DTU Bibliotek

Denne fil er downloadet fra

Danmarks Tekniske Kulturarv

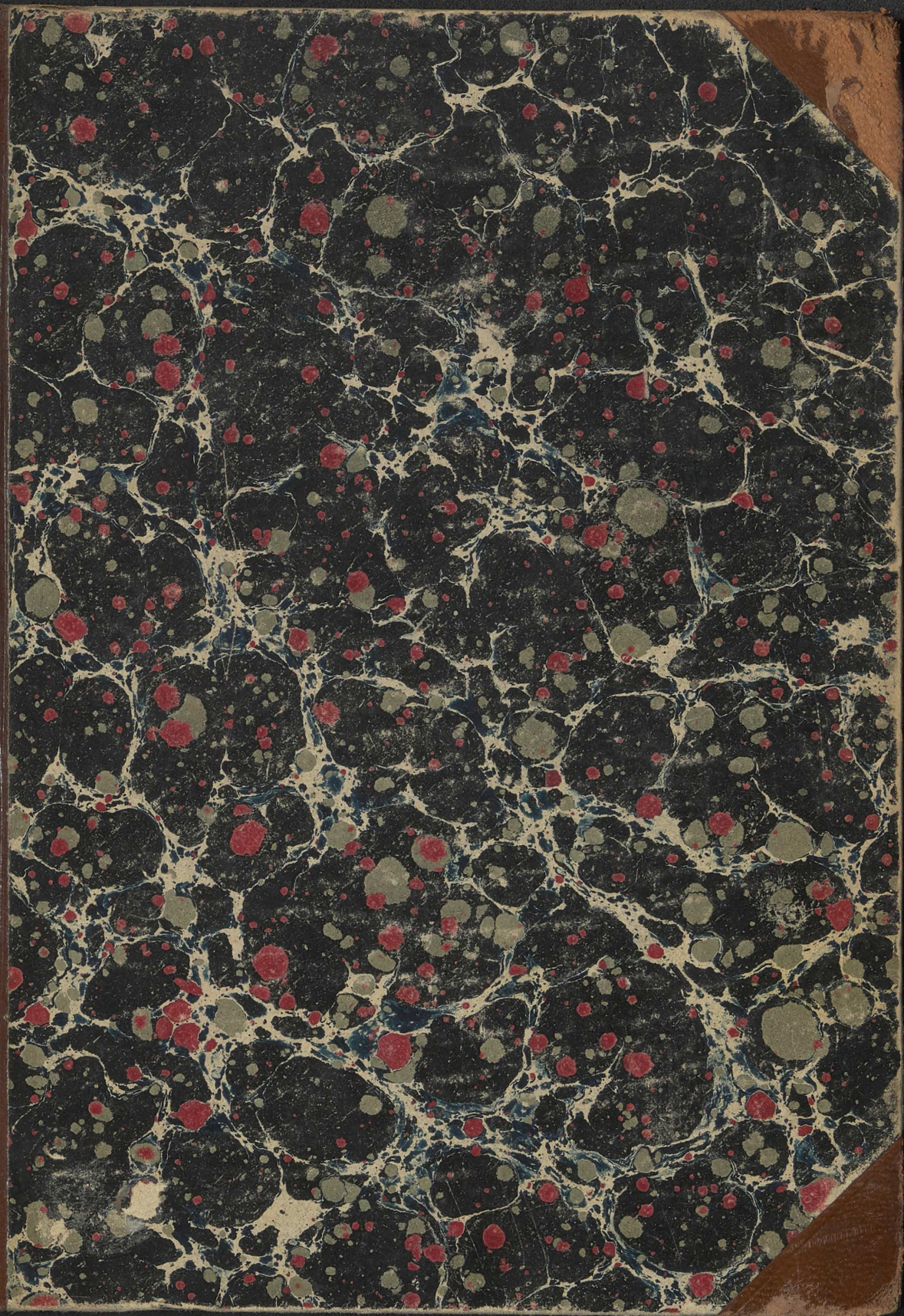
www.tekniskkulturarv.dk

Danmarks Tekniske Kulturarv drives af DTU Bibliotek og indeholder scannede bøger og fotografier fra bibliotekets historiske samling.

Rettigheder

Du kan læse mere om, hvordan du må bruge filen, på *www.tekniskkulturarv.dk/about*

Er du i tvivl om brug af værker, bøger, fotografier og tekster fra siden, er du velkommen til at sende en mail til *tekniskkulturarv@dtu.dk*



~~Industribiblioteket~~

Grp: Forfatter: G. Strömmeller

Titel: Vandbygning

Bd.: I Udgave: Trykaar: 1919

~~Industribiblioteket~~

~~627 (022)~~

RIJKSTECHNISCHE BIBLIOTHEEK

626 Schφ
1919 gl Del 1, Afsm. 1

8°

UNIVERSITÄTSBIBLIOTHEK PADERBORN

VANDBYGNING.

GRUNDLAG

FOR

FORELÆSNINGER PAA DEN POLYTEKNISKE LÆREANSTALT.

AF

G. SCHØNWELLER

FØRSTE DEL.

VANDS BEVÆGELSE m m

1STE AFSNIT.

FRODE HASS LITH.
KØBENHAVN. 1919.

Indholdsfortegnelse.

§ 1. Indledning ..... Side 1.

A. Strømmende Bevægelse.

§ 2. Udstrømning. Kontraktion ..... " 11
§ 3. Beregning af Udstrømningsmængder ..... " 16.
§ 4. Udstrømning gennem en cylindrisk eller prismatisk Ledning fri Endetværsnit ..... " 28.
§ 5. Afløbsmængde over en bred Overfaldsdæmning " 33.
§ 6. Vandstrømmes Tryk ..... " 37.
§ 7. Vands Bevægelse i Trykledninger ..... " 43.
§ 8. Trykledninger med konstant Tværsnit ..... " 48.
§ 9. Tværsnitsvariationer og Retningsforandringer ved Trykledninger ..... " 60.
§ 10. Beregning af Trykledninger ..... " 67.
§ 11. Forgrenede Trykledninger ..... " 73.
§ 12. Vands Bevægelse i aabne Ledninger (Ledninger med frit Vædskespejl) ..... " 74.
§ 13. Ensformig Bevægelse i aabne Ledninger ..... " 80.
§ 14. Tværsnitsvariationer og Retningsforandringer ved aabne Ledninger ..... " 92.

§ 15. Beregning af aabne Ledninger (ensformig Bevægelse ..... Side 95.
§ 16. Uensformig Bevægelse ..... " 100.
§ 17. Stuvnings- og Sænkningskurver ..... " 104.
§ 18. Strømning gennem en aaben Ledning fra een Beholder til en anden ..... " 110.
§ 19. Ledningers Fyldningsgrad ..... " 115.
§ 20. Afløbstid og Fyldningstid ..... " 117.

B. Hydrometriske Arbejder.

§ 21. Vandstandsmaaling ..... " 120.
§ 22. Peling ..... " 122.
§ 23. Maaling af Ströms Hastighed ..... " 133.

Rettelser

Vandbygning. Første Del.

