi

$$i_3 \cdot r_3 = \mathcal{E}_1 - i_1 \cdot r_1$$
$$i_3 \cdot r_3 = \mathcal{E}_2 - i_2 \cdot r_2$$

altsaa

$$\mathcal{E}_1 = i_1 \cdot r_1 + i_3 \cdot r_3$$
$$\mathcal{E}_2 = i_2 \cdot r_2 + i_3 \cdot r_3$$

og ved Indsætning af Værdien for $i_3$

V. $\mathcal{E}_1 = i_1 \cdot r_1 + (i_1 + i_2) \cdot r_3 = i_1(r_1 + r_3) + i_2 \cdot r_3$

VI. $\mathcal{E}_2 = i_2 \cdot r_2 + (i_1 + i_2) r_3 = i_2(r_2 + r_3) + i_1 \cdot r_3$

Af Ligning I-V og VI læses nu de kirchhoffske Love

1. I et Forgreningspunkt er Summen af de tilflydende Strømme lig Summen af de bortflydende, eller den algebraiske Sum af alle Strømmene er lig Nul.

2. I enhver sluttet Strømkreds er Summen af alle de E.M.K. lig Summen af de optrædende Spændingstab.

Ere de E.M.K. og alle de 3 Modstande bekendte, forekommer i de 2 Ligninger V og VI kun de 2 Ubekendte $i_1$ og $i_2$, og vi kan derfor løse disse Ligninger. Af V faa vi $i_2 = \frac{\mathcal{E}_1 - i_1(r_3 + r_1)}{r_3}$

hvilket indsat i VI giver:

$$\mathcal{E}_2 = \frac{\mathcal{E}_1 - i_1(r_1 + r_3)}{r_3} \cdot (r_2 + r_3) + i_1 \cdot r_3$$

$$\mathcal{E}_2 \cdot r_3 = (\mathcal{E}_1 - i_1(r_1 + r_3))(r_2 + r_3) + i_1 \cdot r_3^2; \quad \mathcal{E}_2 \cdot r_3 = (\mathcal{E}_1 - i_1 \cdot r_1 - i_1 r_3)(r_2 + r_3) + i_1 \cdot r_3^2$$

$$\mathcal{E}_2 \cdot r_3 = \mathcal{E}_1 \cdot r_2 - i_1 \cdot r_1 \cdot r_2 - i_1 \cdot r_2 \cdot r_3 + \mathcal{E}_1 r_3 - i_1 \cdot r_1 \cdot r_3 - i_1 \cdot r_3^2 + i_1 \cdot r_3^2$$

$$\mathcal{E}_2 \cdot r_3 - \mathcal{E}_1 \cdot r_2 - \mathcal{E}_1 \cdot r_3 = -i_1 \cdot (r_1 \cdot r_2 + r_2 \cdot r_3 + r_1 \cdot r_3)$$

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}_1(r_2 + r_3) - \mathcal{E}_2 \cdot r_3}{r_1 \cdot r_2 + r_2 \cdot r_3 + r_3 \cdot r_1}$$

Den i omstaaende Figur (Fig. 6) viste Strømforgrening anvendes hyppig i Maaleteknikken, idet Modstanden $r_3$ gøres saa stor, at det ene Element

ingen Strøm afgiver, eller som det kaldes er kompenseret. Det er naturligvis en Selvfølge, at kun det svageste Element kan kompenseres, og antage vi det i dette Tilfælde er $\mathcal{E}_2$, vil altsaa Strømstyrken $i_2$ blive Nul. For at undersøge hvor stor $r_3$ skal gøres, indsætte vi $i_2 = 0$ i Ligningerne og faa altsaa:

$$i_1 = i_3$$
$$\mathcal{E}_1 = i_1 \cdot r_1 + i_3 \cdot r_3 = i_1 \cdot r_1 + i_1 \cdot r_3$$
$$\mathcal{E}_2 = i_3 \cdot r_3 = i_1 \cdot r_3$$

Ved Subtraktion faas $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = i_1 \cdot r_1$

altsaa $$i_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{r_1}$$

Nu er $$r_3 = \frac{\mathcal{E}_2}{i_1} = \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2} \cdot r_1$$

Spændingen mellem A og B er lig $i_1 r_3$ altsaa lig den E.M.K. af det kompenserede Element.

Opg. 10.

Hvor store bliver de 3 Strømstyrker ved den angivne Forgrening, naar $\mathcal{E}_1 = 1{,}9$ Volt; $\mathcal{E}_2 = 1{,}1$ Volt; $r_1 = 0{,}8$; $r_2 = 0{,}6$ og $r_3 = 0{,}2$ Ohm?

Ved Indsætning i Formelen $i_1 = \frac{\mathcal{E}_1(r_2 + r_3) - \mathcal{E}_2 \cdot r_3}{r_1 \cdot r_2 + r_2 \cdot r_3 + r_3 \cdot r_1}$ faas

$$i_1 = \frac{1{,}9(0{,}6 + 0{,}2) - 1{,}1 \cdot 0{,}2}{0{,}8 \cdot 0{,}6 + 0{,}6 \cdot 0{,}2 + 0{,}2 \cdot 0{,}8} = \frac{1{,}3}{0{,}76} = 1{,}71 \text{ Amp.}$$

$$i_2 = \frac{1{,}9 - 1{,}71 \cdot (0{,}8 + 0{,}2)}{0{,}2} = \frac{0{,}19}{0{,}2} = 0{,}95 \text{ amp.}$$

$$i_3 = 1{,}71 + 0{,}95 = 2{,}66 \text{ Amp.}$$

Opg. 11.

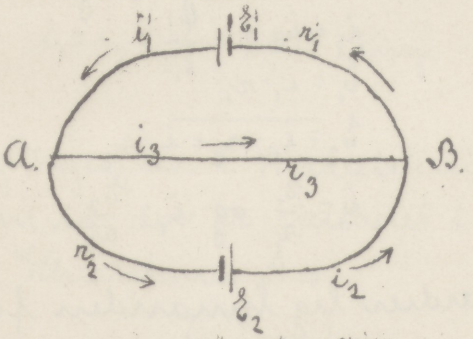
Hvor stor skal $r_3$ gøres, for at kompensere Elementet $\mathcal{E}_2$, naar de øvrige Størrelser beholde deres Værdier?

Ved Indsætning i Formelen $r_3 = \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2} \cdot r_1$ faas

$$r_3 = \frac{1,1}{1,9-1,1} \cdot 0,8 = \frac{0,88}{0,8} = 1,1 \text{ Ohm.}$$

For yderligere at klargøre Anvendelsen af de kirchhoffske Love forbinde vi de 2 Elementers modsatte Poler sammen, og faa derved nedenstaaende Strømskema.

Fig 7.




Ved Anvendelse af de kirchhoffske Love faa vi nu:

I. $i_1 = i_2 + i_3$

II. $\mathcal{E}_1 = i_1 \cdot r_1 + i_3 \cdot r_3$

III. $\mathcal{E}_2 = i_2 \cdot r_2 + i_3 \cdot r_3$

Ved Indsætning af Værdien for $i_3$ faas

IV. $\mathcal{E}_1 = i_1 \cdot (r_1 + r_3) - i_2 \cdot r_3$

V. $\mathcal{E}_2 = i_2 \cdot (r_2 + r_3) - i_1 \cdot r_3$

af IV faas $$i_2 = \frac{i_1 (r_1 + r_3) - \mathcal{E}_1}{r_3}$$

hvilket indsat i V giver $\mathcal{E}_2 = (r_2+r_3)\cdot\frac{i_1(r_1+r_3)-\mathcal{E}_1}{r_3} - i_1\cdot r_3$

$$\mathcal{E}_2\cdot r_3 = i_1(r_1+r_3)(r_2+r_3) - \mathcal{E}_1(r_2+r_3) - i_1\cdot r_3^2$$
$$\mathcal{E}_1(r_2+r_3) + \mathcal{E}_2\cdot r_3 = i_1(r_1\cdot r_2 + r_1\cdot r_3 + r_2\cdot r_3 + r_3^2 - r_3^2)$$
$$i_1 = \frac{\mathcal{E}_1(r_2+r_3)+\mathcal{E}_2\cdot r_3}{r_1\cdot r_2 + r_2\cdot r_3 + r_3\cdot r_1}$$

Det fremgaar lydeligt af Strömskemaet, at Grenen A B vil være strömlös, naar $i_1$ og $i_2$ ere lige store; vi ville nu undersöge, hvor store Modstandene maa være, forat dette Tilfalde kan indtræde. Vi indsætte altsaa i Ligningerne $i_3 = 0$ og faa altsaa:

$$i_1 = i_2$$
$$\mathcal{E}_1 = i_1\cdot r_1$$
$$\mathcal{E}_2 = i_2\cdot r_2 = i_1\cdot r_2$$

altsaa

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1} \text{ og } i_1 = \frac{\mathcal{E}_2}{r_2}$$

sætte vi de 2 Værdier lig hinanden faa vi:

$$\frac{\mathcal{E}_1}{r_1} = \frac{\mathcal{E}_2}{r_2}$$

$$r_1 = \frac{\mathcal{E}_1\cdot r_2}{\mathcal{E}_2} \text{ og } r_2 = \frac{\mathcal{E}_2\cdot r_1}{\mathcal{E}_1}$$

De 2 Modstande forholde sig altsaa som de E.M.K.

Opg. 12.

Hvor store bliver Strömstyrkerne ved den angivne Forbindelse, naar Værdierne for E.M.K. og Modstande ere de samme som i Opg. 10?

Ved Indsætning i Udtrykket $i = \frac{\mathcal{E}_1(r_2+r_3)+\mathcal{E}_2 \cdot r_3}{r_1 \cdot r_2 + r_2 \cdot r_3 + r_3 \cdot r_1}$ faas

$$i_1 = \frac{1,9(0,6+0,2)+1,1 \cdot 0,2}{0,8 \cdot 0,6+0,6 \cdot 0,2+0,2 \cdot 0,8} = \frac{1,74}{0,76} = 2,29 \text{ Amp.}$$

$$i_2 = \frac{2,29(0,8+0,2)-1,9}{0,2} = \frac{0,39}{0,2} = 1,95 \text{ Amp.}$$

$$i_3 = 2,29 - 1,95 = 0,34 \text{ Amp.}$$

Opg. 13.

Hvor stor maa $r_2$ være for at A B skal blive strømløs?

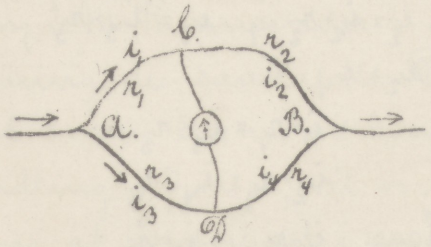
$$r_2 = \frac{\mathcal{E}_2 \cdot r_1}{\mathcal{E}_1} = \frac{1,1 \cdot 0,8}{1,9} = \frac{0,88}{1,9} = 0,463 \text{ Ohm.}$$

$$i_1 = i_2 = \frac{1,9}{0,8} = 2,375 \text{ Amp.}$$

---

Af særlig Vigtighed i Maaleteknikken er den Strømforgrening, der er skitseret i Fig. 8, og som bærer Navnet Wheatstones Bro.

Fig. 8.




Strømmen deler sig ved A i de 2 Grene A b. B. og A a B og forener sig atter ved B. I hver Gren har vi følgelig et Potentialfald fra A's Potential til B's, og de mellemliggende Potentialværdier maa derfor findes i begge Grene. Altsaa maa der til

et hvert Punkt i den ene Gren svare et i den anden med samme Potential. Tage vi nu i den ene Gren et Punkt b, maa der i den anden findes et med samme Potential; lad dette være D. Forbindes nu de 2 Punkter med en Traad (Broen), saa kan der ikke flyde nogen Strøm gennem denne, da der paa Traadens Endepunkter hersker samme Potential. Et Galvanometer, der er indskudt i Broen, kan altsaa ikke give noget Udslag. Naar der ikke flyder nogen Strøm gennem bD, maa Strømmen fra A til b, $i_1$ være lig Strømmen fra b til B, $i_2$, og Strømmen fra A til D, $i_3$ være lig Strømmen fra D til B, $i_4$. Spændingstabet fra A til b, $e_1$ vil endvidere være lig Spændingstabet fra A til D, $e_3$, og Spændingstabet fra b til B, $e_2$ lig Spændingstabet fra D til B, $e_4$.

Efter Ohms Lov har man altsaa:

$$e_1 = i_1 \cdot r_1 \; ; \quad e_2 = i_2 \cdot r_2 \; ; \quad e_3 = i_3 \cdot r_3 \; ; \quad e_4 = i_4 \cdot r_4$$

og da $e_1 = e_3$ og $e_2 = e_4$

$$i_1 \cdot r_1 = i_3 \cdot r_3$$

$$i_2 \cdot r_2 = i_4 \cdot r_4$$

Ved Division faas: $$\frac{i_1 \cdot r_1}{i_2 \cdot r_2} = \frac{i_3 \cdot r_3}{i_4 \cdot r_4}$$

og da $$i_1 = i_2 \text{ og } i_3 = i_4$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4}$$

eller $$r_1 \cdot r_4 = r_2 \cdot r_3 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (9.)$$

Ved Wheatstones Bro er altsaa Produktet af de modstaaende Modstande ligestort. Ere nu de 3 Modstande bekendte, er man i Stand til at bestemme den fjerde. I Praksis dannes de 2 Modstande $r_3$ og $r_4$ som Regel af en Maaletraad, hvorpaa Brotraaden kan forskydes saaledes, at man altid af Broens Stilling kan bestemme Forholdet mellem disse. $r_2$ dannes af en Modstandskobs med Modstandene 1-10-100 og 1000 Ohm, og $r_1$ findes derfor let ved at multiplicere den udtrukne Modstand med Forholdet $\frac{r_3}{r_4}$. Forholdet bliver ogsaa rigtig, hvis vi ombytte Element og Galvanometer, idet A og B ville have samme Potential hvis Batteriet forbindes med b og D.

---

## De forskellige Ligestrøms-Dynamomaskiner.

Foruden Anvendelsen af Elementer til Frembringelse af en E.M.K. anvendes i Praksis i langt større Udstrækning de saakaldte Dynamomaskiner. Da vi i et senere Afsnit vil komme til en indgaaende Behandling af disse, vil vi her kun give en kort Fremstilling af Princippet i en saadan. Bevæges en Traadspole imellem et Par Magneter, opstaar der i denne en E.M.K. En Dynamomaskine har nu et Antal saadanne Spoler opviklet paa en Ring eller Cylinder. Denne Del af Maskinen, Ankeret, roterer mellem et Par Magnetpoler, hvorved der i An-

keret opstaar en E.M.K., der i Ankerets Vindinger frembringer en Strøm, som gennem de saakaldte Børster staar i Forbindelse med den ydre Strømkreds. Strømmen flyder altsaa fra Ankertraadene gennem den ene Børste til den ydre Strømkreds og derfra tilbage til Ankeret gennem den anden Børste. Denne Strøm frembringer grundet paa Ankerets Modstand et vist Spændingstab, og den Spænding, der hersker ved Børsterne, vil derfor være dette Spændingstab mindre end den E.M.K. Den magnetiske Kraft frembringes ikke af et Par Staalmagneter, men derimod af Elektromagneter, og den Strøm, der føres om disse, tages som Regel, fra Maskinen selv. Der gives nu 3 forskellige Maader at tage denne Strøm paa, og derved fremkommer de 3 Hovedgrupper, hvori Maskinerne deles, nemlig Serie-, Shunt- og Kompoundmaskinen.

<u>Seriemaskinen.</u> Ved Seriemaskinen føres hele den fra Ankeret kommende Strøm gennem Magnetvindingerne og derefter ud i den ydre Strømkreds.

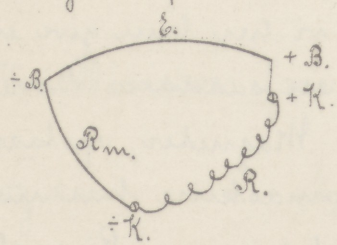



Fig. 9.

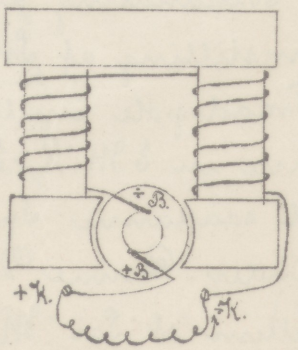



Fig. 9a.

Anker, Magnetvinding og ydre Strømkreds er altsaa i Serie til hinanden. Det skematiske Strømløb er fremstillet i Fig. 9 medens selve Maskinen vises i Fig. 9a.
Opg. 14.

En Seriemaskine leverer en E. M. K. paa 600 Volt ved en Strømstyrke paa 8 Amp. Hvor stor er Maskinens Børstespænding og Klemspænding, naar Ankermodstanden er 2 Ohm, Magnetmodstanden 3 Ohm?

Børstespændingen er:

$$e_b = \mathcal{E} - i_a \cdot r_a = 600 - 8 \cdot 2 = 584 \text{ Volt.}$$

Klemspændingen er:

$$e_k = e_b - i_m r_m = \mathcal{E} - J \cdot (r_a + r_m)$$

$$e_k = 600 - 8(2+3) = 600 - 8 \cdot 5 = 560 \text{ Volt.}$$

<u>Shuntmaskinen</u>. Ved Shuntmaskinen deles Strømmen ved Børstene saaledes, at den ene Del gaar igennem Magnetviklingen, der altsaa ligger som Shunt til den ydre Strømkreds.

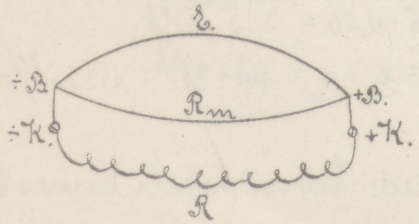
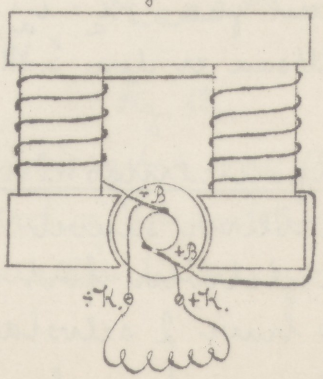



Fig. 10.

Fig. 10a.




Børste- og Klemspænding bliver altsaa her det samme,

nemlig den E.M.K. minus Spændingstabet i Ankeret, medens den Del af Strømmen, der gaar gennem Shunten, gaar tabt for den ydre Kreds. Maskinen og Strømskemaet er skitseret i Fig. 10a og 10.

Opg. 15.

En Shuntmaskine har en Ankermodstand paa 0,06 Ohm og en Magnetmodstand paa 44 Ohm og leverer en Klemspænding paa 110 Volt. Hvorledes ligge Strømforholdene, og hvor stor er den E.M.K., naar den ydre Modstand er 2,2 Ohm?

I den ydre Strømkreds flyder Strømmen:

$$I = \frac{e_k}{R} = \frac{110}{2,2} = 50 \text{ Amp.}$$

I Magnetviklingen:

$$i_m = \frac{e_k}{r_m} = \frac{110}{44} = 2,5 \text{ Amp.}$$

Følgelig leverer Ankeret: $i_a = I + i_m = 50 + 2,5 = 52,5$ Amp.
Denne Strøm frembringer et Spændingstab i Ankeret paa: $e_a = i_a \cdot r_a = 52,5 \cdot 0,06 = 3,15$ Volt.
Altsaa er den E.M.K. $E = e_k + e_a = 110 + 3,15 = 113,15$ Volt

Kompoundmaskinen. Ved Kompoundmaskinen bliver saavel Hovedstrømmen, som en Shuntstrøm ført om Magnetkerne, der altsaa maa have 2 selvstændige Viklinger. Forgreningen kan enten ske ved Børstene, eller efter at Hovedstrømmen har været ført om Magneter-

ne, altsaa ved Klemmerne. I første Tilfælde faa vi til Klemmerne Spændingstabet i Ankeret, og det af den ydre Strømstyrke foraarsagede Spændingstab i Hovedviklingen; Shuntviklingen ligger i Parallel til Hovedviklingen og den ydre Kreds.

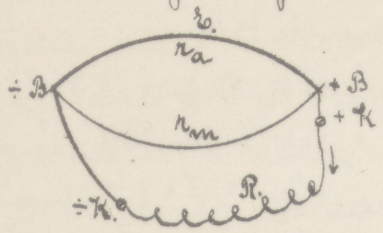



Fig. 11.

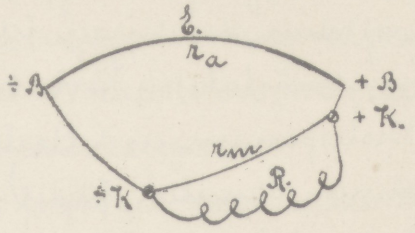



Fig. 12.

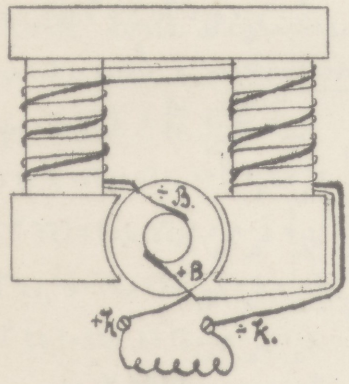



Fig. 11a.

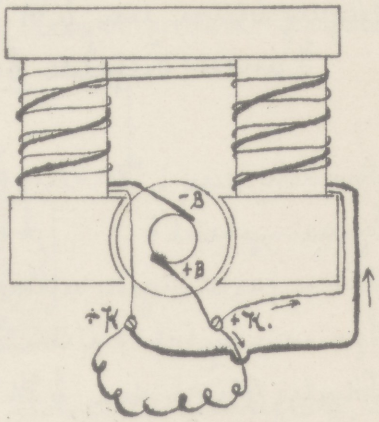



Fig. 12a.

I andet Tilfælde faa vi det Spændingstab som Ankerstrømmen fremkalder i Ankeret og Hovedviklingen; og Shuntviklingen ligger i Parallel til den ydre Kreds. Fig. 11 og 12 viser de 2 Tilfælde.

Opg. 16.

En Kompoundmaskine har en Klemspænding

paa 68 Volt ved en ydre Strømstyrke paa 50 Amp. Ankermodstanden er 0,02 Ohm, Modstanden i Hovedstrømviklingen 0,03 Ohm, medens Shuntmodstanden er 43 Ohm. Hvorledes ligger Strømforholdene, og hvor stor er Børstespænding og E.M.K., naar Shunten ligger til Børsterne, og naar den ligger til Klemmerne?

Spændingstabet i Hovedviklingen: $e_h = J \cdot r_h = 50 \cdot 0{,}03 = 1{,}5$ Volt.

Børstespændingen altsaa: $e_b = 68 + 1{,}5 = 69{,}5$ Volt.

Gennem Shunten flyder: $i_m = \frac{e_b}{r_m} = \frac{69{,}5}{43} = 1{,}62$ Amp.

Ankerstrømstyrken: $i_a = J + i_m = 50 + 1{,}62 = 51{,}62$ Amp.

Spændingstabet i Ankeret: $e_a = i_a \cdot r_a = 51{,}62 \cdot 0{,}02 = 1{,}03$ Volt.

Følgelig bliver den E.M.K.: $E = e_b + e_a = 70{,}53$ Volt.

I andet Tilfælde bliver Strømstyrken i Shunten:

$i_m = \frac{e_h}{r_m} = \frac{68}{43} = 1{,}58$ Amp.

Strømstyrken i Hovedviklingen: $i_h = i_a = J + i_m = 50 + 1{,}58 = 51{,}58$ Amp.

Spændingstabet i —u— : $e_h = i_h \cdot r_h = 51{,}58 \cdot 0{,}03 = 1{,}55$ Volt.

Børstespændingen altsaa: $e_b = e_k + e_h = 68 + 1{,}55 = 69{,}55$ Volt.

Spændingstabet i Ankeret: $e_a = i_a \cdot r_a = 51{,}58 \cdot 0{,}02 = 1{,}03$ Volt.

Følgelig bliver den E.M.K.: $E = e_b + e_a = 70{,}58$ Volt

---

## 2. Kapitel.

### Den elektriske Strøms Varmevirkninger.

Flyder der en elektrisk Strøm i en Ledning, saa vil denne blive opvarmet ved Strømmens Gennemgang, og er Strømmens Styrke tilstrækkelig stor, kan Lederen blive glødende eller endogsaa smelte. Vi ville

nu undersøge Lovene for denne Varmeudvikling. Til Bestemmelse af den Varmemængde, der er tilført et Legeme, benyttes som Enhed en Gramkalorie, der repræsenterer den Varmemængde, der maa tilføres et Gram Vand for at frembringe en Temperaturforøgelse paa 1° C. Den Varmemængde, der maa tilføres 1 kg. Vand for at opvarme det 1°, kaldes en Kilogramkalorie, og er altsaa lig 1000 Gramkalorier.

Apparatet, hvormed man foretager saadanne Maalinger af Varmemængde, kaldes et Kalorimeter og bestaar af et Messingfad med Vand, der staar paa en Bund af Kork, som befinder sig i en noget videre Beholder.

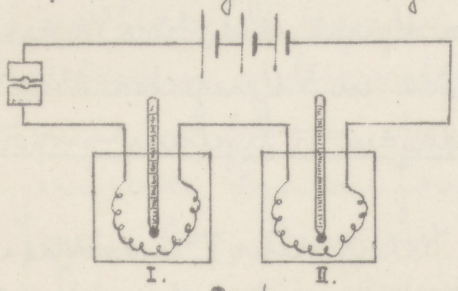



Fig 13.

Det hele er dækket med et Laag af isolerende Materiale, hvorigennem der stikker 2 Klemskruer og et Thermometer. Til Klemskruerne befæstes de elektriske Ledninger og den Spiral, hvis Opvarmning man vil undersøge. For nu at finde de Størrelser, hvoraf Varmemængden afhænger, anstille vi følgende 3 Forsøg.

Første Forsøg. Strømmen fra nogle Elementer sendes gennem 2 Kalorimetre, der ere forbundne i Serie som Fig. 13. viser. De 2 Kalorimetre maa være nøjagtig ens

og være fyldt med samme Mængde Vand. De 2 Spiraler skulle have samme Modstand, men være af forskelligt Materiale. Vi iagttager nu, at Temperaturen tiltager ligemeget i begge Kalorimeter. i samme Tidsrum: Varmemængden er altsaa ligefrem proportional med Tiden og uafhængig af Materialet.