Side.	Linie.			
13.	8 f.n.	Energien	læs:	Energi.
14.	2 f.n.	Den vil....	–	Der vil...
18.	5 f.o.	$\mu\sqrt{2gx\,dF}$	–	$\mu\sqrt{2g}x\,dF.$
18.	12 f.o.	$\mu\int\sqrt{2gx\,dF}$	–	$\mu\int\sqrt{2g}x\,dF.$
26.	9 f.o.	$\frac{2}{3}\mu\sqrt{2g}$ [...]	–	$\frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}$ [...]
31.	7 f.o.	$\frac{1}{2}\mu A\cdot A^2$	–	$\frac{1}{2}\frac{\mu}{g}\mu^2$
49.	11 f.n.	paa de forskelligt paa de	–	paa de
51.	1 f.n.	$\frac{dp}{dx}$	–	$\frac{dp}{dy}$
89.	3 f.o.	$C=\frac{1}{\sqrt{R}}$	–	$x=\frac{1}{\sqrt{R}}$
89.	11 f.n.	Angaande	–	Angaaende
95.	3 f.o.	Stigbordaabning	–	Stigbords.aabning
101.	1 f.o.	... $l_{1,3}$ ...	–	... $l_{2,3}$ ...
103.	10 f.n.	... er gaaet ud...	–	.. er gaaet ud fra
115.	6 f.o.	... Indfører...	–	Indføres...
127.	12 f.n.	... Maalline...	–	... Maaleline...

Fig. 37: $\frac{v_0^2}{2g}$ skal rettes til $\frac{v_m^2}{2g}$.

Fig. 84: h' skal være den lodrette Afstand mellem Punkterne f' og g.

§1. Indledning.

I de fleste Tilfælde gaar man ved teoretiske Betragtninger over Vædskers Bevægelse ud fra, at Vædsken er usammentrykkelig og absolut flydende.

Ved Usammentrykkelighed forstaas, at Vædsken bevarer sit Rumfang uforandret, uafhængig af, hvor stort Tryk den er udsat for. Det er dog kun i de simple Tilfælde, som her skal behandles, at man kan regne Vandet for usammentrykkeligt. I mere indviklede Tilfælde vil Bevægelsen i væsentlig Grad være bestemt af Vandets elastiske Forhold. Elasticitetskoefficienten for Vand er omtrent 2×10^4 kg/cm^2.

At Vædsken er absolut flydende, vil sige, at Formforandringer intet Arbejde kræver, saa længe Sammenhænget bevares, og saa længe Formforandringen ikke medfører, at Tyngdepunktets Beliggenhed flyttes.

Overført paa Vand simplificerer disse to Forudsætninger ganske vist Problemet om

Vands Bevægelse i høj Grad, men dels er den Betingelse, at Vædskens Sammenhæng bevares, i mange i den praktiske Hydrodynamik forekommende Tilfælde (f. E. ved strömmende Bevægelse) ikke opfyldt, dels kan man med disse Forudsætninger alene ikke ad rent theoretisk Vej udlede blot nogenlunde enkle Formler for Vands Bevægelse; i den praktiske Hydrodynamik maa man derfor for det meste lade sig nöje med empiriske Formler, og dette gælder ikke alene for de mere indviklede Tilfælde, men ogsaa for de tilsyneladende aller simpleste Former for Vands Bevægelse.

Grunden til Vanskelighederne for den theoretiske Behandling maa tildels söges i, at man ikke har nogen rigtig klar Forstaaelse af Vandets Sammenhæng, d. v. s. dets Evne til at holde de enkelte Dele sammen paa en saadan Maade, at de danner et samlet Hele. Ved en fuldstændig fri Bevægelse af Vandet, f. E. naar en Vanddraabe falder, er Vandmassen selv Herre over at bevare sit Sammenhæng, og i saa Fald følger Vandet ogsaa de almindelige Bevægelseslove. Saa snart Vandet derimod bliver tvunget til at følge en eller anden Bane, optræder der indre Kræfter, der bryder Sammenhænget (f. E. Forskydninger, Hvirveldannelse), og om disse Brud paa

Sammenhænget ved man egentlig intet andet end, at de er ledsaget af Energiforbrug.

Man er tilbøjelig til at tro, at det karakteristiske ved Vædsker ligger i, at Forskydninger intet Arbejde kræver. Forholdet er imidlertid, at det er Formforandringerne, der gaar for sig uden Energiforbrug - og dette gælder kun, saa længe disse Formforandringer kan iværksættes udelukkende ved Tryk- eller Trækspændinger, altsaa uden Forskydningsspændinger. En Vædske søger altid, saa længe det er muligt, at undgaa Forskydningsspændinger, idet den afpasser sin Form saaledes, at de ydre og indre Kræfter holder hinanden i Ligevægt, uden at der noget Sted bliver Forskydningsspændinger. Hvis Forholdene fører det med sig, at Forskydninger er uundgaaelige, saa kan Vandet ikke optage den Arbejdsmængde, der betinger Forskydningen, i Form af Spændinger, men Vandet optager denne Arbejdsmængde derved, at Sammenhænget brydes.

Grundlaget for den praktiske Hydrodynamik kan faas ved at drage Slutninger fra Bevægelseslæren for faste Legemer.

En Bevægelse kaldes fri, naar der kun virker indre Kræfter paa Massen (f. E. Tyngden). Ved fri Bevægelse vil flydende og faste Legemer bevæge sig efter de samme Love, saa dette Tilfælde behø-

ver ikke nogen særlig Behandling her.

Bevægelsen kaldes bundet, naar Massen er tvunget til at bevæge sig i en bestemt Bane.

Hvor der ved den bundne Bevægelse - vi tænker her paa en til en Kurve bundet Bevægelse - ikke er Modstande mod Bevægelsen, vil man, naar man kender Kraftens Størrelse langs hele Banen, kunne bestemme Massens Hastighed derved, at den levende Kraft stadig skal svare til det af Kraften udførte Arbejde. Hvis Kraften hele Tiden har samme Retning, vil Hastigheden stadig forøges. Hvis der derimod er et neutralt Punkt paa Banen, hvor Kraften skifter Retning, vil Massen svinge frem og tilbage om dette Punkt. Massens levende Kraft, der er Maksimum, naar det neutrale Punkt passeres, vil aftage, jo længere Massen fjerner sig fra Punktet. Energien omdannes fra kinetisk til potentiel Energi. En saadan svingende Bevægelse finder Sted i Vand, der er i bølgende Bevægelse.

Ved den bundne Bevægelse er der den særlige Omstændighed, at selve Bevægelsen i Reglen frembringer en Modstandskraft. Ved faste Legemer kaldes denne Modstand Friktion og fremstilles som en Kraft, der modvirker Bevægelsen. Man finder det faste Legemes Hastighed i Banen ved at benytte Reglen, at den levende Kraft skal

svare til det af den ydre Kraft udførte Arbejde minus det af Friktionskraften forbrugte Arbejde. Hvor det drejer sig om Vand, kan man ikke paa samme Maade tale om Friktion; dog bruger man ofte dette Ord til Betegnelse for Modstandene mod Bevægelsen, selv om Modstanden ved Vands Bevægelse i de fleste Henseender er af ganske anden Art end Friktionen ved faste Legemers Bevægelse. Ligesom ved faste Legemers Bevægelse er ved Vands Bevægelse Modstandenes Optræden, altid ledsaget af et vist Energiforbrug, og til dette maa der tages Hensyn ved Beregning af Bevægelsen.