Andet Forsøg. Vi bibeholder Anordningen fra første Forsøg, kun erstatte vi Spiralen i Kalorimeter II med en anden, der har dobbelt saa stor Modstand. Da de 2 Spiraler ere forbundne i Serie, flyder den samme Strøm gennem begge. Vi iagttage nu, at Temperaturen i lige lange Tider vil stige dobbelt saa stærkt i II som i I, og satte vi en Spiral ind, hvis Modstand er 3 Gange saa stor, vil vi faa en 3 Gange saa stor Temperatur. Altsaa Varmemængden er ligefrem proportional med Modstanden.

Tredie Forsøg. I Kalorimeter II indsættes igen en Spiral med samme Modstand som Spiralen i I og forbinde de 2 Kalorimetre efter Fig. 14.

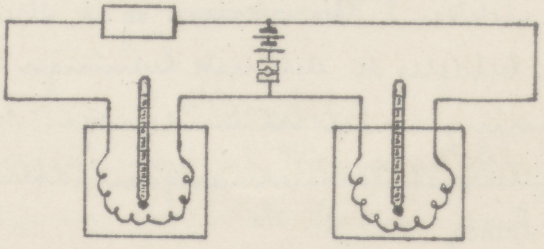


Fig 14.

Da de 2 Strømkredse have samme Klemspænding, ville Strømstyrkerne forholde sig omvendt som Modstandene.

Indskyde vi nu ved Hjælp af Modstandskassen R saa megen Modstand i Strømkredsen I, at denne faar dobbelt saa stor en Modstand som II, vil der gennem Kalorimeter II flyde en Strøm, der er dobbelt saa stærk som den gennem I. Ved denne Anordning iagttage vi, at Temperaturen i samme Tid stiger 4 Gange saameget i II som i I. Da altsaa den dobbelte Strømstyrke kan fremkalde en 4 Gange saa stor Varmeudvikling, sluttede vi, at Varmemængden er ligefrem proportional med Strømstyrkens Kvadrat.

Samle vi ovenstaaende Forsøgsresultater, faa vi altsaa: Den ved en elektrisk Strøm fremkaldte Varmemængde i en Leder er ligefrem proportional med Tiden, Modstanden og Strømstyrkens Kvadrat.

Denne Sætning er blevet eksperimentielt bestemt af den engelske Fysiker Joule og er efter ham kaldt Joules Lov. Betegnes Varmemængden med Q, Tiden med t, Modstanden med r og Strømstyrken med i, har man:

$$Q = b \cdot i^2 \cdot r \cdot t \quad \ldots\ldots\ldots (10)$$

hvor b betegner en Proportionalitetsfaktor, der afhænger af de valgte Enheder. Formelen kan ved Benyttelse af Ohms Lov omskrives til

$$Q = b \cdot \frac{e^2}{r} \cdot t$$

eller

$$Q = b \cdot e \cdot i \cdot t$$

Ønsker man Q i Gramkalorier og indsættes e i Volt, t i Sekt., r i Ohm og i i Amp., skal b være lig 0,24. Forme-

len bliver derefter:

$$Q = 0{,}24 \cdot i^2 \cdot r \cdot t = 0{,}24 \cdot \frac{e^2}{r} \cdot t = 0{,}24 \cdot e \cdot i \cdot t$$

Ønskes Q i kg. Kalorier divideres Ligningen med 1000 altsaa: $Q = 0{,}00024 \cdot e \cdot i \cdot t$ kg. kal.

Som bekendt kan nu Varme omsættes i Arbejde, og 1 kg. kal. er lig med 424 mkg. For at omsætte Varmemængde i Arbejde, maa vi altsaa multiplicere med 424.

$$A = 0{,}00024 \cdot 424 \cdot e \cdot i \cdot t = 0{,}1018 \cdot e \cdot i \cdot t \text{ mkg.}$$

Faktoren 0,1018 er imidlertid den reciproke Værdi af 9,81, Accelerationen, altsaa

$$A = \frac{e \cdot i \cdot t}{9{,}81} \text{ mkg.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

Dette er altsaa Arbejdet i t. Sekt., Arbejdet i 1 Sekt eller Arbejdseffekten bliver altsaa:

$$A = \frac{e \cdot i}{9{,}81} \text{ mkg.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12).$$

I Elektroteknikken regner man ikke Arbejdet i mkg., men derimod i Joule, og Effekten i Watt eller Volt-Ampere, saaledes at Produktet e·i·t er Joule og e·i Effekten i Watt eller Volt-Amp. Et mkg. bliver altsaa 9,81 Watt. Vil man udtrykke Effekten i H.K., saa erindre man at $1 \text{ H.K.} = 75 \text{ mkg.}$

altsaa $1 \text{ H.K.} = 75 \cdot 9{,}81 = 736 \text{ Watt.}$

Opg. 17.

Gennem en Traad paa 11,5 Ohm Modstand flyder en Strøm paa 8 Amp. Hvilket Effektab finder Sted i Traaden, og hvor stor er den i 1 Minut udviklede Varmemængde?

$$\text{Effekten} = i^2 \cdot r = 8^2 \cdot 11{,}5 = 736 \text{ Watt} = 75 \text{ mkg.}$$

Den i 60 Sekd. udviklede Varmemængde er:

$$Q = 0{,}24 \cdot i^2 \cdot r \cdot t = 0{,}24 \cdot 736 \cdot 60 = 10598{,}4 \text{ gr. kal.}$$

---

Ved en Maskines eller et Anlægs Virkningsgrad forstaar man Forholdet mellem den Arbejdseffekt, der udnyttes, og den Arbejdseffekt, der produceres.

$$\text{Virkningsgraden } \eta = \frac{\text{Nyttearbejdet}}{\text{Totalarbejdet}} \quad \ldots \quad (13.)$$

Opg. 18.

Hvor stor er Virkningsgraden af 1 Element der leverer en Klemspænding paa 1,2 Volt ved en Strømstyrke paa 5 Amp?

Den indre Modstand er 0,06 Ohm.

Spændingstabet i Elementet er $i \cdot r = 5 \cdot 0{,}06 = 0{,}3$ Volt.

Den E. M. K. altsaa $1{,}2 + 0{,}3 = 1{,}5$ Volt.

Nyttеeffekten bliver $e \cdot i = 1{,}2 \cdot 5 = 6$ Watt.

Totaleffekten " $E \cdot i = 1{,}5 \cdot 5 = 7{,}5$ Watt.

$$\eta = \frac{6}{7{,}5} = 0{,}8 \text{ eller } 80\,\%.$$

---

Af en Leders Opvarmning ved en elektrisk Strøms Gennemgang har man gjort mangfoldige Anvendelser, navnlig ved elektrisk Belysning. I den elektriske Glødelampe bliver en Leder opvarmet til Hvidglødhede og frembringer derved Lys. Edison, der er Opfinder af disse Lamper anvendte i Begyndelsen en fin Platin-

traad som Leder; men da Platinet kommer meget nær til sit Smeltepunkt ved en saadan Opheedning, kunde Traaden let smelte over, hvorved Strømmen jo vilde afbrydes. Man benyttede derfor senere Kultraade, der fremstilledes af Bambusstaver, Papir, Kollodium og lign. For at den glødende Kultraad ikke skal forbrænde, altsaa forbinde sig med Luftens Ilt, maa man fjerne Ilten, hvad der i Almindelighed sker ved at anbringe Traaden i en Glasblære, der er pumpet luftlom. Ved Udglødningen svinder Kultraaden efterhaanden, saa at den til Slut bliver saa tynd, at den brister, og dette Brud indtræder desto tidligere, jo mere Traaden har været opvarmet eller jo større Strømstyrken har været. En almindelig Glødelampe kan gennemsnittig brænde i c. 800-1000 Timer, bliver Strømstyrken imidlertid blot forhøjet en Uendelighed, synker Brændetiden meget betydeligt.

Strømstyrken er imidlertid afhængig af Traadens Modstand og Lampens Klemspænding, og da Modstanden ved normal Opvarmning er konstant, inddeles Glødelamper efter den Spænding, de behøver for at brænde normalt. Almindeligst er Glødelamper til 110 og 65 Volt; men der fabrikeres Lamper til Spændinger fra 2-220 Volt. Endvidere inddeles Glødelamperne efter Lysstyrke, idet man sammenligner denne med Lysstyrken af et Normallys. De alm. Lysstyrker er 4, 6, 8, 10, 16, 25, 32, 50 og 100 Normallys. Effekt-

forbraget pr Normal Lys er c. 3 Watt, man regner nemlig gennemsnitlig 50 Watt for en 16 Lys Lampe altsaa $\frac{50}{16} = 3{,}125$ Watt pr Lys. Er Spændingen bekendt kan man altsaa deraf beregne Strømstyrken; en 16 Lys Lampe bruger f. Eks. ved 110 Volts Spænding:

$$i = \frac{50}{110} = 0{,}454 \text{ Amp.} = \text{c. } 0{,}5 \text{ Amp.}$$

Modstanden bliver altsaa $\frac{110}{0{,}454} = 242$ Ohm i varm Tilstand; i kold Tilstand er Modstanden omtrent dobbelt saa stor.

---

Bringer man Enderne af 2 Kulstænger, der staa i Forbindelse med en Strømkilde med en Klemspænding paa 40 Volt eller derover, i Berøring med hinanden, ville Enderne begynde at glöde, og fjerner man nu Kullene en Smule fra hinanden, opstaar der et overordentlig klart Lys; Enderne blive hvidglödende, og Luftlaget imellem dem glöder med et blaaligt Lys. Holdes Kullene vandret danner det lysende Luftlag en opadkrummet Bue, der danner en Leder for Strömmen. Paa Grund af denne Bue kalder man Lyset for Buelys, skönt der i den almindelige Buelampe, hvor Kullene staa lodret, ikke kan være Tale om nogen egentlig Bue, da man kun ser et blaaligt Lys mellem Kullene.

Naar Kullene har brændt lidt, kan man se, at de faa et forskelligt Udseende, idet det positive

Kul, det vil sige, det der er forbundet med Strømkil-dens positive Pol, udhules kraterformet, medens det ne-gative Kul tilspidses. Bestandig flyver der smaa Kul-partikler over fra det positive til det negative Kul, og det er disse afrevne Kuldele, der leder Strømmen.

Kullene forbrændes langsomt, det positive dobbelt saa stærkt som det negative, og hvis de ikke atter nærmes til hinanden, vil Lysbuen forlænges, blive urolig og tilsidst ophøre, hvorved Strømmen brydes. Denne Regulering sker i Reglen ved en særlig Mekanisme, der er et Hovedled i alle Buelampekonstruktioner, men den kan ogsaa ske med Haanden.

Lysbuens Modstand faas ved at dividere Kul-lenes Spændingsforskel med Strømstyrken; men man antager almindeligt, at dette kun er den synlige Modstand, medens der i Virkeligheden findes en E.M.K. mellem Kullene, der mod-virker Spændingsforskellen, og som har en Styrke paa c. 38 Volt. For Praksis er det imidler-tid ligegyldigt, om denne Modkraft findes el-ler ej, da man der kun har med den syn-lige Modstand at gøre. Temperaturen paa En-derne af Kullene er efter Strømstyrken fra 2500 til 4000 ° C. Den elektriske Lysbue kan imid-lertid ogsaa dannes mellem 2 andre Ledere og derpaa grunder man elektrisk Svejsning, idet man enten lader det Arbejde, der skal

svejses være den positive Pol og benytter Kul som den anden, eller ogsaa foretages Svejsningen saaledes, at de 2 Stykker, der skal svejses danner hver sin Pol, og pressés sammen, naar den tilstrækkelige Varme er naaet.

---

## Thermo-elektriske Strömme.

I Aaret 1823 opdagede Th. Seebeck, at man kan frembringe en elektrisk Strøm, naar 2 forskellige Metaller loddes sammen, og det ene Loddested enten opvarmes eller afkóles. Hvad Strömmens Retning angaar, har man opstillet Metallerne i Række saaledes, at tager man et Metal af Rækken og sammenlodder det med et efterfølgende, gaar Strömmen fra det første gennem det opvarmede Loddested til det andet. Ved en Afkóling gaar Strömmen den modsatte Vej. En saadan Række dannes af:

Vismuth, Nikkel, Kobalt, Platin, Kobber, Kvægsölv, Bly, Tin, Guld, Sölv, Zink, Jern, Antimon.

Jo større Afstanden er mellem de enkelte Metaller i Rækken, jo stærkere vil Strömmen blive, den stærkeste faas altsaa af Vismuth-Antimon. Ere Metallerne ikke kemiske rene, forandres Rækken noget, det i Handelen værende Kobber har saaledes Plads mellem Tin og Guld. De saaledes dannede Strömme kaldes Thermoströmme eller

thermo-elektriske Strömme, og en Kombination af 2 forskellige sammenloddede Metaller et Thermoelement. Et saadant Elements Strömstyrke afhænger naturligvis, ligesom enhver Ström af den E.M.K. og Strömkredsens Modstand. Ved smaa Temperaturforandringer er den E.M.K. proportional med Loddestedernes Temperaturforskel; men naar den E.M.K. har naaet en vis Höjde, og Opvarmningen fortsættes daler den igen og kan ved enkelte Kombinationer endog antage en negativ Værdi, det vil sige, Strömmen vender og gaar i modsat Retning. Omstaaende Tabel angiver Störrelsen af den E.M.K. i Millionedele Volt, saakaldte Mikro-Volt, ved en Kombination af de i Tabellen nævnte Metaller og Bly ved en Opvarmning paa 1° C.

Af denne Tabel kan strax beregnes enhver anden Kombination, end den ovenfor angivne. Den E.M.K. af en Kombination er simpelt hen Differensen mellem de angivne Tal. Bestaar et Element f. Eks. af Vismuth og Jern, saa er dets E.M.K. ved en Temperaturforskel af 1° mellem Loddestederne:

$$+97-(-17{,}50)=114{,}5 \text{ Mikro Volt}=0{,}0001145 \text{ Volt.}$$

Er Temperaturforskellen 100° og kan man antage Proportionaliteten naar derhen, bliver den E.M.K. = 0,01145 Volt.

Det fremgaar her af disse Tal, at Thermoelemen-

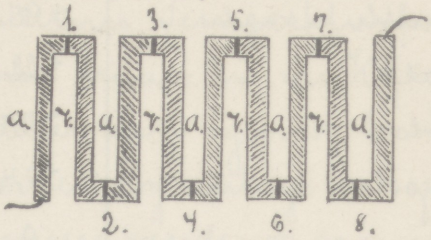
Tinns E. M. K. er meget lille i Sammenligning med andre Elementer; men da den indre Modstand er meget ubetydelig, kan man gennem smaa ydre Modstande opnaa ret anseelige Strømstyrker.

| Metaller | E. M. K. |
|---|---|
| Vismuth, Traad. | + 97. |
| Kobalt. | + 22. |
| Nysølv. | + 11,75. |
| Kvægsølv. | + 0,418. |
| Bly. | 0. |
| Tin. | − 0,1. |
| Kobber, ganbart. | − 0,1. |
| Platin. | − 0,9. |
| Guld. | − 1,2. |
| Antimon, ren Traad. | − 2,8. |
| Sølv. | − 3. |
| Zink. | − 3,7. |
| Kobber, galvanoplastisk. | − 3,8. |
| Antimon, ganbart. | − 6. |
| 2 Arsenik-vismuth. | − 13,56. |
| 1 Jern, Klavertraad. | − 17,50. |
| Phosfor, raat. | − 29,7. |
| Tellur | − 502. |
| Selen | − 807. |

For at faa store E. M. K. kan man forbinde flere

Elementer i Serie, saaledes som det er skematisk vist i Fig. . V betyder en Vismuth, A en Antimonstrimmel. De paa den ene Side liggende Loddesteder 1, 3, 5 og 7 opvarmes, og Loddestederne 2, 4, 6 og 8 holdes paa konstant Temperatur.

Fig. .




Da der i en saadan Thermosöjle finder en direkte Omsætning Sted fra Varme til Elektricitet, medens ellers Varmen først skal frembringe Damp, der atter udføre Arbejde i en Dampmaskine, der igen bekker en Dynamomaskine, er det ikke underligt, at der er gjort mange Forsög paa at fremstille Thermosöjler med höj E.M.K. og ringe indre Modstand; men det er til Dato ikke lykkedes, idet det navnlig skorter paa en tilstrækkelig Holdbarhed ved disse Elementer, især naar de opvarmes ved Gas eller Kulild.

Sendes en elektrisk Ström gennem et Thermoelement, saa viser der sig en Mærkværdighed, idet Loddestedernes Temperaturforögelse ikke følger Joules Lov; men det ene faar en höjere og det andet en mindre Temperaturforögelse end

Lovni siger - Ved svage Strømme kan det ene Loddested endogsaa blive afkølet. For at en Thermostrøm kan gaa fra Vismuth gennem Loddestedet til Antimon maa Loddestedet opvarmes, en Afkøling af det samme Loddested frembringer en Strøm af modsat Retning. Den elektriske Strøm, der sendes igennem et Thermoelement, maa altsaa afkøle det Loddested, der ellers skulde opvarmes, for at frembringe en Thermostrøm af samme Retning.

---

## 3. Kapitel.

## Magnetisme.

### Lovene for den magnetiske Tiltrækning og Frastødning.

Et Stykke Jern eller Staal, der er i Stand til at tiltrække andre Legemer af Jern, Staal, Kobalt eller Nikkel, kaldes en Magnet. Saadanne Magneter findes i naturlig Tilstand, idet en Jamerts, der kaldes Magnetjernsten, er i Besiddelse af denne Egenskab; men Magneter kunne ogsaa fremstilles kunstigt, enten ved at vikle en omspunden Kobbertraad om et Stykke Jern eller Staal, og sende en Strøm igennem Traaden, eller ved Gnidning med en anden Magnet. En Mag-

net, der dannes af et Stykke Jern omviklet med Kobbertraad, hvorigennem der flyder en elektrisk Strøm, kaldes en Elektromagnet, og den er kun magnetisk saalange Strømmen vedvarer. Afbrydes Strømmen, mister Jernet sin Magnetisme. Tager man i Stedet for Jern et Stykke hærdet Staal, saa beholder dette sin magnetiske Egenskab ogsaa efter Strømmens Ophør og er altsaa bleven en permanent Magnet.

Undersøger man nu en saadan Magnetstangs Tiltrækningsevne, saa ser man at den aftager fra Enderne og ind mod Midten, saaledes, at Midten er umagnetisk. Ophænges en Magnetstang i en lynd Traad, saaledes, at den kan dreje sig frit, saa vil den altid indstille sig saaledes, at den omtrent staar i Nord og Syd, og den samme Ende vil altid pege mod Nord og den anden mod Syd. Den Ende, der viser mod Nord, kaldes Nordpolen, og den anden Sydpolen. Smaa Magneter, der enten ere ophængte i en Traad eller ere drejelige paa en fin Spids, kaldes Magnetnaale, og nærmer man en saadan Naal til en Magnet, vil man se, at Nordpolerne og Sydpolerne ville frastøde hinanden, medens en Nordpol og en Sydpol ville tiltrække hinanden. Vi faa derfor Sætningen: <u>Ensartede Poler frastøde hinanden, uensartede tiltrække hinanden</u>.

Nærmer man et Stykke Jern til en Magnet, saa bliver Jernet magnetisk saaledes, at den Ende der vender mod Magneten bliver af modsat, medens den Ende, der vender bort fra Magneten, bliver af samme Polaritet, som den bekræftende Pol. En umagnetisk Jernstang vil altsaa tiltrække begge Ender af en Magnetnaal.

Vi have ovenfor sagt, at en Magnet ikke udøver nogen Tiltrækning paa Midten, og det laa derfor nær at antage, vi kunne faa en Magnet med en Pol ved at brække den over paa Midten. Det er imidlertid ikke Tilfældet, vi kunne fortsætte med Delingen saa længe, til vi have de Molekyler af Legemet, der altsaa ikke ad mekanisk Vej kunne deles yderligere, og dog ville vi faa en Magnet med baade Nord- og Sydpol. En Magnets Molekyler maa altsaa efter dette selv være ensrettede Magneter, saakaldte Molekularmagneter. Grunden til at Stangen synes umagnetisk paa Midten er den, at de modsatte Magnetismer ophæve hinandens Virkning. Et umagnetisk men magnetiserbart Legemes Molekyler ere ogsaa Magneter; men de ere ikke ensrettede og ophæve derfor alle hinanden. Under Indflydelse af en magnetiserende Kraft f. Eks. en elektrisk Strøm blive de imidlertid ensrettede. Jo stærkere den magnetiserende Kraft er jo flere Molekyler bliver der drejede, naar alle Molekyler ere ensrettede er Stangen mættet med Magnetisme. Ved blødt Jern vender Molekylerne efterhaanden tilbage til deres forrige Stilling, naar

den magnetiserende Kraft ophører; altsaa Jernet taber sin Magnetisme, hvorimod Molekylerne i en Staalstang næsten alle vil beholde deres nye Stilling. Den Magnetisme, som bliver tilbage i Legemet, efter at Kraften er ophørt, kaldes den remanente Magnetisme.

Som tidligere omtalt vil en Magnetnaal, der er drejelig i et vandret Plan, indstille sig i Retningen Nord til Syd. Lægger man gennem Magnetens Akse et lodret Plan, kaldes dette den magnetiske Meridian, og de fleste Steder af Jorden falder denne ikke sammen med den geografiske Meridian; men danner en bestemt Vinkel med denne. Denne Vinkel kaldes Deklinationen eller Misvisningen, og kan enten være østlig eller vestlig; eftersom Naalens Nordende ligger Øst eller Vest for den geografiske Meridian. En Magnetnaal, der er drejelig i et vandret Plan, kaldes en Deklinationsnaal. Ophænger man en Magnetnaal i sit Tyngdepunkt saaledes, at den kan dreje sig i alle Retninger, vil den ikke mere staa vandret; men danne en Vinkel med det vandrette Plan, som kaldes Inklinationsvinklen. Denne Vinkel er ligesom Deklinationsvinklen forskellig paa forskellige Steder af Jorden; paa den nordlige Halvkugle vil Nordenden vise nedad, paa den sydlige opad. Det Sted paa Jorden, hvor Nordenden viser lodret nedad, kaldes Jordens magnetiske Nordpol, det Sted, hvor den viser lodret opad, Jordens magnetiske Sydpol.

Disse Egenskaber ved Deklinations- og Inklinationsnaale forklares let derved, at man antager Jorden selv er en Magnet, der er sydmagnetisk mod Nord og nordmagnetisk mod Syd, idet de Poler der tiltrakke hinanden jo maa være uensartede.

Nu skulle det synes, som om Jorden, der er en saa stærk Magnet, maatte kunne øve en Tiltrækning paa alle magnetiserbare Legemer; men dette er jo som bekendt ikke Tilfældet; og undersøge vi Forholdene nøjere, se vi, at Jordens Indvirkning paa en Magnet kun kan være indstillende.

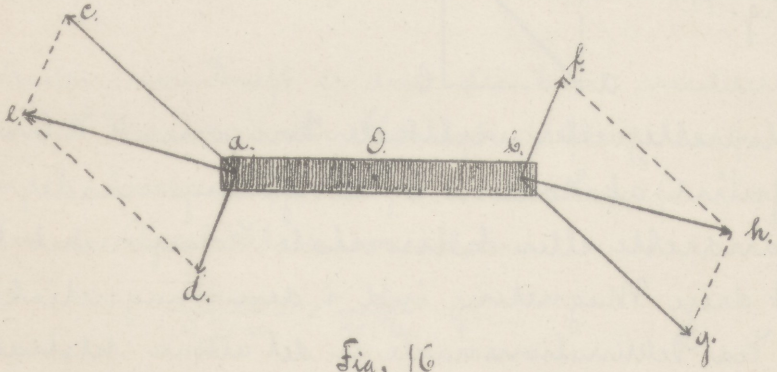



Fig. 16

Er a b en Magnet, der er drejelig om Punktet O i alle Retninger, og angiver a c med Hensyn til Størrelse og Retning Nordpolens Indvirkning paa a, vil Nordpolens Indvirkning paa b være parallel med og af samme Størrelse som a c, men af modsat Retning, altsaa lig b g. Sydpolens Indvirkning paa a vil være lig a d, og Indvirkningen paa b vil være parallel med denne og af samme Størrelse, altsaa lig b f. Resultanten a e af de 2 Kræfter, der virke i a vil være lige stor

med, men direkte modsat af Resultanten b k af de i b virkende Kræfter. Følgelig kan der ikke opstaa nogen Bevægelse af Naalen, denne vil kun indstille sig i Resultantens Retning.

Ved en Deklinationsnaal ophæves en Del af Jordmagnetismens Kraft paa Grund af Naalens Ophængningsmaade. Er N S en Deklinationsnaal og A N Jordmagnetismens indstillende Kraft, da kan denne opløses i 2 Komponenter, en vandret N B og en lodret N b.

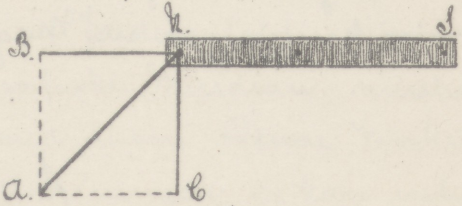



Fig. 17.

Den lodrette, eller vertikale Komponent N b ophæves paa Grund af Naalens Ophængningsmaade, medens den vandrette eller horisontale Komponent N B vil søge at dreje Magneten ind i den magnetiske Meridian. Ved Deklinationsnaale er det altsaa tilstrækkeligt at kende Jordmagnetismens Horisontalkomponent.

Til Bestemmelse af Vekselvirkningen mellem 2 magnetiske Poler eller 2 magnetiske Mængder har Coulomb fundet en Lov, der er opkaldt efter ham. Efter denne paavirke 2 magnetiske Mængder hinanden med en Kraft, der er lig Produktet af de magnetiske Mængder dividert med Afstandens Kvadrat. Betegner P Kraften og $m_1$ og $m_2$ de magnetiske Mængder og r Afstanden mellem dem, har

man: $$P = \pm \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots (14)$$

Er nu $m_1$ og $m_2$ ensartede frastøde de hinanden, søge altsaa at forstørre $r$, ere de uensartede tiltrak-ke de hinanden, søge altsaa at formindske $r$. I første Tilfælde tager man det positive i sidste Tilfælde det ne-gative Tegn. Gøres baade $m_1$ og $m_2$ lig 1 og Afstanden $r = 1$ bliver Kraften $P$ ogsaa 1, og den magnetiske Enhed kan altsaa defineres ved Ligning (14). Den magnetis-ke Enhedsmængde er den, der i Afstanden 1 paavir-ker en ligesaa stor magnetisk Mængde med Kraften 1.

Enheden for Kraft er den, der kan meddele Le-gemet med Massen 1 en Hastighedsforøgelse paa 1 cm i Sekundet. Enhed for Masse er Enhed for Vægt di-videret med Accelerationen altsaa:

$$\frac{1 \text{ Gram}}{9{,}81 \text{ m}} = \frac{1}{981 \text{ cm}} \text{ gr.}$$

Kraft er lig Masse gange Hastighedsforøgelse altsaa

$$P = \frac{1}{981 \text{ cm}} \text{ gr.} \cdot 1 \text{ cm.} = \frac{1}{981} \text{ gr.} = 1 \text{ Dyn.}$$

Den magnetiske Enhedsmængde er altsaa den, der i Afstanden 1 cm. paavirker en ligesaa stor Mængde med Kraften 1 Dyn.

Er de 2 magnetiske Mængder ligestore, bliver

$$P = \frac{m^2}{r^2} \quad \text{altsaa} \quad m = r \cdot \sqrt{P}.$$

Den magnetiske Enhed har ikke noget bestemt Navn, men da den lader sig henføre til det absolute Maalesystem, der er grundet paa Centimeter, Gram og Sekund, betegnes de som c. g. s. Enheder.

Opg. 19.

2 ensartede magnetiske Mængder en paa 16 og en paa 12 c. g. s. Enheder befinder sig i en Afstand af 4 cm. fra hinanden. Hvor stor en Kraft frastøder de hinanden med?

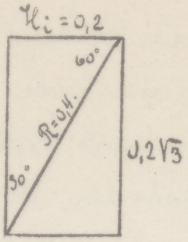
$$F = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = \frac{16 \cdot 12}{4^2} = 12 \text{ Dyn}$$

Da Jorden selv betragtes som en Magnet, vil der naturlig finde en Vekselvirkning Sted mellem dens magnetiske Mængde og enhver magnetisk Mængde, der findes paa Jorden. Denne Vekselvirkning vil ogsaa følge Coulombs Lov; men da Afstandene blive saa store, vil Kraftvirkningen paa en Enhedspol indenfor mindre Stedforandringer være konstant med Hensyn til Størrelse og Retning. Kender man nu paa et Sted af Jorden Horisontalkomponenten og Inklinationsvinklen, er man deraf i Stand til at beregne Vertikalkomponenten og selve Jordmagnetismens Størrelse. Er f. Eks. $H_i = 0{,}2$ og Inklinationsvinklen 60° saa er Vertikalkomponenten $H_i \cdot \operatorname{tg} 60°$ altsaa $0{,}2 \cdot \sqrt{3}$ og

$$R = \sqrt{H_i^2 + V^2} = \sqrt{0{,}2^2 + (0{,}2\sqrt{3})^2} = \sqrt{0{,}04 + 0{,}12} = \sqrt{0{,}16} = 0{,}4$$

Jordmagnetismens Størrelse er altsaa 0,4 c.g.s Enheder.

Fig. 18.

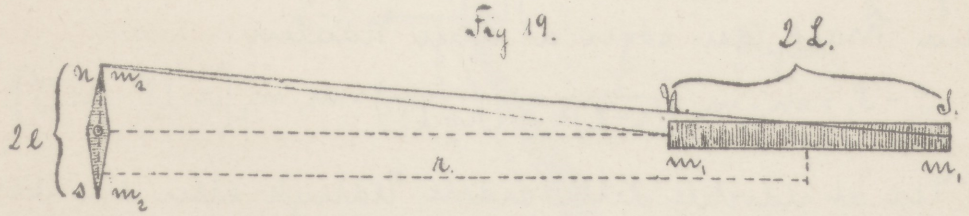



---

## Magneters gensidige Indvirkning.
## Det magnetiske Moment.

Vi ville nu undersøge 2 Magneters Indvirkning paa hinanden, og for at simplificere Opgaven anbringe vi en Magnetstang østlig eller vestlig for en lille Magnetnaal saaledes, at Stangens Langdeakses Forlængelse træffer vinkelret i Naalens Midtpunkt

Fig 19.




N S er en Magnetstang, hvis Poler har $m_1$ magnetiske Mængder, n s en Magnetnaal med Polstyrken $m_2$. De 2 Magneter er anbragte som ovenfor angivet, og Stangens Længde er 2 L, Naalens 2 l, og Midten af Stangen befinder sig i Afstanden r fra Naalens Drejningspunkt. Magnetstangen vil nu søge at dreje Naalen saaledes, at begge

falde i Forlangelse af hinanden, medens Jordmagnetismen vil søge at holde Naalen i sin oprindelige Stilling. Resultatet vil være, at Naalen gør et Udslag, og af dettes Størrelse kan Magnetens Styrke beregnes.

Nordpolen N frastøder Nordpolen n med en Kraft

$$P_1 = \frac{m_1 \cdot m_2}{N \cdot n^2} = \frac{m_1 \cdot m_2}{(r-l)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

Sydpolen S tiltrækker Nordpolen n med en Kraft

$$P_2 = \frac{m_1 \cdot m_2}{S n^2} = \frac{m_1 \cdot m_2}{(r+l)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

Er r meget stor i Forhold til Længden af Magnetstangen, og l meget lille imod L, saa kan Kræfterne $P_1$ og $P_2$ tilnærmende antages at virke vinkelret paa n s, og Størrelsen $l^2$ uden væsentlig Fejl bortkastes. Differensen $P_1 - P_2$ vil da være den Kraft, der søger at dreje Naalen.

$$P_1 - P_2 = m_1 \cdot m_2 \left(\frac{1}{(r-l)^2} - \frac{1}{(r+l)^2}\right) = m_1 \cdot m_2 \left[(r-l)^{-2} - (r+l)^{-2}\right]$$

Ved at udvikle dette sidste Udtryk efter den binomiske Læresætning og bortkaste de højere Værdier af l og r faas:

$$(r-l)^{-2} = r^{-2} - (-2) r^{-3} \cdot l + \frac{(-2)\cdot(-3)}{1\cdot 2} \cdot r^{-4} \cdot l^2 - \frac{(-2)\cdot(-3)(-4)}{1\cdot 2\cdot 3} r^{-5} l^3 + \ldots.$$

$$(r+l)^{-2} = r^{-2} + (-2) \cdot r^{-3} l + \frac{(-2)\cdot(-3)}{1\cdot 2} \cdot r^{-4} \cdot l^2 + \frac{(-2)(-3)(-4)}{1\cdot 2\cdot 3} \cdot r^{-5} \cdot l^3 + \ldots.$$

$$P_1 - P_2 = m_1 \cdot m_2 \left(\frac{4l}{r^3} + \frac{8l^3}{r^5}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (15.)$$

Under Indvirkning af denne Kraft og Jordmagnetismen bliver Naalen staaende i en Stilling, der danner en Vinkel paa $\alpha^\circ$ med den oprindelige Stilling, og de 2 Kræfters Drejningsmomenter ville være lige store

Horisontalkomponenten $H_i$ er den Kraft, hvormed Jordmagnetismen paavirker Enheden af magnetisk Mængde i horisontal Retning; da Naalens magnetiske Mængde er $m_2$ bliver Kraften $m_2 \cdot H_i$ Denne Kraft virker paa en Vægtstangsarm $l \cdot \sin \alpha$, og Drejningsmomentet bliver altsaa:

$$m_2 \cdot H_i \cdot l \cdot \sin \alpha.$$

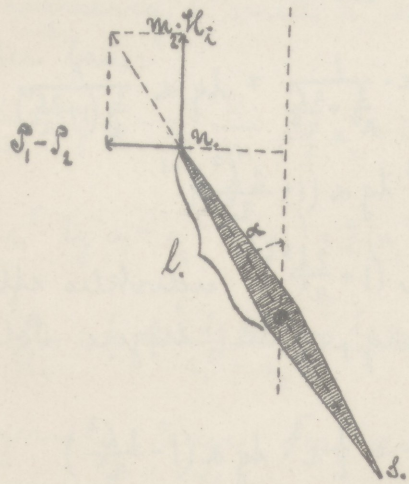



Fig 20.

Kraften $P_1 - P_2$ er paa Grund af den store Afstand, hvori Stangen befinder sig, ikke forandret ved Naalens Drejning og virker paa Vægtstangsarmen $l \cdot \cos \alpha$, Drejningsmomentet bliver derfor:

$$(P_1 - P_2) \cdot l \cdot \cos \alpha.$$

eller ved Indsætning af Værdien $f_1 - f_2$

$$m_1 \cdot m_2 \left(\frac{4f}{r^3} + \frac{8f^3}{r^5}\right) \cdot l \cdot \cos\alpha$$

Sættes de 2 Drejningsmomenter ligestore faas

$$m_2 \cdot H_i \cdot l \cdot \sin\alpha = m_1 \cdot m_2 \left(\frac{4f}{r^3} + \frac{8f^3}{r^5}\right) \cdot l \cdot \cos\alpha$$

eller

$$H_i \cdot \sin\alpha = 2l \cdot m_1 \left(\frac{2}{r^3} + \frac{4f^2}{r^5}\right) \cdot \cos\alpha$$

Produktet af en Magnets Længde og dens magnetiske Mængde kaldes Magnetens magnetiske Moment og betegnes med M. Altsaa

$$M = 2l \cdot m_1$$

$$H_i \cdot \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = M\left(\frac{2}{r^3} + \frac{4f^2}{r^5}\right)$$

eller

$$\frac{M}{H_i} = \operatorname{tg}\alpha \cdot \frac{1}{\frac{2}{r^3} + \frac{4f^2}{r^5}} = \operatorname{tg}\alpha \cdot \frac{1}{\frac{2}{r^3}\left(1 + \frac{2f^2}{r^2}\right)}$$

$$\frac{M}{H_i} = \frac{1}{2} r^3 \cdot \operatorname{tg}\alpha \left(1 + \frac{2f^2}{r^2}\right)^{-1}$$

Naar Størrelsen $\left(1 + \frac{2f^2}{r^2}\right)^{-1}$ udvikles efter den binomiske Læresætning, og de højere Potenser af $\frac{2f}{r}$ bortkastes faas:

$$\frac{M}{H_i} = \frac{1}{2} r^3 \cdot \operatorname{tg}\alpha \left(1 - \frac{2f^2}{r^2}\right)$$

Er Horisontalkomponenten $H_i$ bekendt, bliver det magnetiske Moment:

$$M = \frac{1}{2} \cdot r^3 \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot H_i \cdot \left(1 - \frac{2f^2}{r^2}\right) \quad \ldots \quad (16)$$

$H_i$ have ved denne Løsning antaget, at al Mag-

nelens Magnetisme var ophobet i Enderne af Stangen, hvad jo som bekendt ikke er Tilfældet. Størrelsen $l$ kan derfor ikke maales, og man maa derfor betragte Leddet $\frac{4l^2}{r^5}$ som en ubekendt Størrelse og søge at faa den eliminieret. Til dette Øjemed anbringes Magnetstangen efter hinanden i de 2 Afstande $r_1$ og $r_2$ og de tilhørende Udslag $\alpha_1$ og $\alpha_2$ iagttages. Man faar derved de 2 Ligninger:

$$\text{I.}\quad \frac{H_i}{m}\cdot \operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{2}{r_1^3} + \frac{4l^2}{r_1^5}$$

$$\text{II.}\quad \frac{H_i}{m}\cdot \operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{2}{r_2^3} + \frac{4l^2}{r_2^5}$$

Multipliceres Ligning I med $r_1^5$ og II med $r_2^5$ og subtraheres derefter faas:

$$r_1^5 \frac{H_i}{m}\cdot \operatorname{tg}\alpha_1 - r_2^5 \frac{H_i}{m} \operatorname{tg}\alpha_2 = 2r_1^2 - 2r_2^2$$

eller

$$\frac{H_i}{m}\left(r_1^5\cdot \operatorname{tg}\alpha_1 - r_2^5\cdot \operatorname{tg}\alpha_2\right) = 2\left(r_1^2 - r_2^2\right)$$

heraf følger

$$\frac{m}{H_i} = \frac{1}{2}\,\frac{r_1^5\cdot \operatorname{tg}\alpha_1 - r_2^5\cdot \operatorname{tg}\alpha_2}{r_1^2 - r_2^2} \quad \ldots\ldots (17)$$

Af denne Ligning kan Forholdet mellem det magnetiske Moment og Horisontalkomponenten beregnes. Ved Hjælp af endnu en Ligning mellem disse 2 Størrelser er man i Stand til at beregne Værdien af $M$ og $H_i$. En saadan Ligning faar man ved Hjælp af Svingningstiden, det vil sige den Tid en frit ophængt Magnetnaal bruger for

at svinge fra den ene Hvilestilling til den anden. Betegner $f$ denne Tid, og $K$ Naalens Stivhedsmoment saa er

$$M \cdot K_i = \frac{\pi^2 \cdot J}{f^2} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (18.)$$

Ved denne Ligning er der intet Hensyn taget til Traadens Torsionskraft, og denne kan kun lades ude af Betragtning, naar Naalen er ophængt i lynde usnoede Kokontraade. Er dette ikke Tilfældet, forandres Formlen til

$$M \cdot K_i = \frac{\pi^2 \cdot J}{f^2(1+\vartheta)} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (19.)$$

hvor $$\vartheta = \frac{\text{Ophængningstraadens Torsionsmoment}}{M \cdot K_i}$$

I mange Tilfælde drejer det sig kun om at sammenligne Horisontalkomponenten for 2 forskellige Steder af Jorden. I saa Fald kan man benytte Ligning 19.

$$M \cdot K_i' = \frac{\pi^2 \cdot J}{f_1^2(1+\vartheta)}$$

$$M \cdot K_i'' = \frac{\pi^2 \cdot J}{f_2^2 \cdot (1+\vartheta)}$$

Ved Division faas:

$$\frac{K_i'}{K_i''} = \frac{f_2^2}{f_1^2} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (20)$$

Det vil sige:

Horisontalkomponenterne paa 2 forskellige Steder

forholder sig omvendt som Kvadraterne paa Svingningstiderne

. Har man 2 Magnetstænger af samme Form og Størrelse, men med forskelligt magnetisk Moment, faar man

$$M_1 \cdot H_i = \frac{\pi^2 \cdot \gamma k}{T_1^2 \cdot (1+\Omega)}$$

$$M_2 \cdot H_i = \frac{\pi^2 \cdot \gamma k}{T_2^2 \cdot (1+\Omega)}$$

og ved Division $$\frac{M_1}{M_2} = \frac{T_2^2}{T_1^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

Det vil sige:

De magnetiske Momenter af 2 Magneter af samme Form og Størrelse forholde sig omvendt som Svingningstidernes Kvadrat.

Opg. 20.

Hvor stort er det magnetiske Moment af en Stang paa 10 cm Længde, hvis Poler hver har 80 magnetiske Enheder?

$$M = m \cdot 2l = 80 \cdot 10 = 800 \text{ c.g.s. Enheder.}$$

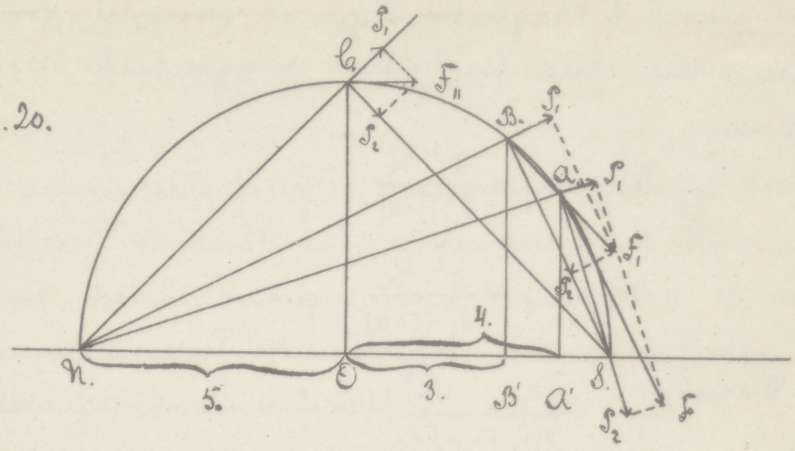
Opg. 21.

En Magnetstang af 10 cm Længde, hvis Poler hver have 100 c.g.s. Enheder, indvirker paa en nordmagnetisk Enhedsmængde, der befinder sig i Punkterne A, B og C, hvilke have Koordinaterne

$$OA' = 4 \; ; \quad AA' = 3 \; ; \quad OC = 5$$
$$OB' = 3 \; ; \quad BB' = 4 \; ;$$

Restem Størrelsen og Retningen af de 2 Magnetpolers Indvirkning paa Enhedspolen i de 3 Stillinger?

Fig. 20.




Nordpolen N frastøder Punktet A med en Kraft:

$$F_1 = \frac{100 \cdot 1}{9^2+3^2} = \frac{100}{90} = 1{,}111 \text{ Dyn} \qquad \sphericalangle FAS = \alpha_1$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{9}$$

Sydpolen S tiltrækker A med en Kraft: $\alpha_1 = 6° 20'$

$$F_2 = \frac{100 \cdot 1}{1^2+3^2} = 10 \text{ Dyn.}$$

Resultanten lig $\sqrt{(10)^2+10^2} = 10{,}06$ Dyn.

For Punktet $B_1$ er:

$$F_1 = \frac{100}{8^2+4^2} = \frac{100}{80} = 1{,}25 \text{ Dyn.} \qquad \sphericalangle F_1 BS = \alpha_2$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{4}$$

$$F_2 = \frac{100}{2^2+4^2} = \frac{100}{20} = 5 \text{ Dyn} \qquad \alpha_2 = 14° 2'$$

Resultanten lig $\sqrt{1{,}25^2+5^2} = 5{,}16$ Dyn.

For Punktet $C_1$ er:

$$F_1 = \frac{100}{5^2+5^2} = 2 \text{ Dyn}$$

$F_2 = \frac{100}{5^2+5^2} = 2$ Dyn

Resultanten lig $\sqrt{2^2+2^2} = 2{,}83$ Dyn

$\angle F_1 \text{ og } 3 = \alpha_3$

$\lg \alpha_3 = \frac{F_1}{F_2} = 1$

$\alpha = 45°$

---

## De magnetiske Kraftlinier.

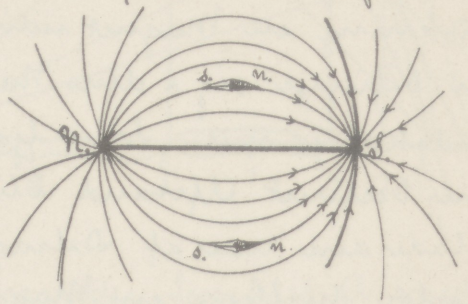
Den Indvirkning en Magnet udøver paa en magnetisk Pol, der befinder sig i dens Nærhed, vil naturligvis formindskes jo mere Polen fjernes fra Magneten, og vil i en bestemt Afstand blive saa lille, at man kan lade den ude af Betragtning. Den Omegn indenfor hvilken en Magnet kan udøve en lydelig Indvirkning paa en Magnetpol, kaldes dens magnetiske Felt, og er Magnetpolen en nordmagnetisk Enhedspol kaldes den Kraft, hvormed Enhedspolen paavirkes paa det vedkommende Sted, for den magnetiske Feltintensitet eller Kortere Feltstyrken. Magnetens Indvirkning paa en saadan Enhedspol vil have en Bevægelse til Følge, og denne Bevægelse vil foregaa efter en krum Linie, som man kalder en Kraftbane og hvis Retning er Polens Bevægelsesretning.

Da der nu i ethvert Punkt i Feltet kan tænkes anbragt en nordmagnetisk Enhedspol, vil der ogsaa gennem hvert Punkt gaa en Kraftbane; deres Antal vil følgelig være uendeligt stort

I enkelte Tilfælde kan Kraftbanernes Skikkelse

nærmere angives. Fra en enkelt Magnetpol vil de saaledes udgaa straaleformet til alle Sider, som Radier i en Kugle. Fra en Stangmagnet gaar de, som nedenstaaende Figur viser; i enkelte af Linierne er der indlagnet smaa Magnetnaale, hvis Nordpole angive Kraftbanernes positive Retning.

Fig. 22.




Vi se altsaa, at disse gaa fra Nord- til Sydpolen. I Magnetens Indre gaa Kraftbanerne naturligvis fra Syd- til Nordpolen; thi i Følge Definitionen angiver jo Kraftbanerne den Retning, hvori en Nordpol vil bevege sig. En Magnetstangs Kraftbaner danne altsaa sluttede Kurver, hvis egentlige Form man faar et ret tydelig Billede af ved at lægge en Magnetstang under en Glasplade, hvorpaa man derefter drysser Jernfilspaan. Det Billede, der derved frembringes, viser nu, at Kraftbanerne ikke som ved foregaaende Tegning alle udgaa fra Nordpolen og gaa til Sydpolen; men nærmere have den i omstaaende Figur skildrede Form.

Beskrive vi om en magnetisk Enhedspol en

Kugle med Radius 1 cm, bliver hver Kvadratcentimeter af Kugleoverfladen skaaret af uendelig mange Kraftbaner; men erstatte vi Enhedspolen med en Pol af Styrken m, vil der dog gaa m Gange saa mange Kraftbaner gennem Kvadratcentimeteren.

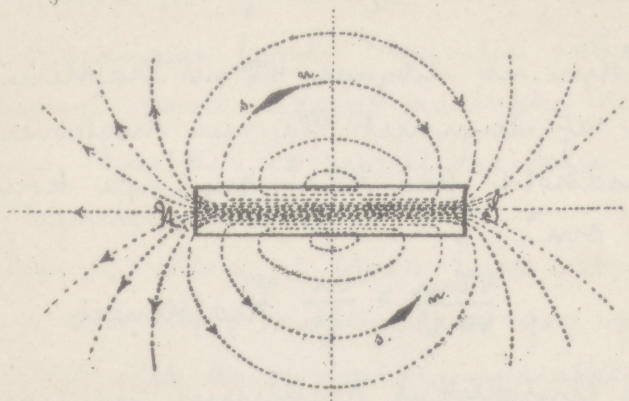


Fig. 23.

For nu at undgaa denne stadige regnen med uendelige Størrelser har man vedtaget, at kalde det Antal Kraftbaner, der skære Kvadratcentimeteren af Overfladen paa den for omtalte Kugle med Enhedspolen som Centrum, for 1 Kraftlinie. Fra Enhedspolen gaar der altsaa ialt saa mange Kraftlinier ud, som der er Fladeenheder paa Kugleoverfladen, altsaa ialt $4\pi$ Kraftlinier. Fra Polen med Styrken m gaar der m Kraftlinier gennem Kvadratcentimeteren, og det samlede Kraftliniantal bliver $4\pi m$.

Denne Samlen af Kraftbaner til Kraftlinier har endnu en anden Fordel. Beskriver man nemlig

om en Pol med den magnetiske Mængde m en Kugle med Radius r og anbringes et Sted i Kugleoverfladen en nordmagnetisk Enhedspol, saa frastøder de 2 magnetiske Mængder hinanden med en Kraft

$$P = \frac{m \cdot 1}{r^2} = \frac{m}{r^2} \text{ Dyn.}$$

Fra Polen m udgaar $4\pi m$ Kraftlinier i alle Retninger af Rummet. Da nu Kugleoverfladen har et Fladeindhold paa $4\pi r^2$ cm$^2$, saa kommer der paa hver cm$^2$

$$\frac{4\pi m}{4\pi r^2} = \frac{m}{r^2} \text{ Kraftlinier.}$$

Betegnes Antallet af Kraftlinier paa cm$^2$ med H, faar man:

$$H = \frac{m}{r^2} = P$$

Antallet af Kraftlinier, der træffe Kvadratcentimeteren vinkelret, angiver altsaa Feltstyrken paa det betraffende Sted.

Antallet af Kraftlinier paa Kvadratcentimeteren kaldes Kraftlinietætheden. Er f. Eks. Kraftlinietætheden et Sted i et magnetisk Felt 5000, saa vil dette sige, at en nordmagnetisk Enhedspol paa dette Sted vil blive bevæget i Kraftlinieretningen med en Kraft paa 5000 Dyn.

Er en Magnetstangs Polstyrke m, udstraaler dens Nordpol $4\pi m$ Kraftlinier, der altsaa alle gaa

til Sydpolen og derfra gennem Magnetens Indre tilbage til Nordpolen. Er Stangens magnetiske Moment M bekendt, og betegnes det samlede Kraftliniantal med N, har man:

$$m = \frac{M}{l} \quad \text{eller} \quad N = \frac{4\pi M}{l}$$

l betegner Afstanden mellem de 2 magnetiske Mængder og kan ved lange tynde Magneter sættes lig med Stangens Længde, hvorimod det ved tykke Magneter, hvor Magnetismens Fordeling er anderledes, kan regnes til $\frac{5}{6}$ af hele Magnetens Længde.

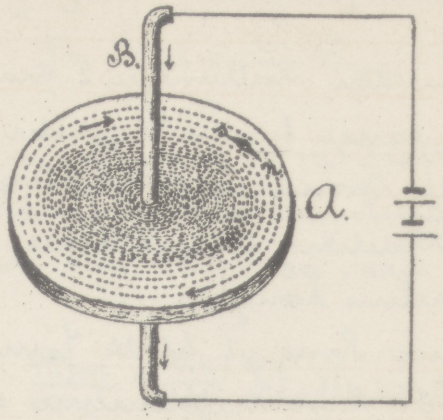
Anbringes en Ring af blødt Jern i et homogent Felt, d. v. s. et Felt, hvor Kraftlinierne gaa parallelt, saa forandres Feltet, idet de oprindelige parallelle Kraftlinier bøje sig hen mod Ringen og gaa for Størstedelen bueformet gennem Ringens Vægge og ud igen paa den modsatte Side for igen i nogen Afstand fra Ringen at antage deres parallelle Form. Gennem Ringens Hulrum gaar kun en meget ringe Del af Kraftlinierne. Jordens magnetiske Felt er et saadant homogent Felt, og hvis man derfor omgiver en Magnetnaal med en Ring af blødt Jern, kan man derved i væsentlig Grad forringe Jordmagnetismens Indflydelse.