Den Bevægelse af Vandet, vi faar mest at gøre med, vil saa godt som altid være bundet. Det drejer sig da kun om at bestemme Vandmængde og Hastighed paa ethvert Sted af Banen. Disse to Størrelser bestemmes ved Hjælp af de to fra Fysikken kendte Love om Massens og Energiens Konstans. Anvendelsen af disse to Love giver to Ligninger. Lad os kalde dem Massesligningen og Energiligningen.

Massesligningen skal udtrykke, at Vandets Masse holder sig uforandret under Bevægelsen. Naar Vandet betragtes som usammentrykkeligt, vil det være ensbetydende med, at Rumfanget holder sig konstant.

Energiligningen skal udtrykke, at det af

de ydre Kræfter udførte Arbejde svarer til Vandets Hastighedstilvækst plus Energiforbrug; ved Energiforbrug forstaas den Energimængde, der er gaaet over til andre Former for Energi end kinetisk og potentiel Energi, f. E. til Varme.

Under Vandets Bevægelse skifter Energien ofte Form, snart er den potentiel, snart er den kinetisk. Det er af den største Betydning for Forstaaelsen af Vands Bevægelse at være klar over disse to Energiformer.

Lad os antage, at et Legeme uden Friktionsmodstande bevæger sig i en eller anden Bane under Tyngdens Indvirkning. Legemets Bevægelse forudsættes at være begyndt i Punkt A (Fig. 1) med Hastighed Nul. Legemets Hastighed vil da udelukkende afhænge af dets Afstand fra den vandrette Plan gennem A; denne Plan kaldes Hastighedsniveauet; Legemets Hastighed bliver Nul, hvis det ledes op til Planen.

Pr. Kilogram af Legemet vil Tyngdekraften, naar Legemet befinder sig i Punkt B i Dybden h Meter under Hastighedsniveauet, have udført et Arbejde = h kgm. Da nu et Kilogram har en Masse $M = \frac{1}{g} \frac{kg}{m}$, vil den have en levende Kraft (kinetisk Energi) lig $\frac{1}{2} M v^2 = \frac{v^2}{2g}$ kgm. Da det udførte Arbejde maa være lig Tilvæksten i levende Kraft, har man

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

Denne Ligning gælder uafhængig af Massens Art eller Størrelse. Vægtenheden har mistet en potentiel Energi = h og til Gengæld faaet en kinetisk Energi $\frac{v^2}{2g}$.

Hvis der er Friktion langs Banen (Fig. 2), vil en Del af Energien gaa tabt. Er der pr Kilogram gaaet en Energimængde e tabt fra Begyndelsespunktet A til Punkt B, vil Hastigheden være bestemt ved

$$h - e = \frac{v^2}{2g}$$

idet den levende Kraft maa være lig det af Tyngden udførte Arbejde minus forbrugt Energi. Det til Punkt B svarende Hastighedsniveau ligger derfor i Dybden e under den vandrette Plan gennem A, thi hvis Legemets Bevægelse ledes opad, vilde det kun kunne naa op til denne Højde. Mellem 2 vilkaarlige Punkter af Banen falder Hastighedsniveauet altid et Stykke, der – udtrykt i Meter – er lig Energiforbruget (i kgm) pr Kilogram af Legemet.

Har vi et Kar fyldt med Vand (se Fig. 3), og lader vi i Dybden h en lille Vandmasse slippe ud, vil Vandspeglet i Karret synke et tilsvarende Stykke. For at Loven om Energimængdens Uforanderlighed skal ske Fyldest, maa den udströmmende Vandmasse have til-

strækkelig kinetisk Energi til at kunne naa op og lægge sig ovenpaa Vandspeglet til Erstatning for det manglende Vand. Vandspeglet bliver derfor det udstrømmende Vands Hastighedsniveau, saaledes at Hastigheden vil være bestemt ved Energiligningen

$$h = \frac{v^2}{2g} \qquad (1)$$

Man kunde ogsaa omvendt have tænkt sig at lade en lille Vandmasse falde ud af Karret fra Vandoverfladen og lede den imod en med Skyder forsynet Aabning i Karvæggen i Dybden h. Idet man da trak Skyderen fra i det Øjeblik, hvor den lille Vandmasse kom, maatte dens Energi akkurat være tilstrækkelig til at presse den ind mod Trykket h. Den vilde da miste sin Hastighed, idet den hævede Vandoverfladen til sin oprindelige Højde. Idet den lille Vandmasse føres ind til Trykket h, omdannes Energien fra at være kinetisk til at være potentiel. En Vægtenhed kan herefter paa en vis Maade betragtes, som om den sidder inde med en potentiel Energi, der er lig Dybden under fri Overflade, d.v.s. lig det Tryk, Vanddelen er underkastet.

Man maa dog være opmærksom paa, at dette kun gælder under Forudsætning af, at Trykket bevares uforandret, selv om den lille Vandmasse fjernes. Thi et Tryk repræsenterer kun Energi, naar

det tilbagelagger en Vej. Har vi en fuldstændig lukket Beholder, vil Vandmassen ikke faa sin Energimængde forøget, selv om der trykkes nok saa meget. Saa snart vi derimod har en fri Vandoverflade i Forbindelse med den betragtede lille Vandmasse, vil Fjernelsen af denne kun bevirke, at Overfladen synker en Ubetydelighed. Trykket i Punktet, hvor Vandmassen fjernes, vil derimod ikke forandres.

Man maa skelne mellem hele Vandmassens Energi og dens Grænseenergi. Det er klart, at hele Vandmassens Energi har sin Nulplan (sit Hastighedsniveau) gaaende gennem Vandmassens Tyngdepunkt, medens vi har set, at enhver lille Partikel, der forlader Vandmassen – ligegyldigt fra hvilket Punkt – har Hastighedsniveau i Vandspejlet. Hvis større Vandmasser fjernes, gælder derfor Sætningen om Trykket som Maal for den potentielle Energi kun under Forudsætning af, at Vandspejlet holdes konstant ved Tilførsel af nye Vandmængder.

Vægtenhedens kinetiske Energi $\frac{v^2}{2g}$ kaldes ogsaa for Hastighedshøjde eller Hastighedstryk, og dette er ganske naturligt, da $\frac{v^2}{2g}$ baade er lig den Højde, hvortil Energien vilde kunne løfte Massen, og lig det Tryk-maalt i Vandsøjlehøjde- mod hvilket Energien vilde kunne føre Massen ind.