---

• Det er ikke blot Magneter, der kunne frembringe Kraftlinier; ogsaa Traade, hvorigennem der flyder en

elektrisk Strøm, have denne Egenskab. For at danne sig et Billede af disse Kraftlinier, gennemborer man en Glasplade A (Fig. 24) og stikker en tyk Traad B, hvorigennem man kan sende en Strøm, igennem Hullet.

Fig. 24.




Sendes nu Strøm gennem Lederen i den ved Pilen angivne Retning og drysses Jernfilspaan paa Glaspladen, ordner disse sig i koncentriske Ringe omkring Lederen. Ringene vil være tættest inde mod Midten af Pladen og tyndere ud mod Kanten og viser derved tydelig Strømmens magnetiske Felt. Anbringes en lille Magnetnaal i Nærheden af Lederen, saa indstiller den sig saaledes, at den bliver Tangent til en Kraftlinie, og Nordendens Retning angiver Kraftlinernes Retning. Ser man i Strømmens Retning, er Kraftliniernes positive Retning som Viserens paa et Ur. I Figuren ser man fra oven nedad, og Kraftlinieretningen er angivet ved Pile.

Man er efter dette i Stand til forud at bestemme, til hvilken Side en Magnet vil slaa ud, naar

en elektrisk Strøm føres forbi den, eller omvendt at Naalens Udslag at bestemme Strømretningen. Naalens Nordende vil nemlig altid følge Kraftliniernes positive Retning, og man faa derfor følgende Regel:

Holdes den höjre Haand med Haandfladen vendt mod Naalen saaledes over Lederen, at Strømmen kader ind ved Haandroden og ud ved Fingerspidserne, da vil Tommelfingeren angive Retningen af Nordendens Udslag.

og omvendt:

Holder man ved et givet Udslag Tommelfingeren til den Side, hvor Nordenden har slaaet ud, angiver Fingerspidserne Strømmens Retning.

Vikles en Leder op i en Spiral, saa addere de smaa Kraftlinier fra de enkelte Vindinger sig til Kraftlinier, der næsten gaa parallelt med Cylinderens Akse. En saadan i Spiral opviklet Leder kaldes en Solenoide, og dens Kraftlinier have stor Lighed med en Magnets, saa man kan uden videre betragte en Solenoide som en Magnet, og Endernes Polaritet kan bestemmes efter den ovennævnte Haandregel, idet Tommelfingeren viser mod Nordenden, naar Haandfladen vender mod Solenoidens Ynre. Anbringes en Jernkerne inden i en Solenoide, gaa Kraftlinierne gjennem Jernet, hvorved dette bliver magnetisk; ophører Strømmen, taber Jernet sin Magnetisme; det er altsaa en Elektromagnet.

## Biot - Savarts Lov og dens Anvendelse.

Den i det foregaaende omtalte Vekselvirkning mellem Magneter og elektriske Strømme kan beregnes efter følgende af Biot - Savart opstillede Lov.

Resultanten af Kraftvirkningen mellem en Magnetnaal og en lodret rettet Leder, der gennemflydes af Strøm, staar vinkelret paa et Plan lagt gennem Lederen og Magnetens Pol og er omvendt proportional med Afstandens Kvadrat.

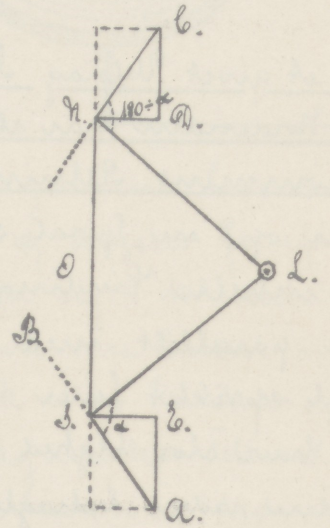



Fig 25.

Er L Lederen i Gennemsnit og N S Magnetnaalen i Hvilestillingen, bliver $\angle N = \angle S$. SA foreskriver den Kraft der virker paa S. Saa N maa der da virke en Kraft af samme Størrelse i modsat Retning, altsaa med LN danner en Vinkel lig $\angle S B = 180° - \angle S A$. $\angle L S A = \alpha$. Altsaa $\angle b N L = 180° - \alpha$. Kræfterne N b og SA opløses i Komponenter, en vinkelret paa Naalen og en i dennes Forlængelse. Af disse ville kun

$nD$ og $JE$ kunne bevirke en Drejning af Naalen, og da denne er i Ro, maa Drejningsmomenterne være ligestore altsaa:

$$nD : nO = JE \cdot JO.$$

$nD = nb \cdot \cos \angle bnD$ og $JE = Ja \cdot \cos \angle aJE$.

$$nD = JE.$$

altsaa $$nb \cdot \cos \angle bnD = Ja \cdot \cos \angle aJE$$

$$\angle bnD = \angle aJE$$

$$\angle bnO = \angle aJO$$

$$\angle bnO - \angle JnO = 180° - \alpha$$

$$\angle aJO - \angle LJO = \angle \alpha$$

$$\angle \alpha = 180° - \alpha$$

$$\angle \alpha = 90°$$

Betegner $m$ Styrken af en magnetisk Sol, i den i et uendelig lille Lederelement $ds$ flydende Strøm, $r$ Afstanden fra $m$ til $ds$ og $\alpha$ den Vinkel Afstanden $r$ danner med Lederelementet, saa er Kraftvirkningen mellem $m$ og $ds$ efter Biot-Savarts Lov:

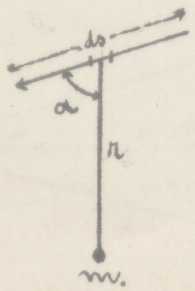



Fig. 26.

$$dP = \frac{m \cdot i \cdot ds}{r^2} \cdot \sin \alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (22)$$

Den Retning, hvori den nordmagnetiske Mængde

m bliver bevæget, bestemmes efter Haandreglen. I Fig. 26 vil m, da Kraften d P staar vinkelret paa Tegneplanet, blive bevæget lodret ud af Papirets Plan. Er Lederen cirkelformet, og ligger Magnetpolen i Centrum, bliver $\alpha = 90°$ altsaa $\sin \alpha = 1$

Vi faa altsaa:

$$d P = \frac{m \cdot i \cdot ds}{r^2}$$

og hele Kredsens samlede Indvirkning bliver:

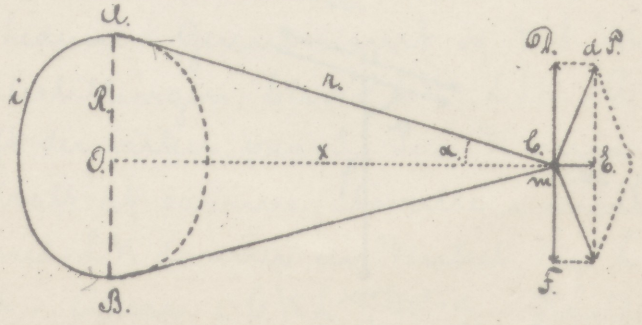
$$P = \frac{m \cdot i \cdot 2\pi r}{r^2} = \frac{m \cdot i \cdot 2\pi}{r}$$

Feltstyrken i Midten af Ringen er altsaa $H = \frac{2\pi \cdot i}{r}$

Kraften P faas i Dyn, naar r indsættes i cm og m og i i c. g. s. Enheder. 1 Amp = 0,1 c. g. s. Enhed.

Ved Hjælp af Biot - Savarts Lov ville vi nu bestemme Kraftvirkningen mellem en cirkelformet Leder, der gennemflydes af Strøm, og en magnetiske Mængde m, der befinder sig lodret over Centrum.

Fig. 27.




A B er Strømkredsen hvori Strømstyrken i flyder, m den magnetiske Mængde, r Afstanden fra m til et

punkt i Ringen. Kraftvirkningen mellem et uendelig lille Buelement og m bliver:

$$dP = \frac{m \cdot i\, ds}{r^2}$$

α er nemlig 90°, da en retstraaende Kegles Frembringer staar vinkelret paa Tangenten til Grundcirklen. Er ds Buelementet ved A, der altsaa staar vinkelret paa Tegneplanet, saa falder den virksomme Kraft dP ligeledes i Tegneplanet og staar vinkelret paa AB. Man kan nu opløse dP i 2 Komponenter, en bD vinkelret paa Midtlinien og en Komponent bE i Midtliniens Forlængelse. Er α Vinkelen mellem r og OB, saa er Komponenten

$$bD = dP \cdot \cos\alpha$$

og

$$bE = dP \cdot \sin\alpha$$

Betragter man nu det Buelement, der ligger ved B, saa kun ogsaa den Kraft dP, der stammer fra dette Element, opløses i 2 Komponenter

$$bF = dP \cdot \cos\alpha$$

og

$$bE = dP \cdot \sin\alpha$$

De 2 Komponenter bD og bF ere ligestore, men modsat rettede og ophæve derfor hinanden, hvorimod Komponenterne bE adderes. Denne Betragtning kan nu gentages for hver 2 lige overfor hinanden liggende Buelementer; Komponenterne dP · cos α ophæve bestandig hinanden, og kun Indvirkningen i Retningen OB bliver tilbage. Vi faa derfor den samlede Indvirkning P i Retningen OB, naar vi addere alle

de smaa Indvirkninger af alle Bueelementerne, det vil sige

$$\mathfrak{P}' = \int \frac{m^2 \cdot i \cdot ds}{r^2} \cdot \sin\alpha = \int d\mathfrak{P}' \cdot \sin\alpha$$

eller $$\mathfrak{P}' = \frac{m \cdot i \cdot \sin\alpha}{r^2} \cdot \int ds$$

$\int ds$ er Summen af alle $ds$ og altsaa lig hele Cirkelperiferien. Følgelig faa vi:

$$\mathfrak{P}' = \frac{m \cdot i \cdot \sin\alpha}{r^2} \cdot 2\pi \cdot R$$

Bestaar Kredsen af $n$ Vindinger er $\int ds = n \cdot 2\pi \cdot R$

$$\mathfrak{P}' = \frac{m \cdot n \cdot i \cdot \sin\alpha \cdot 2 \cdot \pi \cdot R}{r^2} \quad \ldots\ldots (23.)$$

Formel 23 kan omskrives paa følgende Maade:

$$r = \frac{R}{\sin\alpha}$$

altsaa $$\mathfrak{P}' = \frac{m \cdot n \cdot i \cdot \sin^3\alpha \cdot 2\pi R}{R^2}$$

eller $$\mathfrak{P}' = \frac{m \cdot n \cdot i \cdot \sin^3\alpha \cdot 2\pi}{R} \quad \ldots\ldots (24.)$$

Indføres Afstanden $Ob = x$ saa er:

$$\frac{R}{r} = \sin\alpha$$

og $$r = \sqrt{R^2 + x^2}$$

$$\sin\alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

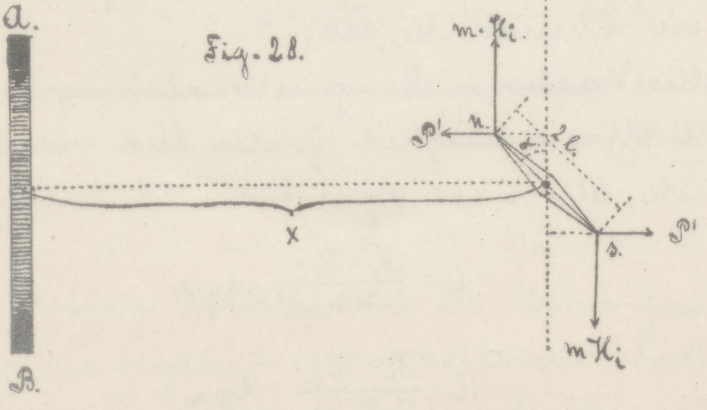
følgelig $$\mathfrak{P}' = \frac{m \cdot n \cdot i \cdot 2\pi}{R} \cdot \frac{R^3}{\sqrt{R^2+x^2}^3}$$

eller $$\mathfrak{P}' = \frac{m \cdot n \cdot i \cdot 2\pi R^2}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \ldots\ldots\ldots (25.)$$

Hvorvidt P er frastødende eller tiltrækkende afhænger af Strømretningen og den magnetiske Mængde; hvis m er en nordmagnetisk Mængde, bliver den tiltrukken af Strømkredsen, naar Strømmen set fra m flyder i Uhrviserens Retning; en sydmagnetisk Mængde bliver selvfølgelig frastødt i samme Tilfælde.

Anbringe vi i b en lille Magnetnaal, der er drejelig om en lodret Akse, saa vil denne under Indflydelse af Strømkredsen søge at stille sig i Retningen Oc, altsaa vinkelret paa Ringens Plan. Vi se her bort fra, at den magnetiske Mængde strangt taget ikke befinder sig lodret over Centrum af Ringen. Er Ringen opstillet saaledes, at dens Plan falder i magnetisk Meridians, saa vil Jordmagnetismen søge at dreje Naalen tilbage i sin oprindelige Stilling, og Naalen vil følgelig komme i Ligevægt under en vis Vinkel a. Jordmagnetismens Drejningsmoment maa i saa Fald være lig det Drejningsmoment, Ringen udøver paa Naalen

Fig. 28.



I A S Ringen set fra Siden og opstillet i magnetisk Meridian, n s Magnetnaalen i Hvilestillingen, og 2 l Naalens Længde, saa er Jordmagnetismens Drejningsmoment for begge Sider tilsammen:

$$2 H_i \cdot m \cdot l \cdot \sin \alpha$$

Strømmens Drejningsmoment for begge Sider:

$$2 P' \cdot l \cdot \cos \alpha$$

Indsættes Værdien for P' af Ligning (25) og sættes de 2 Drejningsmomenter lige store faas:

$$2 \cdot m \cdot H_i \cdot l \cdot \sin \alpha = \frac{2 \cdot m \cdot n \cdot i \cdot 2\pi R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot l \cdot \cos \alpha$$

der løst med Hensyn til i giver:

$$i = \frac{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} \cdot H_i}{2\pi \cdot n \cdot R^2} \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad \ldots \quad (26.)$$

Denne Ligning sætter os i Stand til ved Hjælp af den i Fig. viste Anordning at maale Strømstyrken i absolute Enheder. Apparatet kaldes en Tangensbussole. De i Ligningen forekommende Størrelser R og x indsættes i cm, $H_i$ er Horisontalkomponenten og n og $\operatorname{tg} \alpha$ ere ubenævnte Tal.

Opstilles Naalen i Ringens Centrum, saaledes som det i Almindelighed finder Sted ved en Tangensbussole, bliver x = 0 og vi faa

$$i = \frac{R^3 \cdot H_i}{2\pi \cdot n \cdot R^2} \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

eller

$$i = \frac{R \cdot H_i}{2\pi \cdot n} \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad \ldots \quad (27.)$$

Størrelsen $\frac{R \cdot H_i}{2\pi \cdot n}$ kaldes Tangensbussolens Reduktionsfaktor. Sætte vi $\alpha = 45°$, altsaa $tg\,\alpha = 1$, faa vi:

$$i = \frac{R \cdot H_i}{2\pi \cdot n}$$

Reduktionsfaktoren er altsaa den Strømstyrke, der frembringer et Udslag paa Tangensbussolen af 45°.

Som allerede tidligere omtalt maa Magnetnaalen være meget lille for at de her afledte Formler kunne gælde uden væsentlige Fejl. Er Naalens Længde $\frac{1}{12}$ af Ringens Diameter bliver Fejlen ikke over 1%.

Opstilles Naalen i Afstanden $x = \frac{R}{2}$ fra Ringens Centrum, den saakaldte Gaugainske Anordning, faa vi, naar vi indsætte $x = \frac{R}{2}$ i Ligning (26.)

$$i = \frac{\left[R^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}} H_i}{2\pi \cdot n \cdot R^2} \cdot tg\,\alpha$$

$$i = \frac{R^3 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot H_i}{2\pi \cdot n \cdot R^2} \cdot tg\,\alpha = \frac{\sqrt{125} \cdot R \cdot H_i}{16\pi \cdot n} \cdot tg\,\alpha$$

eller da $\frac{\sqrt{125}}{16\pi} = 0{,}2225$

$$i = 0{,}2225 \frac{R \cdot H_i}{n} \cdot tg\,\alpha$$

Ved denne Anordning kan man tillade Udslag indtil 56°, uden at Fejlen bliver $\frac{1}{2}$ pro Mille, selv naar Naalen er $\frac{1}{3}$ R.

Opg. 22.

Hvilken Kraft udøver en Strøm paa 0,25 c.g.s. Enheder, der flyder i en cirkelformet Leder af 12 cm Radius, paa en Magnetpol af Styrken 52,4 c.g.s.

Enheder, der befinder sig 6 cm. fra Centrum. Lederen bestaar af 10 Vindinger?

I Formel 25 er $i = 0{,}254$; $n = 10$; $m = 52{,}4$; $R = 12$ og $x = 6$ vi faa altsaa:

$$P' = \frac{52{,}4 \cdot 10 \cdot 0{,}254 \cdot 2\pi \cdot 12^2}{(12^2 + 6^2)^{\frac{3}{2}}} = 4{,}98 \text{ Dyn.}$$

Opg. 23.

Hvilken Reduktionsfaktor har en Tangensbussole, med 1 Vinding af 17 cm Radius, naar Naalen er anbragt i Ringens Centrum og Horisontalkomponenten er 0,187?

Betegnes Reduktionsfaktoren med $C$ har man:

$$C = \frac{R \cdot H_i}{2\pi \cdot n}$$

$R = 17$; $H_i = 0{,}187$; $n = 1$, følgelig

$$C = \frac{17 \cdot 0{,}187}{2\pi} = 0{,}508 \text{ c.g.s. Enheder.}$$

Vil man have Strømstyrken i Amp., maa Reduktionsfaktoren multipliceres med 10, da 1 c.g.s Enhed er 10 Amp.

---

Ligning 24 angiver den Kraft, som en cirkelformet Leder, hvori der flyder Strøm, udøver paa en magnetiske Mængde m, der befinder sig lodret over Cirkelens Centrum. Der er imidlertid forudsat, at de n Vindinger, hvoraf Ringen bestaar, alle ligge i samme Plan. Vi ville nu gaa over til at undersøge,

hvor stor Kraftvirkningen bliver, naar Vindingerne isledet for at ligge udenpaa hinanden ligge ved Siden af hinanden, altsaa danner en Solenoide.

Forestiller Figuren A B C D (Fig 29.) Omridset af en Solenoide med Radius R, Længden l og n Vindinger, og anbringe vi den magnetiske Mængde m i Solenoidens Akse f. Eks. i Punkt O kan vi bestemme Solenoidens Indvirkning paa m paa følgende Maade.

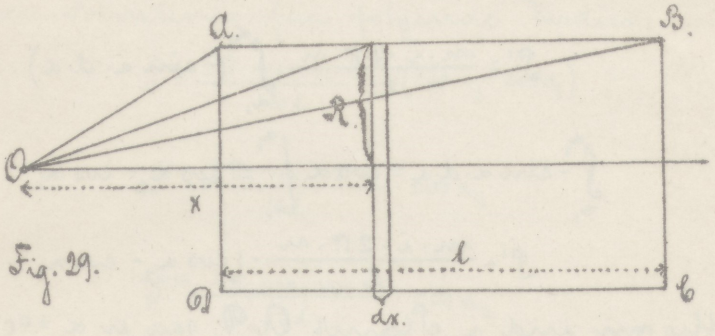



Fig. 29.

I Afstanden x fra O lægger man 2 Snit vinkelret paa Solenoidens Akse i den uendelig lille Afstand dx fra hinanden og faar ved Indsætning i Formel 24 den uendelig lille Kraftvirkning af denne Ring til at være:

$$d P' = \frac{m \cdot i \cdot 2\pi}{R} \cdot \sin^3 \alpha \cdot \frac{n}{l} \cdot dx$$

da Vindingsantallet nemlig paa hele Solenoiden er n, kommer der paa hver cm. $\frac{n}{l}$ Vindinger, altsaa paa det uendelig lille Stykke dx $\frac{n}{l} \cdot dx$ Vindinger.

Efter Figuren er $x = R \cdot \cot \alpha$

altsaa $dx = R \cdot \frac{1}{-\sin^2 \alpha} d\alpha$

ved Indsætning faa vi

$$d\,\mathfrak{P}' = \frac{m \cdot i \cdot 2\pi}{R} \cdot \sin^3\alpha \, \frac{n}{l} \cdot R \cdot \frac{1}{-\sin^2\alpha} \cdot d\alpha$$

$$d\,\mathfrak{P}' = \frac{m \cdot i \cdot 2\pi \cdot n}{l} \cdot (-\sin\alpha \cdot d\alpha)$$

Solenoidens samlede Indvirkning faas nu ved at opsummere (integrere) Indvirkningen af alle de Smit, der kunne lægges mellem A D og B C. Vi faa altsaa:

$$\mathfrak{P}' = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{m \cdot i \cdot 2\pi \cdot n}{l} (-\sin\alpha \cdot d\alpha)$$

eller

$$\mathfrak{P}' = \frac{m \cdot i \cdot 2\pi \cdot n}{l} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (-\sin\alpha \cdot d\alpha)$$

Nu er

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} -\sin\alpha \cdot d\alpha = \cos\alpha \Big|_{\alpha_1}^{\alpha_2} = \cos\alpha_2 - \cos\alpha_1$$

saa

$$\mathfrak{P}' = \frac{m \cdot i \cdot 2\pi \cdot n}{l} \cdot (\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1 \quad \ldots\ldots (28)$$

Flyttes nu ind i Planet A D, saa er $\alpha_1 = 90°$, altsaa $\cos\alpha_1 = 0$, i saa Tilfalde faa vi

$$\mathfrak{P}'' = \frac{m \cdot i \cdot 2\pi \cdot n}{l} \cos\alpha_2$$

Ligger nu i Midten af Solenoiden, bliver $\alpha_1 + \alpha_2 = 180°$

altsaa $\alpha_1 = 180° - \alpha_2$

og $\cos(180° - \alpha_2) = -\cos\alpha_2$

følgelig: $\mathfrak{P}''' = \frac{m \cdot i \cdot 2\pi \cdot n}{l} \cdot 2\cos\alpha_2$

$$\mathfrak{P}''' = \frac{4 \cdot m \cdot i \cdot \pi \cdot n}{l} \cdot \cos\alpha_2$$

Nu er

$$\cos\alpha_2 = \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}}$$

saa i det Tilfælde, hvor Solenoidens Radius er lille i Forhold til Længden, bliver $\cos \alpha_2$ næsten lig 1, og vi benytte derfor idet Tilfælde den tilnærmede Formel

$$P''' = \frac{4\pi \cdot \pi \cdot n \cdot i}{l}$$

I den Formel vi gik ud fra ved Udledningen af disse Formler, var i Strømstyrken i c.g.s. Enheder, vil vi derfor have Strømstyrken indsat i Amp., maa vi dividere med 10, hvorefter Formlerne faa følgende Værdier:

$$P' = \frac{2\pi \cdot m \cdot n \cdot i}{10\,l} \cdot (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1)$$

$$P'' = \frac{2\pi \cdot m \cdot n \cdot i}{10\,l} \cdot \cos \alpha_2$$

$$P''' = \frac{4\pi \cdot m \cdot n \cdot i}{10\,l} \cdot \cos \alpha_2$$

eller tilnærmelsesvis $P''' = \frac{4\pi \cdot m \cdot n \cdot i}{10\,l} = \frac{0{,}4\pi \cdot m \cdot n \cdot i}{l}$

Kraften P faas i alle Tilfælde i Dyn.

Gives den magnetiske Mængde m Værdien 1, faa vi Solenoidens Indvirkning paa en Enhedspol; men denne Indvirkning er jo netop Feltstyrken paa det Sted. For Midten af en lang Solenoide faa vi altsaa Feltstyrken H til at være

$$H = \frac{0{,}4\pi \cdot n \cdot i}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (29.)$$

Af denne Formel fremgaar det, at H hverken er afhængig af Strømstyrken i eller Vindingsantallet n alene; men derimod af disse 2 Størrelsers Produkt. Man

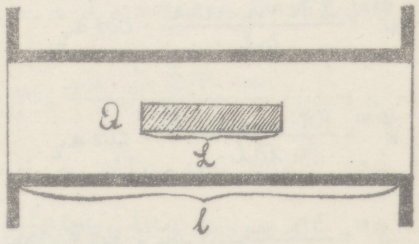
kalder dette Produkt af Strømstyrken i Ampere og Vindingsantallet for Amperevindingsantallet og betegner det med A.V.

---

## Magnetisk Induktion.

Anbringer man i Midten af en Solenoide, (Fig. 30) hvis Længde er l en Jernstang af Længden L og Tværsnittet Q, saa gaa Solenoidens Kraftlinier gennem Jernet og gør derved dette magnetisk, det vil sige, Størstedelen af Jernets Molekularmagneter blive ensrettede.

Fig. 30.




Da Jernet nu selv er blevet en Magnet, vil der udgaa Kraftlinier fra dets Nordpol. Er nu den Polstyrke, som Jernet har faaet, udgaar der fra dets Nordpol $4\pi m$ Kraftlinier, og da Solenoiden, hvis Feltstyrke er H, udsender $Q \cdot H$, vil der ialt gaa:

$$N = Q \cdot H + 4\pi \cdot m$$

Kraftlinier gennem Jernstangen. Det Antal Kraftlinier, der gaar gennem en $cm^2$ af Jernet bliver:

$$\frac{N}{Q} = B = H + \frac{4\pi \cdot m}{Q}$$

Størrelsen B kaldes den magnetiske Induktion og

angiver altsaa Antallet af Kraftlinier pr. Kvadratcentimeter i Jernet. Multiplicerer vi Brøken $\frac{m}{Q}$ med $l$ i Taller og Navner, saa faa vi:

$$\frac{m}{Q} = \frac{m \cdot l}{Q \cdot l} = \frac{M}{V} = J$$

$m \cdot l$ er nemlig det magnetiske Moment og $Q \cdot l$ Stangens Volumen. Momentet dividered med Volumenet bliver det magnetiske Moment af en Enhedskubus; denne Størrelse kaldes Magnetiseringsintensiteten og betegnes med $J$. Vi faa altsaa:

$$B = H + 4\pi J \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (30.)$$

Jernstangens Polstyrke $m$ afhænger af $H$, jo større $H$ bliver, jo større bliver ogsaa $m$ og altsaa ogsaa $J$, og vi kan derfor sætte

$$J = \chi \cdot H$$

Ved Indsætning i Ligning (30) faa vi:

$$B = H + 4\pi \cdot \chi \cdot H$$

$$B = (1 + 4\pi \cdot \chi) \cdot H \qquad \text{eller}$$

$$B = \mu \cdot H \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (31.)$$

hvor $\mu = 1 + 4\pi \cdot \chi$

Størrelsen $\chi = \frac{J}{H}$ kaldes den magnetiske Susceptibilitet eller Magnetiseringsevnen og $\mu = \frac{B}{H}$ den magnetiske Permeabilitet eller den magnetiske Ledeevne. $\mu$ og $\chi$ ere for den samme magnetiske Substans ikke nogen konstante Størrelser, derimod er $\mu$ for Substanser, der ikke lade sig magnetisere, f. Eks. Luft, lig med 1,

og altsaa $\delta = 0$.

For at bestemme Sammenhængen mellem B og H for en magnetiske Substans benytter vi Formel (30), idet vi bestemme Størrelserne H og J. Til Bestemmelse af H benytte vi Formel (29)

$$H = \frac{0{,}4\pi \cdot n \cdot i}{l}$$

Hvad Bestemmelsen af J angaar huske vi, at det er det magnetiske Moment af en Enhedskubus af Stangen, og vi kunne derfor benytte Formlerne (16) eller (17). Vælge vi (16) have vi:

$$m = \tfrac{1}{2} r^3 \operatorname{tg} \alpha \cdot H_i \left(1 - \frac{2l^2}{r^2}\right)$$

hvor l betegner Stangens halve Længde.

Nu er $$J = \frac{m}{V} = \frac{m}{2Ql}$$

følgelig bliver $$J = \frac{1}{4Ql} \cdot r^3 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot H_i \left(1 - \frac{2l^2}{r^2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (32.)$$

Ved Hjælp af disse Formler er man i Stand til at beregne B og $\mu$ til en hvilken som helst Værdi af H. Den følgende Tabel viser disse Værdier for Smedejærn, Støbejærn og Dynamostålbestaal. Tabellens Resultater kan nu grafisk fremstilles i Kurver, idet man afsætter H som Abscisseværdier og B som Ordinatværdier i et retvinklet Koordinatsystem. En saadan Kurve kaldes en Magnetiseringskurve. Paa Plan I er der tegnet saadanne Kurver for alle 3 Slags Materialer. Kurverne have for alle 3 Sorter den samme Form, men de til samme H svarende B Værdier ere ve-

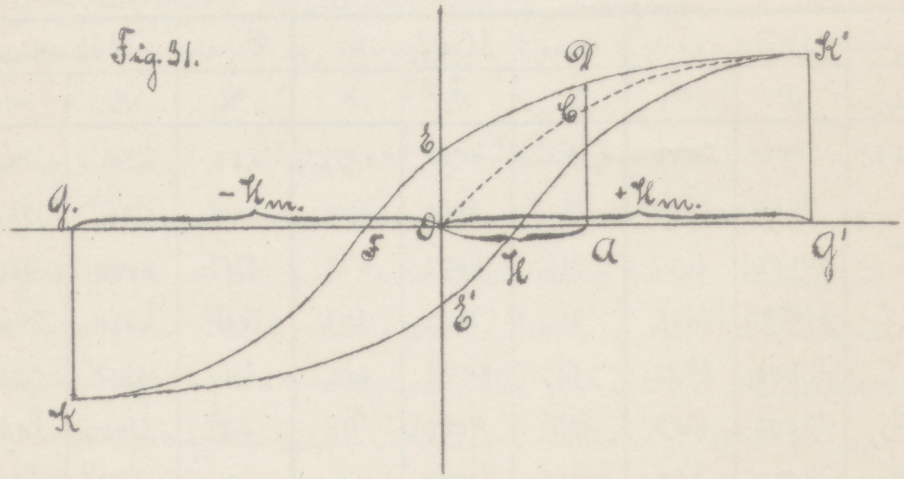
sentlig større for Smedejern og Dynamostöbestaal end for Stöbejern. Som Kurverne viser stiger i Begyndelsen B stærkt i Forhold til H; men efterhaanden bliver Tilvæksten mindre, indtil Kurven tilsidst gaar omtrent parallel med Abscisseaksen, og B altsaa omtrent ophører med at tiltage. Jernet er saa magnetiseret saa stærkt, som det er muligt, alle de smaa Molekularmagneter ere ensrettede, man siger det er mættet med Magnetisme. Kurverne kaldes undertiden ogsaa Mættelseskurver. De praktiske Mættelsesværdier ligge for Smedejern omkring B = 20000 og for Stöbejern ved B = 11000.

| Udglödet Smedejern. | | | Graat Stöbejern. | | | Dynamostöbestaal. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| H. | B. | μ. | H. | B. | μ. | H. | B. | μ. |
| 1,66. | 5000. | 3000 | 5. | 4000. | 800. | 0,53. | 230. | 430. |
| 4. | 9000. | 2250. | 10. | 5000. | 500. | 1,35. | 730. | 540. |
| 5. | 10000. | 2000. | 21,5. | 6000. | 279. | 2,13. | 2090. | 980. |
| 6,5. | 11000. | 1692. | 42. | 7000. | 167. | 3,11. | 6650. | 2140. |
| 8,5. | 12000. | 1412. | 80. | 8000. | 100. | 4,10. | 9250. | 2250. |
| 12. | 13000. | 1083. | 127. | 9000. | 71. | 5,47. | 11000. | 2010. |
| 17. | 14000. | 823. | 188. | 10000. | 53. | 8,21. | 12790. | 1550 |
| 28,5. | 15000. | 526. | 292. | 11000. | 37. | 11,18. | 13760. | 1230 |
| 52. | 16000. | 308. | | | | 17,5. | 14890. | 850. |
| 105. | 17000. | 161. | | | | 26,0. | 15600. | 600. |
| 200. | 18000. | 90. | | | | 38,6. | 16100. | 417. |
| 350. | 19000. | 54. | | | | 60,6. | 16950. | 280. |

## Hysteresis

De her omtalte Magnetiserings kurver angive kun regelige Værdier, naar Jernet ved Begyndelsen af Magnetiseringen var fri for Magnetisme, og Værdierne af $H$ tiltog fra 0 til Maksimum. Lader man f. Eks. $H$ tiltage jævnt fra 0 til en maksimal Værdi $H_m$ (Fig. 31) ved hvilken $OK$ angiver den tilsvarende Værdi af $B$, og derefter lader $H$ aftage, bliver de Værdier af $B$, man nu faar større end de vi havde ved tiltagende $H$, saaledes svarer til Værdien $OA$ en Værdi af $B = AC$ ved tiltagende og $B = AD$ ved aftagende $H$.

Fig. 31.




Naar $H$ er lig Nul, er $B$ endnu lig $OE$, det vil altsaa sige, Jernet er endnu magnetisk, besidder saakaldt remanent Magnetisme, og skal det gøres umagnetisk, maa $H$ antage den negative Værdi $OF$, der betegnes som Koercitivkraften. Lader man $H$ tiltage

videre i negativ Retning, vokser B ligeledes i negativ Retning og naar ved Værdien $-H_m$ Størrelsen $OK'$. Derfra kan man nu igen lade H aftage, og de til samme Værdi af H svarende B Værdier vil igen være større ved aftagende end ved tiltagende H. Ved $H=0$ er $B=OB'$ altsaa Jernet har igen remanent Magnetisme, men modsat af før.

Lader man derefter igen H tiltage i positiv Retning til $H_m$, tiltager B, efter at først den remanente Magnetisme er forsvunden og naar Værdien OK.

Man faar paa denne Maade 2 Magnetiseringskurver, en for tiltagende og en for aftagende Magnetisering. Begge Kurver indeslutte et vist Areal, hvis Størrelse er proportionalt med det Arbejde, som er nødvendigt for at magnetisere et Stykke Jern fra et positivt Maksimum til et negativt og tilbage igen. Dette Arbejde kaldes Magnetiseringsarbejdet, og det omsattes i Varme, der frembringer en Temperaturforhøjelse i Jernet. Hele Processen kaldes Hysteresis. (magnetisk Gnidning.) Efter Steinmetz er Magnetiseringsarbejdet pr. Volumenenhed udtrykt ved Formlen:

$$A = \eta \cdot B^{1,6} \quad \ldots\ldots\ldots (33.)$$

B betegner den maksimale Induktion, $\eta$ er en af Materialet afhangig Konstant, der varierer fra 0,002 til 0,092, og som for alm. Smedejern kan sættes til 0,0033. A angiver Arbejdet i Erg (den absolu-

le Arbejdsenhed) 1 Erg = $10^{-7}$ Watt.

Underkastes Jernet den ovenfor omtalte Magnetisering N Gange, bliver Arbejdet naturligvis ogsaa N Gange saa stort som ved en Magnetisering. Den følgende Tabel angiver Magnetiseringsarbejdet i Watt ved 100 Magnetiseringer pr Sek.

Smedejern $\eta = 0{,}0033$; $N = 100$.

| B. | Effekt pr Kubikdecimeter i Watt. | Effekt pr. Kilogram i Watt. | B. | Effekt pr Kubikdecimeter i Watt. | Effekt pr. Kilogram i Watt. |
|---|---|---|---|---|---|
| 2000. | 6,3. | 0,8. | 6500. | 42,0. | 5,4. |
| 2500. | 9,1. | 1,2. | 7000. | 47,3. | 6,0. |
| 3000. | 12,2. | 1,5. | 7500. | 52,8. | 6,7. |
| 3500. | 15,6. | 2,0. | 8000. | 58,6. | 7,5. |
| 4000. | 19,3. | 2,5. | 8500. | 64,5. | 8,2. |
| 4500. | 23,3. | 3,1. | 9000. | 70,7. | 9,0. |
| 5000. | 27,6. | 3,5. | 9500. | 77,1. | 9,8. |
| 5500. | 32,2. | 4,1. | 10000. | 83,7. | 10,7. |
| 6000 | 37,0. | 4,7. | 10500. | 90,5. | 11,6. |

Bestemmelsen af det ved Magnetiseringen tabte Arbejde, det saakaldte Hysteresistab, spiller en Rolle i Dynamokonstruktionen, idet Ankeret i en Dynamo jo netop er underkastet saadanne Ommagnetiseringer. Der opstaar jo nemlig i Ankeret ved Induktion en Sydpol over for en Nordpol og en Nordpol overfor en Sydpol, i en 2 polet Maskine vil Polerne være ombyttede efter

en halv Omdrejning, og en hel Omdrejning vil altsaa udsætte Ankeret for en fuldstændig Magnetiseringsproces. Der kræves altsaa et bestemt Arbejde alene til at dreje et Anker rundt i et magnetisk Felt, og dette Arbejde kan altsaa bestemmes ved Hjælp af det foregaaende

Opg. 24. Som Eksempel tjener et Anker hvis Diameter er 12 cm., og hvis Længde er 15 cm. Induktionen er $B = 10500$, og Omdrejningsantallet pr. Sek. 30. Hvor stor er Hysteresistabet?

Ankerets Volumen er

$$V = \frac{12^2 \cdot \pi}{4} \cdot 15 = 1700 \text{ ccm} = 1{,}7 \text{ cdm}.$$

Tabellen giver for $B = 10500$ Tabet 90,5 Watt pr. cdm og 100 Omd. Tabet bliver altsaa:

$$\frac{90{,}5 \cdot 1{,}7 \cdot 30}{100} = 45{,}2 \text{ Watt}.$$

De til tiltagende og aftagende Værdier af $H$ svarende 2 forskellige Værdier af $B$ kan ofte have en uheldig Indflydelse paa Maaleinstrumenter, hvor en blød Jernkærne skal trækkes ind i en Solenoide, idet Kraftvirkningen kan blive forskellig ved tiltagende og aftagende Strømstyrke. For at formindske Fejlen saa meget som muligt, maa Induktionen gøres meget høj, da Differensen mellem de høje Værdier er mindst, og Jernkærnen maa derfor have et meget lille Tværsnit for allerede ved en lille Strømstyrke at blive stærkt magnetiseret.

## Den magnetiske Strømkreds.

Omvikles en Jernring med et ligeligt fordelt Antal Vindinger, vil der, naar der sendes Strøm gennem Vindingerne, opstaa en Induktion i Ringen, hvis Størrelse er bestemt efter Formlen $B = \mu \cdot H$. $H$ bestemmes ved Hjalp af Udtrykket

$$H = \frac{0{,}4\pi \cdot n \cdot i}{l}$$

$n \cdot i$ er Amperevindingsantallet og $l$ Langden af Ringens Middelperiferi, der jo i dette Tilfælde er Solenoidens Længde. Det har nu ved Forsøg vist sig, at det ikke er nødvendigt at omvikle hele Ringen med Vindinger, naar blot Amp. Vindingsantallet for en og samme Ring er ens, vil Feltstyrken ogsaa blive den samme, kun maa i Formlen for $H$, $l$ indsættes som Ringens i Stedet for som Solenoidens Længde. Da Ringens Længde i dette Tilfælde billige er den gennemsnitlige Kraftlinielangde vil vi i det følgende ved $l$ betegne Kraftlinielangden.

Det samlede Antal Kraftlinier, der gaa gennem Ringen er:

$$N = Q \cdot B ,$$

hvor $Q$ er Ringens Tværsnit. Indsættes Værdien af $B$ faar man:

$$N = Q \cdot \mu \cdot H = Q \cdot \mu \cdot \frac{0{,}4\pi \cdot n \cdot i}{l}$$

der ogsaa kan skrives som

$$N = \frac{0{,}4\pi \cdot n \cdot i}{\frac{l}{Q \cdot \mu}} \quad \ldots\ldots\ldots (34.)$$

Denne Formel kan grundet paa sin Lighed med Ohms Lov betragtes som den Ohmske Lov for en sluttet magnetisk Kreds, idet $0{,}4\pi \cdot n \cdot i$ er den magnetomotoriske Kraft, der kan frembringe en magnetisk Strøm $\mathfrak{N}$ gennem den magnetiske Modstand $\frac{l}{Q \cdot \mu}$; skrevet med Ord har vi altsaa:

$$\text{Kraftliniecantallet} = \frac{\text{Magnetomotorisk Kraft}}{\text{Magnetisk Modstand}}$$

For Nemheds Skyld betegnes almindelig $0{,}4\pi \cdot n \cdot i$ med $\mathfrak{F}$ og den magnetiske Modstand med $w$.
Da $\mathfrak{N}$ er lig $\frac{0{,}4\pi \cdot n \cdot i}{l}$ og $\mathfrak{F} = 0{,}4\pi \cdot n \cdot i$ bliver

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{N} \cdot l \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (35)$$

Formel (34) gælder ogsaa, naar den magnetiske Modstand er sammensat af flere Addender, hvad der f. Eks. sker, naar Ringen skæres op et Sted, (Fig. 32.) saaledes at der opstaar et Luftmellemrum.

Fig. 32.

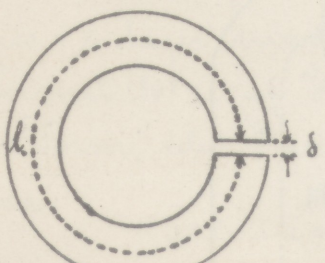
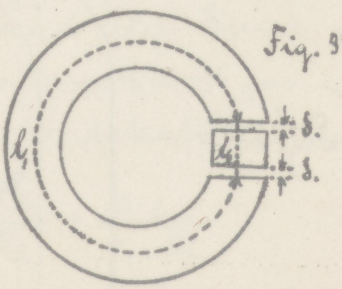



Fig. 33.




Den magnetiske Modstand bestaar i det Tilfælde af Modstanden i Jernet og Modstanden i Luftmellemrummet. Vi faa derfor: $w = \frac{l}{\mu \cdot Q} + \frac{\delta}{Q}$

hvor l er Kraftlinielangden i Jernet, δ Kraftlinielangden i Luften. Kraftlinieantallet bliver derefter:

$$N = \frac{0{,}4\pi \cdot n \cdot i}{\frac{l}{\mu \cdot Q} + \frac{\delta}{Q}}$$

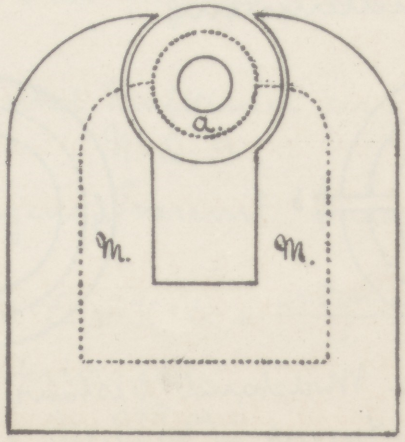
Endelig kan man anbringe et Jernstykke i Luftmellemrummet, (Fig. 33) saaledes at den magnetiske Modstand bestaar af de 3 Dele, Modstanden i Ringen, i de 2 Luftmellemrum, og i Jernstykket.

I dette Tilfælde bliver:

$$N = \frac{0{,}4\pi \cdot n \cdot i}{\frac{l_1}{\mu_1 Q_1} + \frac{2\delta}{Q} + \frac{l_2}{\mu_2 Q_2}}$$

Heri er $\mu_1$ og $\mu_2$ Permeabiliteten i de 2 forskellige Jernkarrer, $Q_1$ og $Q_2$ deres Tværsnit og Q Luftværsnittet. Det magnetiske Kredsløb i Figuren svarer imidlertid fuldstændig til det i en Dynamomaskine. (Fig 34)

Fig. 34.




I en saadan sammensættes nemlig den magnetiske Modstand af Modstanden i Ankeret, der er

af Smedejern, Modstanden i Magnetkerne, der enten kan være af Smedejern, Støbejern eller Støbestaal, og af Modstanden i Luftmellemrummet mellem Anker og Magneter. Betegner:

$l_a$ den gennemsnitlige Kraftlinielængde i Ankeret,
$l_m$ " —"— —"— i Magnetstellet,
$l_l$ " —"— —"— i luftmellemrummet,
$Q_a$ Tværsnittet af Ankerjernet,
$Q_m$ —"— " Magnetjernet,
$Q_l$ —"— " luftmellemrummet,
$\mu_a$ Permeabiliteten i Ankerjernet,
$\mu_m$ —"— " Magnetjernet,
$\mu_l = 1$ —"— " luftmellemrummet,

saa er Kraftliniemængden:

$$N = \frac{0{,}4 \cdot \pi \cdot n \cdot i}{\frac{l_a}{\mu_a Q_a} + \frac{l_l}{Q_l} + \frac{l_m}{\mu_m Q_m}} \quad \ldots\ldots\ldots (36.)$$

Kraftlinielængderne bliver tilnærmelsesvis beregnede eller udmaalte paa en Tegning, og Tværsnittene beregnes, $\mu$ tager man af en Tabel eller Kurve.

Formel (36) er af Hopkinson omskrevet paa en anden Form, idet Nævneren er bortskaffet. Man faar derved:

$$0{,}4\pi \cdot n \cdot i = \frac{N \cdot l_a}{\mu_a Q_a} + \frac{N \cdot l_l}{Q_l} + \frac{N \cdot l_m}{\mu_m Q_m}$$

Venstre Side af denne Ligning angiver den magnetomotoriske Kraft, der kan drive Kraftliniemængden $N$ gennem hele den magnetiske Kreds, medens de 3 Addender paa höjre Side, hver for sig angiver

den Kraft, der kan drive Kraftlinierne henholdsvis gennem Ankeret, Luften og Magnetskellet.

Vil man imidlertid i en Dynamomaskine have et Kraftliniecantal $N_a$ i Ankeret, maa man have et større Kraftliniecantal i Magnetskellet. Alle de Kraftlinier, der frembringes der, vil nemlig ikke gaa gennem Ankeret, en Del af dem gaa andre Veje, man siger, der finder Spredning Sted. Denne Spredning, der kaldes den skadelige Spredning, i Modsætning til den nyttige Spredning, der senere vil blive omtalt, er afhængig af Magnetskellets Form og er omtrentlig bestemt for de forskellige Magnettyper. Forholdet mellem Kraftliniecantallet i Ankeret og i Magnetskellet kaldes Spredningskoefficienten og betegnes med $\Psi$. Man har altsaa:

$$N_m = N_a \cdot \Psi$$

Efter denne Bemærkning ville vi gaa videre med Formelen. Vi ved jo, at

$$\frac{N_a}{Q_a} = B_a \quad ; \quad \frac{N_a}{Q_l} = B_l \quad ; \text{ og } \quad \frac{N_m}{Q_m} = B_m$$

Indsættes dette faas:

$$0{,}4\pi \cdot n \cdot i = \frac{B_a \cdot l_a}{\mu_a} + B_l \cdot l_l + \frac{B_m \cdot l_m}{\mu_m}$$

Endvidere er

$$\frac{B_a}{\mu_a} = H_a \text{ og } \frac{B_m}{\mu_m} = H_m$$

Som Endresultat faa vi altsaa:

$$0{,}4\pi \cdot n \cdot i = H_a \cdot l_a + B_l \cdot l_l + H_m \cdot l_m$$

eller da Division med $0{,}4\pi$ omtrent er lig med Multiplikation med 0,8

$$n \cdot i = 0{,}8 (H_a \cdot l_a + B_l \cdot l_l + H_m \cdot l_m) \cdots (37)$$

Opg. 25.

Som Eksempel tjener følgende Opgave.

En Dynamomaskines Stel er givet ved hosstaaende Figur. (Fig. 35) Ankret bestaar af 510 Smedejernskiver af 0,5 m/m Tykkelse. Magnetstellet er af Støbejern. Ankerets Længde er 30 c/m, og Magnetstellet har i aksial Retning samme Dimension. Alle øvrige Maal fremgaar af Figuren:

Fig. 35.

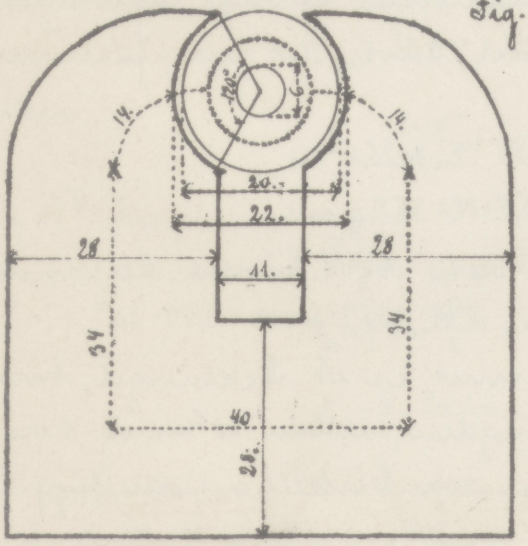
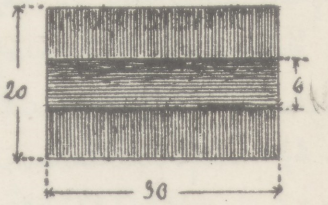



Fig. 35 a.




Induktionen i Ankerjernet skal være 10000 Kraftlinier. Spredningskoefficienten er 1,4:

Der søges:

a.) Ankerets Jernværsnit og samlede Kraftliniantal.
b.) Tværsnittet af Luftmellemrummet.
c.) Tværsnittet af Magnetstellet.
d.) 1) Induktionen i Luftmellemrummet og
2) " —a— " Magnetstellet
e.) Kraftlinielængden i 1) Ankeret, 2) Luften og 3) Magnetstellet.
f.) Feltstyrken i 1) Ankeret og 2) Magnetstellet.
g.) Det samlede Amperevindingsantal.

Løsning:

Af a) (Fig. 35a) viser det Tværsnit af Ankeret, hvorigennem Kraftlinierne skal gaa. Som man ser, bestaar det af 2 Rektangler af 30 cm. Længde og (20-6) = 14 cm. samlet Højde. Da der imidlertid er lagt Papir mellem de enkelte Jernskiver, bliver det rene Jernværsnits Bredde kun

$$510 \cdot 0{,}5 = 255 \text{ mm.} = 25{,}5 \text{ cm.}$$

Vi faa altsaa: $Q_a = 25{,}5 \cdot 14 = 357$ qcm.

Da Induktionen skal være 10000 Linier bliver det samlede Kraftliniantal $N_a = 357 \cdot 10000 = 3{,}57 \cdot 10^6$

Af b.) Luftmellemrummet er et Rektangel, hvis Bredde er lig Ankerlængden, altsaa 30 cm, og hvis Højde bliver Længden af den Cirkelbue, der ligger indenfor Polskoernen og midt imellem denne og Ankerets Periferi. Da nu Polskoernen $\beta$ er 120°, faa vi denne Længde lig at være: $\frac{120 \cdot \pi}{360} \cdot \frac{22+20}{2} = 22$

følgelig bliver: $Q_l = 30 \cdot 22 = 660$ qcm.