Hvis Vandet strømmer ud under et Modtryk

(Fig. 4), kan man regne, at det mister en potentiel Energi H_0 ved at forlade det ene Kar, og faar en potentiel Energi H ved at komme ind i det andet. Det har derfor ialt mistet en potentiel Energi $H_0 - H = h$, og maa til Gengæld have faaet en kinetisk Energi $\frac{v^2}{2g} = h$. Det er Trykfaldet, d.v.s. Vandspejlsfaldet, der bestemmer Hastigheden.

Ved al Bevægelse af Vand gælder det om ved Opstillelse af Energiligningen at tænke sig hver enkelt Vanddel henflyttet til Overfladen, idet denne er Hastighedsniveau for den Partikel, der forlader Vandmassen - ligegyldigt fra hvilket Punkt. Om Partiklen selv bevæger sig opad eller nedad, er ligegyldigt. Man maa stadig tænke sig, at den falder eller stiger et Stykke, der svarer til, hvad Overfladen falder eller stiger.

Hvis Vandet i selve Beholderen har en Hastighed v_0 (Fig. 5), vil det foruden den potentielle Energi, der svarer til Dybden under Vandspejlet, tillige have en kinetisk Energi $\frac{v_0^2}{2g}$, og Hastighedsniveauet (Energiens Nulplan) ligger derfor i Højden $\frac{v_0^2}{2g}$ over Beholderens Vandspejl. Man kalder denne Plan det reducerede Vandspejl. Da Summen af potentiel og kinetisk Energi skal være ens før og efter, at Aabningen er passeret, har man:

$$H_0 + \frac{v_0^2}{2g} = H + \frac{v^2}{2g} \quad \text{eller}$$

$$h = \frac{v^2}{2g} \div \frac{v_0^2}{2g}$$

hvilket udtrykker, at den Arbejdsmængde h, som Tyngdekraften har udført pr. kg. af Vandet, ved at Vandet falder fra det ene Vandspejl til det andet, er lig Tilvæksten i levende Kraft.

A. Strømmende Bevægelse.

§2. Udstrømning. Kontraktion.

Efter det i Indledningen anførte vil Vandoverfladen være Hastighedsniveau for enhver Vandpartikel, der forlader en i en Beholder indesluttet Vandmasse. Under Forudsætning af, at der ikke finder Energitab Sted, vil Hastigheden, naar Partiklen udstrømmer i Dybden h, være bestemt af:

$$\frac{v^2}{2g} = h. \qquad v = \sqrt{2gh}.$$

Erfaringen viser ogsaa, at naar Udstrømningen foregaar gennem et skarpkantet Hul, vil Hastigheden temmelig nøje svare hertil. Ledes f. Eks. Straalen opad (Fig. 6), vil den omtrent naa op til i Højde med Beholderens Vandspejl.

Man kunde nu vente, at Udstrømningsmængden vilde være lig med Udstrømningsarealet, multipliceret med Hastigheden v. Dette finder imidlertid ikke Sted. Aarsagen hertil er, at Straalen umiddelbart udenfor Aabningen snævrer sig stærkt ind, saaledes at

Straaletværsnittet F_s er en Del mindre end Aabningen F (Fig. 7). Man kalder dette Fænomen for Kontraktionen. Det er endnu ikke lykkedes at give en fuldtud fyldestgjørende Forklaring paa, hvorfor Straalen trækker sig saaledes sammen.

Kontraktionens Størrelse – d. v. s. Forholdet $F_s : F$ – er paafaldende lidt afhængig saavel af Trykhøjden som af Arealets Størrelse og Form. Finder Udstrømningen Sted under Vand (gennem en dykket Aabning), er Kontraktionen omtrent den samme som ved Udstrømning i Luften. Forholdet $F_s : F$ er ca. 0,62.

Newton gjør opmærksom paa, at denne Størrelse omtrent er lig $\frac{1}{\sqrt{2}}$, hvilket svarer til, at man regner Trykket i selve Udløbsaabningen $= \frac{1}{2} h$, – altsaa Middeltallet mellem Trykket udenfor og indenfor Aabningen. Hertil svarer, at det Vand, der befinder sig i Aabningen, kun har mistet en potentiel Energi $= \frac{1}{2} h$ og derfor kun kan have faaet en Hastighed

$$v = \sqrt{2g \cdot \tfrac{1}{2} h} = \sqrt{g h}$$

men da der maa strømme samme Vandmængde gennem Aabningen og gennem Straaletværsnittet, har man

$$v_s F_s = v F; \quad \frac{F_s}{F} = \frac{v}{v_s} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Kontraktion er ikke noget for Vædsker særegent, den viser sig ogsaa ved Udstrømning af

Luft eller af Sand, og med omtrent samme Størrelse. Aarsagen til Fænomenet maa derfor søges i almindelige mekaniske Love.

Paa Grund af Kontraktionen bliver Udstrømningsmængden Q noget mindre end $F\sqrt{2gh}$.

Man sætter

$$Q = \mu F \sqrt{2gh} \qquad (2)$$

μ kaldes Udstrømningskoefficienten.

For fri Udstrømning er μ omtrent = 0,62. Er Udstrømningen ikke fri, d.v.s. er Kontraktionen paa en eller anden Maade hindret, vil μ kunne faa andre Værdier. Her skal nævnes nogle enkelte Tilfælde.

Ved korte cylindriske Ansatsrør (Fig. 8) er μ = 0,82. Da Kontraktionen her helt bortfalder, vil Vandets Hastighed i Straalen ogsaa være $0{,}82\sqrt{2gh}$. Da Vandets Hastighed i Straalen angiver det udstrømmende Vands Energi, vil man se, at der ved Ansatsrør, i Modsætning til ved fri Udstrømning, tabes Energien. Ved at lede Straalen forøges Udstrømningsmængden, men der sker samtidig et Energiforbrug. Medens den fri Straale er glasklar og rolig, er den ledede Straale uklar og urolig, hvilket hidrører fra, at der har fundet Sammenhængsbrud Sted.

Ved et konisk Rør (Fig. 9) med Topvinkel 13½ Grad bliver μ = 0,95, naar Arealet af det y-

derste Tværsnit benyttes i Formlen. At Udströmningsmængden ved et saadant Rör bliver stor, er egentlig ganske rimeligt, da Straalen kun i ringe Grad tvinges til at antage en anden Form end den, som den antager ved fri Udströmning.

Ved et jævnt afrundet udad konvergerende Ansatsrör (Fig. 10) vil μ kunne blive 1,5, naar Arealet af det mindste Tværsnit benyttes i Formlen. At Vandet inde i Afløbsröret kan opnaa en större Hastighed end $\sqrt{2gh}$, er ikke noget Brud paa Energiens Konstans. Denne fordrer nemlig kun, at Vandet ikke maa <u>forlade</u> Afløbsröret med större Hastighed end $\sqrt{2gh}$. Man vil se, at Trykket paa det snævre Sted maa være negativt. Er nemlig Trykket x i Punktet a, medens det i Punktet b er h, har man

$$h - x = \frac{v^2}{2g}$$

men $$v = 1{,}5\sqrt{2gh}$$

altsaa $$x = h - 1{,}5^2 h = -1{,}25\,h.$$

Lader man et Rör fra det snævre Sted række ned i en Vandbeholder, vil der suges Vand op i Röret.