Af c) Tværsnittet af Magnetskellet er 1 Rektangel af 30 cm Bredde og 28 cm Højde, altsaa:

$$Q_m = 30 \cdot 28 = 840 \text{ qcm.}$$

Af d) [4] Induktionen i Luften er Kraftliniantallet i Ankeret dividered med Tværsnittet; men da alle de Kraftliniер, der komme i Ankeret ikke gaa gennem det beregnede Luftværsnit, maa man multiplicere Resultatet med 0,9 eller, hvad der bliver det samme, multiplicere $Q_l$ med 1,1. Denne Spredning kaldes den nyttige Spredning. Vi faa altsaa:

$$B_l = \frac{N_a}{Q_l \cdot 1{,}1} = \frac{3{,}57 \cdot 10^6}{660 \cdot 1{,}1} = 4920.$$

[4] Induktionen i Magnetskellet er Kraftliniantallet i Magnetene dividert med Tværsnittet. Kraftliniantallet er imidlertid: $N_m = N_a : \varphi = 3{,}57 \cdot 10^6 \cdot 1{,}4 = 5 \cdot 10^6$

altsaa

$$B_m = \frac{5 \cdot 10^6}{840} = 5950 = \sim 6000$$

Af e) [4] Kraftlinielangden i Ankeret er en Halvcirkel med Middeldiameteren $\frac{D_1 + D_2}{2}$ plus Længden $\frac{D_1 - D_2}{2}$ altsaa:

$$l_a = \tfrac{1}{2}\pi \cdot \frac{D_1 + D_2}{2} + \frac{D_1 - D_2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (38).$$

$$l_a = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{20 + 6}{2} + \frac{14}{2} = 20{,}4 + 7 = 27{,}4 \text{ cm.}$$

[2] Kraftlinielangden i Luften er den dobbelte Afstand mellem Ankerjern og Magnetjern altsaa:

$l_l$ = Udboringsdiameteren − Ankerdiameteren

$$l_l = 22 - 20 = 2 \text{ cm.}$$

[3] Kraftlinielangden i Magnetskellet kan tages af Figuren

$$l_m = 14+34+40+34+14 = 136 \text{ cm}.$$

Af ff) Feltstyrken i Ankeret tages af Kurven for Smedejern. der for $B = 10000$ giver:

$$H_a = 5.$$

gg) Feltstyrken i Magnetstellet tages af Kurven for Støbejern, der for $B = 6000$ giver:

$$H_m = 21,5$$

Af q.) Det samlede Ampervindingantal faas af Formlen

$$ni = 0,8 \cdot (H_a \cdot l_a + B_l \cdot l_l + H_m \cdot l_m)$$

$$ni = 0,8 \cdot (5 \cdot 27,4 + 4920 \cdot 2 + 21,5 \cdot 136)$$

$$ni = 0,8 \cdot 12900 = 10320$$

deraf kommer paa hvert Magnetben 5160 Amp. Vindg.

---

Ved de saakaldte Tandanker, hvor Traadene ere anbragte i nedfrasede Noter for at formindske Luftafstanden, der, som man vil se, udkræver langt det største Ampervindingantal, faar man 2 forskellige Ankertværsnit, Kraftlinielangder og Induktioner. Betegner t Notdybden, z Antallet af Tænder og y Bredden af Midten af Tanden, bliver Formlerne for dette Tilfælde:

Kraftlinielangden i Tænderne: $l_a^t = 2 \cdot t$

—"— " Kærnen: $l_a^k = \frac{\pi \cdot (D + D_a - 2t)}{2} + \frac{D - D_a - 2t}{2}$ . . (39)

Tværsnittet af Tænderne: $Q_a^t = \frac{\beta}{360} \cdot z \cdot y \cdot l_a \cdot 0,85$ . . . . (40)

—"— " Kærnen: $Q_a^k = (D - D_a - 2t) \cdot l_a \cdot 0,85$ . . . (41)

Koefficienten 0,85 er tilføjet paa Grund af det mellem Ankerpladerne anbragte Papir, der antages at udgøre 15 %

af Bredden. Den anvendes altsaa kun, hvor der ikke er angivet Pladernes Antal og Tykkelse. I Tilfalde, hvor Magnetstellet ikke er af samme Dimension over det hele, maa naturligvis Kraftlinielængden deles efter de forskellige Tværsnit. For en Maskine med Sandanker og forskellig Dimension af f. Eks. Pole og det øvrige Magnetstel, maa Formlen for Amperevindingsantallet forandres til

$$ni = 0{,}8\,(H_a^z \cdot l_a^z + H_a^k \cdot l_a^k + B_l \cdot l_l + H_p \cdot l_p + H_m l_m)$$

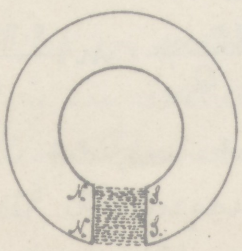
hvor $H_p$ og $l_p$ betegner henholdsvis Feltstyrken og Kraftlinielængden i Polerne, medens $H_m$ og $l_m$ angiver de samme Størrelser for det øvrige Magnetstel.

---

## Magnetens Bæreevne.

En lukket Jernring, der er beviklet med et jævnt Lag Vindinger, hvorigennem der flyder en elektrisk Strøm, vil i sig selv komme til at indeslutte alle sine Kraftlinier, saaledes at man altsaa faar en pollös Magnet (Magnet uden Poler).

Fig. 36.



Skæres Ringen op, faar man paa den ene Snitflade en Nordpol paa den anden en Sydpol (Fig. 36.) Vi ville nu

undersøge den Kraft, hvormed Nordpolen tiltrækker Sydpolen. Er m den magnetiske Mængde af Nordpolen, saa udgaar der fra denne $4\pi m$ Kraftlinier. Disse Kraftlinier fordeler sig jævnt over hele Smitfladen, hvis Areal kan vare Q. I Mellemrummet mellem de 2 Poler faa vi altsaa en Induktion $B = \frac{4\pi \cdot m}{Q}$

Induktionen angiver imidlertid den Kraft i Dyn, hvormed en magnetiske Enhedspol bliver bevaget i Kraftlinieretningen. Befinder der sig altsaa en magnetisk Enhedsmængde i Mellemrummet mellem de 2 Poler, er den paavirket af en Kraft paa $\frac{4\pi \cdot m}{Q}$ Dyn. Denne Kraft er sammensat af Tiltrækning fra den ene Pol og Frastødning fra den anden; i Midten vil disse to være lige store altsaa $\frac{2\pi \cdot m}{Q}$ Dyn hver. Er Feltet absolut homogent vil denne Kraft være lige stor, hvor end den magnetiske Mængde befinder sig i Feltet. Nordpolens Tiltrækning paa en Enhedsmængde, der befinder sig paa selve Sydpolen bliver altsaa ogsaa $\frac{2\pi \cdot m}{Q}$. Da m Sydpolen ialt har m saadanne Mængder, bliver Kraftvirkningen mellem Nord og Sydpolen

$$P = \frac{4\pi \cdot m}{Q} \cdot m = \frac{2 \cdot \pi \cdot m^2}{Q}$$

Denne Formel omskrives, idet Induktionen B indføres i Stedet for den magnetiske Mængde m. Vi har nemlig

$$B = \frac{4\pi \cdot m}{Q}$$

altsaa

$$m = \frac{Q \cdot B}{4\pi}$$

hvorefter: $$P = \frac{2\pi}{Q} \cdot \left(\frac{Q \cdot B}{4\pi}\right)^2$$

$$P = \frac{B^2 \cdot Q}{8\pi} \text{ Dyn} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (42.)$$

Vil man have Kraften udtrykt i Kilogram, erindrer man, at 981 Dyn = 1 Gram altsaa:

$$981000 \text{ Dyn} = 1000 \text{ Gram} = 1 \text{ kg.}$$

Man faar altsaa:

$$P = \frac{B^2 \cdot Q}{8\pi \cdot 981000} \text{ kg.}$$

Formlen angiver Bæreevnen for alle mulige Magneter.

Eksempel:

En Hesteskomagnet har et Tværsnit af 16 qcm. og en Kraftlinietæthed paa 10000. Hvilken maksimal Belastning kan et Anker, der er lagt paa begge Benene, bære?

Løsning: Den Kraft, hvormed Ankeret bliver tiltrukket af hver Pol er lig: $\frac{B^2 \cdot Q}{8\pi \cdot 981000}$

altsaa den maksimale Belastning:

$$P = 2 \cdot \frac{B^2 \cdot Q}{8\pi \cdot 981000} = 2 \cdot \frac{10000^2 \cdot 16}{8\pi \cdot 981000} = \text{c. } 130 \text{ kg.}$$

Man vil let indse, at en permanet Hesteskomagnets Bæreevne bliver mere en dobbelt saa stor, naar Ankeret ligger an paa begge Poler, end naar det kun er i Berøring med den ene; thi vel er det Kraftlinieantal, der findes i Magneten, det samme for begge Tilfælde; men Induktionen paa Polfladerne vil, i de to Tilfælde være meget forskellig, idet en stor Del af Kraftlinierne vil

gaa direkte fra det ene Ben over i det andet uden at gaa igennem Ankeret, saafremt dette ikke berører begge Poler, saaledes at Bæreevnen, der er proportional med $B^2$, bliver mere end dobbelt saa stor i det første Tilfælde. For en Elektromagnet vokser Bæreevnen ved samme Amperevindingsantal i meget højere Grad, naar Ankeret berører begge Poler. Gaa vi f. Eks. ud fra at den samlede magnetiske Modstand er 6 Gange større, naar Ankeret kun berører den ene, end naar det berører begge Poler, da vil Induktionen i sidste Tilfælde være 6 Gange større end i det første, og Bæreevnen altsaa $2 \cdot 6^2 = 72$ Gange større.

Formlen for Bæreevnen kan ogsaa løses med Hensyn til B, saaledes at man faar den Induktion, der var i Polerne før Ankeret blev revet bort. Er man nu ogsaa i Stand til at bestemme H, har man herved en Metode til Bestemmelse af Magnetiseringskurven for det anvendte Materiale. Løsningen med Hensyn til B giver:

$$B = \sqrt{\frac{P}{Q} \cdot 8\pi \cdot 981000} = 4963 \sqrt{\frac{P}{Q}} \quad \ldots\ldots\ldots (43)$$

Paa dette Princip er der konstrueret en hel Del forskellige Apparater til Bestemmelse af Magnetiseringskurver. De kaldes Permeabilitetsmaalere eller Permeametre.

Et saadant Apparat (Fig. 37.) konstrueret af S. Thompson bestaar af en svær Smedejernsklods, hvori der er en Udboring til Indsætning af en Solenoide og

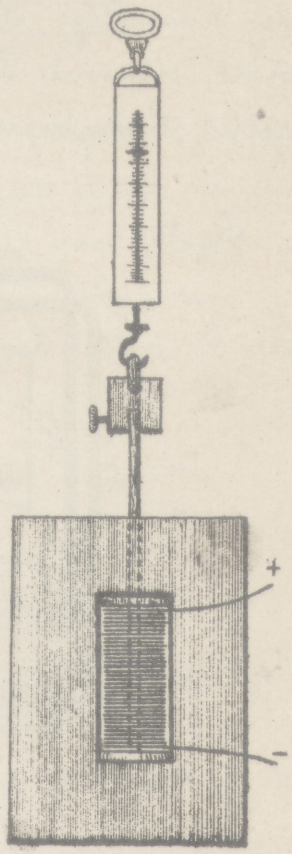
et Hul, hvorigennem man kan stikke Prøvestangen, saaledes at den kommer ind i Solenoiden og med sin ene Ende kommer i Berøring med Jernklodsen.

Sendes der nu en Strøm gennem Spolen heftes Stangen fast ved Jernklodsen, og det Træk, der er nødvendigt for at løsrive den angiver Beregningen. Induktionen bestemmes saa efter Formelen:

$$B = 4963\sqrt{\frac{P}{Q}} + H$$

Addenden H er tilføjet, fordi Spolen forbliver i Jernklodsen, saaledes at Trækkraften kun bliver afhængig af B - H.

Fig. 37.



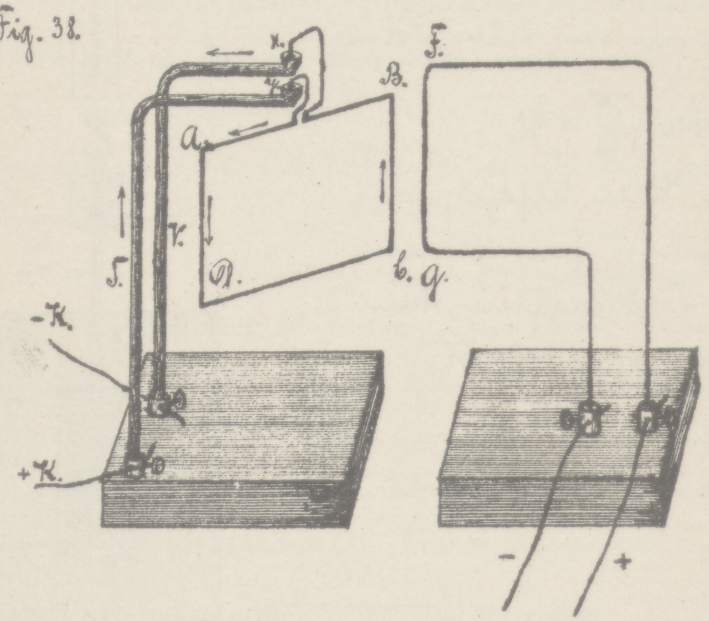

---

Elektriske Strømmes gensidige Indvirkning.

Til Bestemmelse af elektriske Strømmes Indvirkning paa hinanden benytter vi os af det i (Fig. 38.) fremstillede Apparat. A B C D er et Traadrektangel, hvis Ender gaar ned i de to Kviksølvskaale x og y, der gennem Opstanderne staa i ledende Forbindelse

med de 2 Klemmer, hvor Strømmen føres til. Ledes nu Strømmen ind saaledes, at den faar den ved Pilene angivne Retning, og nærmer man derefter en af en anden Strøm gennemflydt Leder FG parallelt til CD, saa vil det bevægelige Reklangel enten blive tilbukket eller frastødt, efterson Strømmen i FG er ensrettet eller modsat rettet Strømmen i CD. Vi faa deraf Sætningen:

Fig. 38.

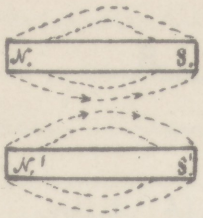



<u>To parallele ensrettede Strømme tiltrække hinanden, og to parallele modsat rettede Strømme frastøde hinanden.</u>

Betragte vi Kraftlinierne som Aarsag til Tiltrækning og Frastødning, havde vi kunnet forudse disse Forhold, idet vi ved at betragte 2 Magneter anbragte ved Siden af hinanden (Fig 39-40) vil se, at Kraftlinierne blive ensrettede, naar den finder en Frastødning,

modsatrettede, naar der finder en Tiltrækning Sted.

Fig. 39.



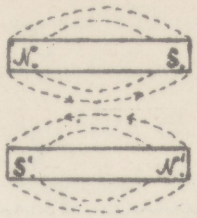




Fig. 40.

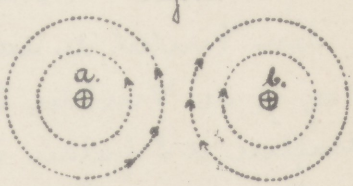
Anvende vi dette paa parallelle Ledere (Fig. 41-42) se vi, at de ensrettede Strømmes Kraftlinier gaa imod hinanden, medens modsat rettede Strømmes gaa med hinanden. Vi faa altsaa den almengyldige Sætning:

Ensrettede Kraftlinier frastøde, modsat rettede Kraftlinier tiltrække hinanden.

Fig. 41.




Fig. 42.




Ere Strømmene ikke parallelle, kan man ogsaa for dette Tilfalde opstille en Sætning der lyder:

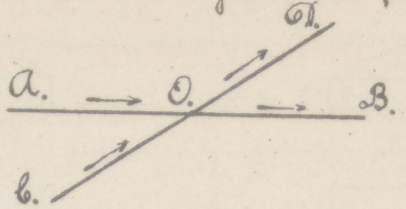
Krydsede Strømme søge bestandig at stille sig saaledes, at de blive parallelle, og saaledes at Strømmene i dem blive ensrettede.

Betragte vi Fig. 43, kunne vi anse de Strømme, der begge løbe henholdsvis ind imod og ud fra Krydsningspunktet, som ensrettede. Altsaa vil $AO$ og $CO$ samt $OD$ og $OB$ tiltrække hinanden, medens $AO$ og $OD$ samt $CO$ og $OB$ ere modsat rettede og altsaa frastøde hinanden.

Ampère har fundet en Formel for Tiltræk-

ningen mellem 2 strömgennemflydte Leder

Fig. 43.




Efter denne Formel er den Kraft, hvormed 2 Strömelementer virke paa hinanden, givet ved Ligningen:

$$d\,P = -\frac{i \cdot i_1 \cdot ds \cdot ds_1}{r^2}\left(\cos\varepsilon - \tfrac{3}{2}\cos\varphi \cdot \cos\varphi_1\right) \cdot \cdot \cdot \cdot (44)$$

Heri betyder (Fig. 44) $i$ og $ds$ Strömstyrke og Længde af det ene Element.

$i_1$ og $ds_1$ Strömstyrke og Længde af det andet Element,

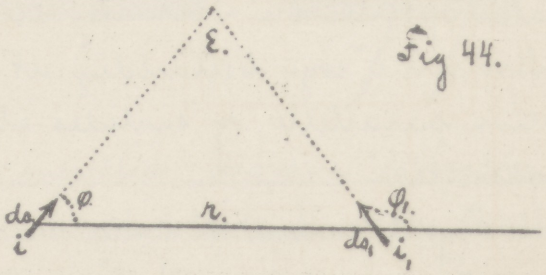
$r$ Afstanden mellem dem,

$\varepsilon$ den Vinkel de danne med hinanden,

$\varphi$ og $\varphi_1$ de Vinkler Elementerne danne med $r$

Kraften $d\,P$ falder i Retning af $r$ og er ved en negativ Værdi en Tiltrækning, ved positiv en Frastödning

Fig 44.




Ligningen lader sig kun i enkelte Tilfælde integrere og bliver selv da temmelig indviklet. Tænke vi os dog Integrationen udført, kommer foran Integrationstegnet $i \cdot i_1$ der jo er Konstanter. Under Integrations=

legnet kommer r, ds, ds$_1$, $\varepsilon$, $\psi$ og $\psi_1$. Integrationsresultatet vil altsaa komme til at indeholde disse Størrelser, dog kan r udtrykkes ved Hjælp af de øvrige. Forandres nu den gensidige Stilling af disse enkelte Dele ikke, saa antager Integrationsresultatet en bestemt Værdi b, saa at Kraften bliver

$$P = b \cdot i \cdot i_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (45.)$$

Føres den samme Strøm i begge Ledere, faa vi:

$$P = b \cdot i^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (46.)$$

Af denne Ligning har Siemens gjort Brug i sit Dynamometer, der er fremstillet skematisk i Fig 45.

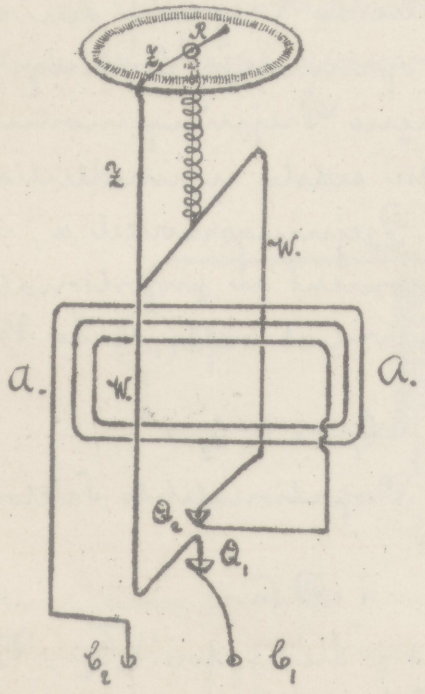



Fig. 45.

Det bestaar af en Traadramme med mange Vindinger, og som ender i b$_2$ og Kvægsølvskaalen Q$_2$. Endvidere af den lykke Vinding W W, der er ophængt i en Silke-

traad, og hvis Ender gaa ned i Kvægsølvskaalene $Q_1$ og $Q_2$. Silketraaden er omgivet af en Spiralfjer, der er fastgjort til Vindingen og til den drejelige Knap R. Knappen R bærer ydertigere en Viser $Z_1$, der befinder sig over en Skala. Leder man nu en Strøm ind ved $b_2$, flyder den gennem A A til $Q_2$ derfra gennem W W til $Q_1$ og derfra ud ved $b_1$. Strømmen, der flyder gennem den faste Vinding A A, udøver derved en Kraft paa den bevægelige, ligeledes strømførende Vinding W W, hvorved denne gjør et Udslag.

Man drejer nu Knappen R i modsat Retning, saalænge indtil Viseren Z og med den ogsaa W W befinder sig i den oprindelige Stilling. I dette Tilfælde er Strømmens Drejningsmoment lig med Spiralfjerens. Dette sidste er imidlertid proportionalt med Viseren $Z_1$'s Drejningsvinkel $\alpha$, medens Strømmens Drejningsmoment er proportionalt med Kraften P. Vi faa altsaa ved at sætte de to Momenter lig hinanden

$$b_1 \cdot \alpha = b \cdot b_2 \cdot i^2$$

hvor $b_1$ og $b_2$ ere Proportionalitets Faktorer.

Heraf følger at:

$$i = D\sqrt{\alpha}$$

hvor D er sat i Stedet for $\sqrt{\frac{b_1}{b \cdot b_2}}$. Denne Faktor bestemmes ved Forsøg.

Da Drejningsvinklen $\alpha$ er proportional med Strømstyrkens Kvadrat, faar man samme Drejningsvink-

el, ligegyldig i hvad Retning Strømmen sendes ind i Apparatet. Dette egner sig derfor fortræffeligt til Maaling af Vekselstrømme.

---

## 4. Kapitel.

### Induktion.

Anbringes en Magnetstang saaledes i en Spole, hvis Ender ere forbundne til Klemmerne paa et Galvanometer, at Magnetens og Spolens Midte falder sammen, og man derefter trækker Magneten langt ud af Spolen, vil Galvanometret gøre et Udslag; der vil altsaa flyde en Strøm gennem Galvanometret og Spolen.

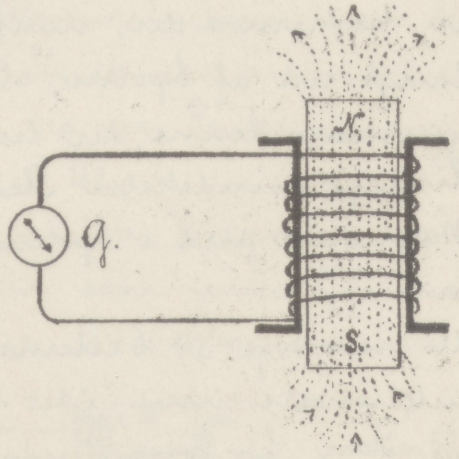



Fig. 46.

Galvanometernaalen vender imidlertid snart tilbage til sin Hvilestilling, et Tegn paa, at Strømmen er ophørt. En saadan Strøm kaldes en Induktionsstrøm, og den varer altsaa kun et Øjeblik. Vil man atter have Naalen til at gøre et Udslag, maa

man igen føre Magneten ind i Spolen; men Udslaget bliver nu til den modsatte Side; Strømmen maa følgelig gaa modsat af før. (Fig. 46.)

Gentage vi Forsøget med et umagnetisk Stykke Staal, opstaar der ingen elektrisk Strøm, det maa altsaa ikke være Staalet, men derimod de Kraftlinier, der omgiver det magnetiserede Staal, der frembringer Strømmen. Da nu Magnetens Styrke heller ikke paa nogen Maade svækkes af disse Forsøg, saa kan det kun være Forandringen af det Antal Kraftlinier, som Spolen indeslutter, der bevirker Induktionsstrømmens Fremkomst. Befinder Magneten sig i Spolens Midte, omslutter denne jo alle Magnetens Kraftlinier, hvorimod der, naar Magneten er trukket langt ud af Spolen, slet ingen Kraftlinier gaa igennem denne, der har altsaa fundet en Kraftlinieformindskelse Sted, medens der, naar vi føre Magneten ind i Spolen, faas en Kraftlinieforøgelse.

Vi ville nu søge at bestemme Retningen af disse Induktionsstrømme, idet vi som Udgangspunkt tager Lenz Lov om Induktionsstrømme, der lyder:

Bevæger en Leder sig i et magnetisk Felt, saaledes at den skærer Kraftlinier, da vil der i Lederen induceres en Strøm, som vil søge at hæmme Bevægelsen.

Denne Lovs Rigtighed er umiddelbar indlysende, naar man lager de almindelige Naturlove i Betragtning. Induktionsstrømmen maa jo dog være et Aquivalent for det Arbejde, der medgaar til Bevægelsen, og maa følgelig modarbejde denne. Trække vi altsaa en Magnet ud af en Spole, saa vil den derved opstaaende Induktionsstrøm søge at holde Magneten fast ved at frembringe Polen, der tiltrækker Magnetens, medens vi, naar vi føre Magneten ind i Spolen, vil faa en Induktionsstrøm, som frembringer Polen, der vil søge at frastøde Magneten. Lægge vi dette til Grund faa vi følgende Lov for Retningen af Induktionsstrømme:

Ser man i Kraftlinieretningen paa Spolen løber Strømmen ved en Kraftlinieformindskelse med Viseren paa et Ur, ved en Kraftlinieforøgelse derimod mod Viserne paa et Ur.

Foruden permanente Magneter ere jo ogsaa Solenoider saavel med som uden Jernkarne omgivne af Kraftlinier. Omvikler man en Jernkarne

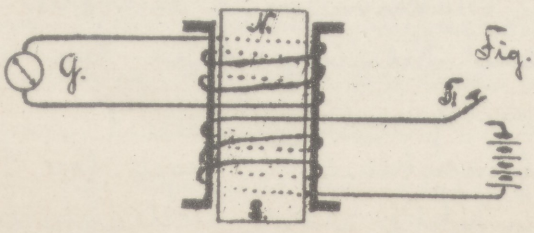



Fig. 47.

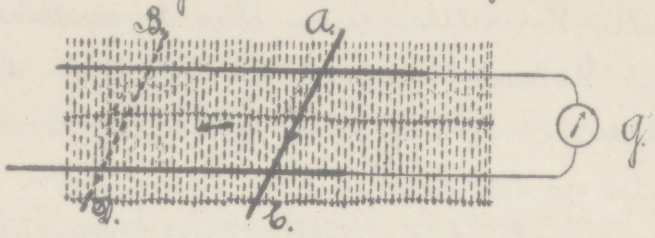
med 2 forskellige Vindinger (Fig. 47.) af isoleret Traad og forbinder Enderne af den ene Vikling med

en Strømkilde, saaledes at Strømmen efter Behag kan sluttes eller brydes, og Enderne af den anden Vikling med et Galvanometer, saa opstaar der i den anden (sekundære) Vikling en Induktionsstrøm, hver Gang Strømmen i den første (primære) sluttes eller brydes. Naar Strømmen sluttes opstaar der nemlig Kraftlinier om den første Vikling, og da disse Kraftlinier ogsaa omslutter den anden Vikling, faar man derved en Kraftlinieforøgelse. Brydes Strømmen forsvinder Kraftlinierne og vi faa altsaa en Kraftlinieformindskelse. De to Strømme vil følgelig blive modsat rettede. Det er ligegyldigt, hvad enten de to Viklinger ligge ved Siden af, eller oven over hinanden, ligesom ogsaa Jernkærnen kan undværes; men Antallet af Kraftlinier bliver jo n Gange større med end uden Jernkærne. Gaar man hen og vender den primære Strøm i Stedet for kun at slutte og bryde den, opnaar man meget større Udslag paa Galvanometeret, idet man jo, hver Gang Strømmen skifter fra Maksimum i den ene til Maksimum i den anden Retning, faar den dobbelte Kraftlinieforandring.

Den foranstaaende Regel for Induktionsstrømme er ikke altid tilstrækkelig, idet man indtiden ikke er i Stand til at afgøre, hvorvidt det er en Kraftlinieforøgelse eller en Kraftlinieformindskelse.

mindskelse, man har med at gjøre; det vil derfor være formaalstjenligt at udlede en anden Regel for Strømretningen ved den saakaldte Kraftlinieoverskæring. I Fig. 48 er A B og C D et Par blanke Kobberstænger, hvis Ender ere forbundne med Galvanometeret G.

Fig. 48.




Ved Hjælp af en Magnet frembringes et Felt, hvis Kraftlinier staa vinkelret paa Papirets Plan og gaa ind i dette. Bevæges nu Kobberstangen A C saaledes, at den bliver i Berøring med de 2 Stænger A B og C D, opstaar der i den en E. M. K., der sender en Strøm gennem Galvanometeret. Denne Strøms Retning kan let bestemmes. Bevæges nemlig Stangen i Retning af Galvanometeret bliver det af den sluttede Strømkreds indesluttede Kraftliniantal formindsket, og da vi se i Kraftlinieretningen, faa vi altsaa en Strøm i den ved Pilen angivne Retning. Den modsatte Bevægelsesretning giver modsat Strømretning. Da den bevægede Leder i dette Tilfælde overskærer Kraftlinier, kunne vi heraf udlede Regelen, der er en saakaldt Haandregel. Kraftlinieretning, Strømretning og Bevægelsesretning danne tre paa hinanden vinkelrette Retninger; stiller man nu højre Haands Tommel-, Pege- og Langfinger saa

at de staa vinkelret paa hinanden, saa vil, naar Tommelfingeren viser Kraftlinieretningen og Langfingeren Bevægelsesretningen, Pegefingeren angive Strømretningen.

En særegen Art af Induktionsstrømme ere de saakaldte Hvirvelstrømme eller Foucaultske Strømme. Navnet Hvirvelstrømme har de, fordi de udbrede sig i en Leder i mere end en Retning. Deres Tilstedeværelse paavises let ved det Walthofenske Forsøg, hvor en Kobberskive svinger som Pendul mellem de 2 Poler af en Elektromagnet; er Strømkredsen om Magneterne ikke sluttet, saa svinger den som et almindeligt Pendul; men sluttes Strømmen, kommer den næsten øjeblikkelig i Ro.

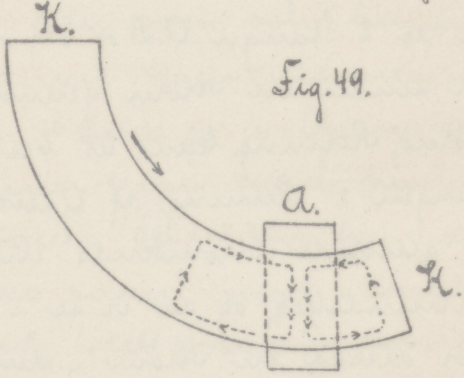
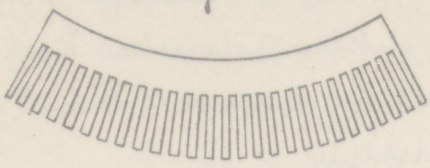



Fig. 49.

Der induceres nemlig Strømme i Skiven, som søger at hæmme Bevægelsen. Strømmens Retning kan bestemmes efter Haandregelen. Er f. Eks. A (Fig. 44) Nordpolen af Elektromagneten og K K Kobberskiven, der svinger i Pilens Retning, saa flyder Strømmen i Skiven som de indtegnede Pile angive. Da Modstanden i Skiven er meget lille, blive Strømmene stærke, og Bevæ-

gelsen standser derfor hurtig. Ved at gøre Indsnit i Kobberskiven, saaledes som vist i Fig. 50, kan man forhindre Hvirvelstrømmene i at opstaa, og Skiven svinger nu ens, hvad enten Strømmen er sluttet eller ej.

Fig. 50.



Bestod en Dynamomaskines Anker af et massivt Stykke, saa ville der opstaa Induktionsstrømme i det, som vilde søge at hemme Bevægelsen og som resulterede i en Opvarmning af Ankeret. Disse Strømme, hvis Retning vilde blive aksiale, maa man derfor saa vidt muligt undgaa, idet man forhindre dem i at brede sig ved at samle Ankeret af tynde Jernplader med Papir-Mellemlag. I Almindelighed ere Hvirvelstrømmene skadelige og maa helst undgaas, i enkelte Tilfalde gjør man dog en nyttig Anvendelse af dem. Svinger saaledes en Magnet over en Kobberplade, saa opstaar der Hvirvelstrømme i Kobberet, som hemmer Magnetens Bevægelse og altsaa hurtig bringer den i Ro. Man siger, at Svingningerne blive dæmpede, og jo tættere Magneten og Skiven er hinanden, og jo stærkere Magneten er, jo kraftigere virker Dæmpningen. En saadan Dæmpning anvendes i mange Galvanometre og bringer naalen

straks Galvanometernaalen i Ro. I de saakaldte Motorelektromotorer, en Slags Elektricitetsmaalere, forbruges den af Motoren udviklede Energi af Hvirvelstrømmene i en Kobberplade fastgjort paa Motoraksen og roterende mellem 3 permanente Magneter.

Vi ville nu udlede Formlerne for de ved Induktion frembragte elektromotoriske Kræfter og gaa herved ud fra, at den opstaaende Strøm er et Ækvivalent for det udførte Arbejde.

Flyder der i den cirkelformede Leder A B (Fig. 27.) en Strøm i, saa udøver denne paa en vinkelret over Centrum anbragt magnetisk Mængde m en Kraft der er bestemt efter Formlen (23.)

$$P' = \frac{n \cdot m \cdot i \cdot \sin \alpha \cdot 2\pi \cdot R}{r^2}$$

Størrelsen $\frac{m}{r^2}$ er den Kraft, hvormed den magnetiske Mængde 1 paavirkes af den magnetiske Mængde m i Afstanden r, eller det er det Kraftlinietal, der kræfter en gom vinkelret i Afstanden r, og kan altsaa sættes lig H

$$H = \frac{m}{r^2}$$

saa bliver

$$P' = H \cdot n \cdot i \cdot \sin \alpha \cdot 2\pi R$$

Forskyder man nu Ringen det uendelig lille Stykke ds imod Kraftlinieretningen, saa udføres der herved et Arbejde, hvorved Strømmen først opstaar. Da den Tid der medgaar til den uendelig lille Bevægelse ogsaa er

uendelig lille, saa bliver det ved Bevægelsen fremkaldte elektriske Arbejde $e \cdot i \cdot dt$. Det ved Bevægelsen frastedte Arbejde er lig $P' ds$, saa vi faa:

$$P' ds = e \cdot i \cdot dt$$

Indsættes Værdien for $P'$ faar man:

$$H \cdot n \cdot i \cdot \sin \alpha \cdot 2\pi R \cdot ds = e \cdot i \cdot dt$$

eller

$$H \cdot n \cdot \sin \alpha \cdot 2\pi R \cdot ds = e \cdot dt$$

Nedfældes nu fra $b$ en vinkelret $bD$ paa $Bm$ (Fig 51), saa er

$$bD = ds \cdot \sin \alpha$$

og $2\pi R \cdot bD$ bliver Overfladen af den Keglestub, der hafres vinkelret af de Kraftlinier, der nu gaa mere ind i Ringen end før. Da $H$ er Kraftlinieantallet paa qcm, saa bliver den Kraftlinieforandring, der er

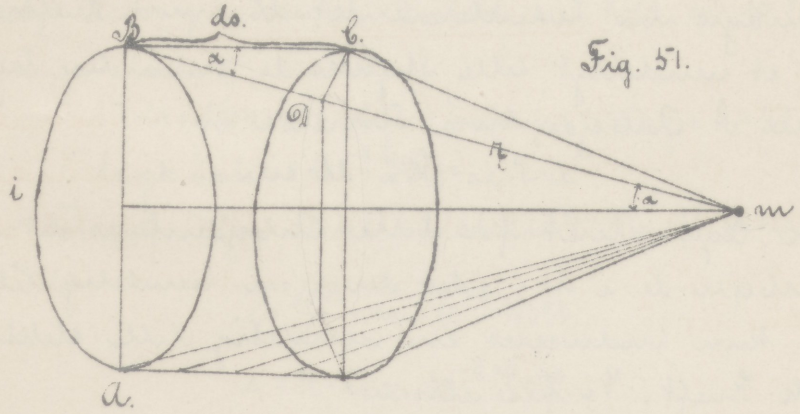



Fig. 51.

opnaaet ved den uendelige lille Bevægelse.

$$dN = H \cdot 2\pi R \cdot \sin \alpha \cdot ds$$

Og indsættes dette Udtryk, faar vi af Ligningen:

$$n \cdot H \cdot 2\pi \cdot R \cdot \sin \alpha \cdot ds = e \cdot dt$$

følgende

$$n \cdot dN = e \cdot dt$$

hvoraf:

$$e = \frac{dN}{dt} \cdot n \quad \ldots\ldots\ldots \quad (47.)$$

hvor altsaa N er det Kraftliniecantal, Ringen indeslutter i sin første Stilling. $\frac{dN}{dt}$ er Kraftlinieforandringen i Tidsenheden. Ville vi ogsaa udlede en Formel for det Tilfælde, hvor en Leder skaaer Kraftlinier, gaa vi ud fra Biot-og Savarts Lov. Efter denne er Kraftvirkningen mellem en magnetisk Mængde m og et uendeligt lille Lederelement dl i Afstanden r:

$$dP = \frac{m \cdot i \cdot dl}{r^2} \cdot \sin \alpha$$

hvor dl er sat i Stedet for ds i Formel 22

Indsættes ligesom før $H = \frac{m}{r^2}$

bliver $$dP = H \cdot i \cdot dl \cdot \sin \alpha$$

Bevæges nu Lederelementet dl imod Kraftretningen et uendeligt lille Stykke ds, maa der herfor anvendes et Arbejde, hvis Størrelse er:

$$dP \cdot ds = H \cdot i \cdot dl \cdot \sin \alpha \cdot ds$$

Som Equivalent for dette Arbejde faas det elektriske Arbejde $de \cdot i\, dt$; idet der i en uendelig lille Leder kun kun inducees en uendelig lille elektromotorisk Kraft. Vi faa altsaa

$$de \cdot i\, dt = H \cdot i \cdot dl \cdot \sin \alpha \cdot ds$$

$$de = H \cdot dl \cdot \sin \alpha \cdot \frac{ds}{dt} \quad \ldots\ldots (48)$$

Størrelsen $\frac{ds}{dt}$ er den uendelig lille Vejlængde divideret med den Tid, den er tilbagelagt i, altsaa Vejlængden i Tidsenheden eller Hastigheden. Vi betegne denne med v og faa da:

$$de = H \cdot v \cdot \sin\alpha \cdot dl$$

Bevages nu lederen med konstant Hastighed, kan Udtrykket integreres og vi faa:

$$e = H \cdot l \cdot v \cdot \sin\alpha$$

e bliver et Maksimum, naar $\alpha$ er 90°, altsaa naar Kraftlinierne skares vinkelret. I saa Fald er:

$$e = H \cdot l \cdot v \quad \ldots\ldots\ldots (49)$$

Denne Ligning kan benyttes til Definition af den absolute Spandingsenhed. Indsættes nemlig $H=1$, $l=1$ og $v=1$, bliver $e=1$, det vil sige, i en Leder paa 1 cm Længde induceres den Enhed af elektromotorisk Kraft, naar den bevages saaledes, at den i 1 sek. skærer 1 Kraftlinie vinkelret. Denne Enhed er meget lille, idet den praktiske Enhed en Volt er 10 Millioner Gange større.

$$1 \text{ Volt} = 100000000 \text{ (c.g.s.) Enheder} = 10^8 \text{ c.g.s. Enhd.}$$

$$1 \text{ c.g.s. Enhd} = 10^{-8} \text{ Volt}$$

De to Formler for elektromotorisk Kraft bliver altsaa i Volt

$$e = \frac{dN}{dt} \cdot n \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

$$e = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Af Enheden for elektromotorisk Kraft og Enheden for Strømstyrke faas ved Hjælp af Ohms Lov Enheden for Modstand.

$$r = \frac{e}{i}$$

$r=1$, naar $e=1$ og $i=1$, altsaa en Traad har Enhed af Modstand, naar en Strøm af Styrken 1 frem-

kalder Enhed af Spændingsforskel paa dens Endepunkter.

En Ohm er altsaa defineret ved Ligningen:

$$1\,\text{Ohm} = \frac{1\,\text{Volt}}{1\,\text{Amp.}} = \frac{10^8\,\text{c.g.s. Enhd.}}{10^{-1}\,\text{c.g.s. Enhd.}}$$

$$1\,\text{Ohm} = 10^9\,\text{c.g.s. Enheder.}$$

Dividerer den elektromotoriske Kraft i Volt med Modstanden i Ohm, faa vi som bekendt Strømstyrken i Ampere. Efter Ligning 47 er

$$\mathcal{E} = \frac{d\mathfrak{N}}{dt} \cdot n \cdot 10^{-8}\ \text{Volt}$$

altsaa
$$i = \frac{d\mathfrak{N}}{dt} \cdot \frac{n}{r} \cdot 10^{-8}$$

eller
$$i \cdot dt = d\mathfrak{N} \cdot \frac{n}{r} \cdot 10^{-8}$$

Strømstyrken er imidlertid den Elektricitetsmængde, der flyder gennem et Tværsnit i et Sek. Elektricitetsmængde er altsaa Produktet af Strømstyrke og Tid. $i \cdot dt$ er altsaa den Elektricitetsmængde, der flyder gennem et Tværsnit i Tiden $dt$; betegnes den med $dQ$, bliver altsaa $i \cdot dt = dQ$

$$dQ = d\mathfrak{N} \cdot \frac{n}{r} \cdot 10^{-8}$$

Ved Integration af denne Ligning kan man finde den Elektricitetsmængde, der opstaar, naar det af en Spole indesluttede Kraftliniantal forandres fra $\mathfrak{N}_1$ til $\mathfrak{N}_2$.

$$Q = \int_{\mathfrak{N}_1}^{\mathfrak{N}_2} d\mathfrak{N} \cdot \frac{n}{r} \cdot 10^{-8} = \frac{n}{r} \cdot 10^{-8} \cdot \mathfrak{N} \Big|_{\mathfrak{N}_1}^{\mathfrak{N}_2}$$

altsaa $$Q = (N_2 - N_1)\frac{w}{R} \cdot 10^{-8} \text{ Coulomb} \cdots\cdots (50)$$

Enhed af Elektricitetsmængde kaldes Coulomb. Divideres Elektricitetsmængden med den Tid $T$, som Kraftlinieforandringen har taget, faar man den gennemsnitlige Strømstyrke. Betegnes denne med $i_m$, saa er

$$i_m = \frac{N_2 - N_1}{T} \cdot \frac{w}{R} \cdot 10^{-8} \text{ Amp.} \cdots\cdots (51)$$

Multipliceres den gennemsnitlige Strømstyrke med Modstanden, saa faar man den gennemsnitlige elektromotoriske Kraft $e_m$

$$e_m = i_m \cdot R = \frac{N_2 - N_1}{T} \cdot w \cdot 10^{-8} \text{ Volt} \cdots\cdots (52)$$

$e_m$ og $i_m$ ere Middelværdier, som henholdsvis E.M.K og Strømstyrke antager i Tidsrummet $T$, medens $e$ og $i$ ere de øjeblikkelige Værdier.

Opg. 26.

En Magnetstang af 10 cm Længde har et magnetiske Moment $M = 800$ c. g. s. Enhd. Denne Magnet bliver skudt ind i en Spole med 1000 Vindinger af 4 Ω Modstand, saa at Spolens og Magnetens Midte falder sammen. Hvilken Elektricitetsmængde frembringes den i Spolen, naar Magneten bliver trukket langt ud af den; hvilken gennemsnitlig E.M.K og Strømstyrke bliver der induceret, naar Bevægelsen udføres i 0,01 Sek?

Ved Indsætning i Formel 50 faas:

$$Q = (N_2 - N_1) \cdot \frac{1000}{4} \cdot 10^{-8} \text{ Coulomb.}$$

Magnetens Kraftliniantal er:

$$N = 4\pi \cdot m = 4\pi \cdot \frac{M}{L} = 4\pi \cdot \frac{800}{10} = 1004{,}8$$

Dette er det Kraftliniantal som Spolen indeslutter naar Magneten befinder sig i dens Midte; altsaa:

$$N_1 = 1004{,}8$$

Er Magneten langt fra Spolen, gaa ingen Kraftlinier gennem denne altsaa

$$N_2 = 0$$

følgelig bliver:

$$Q = (-1004{,}8)\frac{1000}{4} \cdot 10^{-8} = -0{,}002512 \text{ Coulomb.}$$

Det negative Fortegn har kun Betydning for Retningen af Strømmen. Den gennemsnitlige E.M.K. $e_m$ faas af Ligning 52

$$e_m = \frac{N_2 - N_1}{5} \cdot n \cdot 10^{-8} = \frac{-1004{,}8}{0{,}01} \cdot 1000 \cdot 10^{-8} = -1{,}0048 \text{ Volt.}$$

Den gennemsnitlige Strømstyrke:

$$i_m = \frac{Q}{5} = 0{,}2512 \text{ Amp.}$$

---

I det foregaaende omtalte vi, at man paaviste Induktionsstrømme ved at indskyde et Galvanometer i Strømkredsen. Induktionsstrømmen flyder jo imidlertid kun saalange Kraftlinieforandringen varer, det kan altsaa sankes, at Strømmen allerede har ophørt at flyde, inden Galvanometernaalen har forladt sin Hvilestilling. For at opnaa dette, maa man benytte et saakaldt ballistisk Galva-

nometer, det vil sige et Galvanometer med en lem-
melig svar Magnet, idet en saadan faar en lang-
som Svingning. Induktionsstrømmen virker paa
Galvanometermagneten som et Stød, og meddeler
derved denne en vis Begyndelseshastighed, der er
proportional med Elektricitetsmængden Q.

I Følge denne Begyndelseshastighed forlader den
sin Hvilestilling; men saasnart denne er forladt,
søger Jordmagnetismen igen at dreje den tilbage
i den, og følgelig aftager Hastigheden og bliver un-
der en vis Vinkel $\alpha$ med Meridianen lig Nul, hvor-
efter Magneten svinger tilbage igen. Man kan
nu udlede følgende Sætning: Den gennem et bal-
listisk Galvanometer flydende Elektricitetsmængde
af et kort Strømstød er proportionalt med Sinus
til den halve Udslagsvinkel. Altsaa:

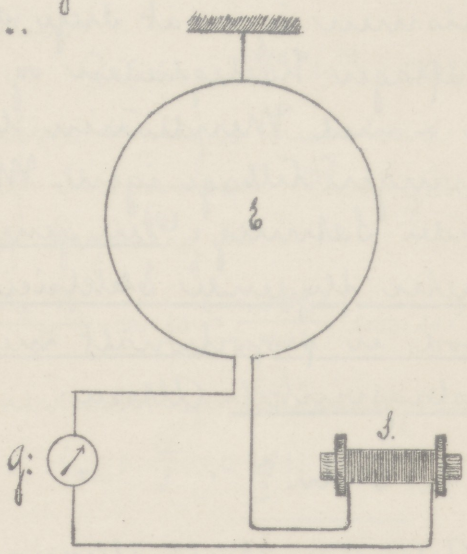
$$Q = b \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (53.)$$

hvor b er en af Galvanometeret afhængig Konstant.

Vil man altsaa maale en Elektricitetsmængde
ved Hjælp af et Galvanometer, maa man inducere
den saa hurtig som mulig, for at Strømmen
kan være ophørt inden Naalen begynder Udsla-
get. For at undgaa Bestemmelsen af Konstanten
b indskyder man i samme Strømkreds som
Galvanometeret en saakaldet Jordinduktor, det
er en Ring af c. 30 til 40 cm Diameter bestaaende

af et bekendt Antal Vindinger, og som kan dreje sig om en lodret Diameter: Skal man saaledes bestemme den Elektricitetsmængde, der induceres naar en Magnet trækkes ud af en Spole, saa forbinder man (Fig. 52.) Spolen, Jordinduktoren og Galvanometeret i Serie til hinanden: Jordinduktoren skal være ophængt eller opstillet saaledes, at Ringen staar vinkelret paa magnetiske Meridian..

Fig. 52.




Naar nu Magneten trækkes ud af Spolen, induceres der derved en Elektricitetsmængde $Q_1$, som faar Galvanometeret til at gøre et Udslag $\alpha_1$. Saasnart Naalen er kommen i Ro, drejes Jordinduktoren 180°, hvorved man faar inducert Elektricitetsmængden $Q_2$ og et Udslag $\alpha_2$. Vi have nu ligningerne:

$$Q_1 = b \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2}$$

$$Q_2 = b \cdot \sin \frac{\alpha_2}{2}$$

Ved Division faas

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\sin \frac{\alpha_1}{2}}{\sin \frac{\alpha_2}{2}}$$

$$Q_1 = Q_2 \cdot \frac{\sin \frac{\alpha_1}{2}}{\sin \frac{\alpha_2}{2}}$$

Elektricitetsmængden $Q_2$ bestemmes nu efter Formel (50), hvoraf faas:

$$Q_2 = \frac{2 F \cdot Hi \cdot n}{r}$$

Heri betyder $F$ Jordinduktorens Areal, $n$ dens Vindingsantal og $Hi$ Jordmagnetismens Horisontalkomponent.

Kraftlinieforandringen $N_2 - N_1$, som frembringer Elektricitetsmængden $Q_1$, har man som Regel mere Interesse af at bestemme; men dette kan godt ske uden først at bestemme de to Elektricitetsmængder. Vil man f. Eks. bestemme den Kraftlinieforandring, man faar ved at trække en Magnet ud af en Spole med 40 Vindinger, naar Galvanometerudslaget er 42°, og Udslaget ved Drejningen af Jordinduktoren, hvis Vindingstal er 100, og hvis Diameter er 30 cm, er 16°, gaar man frem paa følgende Maade:

Den Kraftlinieforandring, man faar, naar blive lig Magnetens samlede Kraftliniemantal: Betegnes dette med $N$, har man:

$$\text{I} \qquad Q_1 = \frac{N \cdot 40}{n} = b \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2}$$

Igennem Jordinduktoren gaar $F \cdot Hi$ Kraftlinier, efter en halv Omdrejning gaar der igen $F \cdot Hi$, men den-

ne Gang fra den modsatte Side. Kraftlinieforandringen bliver altsaa $2 \cdot F \cdot Hi$

$$\text{II.} \qquad Q_2 = \frac{2 \cdot F \cdot Hi \cdot 100}{r} = b \cdot \sin \frac{\alpha_2}{2}$$

Dividerer Ligning I med II faas.

$$\frac{n \cdot 40}{2 \cdot F \cdot Hi \cdot 100} = \frac{\sin 21^\circ}{\sin 8^\circ}$$

altsaa $$n = \frac{2 \cdot F \cdot Hi \cdot 100 \cdot \sin 21^\circ}{40 \cdot \sin 8^\circ}$$

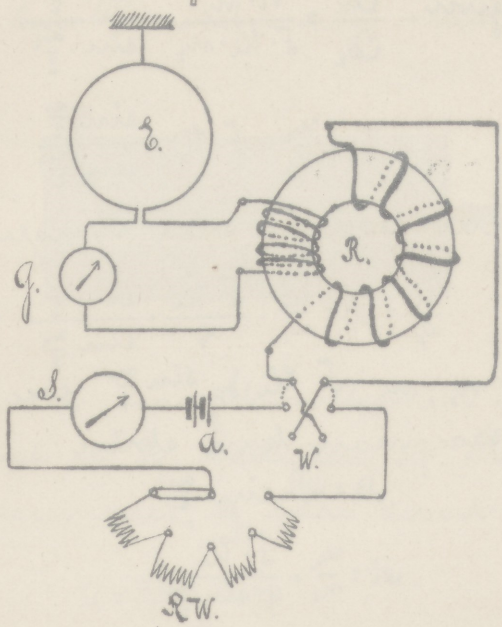
Endvidere er $F = \frac{\pi \cdot 30^2}{4}$ og $Hi = 0{,}193$

saa vi faa $$n = \frac{2 \cdot \pi \cdot 30^2 \cdot 0{,}193 \cdot 100 \cdot 0{,}358}{4 \cdot 40 \cdot 0{,}139} = 1760$$

---

Bevikles en Jærning med 2 forskellige Viklinger, vil der jo i den ene opstaa Induktionsstrømme, hver Gang man slutter eller afbryder Strømmen i den anden. Af Galvanometer Udslagene og Ringens Dimensioner kan man bestemme Værdierne af en Magnetiseringskurve. Fig. 53 fremstiller den skematiske Anordning, som er nødvendig. De mange Vindinger ere forbundne med en Strømvender W, som tillader os at vende Strømmen hurtigt, med en Strømkilde A og en Strømmaaler S. Regulermodstanden RW tjener til at kunne forandre Strømstyrken. Den anden Viklings Ender ere forbundne med

Jordinduktoren E og Galvanometeret G. Sluttes nu Strømmen og afleses dens Styrke, hvorefter man hurtig vender Strømmen, saa vil Galvanometeret gøre et Udslag $\alpha_1$. Naar Naalen er kommen i Ro, drejes Jordinduktoren, og man faar Udslaget $\alpha_2$:




Af disse 2 Udslag, de bekendte Vindingsantal og Ringens Dimensioner kan man nu bestemme Afhængigheden mellem B og K paa følgende Maade.