Ved <u>fri</u> Udströmning gennem en Overfaldsaabning (Fig. 11) vil Straalen kontrahere paa lignende Maade og med en lignende Talværdi som ved fri Udströmning gennem et Hul i et Kars Væg. Den vil baade være lodret Kontraktion og Sidekontraktion.

Foruden den fri Straale som vist i Fig. 11 har man ogsaa den saakaldte bundne Straale (Fig. 12), hvor Kontraktionen er hindret. Den bundne Straale svarer til Udstrømning fra et Kar gennem Ansatsrør. Dannelsen af den fri Straale fordrer Luftstilførsel paa Undersiden og kaldes derfor ogsaa den ventilerede Straale. Ligesom i de tidligere nævnte Tilfælde gælder det ogsaa her, at den fri Straale har den mindste Udstrømningskoefficient, men den største Straalehastighed. Den store Straalehastighed er Tegn paa, at Sammenhænget er bevaret, og den fri Straale er derfor ogsaa mere klar og rolig end den bundne. Ved Vandspejlshøjder over Overfaldskanten mindre end 7 à 9 mm kan den fri Straale ikke dannes. Udstrømningskoefficienten er i dette Tilfælde stor. Naar der ikke kunstigt tilføres Rummet B Luft ved Ventilation, synes det, som om den fri Straale ikke kan dannes, hvis Vandspejlets Højde h over Overfaldskanten er mindre end 0,25 H, hvor H er Højden af Overfaldsdæmningen.

Straalen fra en Overfaldsaabning skyder sig ned i Undervandet som vist i Fig. 11 og Fig. 12; de paa Fig. skraverede Arealer betegner Vandmasser, der ikke deltager i den fremad strømmende Bevægelse. Fra Rummet B har Vandstrømmen Tilbøjelighed til at suge Luft med sig. Er der ingen Ad-

gang for Luft ude fra, vil der her findes et luftfortyndet Rum, saaledes at Vandspeglet ved A kommer til at staa højere end Undervandets Vandspejl. Suges al Luften ud af B, vil Straalen gaa over til at være bundet. Ved de fleste Vandfald vil man kunne se baade fri og bunden Overströmning.

Hvis man hindrer Sidekontraktionen til den ene Side (Fig. 13) ved at lede Strömmen her, bliver Kontraktionen ved den anden Side større. Hvis Overfaldsaabningen er dykket, vil man ofte meget tydelig kunne se Virkningen af Kontraktionen. Ynde ved Aabningens Sidebegrænsninger vil der nedenfor Overfaldsaabningen være to Vandmasser (Fig. 14), der ikke deltager i den fremadströmmende Bevægelse, men i hvilke der finder en roterende Bevægelse Sted, saaledes at Strömmen ved Vandlöbets Bredder gaar modsat Hovedströmmen. I disse döde Vandmasser kan Propper, Grene e.l.c. ligge og svömme rundt i dagevis uden at komme ud i Hovedströmmen.

§3. Beregning af Udströmningsmængder.

Til Beregning af Udströmningsmængder er der i Aarenes Löb opstillet adskillige Formler, der imidlertid alle hviler paa et mere eller mindre tvivlsomt teoretisk Grundlag. For at faa disse Form-

ler til at stemme med de Resultater, Erfaringen giver, er der i Formlerne indført Koefficienter. Værdien af disse Koefficienter bestemmes da ved Forsøg. Til denne Bestemmelse benytter man de mindste Kvadraters Metode, hvorved man er i Stand til at fastsætte Størrelsen af de Koefficienter, der bringer Afvigelserne mellem de maalte og de beregnede Værdier for Udstrømningsmængden ned til Minimum. Jo mere indviklet Formlen er - d.v.s. jo flere Koefficienter den indeholder - des lettere vil man faa god Overensstemmelse mellem Formlen og den givne Forsøgsrække. Dette behøver imidlertid ikke at være et Udtryk for, at Formlen er rigtigere end en mere simpel Formel. Ved at anvende Formlen paa en anden Forsøgsrække, der er udført under andre Forhold, vil man muligvis faa meget betydelige Uoverensstemmelser. I al Almindelighed kan man derfor sige, at man kun skal indlade sig paa at bruge en indviklet Formel, naar man er ganske sikker paa, at de Forsøgsrækker, Formlen er baseret paa, svarer til de Forhold, under hvilke man ønsker at finde Udstrømningsmængden. Man vil ellers let risikere, at den beregnede Udstrømningsmængde vil afvige meget betydeligt fra den virkelige.

Den af de opstillede Formler, der hviler paa det bedste teoretiske Grundlag, er udledet ved følgende Betragtning:

Man deler Udströmningsaabningens Areal i Elementer dF (Fig. 15); er Elementets Dybde under Vandspeglet x, vil den gennem Arealet dF strømmende Vandmængde være

$$dQ = \mu \sqrt{2gx}\, dF$$

idet μ er en Udströmningskoefficient, ved hvilken forniodent Hensyn tages til saavel Kontraktion som mulig Hastighedsformindskelse paa Grund af Sammenhængsbrud. Man gør nu den Forudsætning, at μ er den samme for alle Udströmningsaabningens Elementer, saaledes at man har

$$Q = \mu \int \sqrt{2gx}\, dF \qquad (3)$$

Ved Udledelse af denne Formel er man gaaet ud fra, at Beholderen er saa stor, at Vandet i denne befinder sig i fuldstændig Ro. I mange Tilfælde - f. E. ved Vandløb - vil imidlertid Vandet i Beholderen strömme hen mod Udløbet med en vis Hastighed v_0, og er det til denne Hastighed svarende Hastighedstryk $\frac{v_0^2}{2g}$ ikke forsvindende lille i Forhold til Udströmningstrykket, som er bestemt ved Vandspeglets Højde over Udströmningsaabningen, bør man ved Udregningen af Udströmningsmængden tage Hensyn til Indvirkningen af Tilströmningshastigheden v_0. Dette kan gøres ved, at man til det for Elementet dF gældende Udströmningstryk, som er den potentielle Energi, som ved Udstrømningen omdannes til kinetisk Energi, lægger den til Hastighe-

den v_0 svarende kinetiske Energi, saaledes at det virkelige Udstrømningstryk for Elementet df bliver $x + \frac{v_0^2}{2g}$. Dette svarer til, at man gaar ud fra, at Vandspeglet i Beholderen ligger et Stykke $\frac{v_0^2}{2g}$ højere end det virkelige Vandspejl, eller at Energiens Nulplan (Hastighedsniveauet) ligger et Stykke $= \frac{v_0^2}{2g}$ højere end Vandspeglet; man faar da:

$$Q = \mu \int \sqrt{2g\,(x + \tfrac{v_0^2}{2g})}\, df \qquad (4)$$

Man har i ovenstaaende forudsat, at der var störst Hastighed forneden i Straalen, medens man har paa Fornemmelsen, at Hastigheden maa være störst foroven. Hvorledes Vandets Sammenhængskraft udligner Hastighederne, ved man ikke noget bestemt om.