Er N det af Strømmen frembragte Kraftlinieantal i Ringen, saa forsvinder dette først og opstaar derefter i modsat Retning naar Strømmen vendes, den samlede Kraftlinieforandring bliver altsaa:

$$N-(-N)=2N.$$

Er n Antallet af sekundare Vindinger, saa er Elektricitetsmængden

$$Q_1 = \frac{2\pi \cdot n_1}{r} = b \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2}$$

Ved Drejning af Jordinduktoren, hvis Vindingstal er $n_2$, faas Elektricitetsmængden

$$Q_2 = \frac{2F \cdot Hi \cdot n_2}{r} = b \cdot \sin \frac{\alpha_2}{2}$$

Divisionen giver $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n \cdot n_1}{F \cdot Hi \cdot n_2} = \frac{\sin \frac{\alpha_1}{2}}{\sin \frac{\alpha_2}{2}}$

hvoraf

$$n = \frac{n_2}{n_1} \cdot F \cdot Hi \cdot \frac{\sin \frac{\alpha_1}{2}}{\sin \frac{\alpha_2}{2}}$$

Dividerer denne Ligning med Ringens Tværsnit $q$ faas:

$$\frac{n}{q} = B = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{F \cdot Hi}{q} \cdot \frac{\sin \frac{\alpha_1}{2}}{\sin \frac{\alpha_2}{2}} \quad \ldots \quad (54).$$

Størrelserne $n_1$, $n_2$, $F$, $Hi$ og $\sin \frac{\alpha_2}{2}$ ere ved alle videre Forsøg ens, saa man kan skrive

$$B = \mathfrak{N} \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2}$$

hvor

$$\mathfrak{N} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{F \cdot Hi}{q \cdot \sin \frac{\alpha_2}{2}}$$

$H$ faas af den bekendte Formel

$$H = \frac{0{,}4\pi \cdot ni}{l}$$

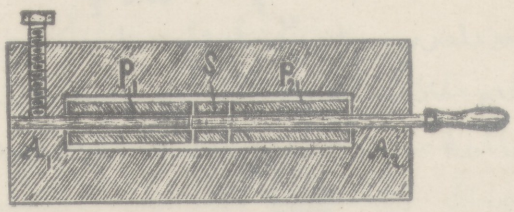
hvor $n$ er Antallet af primære Vindinger, og $l$ er Middelkraftlinielangden.

Denne Metode til Bestemmelse af Magnetiseringskurver er betydelig simplere end den paa Side 84 omtalte; men har den Fejl at Jernet skal bevikles med Vindinger.

Hopkinson har konstrueret et Apparat, hvorved denne Ulempe undgaas. Apparatet bestaar af

en Blok udglödet Smedjern Fig. 54, i hvilken der er en Udhulning, hvori de 2 Magnetiseringsspoler $P_1$ og $P_2$ samt den sekundære Spole $S$, der er forbundet med Galvanometeret, befinder sig. Jernblokkens Ender er gennemborede for at optage Prøvestykkerne $A_1$ og $A_2$, hvis Diameter nöje maa passe i Udboringen.

Fig. 54.




Man bestemmer saa Strömstyrken $i$, det primære Vindingsantal $n$ og Længden af Prøvestykkerne inden i Hulrummet, og faar derved Feltstyrken $H$

$$H = \frac{0{,}4\pi \cdot n \cdot i}{l}$$

Det ene Prøvestykke $A_1$ er nu fastskrúet til Jernblokken, hvorimod det andet er forsynet med Haandtag og pludselig kan trækkes ud. Enderne maa være omhyggelig afrejede og stöde sammen ved Enden af Spolen $P_1$. Naar nu $A_2$ trækkes ud af Blokken, slynges Spolen $S$, der er ophængt i et stramt Gummibaand ud af Apparatet, Kraftliniantallet $N$, der før gik gennem den, forsvinder, og Galvanometeret gör et Udslag. Naar der nu i samme Strömkreds som Galvanometeret og den sekundære Spo-

le indskydes en Jordinduktor Fig. 55, kan Bestemmelsen ske paa samme Maade, som den foromtalte; kun bliver Kraftlinieforandringen i den sekundære Spole denne Gang blot $N$ og ikke som før $2N$. Formelen for $B$ bliver altsaa:

$$B = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{2 \cdot F \cdot Ki}{q_f} \cdot \frac{\sin \frac{\alpha_1}{2}}{\sin \frac{\alpha_2}{2}}$$

Bestemmelsen af Inklinationsvinkelen kan ogsaa udføres ved Hjælp af en Jordinduktor, idet man ved at opstille den i vandret Plan og dreje

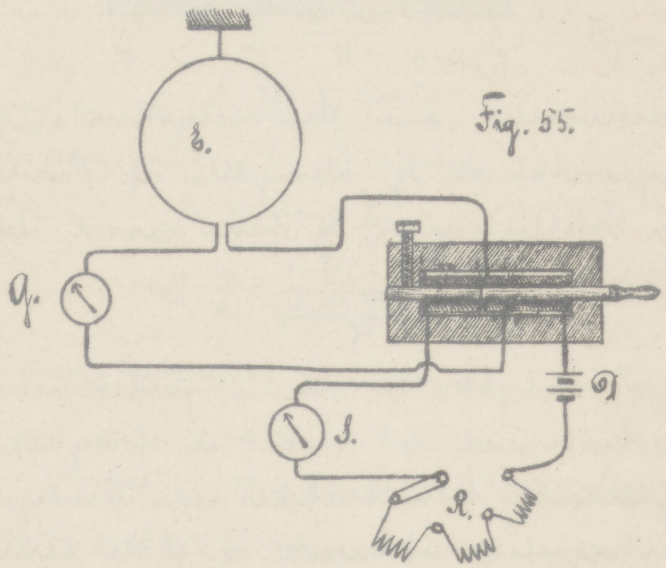



Fig. 55.

den 180°. faar den inducerede Elektricitetsmængde af Vertikalkomponenten. Vi kunne altsaa faa:

$$Q_1 = \frac{2 \cdot F \cdot Ki}{r} \cdot n = b \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2}$$

og

$$Q_2 = \frac{2 \cdot F \cdot V}{r} \cdot n = b \cdot \sin \frac{\alpha_2}{2}$$

ved Division faas:

$$\frac{K_1}{K} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha_2}{2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

hvor $p_1$ og $p_2$ betyder de aflæste Skalaindelinger.

---

## Selvinduktion.

Vi have set, at der opstaar en elektrisk Strøm i en Spole, naar det af Spolen indesluttede Kraftliniantal forandres; sendes der nu Strøm gennem en Spole, saa opstaar der derved Kraftlinier i Spolen, og disse søge igen at frembringe en Strøm i Vindingerne. Denne Strøm, der altsaa er en Induktionsstrøm, vil i Følge den alm. Regel for disse modarbejde den Kraft, der har fremkaldt den, med andre Ord, den vil søge at faa Kraftlinierne til at forsvinde, og altsaa være modsat rettet den primære Strøm. Følgelig vil en saadan Strøm i Virkeligheden ikke komme til at flyde i Ledningen, den vil kun svække den primære Strøm, saaledes at denne ikke straks vil faa sin fulde Styrke. Afbrydes den primære Strøm, saa forsvinder de gennem Spolen gaaende Kraftlinier, der opstaar atter en Induktionsstrøm, der denne Gang vil søge at bibeholde Kraftliniantallet, og derfor bliver ensrettet med den primære Strøm. Denne

Strøm opstaar altsaa virkelig, da dens E.M.K. er temmelig stor, og den derfor vil være i Stand til at gennembryde det endnu temmelig lille Mellemrum paa Afbrydningsstedet i Form af en Gnist.

En saadan Induktionsstrøm, der opstaar i en Spole ved Strømmens Sluttен og Afbrydelse, kaldes en Ekstrastrøm eller en Selvinduktionsstrøm, og dens Retning er altsaa, naar Strømmen sluttes modsat, naar Strømmen brydes den samme, som den primære Strøms.

Den Elektricitetsmængde, der opstaar, hver Gang Strømmen brydes eller sluttes, findes efter Formlen

$$Q = (N_2 - N_1)\frac{n}{r} \cdot 10^{-8}$$

Naar Strømmen sluttes er $N_1 = 0$, altsaa $N_2 - N_1 = N_2$, naar Strømmen brydes er $N_2 = 0$, altsaa $N_2 - N_1 = -N_1$. Betegner vi imidlertid det Kraftliniecantal som omgiver Spolen, naar Strømmen har sin maksimale Styrke, med N bliver i det første Tilfælde $N_2 = N$, og i det sidste Tilfælde $N_1 = N$. Vi kunne altsaa skrive:

$$Q = \pm \frac{N \cdot n}{10^8 \cdot r}$$

hvor + gælder for det første og ÷ for det sidste Tilfælde. Elektricitetsmængden bliver saaledes i begge Tilfælde den samme.

Den gennemsnitlige elektromotoriske Kraft bliver efter Formel (5-2), naar $S_1$ betyder den Tid,

der medgaar inden Strömmen naar sin fulde Styrke,

$$e_1 = \frac{\Phi \cdot n}{10^8 \cdot T_1}$$

Betegner $T_2$ den Tid, der medgaar fra Strömmen brydes og til den har naaet Værdien Nul, bliver den gjennemsnitlige elektromotoriske Kraft ved Strömmens Afbrydning

$$e_2 = \frac{\Phi \cdot n}{10^8 \cdot T_2}$$

$T_2$ bliver nu betydelig mindre end $T_1$, idet jo som før sagt Ekstraströmmen i det ene Tilfalde modarbejder Hovedströmmen, hvorved $T_1$ bliver stor, medens den i det andet Tilfalde har samme Retning, som Hovedströmmen, hvorved $T_2$ bliver lille: Den gjennemsnitlige elektromotoriske Kraft bliver følgelig væsentlig større, naar Strömmen brydes, end naar den sluttes!

Den øjeblikkelige elektromotoriske Kraft er bestemt ved Formel (47)

$$e = \frac{d\Phi}{dt} \cdot n \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

For en lang Spole har man

$$\Phi = q \cdot H = \frac{q \cdot 0{,}4\pi \cdot n \cdot i}{l}$$

hvor $q$ er Spolens Tværsnit, $l$ dens Længde, $n$ dens Vindingstal. Da nu disse Størrelser ere Konstanter bliver $\frac{d\Phi}{dt} = \frac{0{,}4\pi \cdot n \cdot q}{l} \cdot \frac{di}{dt}$

og indsættes dette i Formel (47) faas:

$$e = \frac{0{,}4\pi \cdot n^2 : q}{l \cdot 10^6} \cdot \frac{di}{dt}$$

Koefficienten til $\frac{di}{dt}$ kaldes Selvinduktionskoefficienten og betegnes i Reglen med L.

$$e = L \cdot \frac{di}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (55)$$

Den elektromotoriske Kraft ved Selvinduktion er altsaa proportional med L og med Strømstyrkeforandringen i Tidsenheden ($\frac{di}{dt}$).

Er der anbragt Jern i Spolen, bliver L at multiplicere med $\mu$.

Vil man undgaa de Forstyrrelser, som Selvinduktionsstrømmene kunne frembringe, maa man undgaa den Kraftlinieforandring, der frembringer disse Strømme; dette kan for en Traadspoles vedkommende lade sig gøre ved at lægge den isolerede Traad doppelt og begynde at vikle fra Midten og ud mod de 2 frie Ender; derved kommer der bestandig til at ligge 2 Traade med modsat Strømretning ved Siden af hinanden, hvorved Kraftlinierne ophæves.

---

## Den gensidige Induktion.

Bevikles en Spole med 2 Viklinger den ene over den anden, og sendes der Strøm gennem

den ene, da opstaar der derved Kraftlinier, som ogsaa omgiver den anden Vikling, og derved frembringes en Induktionsstrøm i denne. Denne Induktionsstrøms elektromotoriske Kraft er bestemt ved Formlen:

$$e = \frac{d\,N}{d\,t} \cdot n_2 \cdot 10^{-8}$$

hvor $n_2$ betyder Vindingsantallet i den sekundære Spole. Det af Strømmen i frembragte Kraftliniantal er:

$$N = \frac{0{,}4\pi \cdot n_1 \cdot i}{l} \cdot q$$

hvor $n_1$ er Vindingsantallet i den primære Spole, $l$ Spolens Længde og $q$ dens Tværsnit. Disse Størrelser ere Konstanter altsaa

$$\frac{d\,N}{d\,t} = \frac{0{,}4\pi \cdot n_1 \cdot q}{l} \cdot \frac{di}{dt}$$

Ved Indsætning i Ligning $e = \frac{dN}{dt} \cdot n_2 \cdot 10^{-8}$ faar man

$$e = \frac{0{,}4\pi \cdot q \cdot n_1 \cdot n_2}{l \cdot 10^8} \cdot \frac{di}{dt}$$

Koefficienten til $\frac{di}{dt}$ kaldes den gensidige Induktionskoefficient og betegnes med $M$.

$$e = M \cdot \frac{di}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (56)$$

Hvad der gælder for Strømmens Sluttes gælder ogsaa for dens Afbrydning, kun med den Forskel, at Kraftlinierne nu forsvinder, saa at Induktionsstrømmens Retning bliver modsat. Talværdien af $\frac{di}{dx}$ bliver dog kun meget forskellig i de 2 Tilfælde.

Naar Strømmen sluttes, forhindrer Selvinduktionen i den primære Spole en hurtig Tiltagen af Strømmens Styrke, saa at $\frac{di}{dt}$ bliver forholdsvis lille. Brydes derimod Strømmen, saa forsvinder den næsten øjeblikkelig, og $\frac{di}{dt}$ bliver forholdsvis stor. Som Følge heraf bliver Induktionsstrømmen ikke nær saa kraftig, naar Strømmen sluttes, som naar den afbrydes. Den i Fig. 56 tegnede Kurve angiver Strømstyrkens Forandrelighed i Forhold til Tiden saaledes, at der til en bestemt Absisse $OB = t$, svarer Ordinaten $BA = i$ som Strømstyrke. Vinkelen $\delta$ som Tangenten danner med Absisseaksen angiver Størrelsen $\frac{di}{dt}$, idet:

$$\text{tg } \delta = \frac{di}{dt}$$

Af Kurvens Form fremgaar det, at Strømmen, naar den er blevet sluttet, stiger, derefter bliver

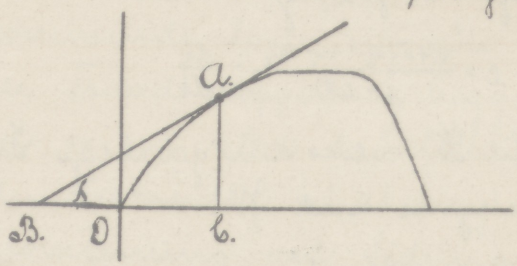



Fig. 56.

konstant for saa ved Afbrydningen næsten straks at synke til Nul.

Paa Grundlag af foranstaaende Formler kan man konstruere saakaldte Induktionsapparater, der ere i Stand til at frembringe Elektricitetsmængder med meget høje Spændinger.

Fig 57 viser et saadant Induktionsapparat skematiske i Snit.

E er et Bundt fine Jerntraade, hvorpaa de to Viklinger $v_1$ og $v_2$ er viklet: $v_1$ bestaar af et passende Antal Vindinger af 1-2 $^{mm}/_{m}$ tyk Traad, medens $v_2$ bestaar af et meget stort Antal Vindinger af ganske tynd Traad. Enderne af $v_1$ ere forbundne med Klemmerne + K og - K, Enderne af $v_2$ med $k_1$ og $k_2$. For Enden af Traadbundtet E befinder sig en lille Jernplade P befæstet til en Fjeder b B, saaledes at den bliver tillukket, naar E bliver magnetisk. Til Fjederen støtter sig Skruen b B, der gaar i Søjlen A B. Strømmen fra nogle Elementer føres nu til Klemmerne + K og - K. Strømmen træder ind ved + K, gaar derfra over A, B, b, D til v og derfra til - K. Herved bliver E magnetisk, P bliver tillukket, hvorved Kontakten ved b afbrydes, E bliver umagnetisk, Fjederen b D gaar tilbage mod B, Strømmen sluttes atter, og saaledes videre

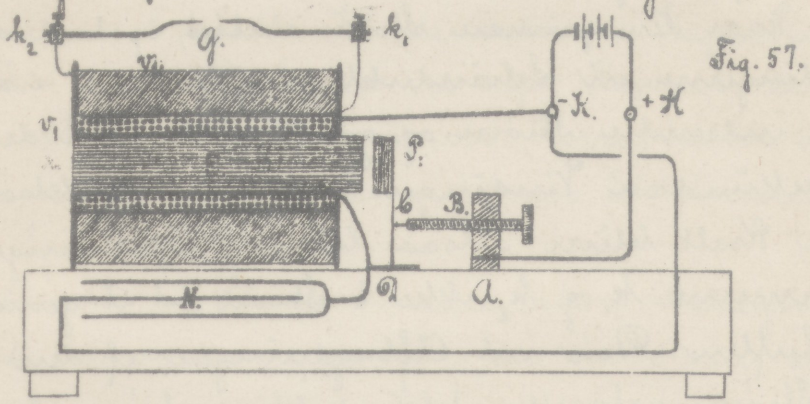


Fig. 57.

i hurtig Rakkefølge. Hver Gang Strømmen brydes og sluttes, opstaar der imidlertid en elektromotorisk Kraft i $v_2$ af Størrelsen:

$$e = M \cdot \frac{di}{dt},$$

hvor M er proportional med Produktet af de 2 Vindingsantal, og altsaa kan gives en hvilken som helst Størrelse. Sørger man nu ogsaa for at $\frac{di}{dt}$ bliver stor, kan e antage saadanne Værdier, at den sekundære Strøm bliver i Stand til at gennembryde Luften i Form af en Gnist.

Naar den primære Strøm sluttes, opstaar der i Vindingerne en Selvinduktionsstrøm, der svækker den indsendte Strøm og gør $\frac{di}{dt}$ lille, den derved i de sekundære Vindinger inducerede elektromotoriske Kraft bliver altsaa lille, og Spændingen paa Klemmerne $k_1$ og $k_2$ ikke i Stand til at gennembryde Luften. Den ved Afbrydningen af den primære Strøm opstaaede Selvinduktionsstrøm, har samme Retning, som den primære Strøm, og da dens elektromotoriske Kraft kan være meget betydelig, vil den være i Stand til at gennembryde det netop ved b opstaaede Mellemrum i Form af en Gnist og derved formindske $\frac{di}{dt}$. For nu at undgaa denne Gnist har man forbundet Enderne af den primære Vikling direkte med en Kondensator K.

En Kondensator bestaar af 2 Stanniol Be-

lagninger indbyrdes isolerede; forbindes en Kondensators Belægninger med en Strømkilde, flyder der en vis Elektricitetsmængde over i Kondensatoren, den bliver ladet, og denne Elektricitetsmængde er proportional med Strømkildens elektromotoriske Kraft og med en af Kondensatorens Størrelse og Form afhængig Konstant.

Betegner $E$ den E.M.K., $C$ den omtalte Konstant og $Q$ Elektricitetsmængden har man

$$Q = C \cdot E \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (57).$$

Størrelsen $C$ kaldes Kondensatorens Kapacitet. Sættes $E = 1$ bliver $Q = C$, det vil sige, Kapacitet er den Elektricitetsmængde, som en Kondensator optager, naar den forbindes med en Elektricitetskilde af Spændingen En.

Forbindes en ladet Kondensators Belægninger med hinanden gennem en Leder, saa afladdes den.

Vende vi nu tilbage til Induktionsapparatet se vi, at den ved den primære Strøms Afbrydelse opstaaede Selvinduktionsstrøms Elektricitetsmængde vil lade Kondensatoren og først igen blive afladet gennem Vindingerne $v$, naar Selvinduktionsstrømmen er afbrudt. Derved undgaas Gnistdannelsen ved $b$ og $\frac{di}{dt}$ bliver altsaa stor, hvoraf følger at Produktet $e = M \cdot \frac{di}{dt}$ ogsaa bliver stort.

---

## 5 Kapitel.

### Det absolute Maalesystem.

De Enheder, hvorpaa det absolute Maalesystem er basert er

1) Længden 1 Centimeter
2) Massen af 1 Gram
3) Tiden 1 Sekund.

Alle øvrige Størrelser lade sig føre tilbage til disse Grundstørrelser. I det følgende betegner vi Centimeter ved c., Massenheden ved g. og Tidsenheden ved s.

Alle afledede Størrelser ere Potenser af Grundstørrelserne, og Produktet af disse Potenser kalder man den paagældende Størrelses Dimension og betegner den med dim.

### Mekaniske Størrelser.

I. Fladen. Enhed for Fladenmaal er et Kvadrat med 1 cm. Sidelængde, altsaa dim $F = c^2$

II. Volumen. Enhed for Volumen er en Kubus af 1 cm. Sidelængde; dim $V = c^3$

III. Hastighed. Ved Hastighed forstaar man den i 1 Sek. tilbagelagte Vej. dim $v = \frac{c}{s} = c \cdot s^{-1}$

IV. Hastighedsforøgelse. Ved Hastighedsforøgelse forstaar man Tilvæksten i 1 Sek. Betegner $p$ Hastighedsforøgelsen er $v = p \cdot s$ eller $p = \frac{v}{s}$

$$\dim p = \frac{\dim v}{\dim s} = \frac{c \cdot s^{-1}}{s} = c \cdot s^{-2}$$

V Kraft. Kraft er lig Masse gange Hastighedsforø-
gelse altsaa:

$$\dim P = \dim q \cdot \dim p = q \cdot c \cdot s^{-2}$$

Den absolute Kraftenhed er 1 Dyn $= \frac{1}{981}$ gr.

VI Arbejde. Arbejde er Produktet af Kraft og Vejlængde.

$$\dim A = \dim P \cdot \dim e = q \cdot c^{2} \cdot s^{-2}$$

VII Effekt. Effekten er Arbejdet i 1 Sek.

$$\mathfrak{E} = \frac{\text{Kraft} \cdot \text{Vej}}{\text{Tid}} = \frac{A}{s}; \quad \dim \mathfrak{E} = q \cdot c^{2} \cdot s^{-3}$$

---

## Magnetiske Størrelser.

VIII Magnetisk Mængde. Efter Formel (14) er $P = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$,

sættes $m_1 = m_2 = \mu$ bliver $\mu = r\sqrt{P}$

$$\dim \mu = c \cdot \sqrt{q \cdot c \cdot s^{-2}} = c^{\frac{3}{2}} \cdot q^{\frac{1}{2}} \cdot s^{-1}$$

IX Magnetisk Moment. Dette er Produkt af magne-
tisk Mængde og Polafstand altsaa $M = \mu \cdot l$

$$\dim M = c^{\frac{3}{2}} \cdot q^{\frac{1}{2}} \cdot s^{-1} \cdot c = c^{\frac{5}{2}} \cdot q^{\frac{1}{2}} \cdot s^{-1}$$

X Kraftliniantallet. $N = 4\pi \cdot \mu$; 4 og $\pi$ ere Konstanter altsaa

$$\dim N = \dim \mu = c^{\frac{3}{2}} \cdot q^{\frac{1}{2}} \cdot s^{-1}$$

XI Feltstyrke. Feltstyrken er Kraftliniantallet
pr cm$^2$; $H = \frac{N}{q}$

$$\dim H = \frac{\dim N}{\dim q} = \frac{c^{\frac{3}{2}} \cdot q^{\frac{1}{2}} \cdot s^{-1}}{c^{2}} = c^{-\frac{1}{2}} \cdot q^{\frac{1}{2}} \cdot s^{-1}$$

---

## Elektriske Størrelser.

XII Strømstyrke. Maalt med en Tangensbussole er

$$i = \frac{R \cdot H_i}{2\pi \cdot n} \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Størrelserne $\operatorname{tg}\alpha$, 2, $\pi$ og $n$ er ubenævnte, $R$ er en Længde og $H_i$ en Feltstyrke altsaa:

$$\dim i = \dim R \cdot \dim H = c \cdot c^{-\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot s^{-1} = c^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot s^{-1}$$

XIII Elektricitetsmængde. Denne er Produktet af $i$ og $t$ idet $Q = i \cdot t$ altsaa

$$\dim Q = c^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot s^{-1} \cdot s = c^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}}.$$

XIV Elektromotorisk Kraft. $e = H \cdot l \cdot v$

$$\dim e = \dim H \cdot \dim l \cdot \dim v = c^{-\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot s^{-1} \cdot c \cdot c \cdot s^{-1} = c^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot s^{-2}$$

XV Modstand. $R = \frac{e}{i}$ følgelig bliver

$$\dim R = \frac{\dim e}{\dim i} = \frac{c^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot s^{-2}}{c^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot s^{-1}} = c \cdot s^{-1}$$

XVI Elektrisk Arbejde. Samme dim. som mekanisk Arbejde.

XVII Elektrisk Effekt. Samme dim. som mekanisk Effekt

XVIII Kapacitet. $Q = b \cdot e$ el. $b = \frac{Q}{e}$

$$\dim b = \frac{\dim Q}{\dim e} = \frac{c^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot s^{-2}} = c^{1} \cdot s^{2}$$

Den praktiske Enhed er en Farad lig $10^{-9}$ gange den absolute Enhed.

XIX. Selvinduktionskoefficienten. $L = \frac{0{,}4\pi \cdot n^2 \cdot q}{l}$

0,4, $\pi$ og n ere Konstanter altsaa:

$$\dim L = \frac{\dim q}{\dim l} = \frac{c^2}{c} = c = 1 \text{ Centimeter.}$$

Den praktiske Enhed kaldes en Henry = $10^9$ Centimeter = 1 (EA)

XX. Den gensidige Induktionskoefficient. Samme dim som Selvinduktionskoefficienten.

Plan I.

B.

H.

B.

Magnetiseringskurve for Smedejern.

Magnetiseringskurve for Stålstaal.

Magnetiseringskurve for Smedejern.

Magnetiseringskurve for Støbejern.

Magnetiseringskurve for Støbejern.

H.

CARL KØHN
BOGBINDER
NØRREGADE 61