Hastigheden i de enkelte Elementer af Udströmningsaabningen er forskellig, svarende til Elementernes Dybde under Vandspeglet (Hastighedsniveauet). Kaldes Middelhastigheden for alle Elementerne v_m, haves

$$Q = \mu\, v_m\, F \qquad (5)$$

Den Linie i Udströmningsaabningen, hvor Hastigheden er lig med Middelhastigheden for hele Udströmningsaabningen, kaldes Middelhastighedslinien; denne ligger i en Dybde h_m (Middel-Udströmningstrykket) under Vandspeglet (Hastighedsniveauet), bestemt af

$$v_m = \sqrt{2 g h_m} \qquad (6)$$

eller af

$$Q = \mu \int \sqrt{2 g x}\, dF = \mu F \sqrt{2 g h_m} \qquad (7)$$

Kendes Middelhastighedslinjens Beliggenhed, kan man af (7) finde Udstrømningsmængden.

Udstrømningsaabningen kaldes „dykket", naar Aabningens Overkant ligger under Undervandsspejlet; fri Udstrømning haves, naar Aabningens Underkant ligger højere end Undervandsspejlet.

For en <u>dykket Udstrømningsaabning</u> (Fig. 16) findes Udstrømningsmængden meget let, ligegyldigt hvilken Form Udstrømningsaabningen har, idet Udstrømningstrykket for alle Aabningens Elementer er det samme, nemlig lig med h. Man har

$$Q = \mu F \sqrt{2 g h} \qquad (8)$$

Ved <u>fri Udstrømning</u> maa man foretage Integration. Denne kan let udføres, naar Udstrømningsaabningen har en simpel Figur.

Er Udstrømningsaabningen et Trapez med vandrette Parallelsider (Fig. 17), haves, idet den nederste Sides Længde er b, og idet cotg af de to ikke parallele Siders Vinkler med de vandrette Sider er n_1 og n_2 og iøvrigt med de i Fig. 17 angivne Betegnelser:

$$dQ = \mu \sqrt{2 g x}\; y\, dx = \mu \sqrt{2 g x}\; [b + (n_1 + n_2)(h_1 - x)]\, dx$$

$$Q = \mu \sqrt{2 g} \left[\tfrac{2}{3} (b + (n_1 + n_2) h_1)(h_1^{\frac{3}{2}} - h_2^{\frac{3}{2}}) - \tfrac{2}{5} (n_1 + n_2)(h_1^{\frac{5}{2}} - h_2^{\frac{5}{2}}) \right] \qquad (9)$$

For en rektangulær Udstrømningsaabning (Fig. 18) med Bredde b faas ved i (9) at sætte $n_1 = n_2 = 0$:

$$Q = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g}\, b\, (h_1^{\frac{3}{2}} - h_2^{\frac{3}{2}}) \qquad (10)$$

Har Vandet en Hastighed v_0 hen mod Udstrømningsaabningen, faas Udstrømningsmængden Q ved i (10) at erstatte h_1 og h_2 med henholdsvis $h_1 + \frac{v_0^2}{2g}$ og $h_2 + \frac{v_0^2}{2g}$:

$$Q = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g}\, b \left[(h_1 + \frac{v_0^2}{2g})^{\frac{3}{2}} - (h_2 + \frac{v_0^2}{2g})^{\frac{3}{2}} \right] \qquad (11)$$

Middelhastighedsliniens Dybde h_m under Vandspejlet faas, idet

$$Q = \mu F \sqrt{2g h_m} = \mu\, ab \sqrt{2g h_m}$$

af

$$Q = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g}\, b\, (h_1^{\frac{3}{2}} - h_2^{\frac{3}{2}}) = \mu\, ab \sqrt{2g h_m}.$$

Men idet $a = h_1 - h_2$ haves:

$$h_m = \frac{4}{9} \left(\frac{h_1^{\frac{3}{2}} - h_2^{\frac{3}{2}}}{h_1 - h_2} \right)^2 \qquad (12)$$

Ligger Udstrømningsaabningens Midtpunkt i Dybden d under Vandspejlet, saaledes at

$$h_1 = d + \frac{a}{2} \quad \text{og} \quad h_2 = d - \frac{a}{2}$$

faas ved Indsættelse i (12) og Anvendelse af Binomialformlen:

$$h_m = d \left[1 - \frac{1}{96} \left(\frac{a}{d}\right)^2 - \frac{1}{2048} \left(\frac{a}{d}\right)^4 \ldots\ldots \right]^2 \qquad (13)$$

hvoraf det ses, at for $d \geq a$, det vil sige $h_2 \geq \frac{1}{3} h_1$, kan man med en for Praksis tilstrækkelig stor Nøjagtighed sætte $h_m = d$, eller regne, at Middelhastighedsliniens ligger i Udstrømningsaabningens Midte.

For $d = \frac{a}{2}$, altsaa $h_2 = 0$, faas af (12)

$$h_m = \frac{4}{9} h_1 = \frac{8}{9} d \qquad (14)$$

Ydet man kan regne, at for $d = a$ er $h_m = d$, kan man for $a > d > \frac{a}{2}$ ved Interpolation finde tilstrækkelig nöjagtige Værdier for h_m, liggende mellem d og $\frac{8}{9} d$.

Ved Udströmningsaabninger med krumliniede Begrænsninger kan Ligning (3) i Reglen ikke integreres. Man kan da anvende en grafisk Integration, som kan foretages paa følgende Maade:

Man deler Udströmningsaabningen CD (Fig. 19) i Elementer af Bredde y og Höjde Δx og afsætter som Ordinater til disses Midtpunkter Störrelserne $y\sqrt{2gx}$. De herved erholdte Punkter forbindes ved Kurven K L M, og Störrelsen A af Arealet C D K L M bestemmes. Man har da

$$Q = \mu A = \mu F \sqrt{2 g h_m} \qquad (15)$$

hvoraf saavel Udströmningsmængden Q som Middel-Udströmningstrykket h_m kan findes, idet F er Arealet af Udströmningsaabningen.

Hyppigt hjælper man sig med følgende tilnærmeede Beregningsmaade: Ydet man forudsætter, at Udströmningsmængden gennem en Aabning med krumliniet Begrænsning er den samme som gennem en trapezformet (rektangulær) Aabning med samme Areal og med Over- og Underkant liggende i samme Dybde som den virkelige Udströmningsaab-

ning, erstatter man denne med en trapezformet (rektangulær) Aabning (Fig. 20) og anvender da Formlerne (9), (10) og (11).

For Udstrømningsaabninger, hvis Højde ($h_1 - h_2$) er lille i Forhold til Dybden under Vandspejlet, kan ogsaa følgende Betragtning gøres gældende:

Hastigheden i de enkelte vandrette Elementer af Udstrømningsaabningen er proportional med $\sqrt{2gx}$ (x er Elementets Dybde under Hastighedsniveauet) og varierer derfor som Ordinaterne i en 2den Grads Parabel med Toppunktet i Udstrømningsaabningens Hastighedsniveau (Fig. 21), og under den gjorte Forudsætning kan det Stykke af Parablen, der ligger mellem Aabningens Overkant og Underkant uden væsentlig Fejl erstattes med en ret Linie med Ligning

$$k_1 + k_2 x = v_x = \alpha\sqrt{2gx} \qquad (15a)$$

Man har:

$$dQ = \mu\, dF\sqrt{2gx} = \beta\, dF\, v_x = \alpha\beta\, dF\sqrt{2gx},$$

idet $\alpha\beta = \mu$.

$$dQ = \beta(k_1 + k_2 x)\, dF$$

hvoraf

$$Q = \beta(k_1 F + k_2 \int x\, dF) = \beta(k_1 F + k_2 F x_0) =$$
$$\beta F(k_1 + k_2 x_0),$$

hvor x_0 er Afstanden fra Hastighedsniveauet til Udstrømningsaabningens Tyngdepunkt.

Men efter (15a) haves

$$k_1 + k_2 x_0 = \alpha \sqrt{2 g x_0}$$

altsaa

$$Q = \alpha \beta F \sqrt{2 g x_0} = \mu F \sqrt{2 g x_0},$$

og da

$$Q = \mu F \sqrt{2 g h_m},$$

ses det, at man for dybtliggende Udstrømningsaabninger tilnærmende kan regne $h_m = x_0$ eller Middelhastighedslinien liggende i Udstrømningsaabningens Tyngdepunkt.

Ved en <u>delvis dykket Udstrømningsaabning</u> ligger Undervandsspeglet højere end Udstrømningsaabningens Underkant, men lavere end Aabningens Overkant (Fig. 22), saaledes at Udstrømningsaabningen deles i to Dele f_1 og f_2. Bestemmelsen af Udstrømningsmængden foregaar simpelt hen saaledes, at man beregner Udstrømningsmængden Q_1 gennem den over Undervandsspeglet værende Del f_1 af Aabningen som almindelig fri Udstrømning, og Udstrømningsmængden Q_2 gennem f_2 som gennem en dykket Udstrømningsaabning og har da $Q = Q_1 + Q_2$.

Er det f. Eks. en rektangulær Udstrømningsaabning med Bredde b, haves med Betegnelserne i Fig. 22:

$$Q = b \sqrt{2 g} \left(\tfrac{2}{3} \mu (h^{\frac{3}{2}} - h_2^{\frac{3}{2}}) + \mu (h_1 - h) h^{\frac{1}{2}} \right) \qquad (16)$$

Naar man skal beregne Udstrømningsmængden gennem en given Udstrømningsaabning og til

dette Øjemed maaler Størrelserne h, maa det erindres, at Vandoverfladen vil sanke sig noget henimod det Sted, hvor Udstrømningsaabningen findes, idet Vandet allerede et Stykke fra Aabningen vil have nogen Hastighed hen mod Aabningen; Størrelserne h maa derfor maales et Stykke (mindst 1 à 2 m) foran Udstrømningsaabningen.

Hvis Væggene i den Beholder, hvorfra Udstrømning finder Sted, mangler over Udstrømningsaabningen, kaldes denne en Overfaldsaabning (Fig. 23), dens nedre Kant, hvis denne er vandret, Overfaldskanten. Bestemmelsen af Udstrømningsmængden sker ved Anvendelse af samme Fremgangsmaade som angivet ovenfor (Formlerne (4) til (16)), idet man betragter Udstrømningsaabningen som oventil begrænset af Vandspejlet.

For en trapezformet Overfaldsaabning med Overfaldskanten, hvis Bredde er b, liggende i Dybden h under Vandspejlet (Fig. 23), faas:

$$Q = \mu \sqrt{2g} \left[\frac{2}{3} \left(b + (n_1 + n_2) h \right) h^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5} (n_1 + n_2) h^{\frac{5}{2}} \right] \quad (17)$$

under Forudsætning af, at den Hastighed, med hvilken Vandet i Beholderen strømmer hen mod Aabningen, er forsvindende i Forhold til Middelhastigheden i Udstrømningsaabningen, altsaa, hvis Arealet af et Tværsnit i Beholderen parallelt med Aabningens Plan er stort i Forhold til Udstrømningsaabningens Areal. Er dette ikke Tilfældet, og er Vandets Hastighed

i Beholderen hen mod Aabningen v_0, faas:

$$Q = \mu\sqrt{2g}\left[\frac{2}{3}\left(b + (n_1+n_2)\left(h+\frac{v_0^2}{2g}\right)\right)\left(\left(h+\frac{v_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{v_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}}\right) - \frac{2}{5}(n_1+n_2)\left(\left(h+\frac{v_0^2}{2g}\right)^{\frac{5}{2}} - \left(\frac{v_0^2}{2g}\right)^{\frac{5}{2}}\right)\right] \quad (18)$$

For en rektangulær Overfaldsaabning af Bredden b og med Overfaldskanten liggende i Dybden h (Fig. 24), faas de til (17) og (18) svarende Formler:

$$Q = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\, h^{\frac{3}{2}} \quad (19)$$

og

$$Q = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\left[\left(h+\frac{v_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{v_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}}\right] \quad (20)$$

Middelhastighedsliniens Dybde h_m faas af Formel (12) ved heri at indsætte $h_1 = h + \frac{v_0^2}{2g}$ og $h_2 = \frac{v_0^2}{2g}$.

$$h_m = \frac{4}{9}\left[\frac{\left(h+\frac{v_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{v_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}}}{h}\right]^2 \quad (21)$$

og, hvis v_0 er lille,

$$h_m = \frac{4}{9}h \quad (22)$$

hvilket er det samme Udtryk som i (14).

For en rektangulær dykket Overfaldsaabning med Bredde b (Fig. 25) faas:

$$Q = b\sqrt{2g}\left[\frac{2}{3}\mu\left(\left(h+\frac{v_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{v_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}}\right) + \mu(h_1-h)\left(h+\frac{v_0^2}{2g}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \quad (23)$$

og, saafremt Hastigheden v_0 er forsvindende:

$$Q = b\sqrt{2g}\left[\frac{2}{3}\mu h^{\frac{3}{2}} + \mu(h_1-h)h^{\frac{1}{2}}\right] \quad (24)$$

Med Hensyn til Bestemmelsen af Størrelserne h

ved Maaling gælder for Udstrømning gennem Overfaldsaabninger det samme som ved almindelige Udstrømningsaabninger, idet der altid indtræder en Sænkning af Vandspejlet henimod Overfaldskanten (Fig. 26). Størrelsen af denne Sænkning kan være en Del forskellig; i Almindelighed vil S være omtrent 0,15 h. Den Højde, der skal benyttes i Formlerne ovenfor, er Højden maalt fra det usænkede Vandspejl; svarende hertil er Udstrømningsaabningens Areal regnet helt op til dette Vandspejl. Herved begaas ganske vist en teoretisk Fejl; men hvis man regner Aabningens Areal oventil begrænset af det sænkede Vandspejl, maa man anvende Værdier for μ, der er meget forskellige fra de for andre Tilfælde af Udstrømning gældende.

Der er opstillet Formler, hvori Straaletykkelsen maalt over Overfaldet indgaar, men disse Formler bruges sjældent i Praksis.

Ved Udstrømning gennem smaa Aabninger vil Overfladespændingen virke som Modtryk.

Udstrømningskoefficienten μ, som indgaar i ovenstaaende Formler, maa gives noget forskellig Værdi efter de forskellige Arter af Udstrømningsaabning og efter Aabningens Størrelse i Forhold til den Beholder, fra hvilken Udstrømningen finder Sted, samt efter Aabningens Beliggenhed i Forhold til Beholderens Sidevægge og Bund. Idet der her skal henvises til de i de almindelige Haandbøger angiv-

ne Talværdier, skal blot nævnes, at μ i Reglen ligger imellem 0,62 og 0,85. μ skal regnes større, jo større Hastighed Vandet har i Beholderen hen mod Udstrømningsaabningen, og i jo højere Grad Vandet ledes hen mod Aabningen i Nærheden af denne.

§4. Udstrømning gennem en cylindrisk eller prismatisk Ledning fri Endetværsnit.

Dette Problem kan egentlig ikke behandles uden i Forbindelse med de almindelige Love for Vands Bevægelse i Ledninger, idet Ledningsmodstandene i Reglen vil spille en væsentlig Rolle med Hensyn til, hvorledes Udstrømningen fra en Ledning foregaar; men Behandlingen af Udstrømningsproblemet bliver da temmelig kompliceret. Vi vil derfor her se bort fra Ledningsmodstandenes Indvirkning, og tænke os, at der i en ventil aaben prismatisk Ledning bevæger sig en Vandstrøm saaledes, at Vanddelenes Hastighed er ens i alle Punkter af et Tværsnit, og at Vandoverfladen er parallel med Ledningens Bund, d: vandret, et Stykke fra Ledningens fri Ende. Er Hastigheden v, ligger Hastighedsniveauet i Højden $\frac{v^2}{2g}$ over Vandspejlet (Fig. 27), d: Energiens Nulplan ligger i denne Højde, og enhver Vandpartikel i Strømmen vil derfor sidde inde med en Energimængde, svarende til Beliggenheden af dette Hastighedsniveau.

En Vandpartikel i Vandspejlets Højde er i Be-

siddelse af en kinetisk Energi $\frac{v^2}{2g}$ (pr. kg.), medens en Vandpartikel i Dybden y under Vandspeglet dels vil have en kinetisk Energi $\frac{v^2}{2g}$, dels en potentiel Energi lig y, idet denne Vandpartikel, da Vandstrømmen er indesluttet af Ledningsvæggene, er underkastet et Tryk y; hvis man tænker sig lavet et Hul i Ledningens Sidevæg i Dybden y under Vandspeglet, vil Vandet strømme ud gennem dette Hul med en Hastighed $\sqrt{2gy}$. For en lodret Vandskive A (Fig. 27) kan vi tænke os Energien koncentreret i Tyngdepunktet, der antages at ligge i Dybden y_1; i denne Vandskive vil Massen pr. kg. da sidde inde med en levende Kraft $\frac{v^2}{2g}$ og en potentiel Energi y_1, den sidste hidrørende fra Trykket i Vandet og betinget af konstant Vandspejl under Afløbet. $\frac{v^2}{2g}+y_1$ er den Energi, som Vandet sidder inde med ud over den potentielle Energi, der svarer til dets Beliggenhed i Rummet (dets Afstand fra Jordens Centrum).

Betragter vi nu en i Rumfang tilsvarende Vandskive B udenfor Ledningens fri Endetværsnit, saa er Trykket her Nul langs hele Omkredsen, idet Vandet her ikke er indesluttet af faste Begrænsningsvægge, og derfor formodentlig ogsaa Nul inde i Vandmassen. Denne vil da ikke længere indeholde potentiel Energi i Form af Tryk, og den maa derfor have en kinetisk Ener-

y, $\frac{v^2}{2g}$, lig Summen af dels Vandskiven A's kinetiske Energi og dennes potentielle (Tryk-) Energi, dels den Energi, som svarer til Højdeforskellen mellem Tyngdepunktet for Vandskiven A og Tyngdepunktet for Vandskiven B. Da Hastigheden herefter maa være større ved Udløbet end i Ledningen, maa Tværsnittet blive mindre, Vandspejlet maa derfor sænke sig henimod Ledningens Endetværsnit.

Som Eksempel paa Anvendelse af det ovenfor angivne kan løses den Opgave at bestemme Vanddybden ved Enden af en rektangulær Rende, idet vi ogsaa her benytter den – ganske vist urigtige – Forudsætning, at der ikke findes nogen Modstand mod Vandets Bevægelse i Renden.

Rendens Bund er vandret, Dybden er d, og Vandhastigheden er v (Fig. 28); Rendens Bredde antages lig 1 (m). Den gennem Tværsnittet A pr. Sek. strømmende Vandmængde, som er vd, har en kinetisk Energi K_A, hvor

$$K_A = \frac{1}{2} \frac{vd}{g} v^2 \qquad (25)$$

Lad den samme Vandmængdes potentielle Energi, hidrørende fra, at Vandet er indesluttet af Ledningens Vægge og derfor underkastet Tryk, være P_A. Man har for Elementet $v\,dy$

$$d P_A = v\,dy \cdot y \qquad (26)$$

idet den potentielle Energi pr. Vægtenhed for Elementet er lig det Tryk, det er underkastet.

$$P_A = \int_0^d v\, y\, dy = \frac{1}{2} v d^2 \qquad (27)$$

Den gennem Tværsnittet B pr. Sek. strömmende Vandmængde ut er lig den gennem A strömmende, altsaa

$$ut = vd \qquad (28)$$

For Vandmængden ut gennem B haves den kinetiske Energi

$$K_B = \frac{1}{2} ut \cdot t^2 = \frac{1}{2} \frac{ut}{g} \cdot u^2 \qquad (29)$$

medens den potentielle Energi maa være Nul, idet Vandmassen her ikke er indeslutted af Ledningsvegge, altsaa

$$P_B = 0.$$

Idet Tyngdepunktet for Vandmængden gennem A ligger $\frac{d}{2}$ over Ledningens (vandrette) Bund, medens Tyngdepunktet for Vandmængden gennem B ligger $\frac{t}{2}$ over Bunden, er den til det af Tyngdekraften udførte Arbejde svarende Energi:

$$G = vd\left(\frac{d}{2} - \frac{t}{2}\right) = ut\left(\frac{d}{2} - \frac{t}{2}\right) \qquad (30)$$

Man har da

$$K_A + P_A + G = K_B + P_B \qquad (31)$$

eller

$$\frac{v^2}{2g} vd + \frac{1}{2} d \cdot vd + vd\left(\frac{d}{2} - \frac{t}{2}\right) = \frac{u^2}{2g} \cdot ut \qquad (32)$$

som med Benyttelse af (28) giver

$$d - \frac{t}{2} = \frac{v^2}{2g}\left(\frac{d}{t}\right)^2 - \frac{v^2}{2g} \qquad (33)$$

til Bestemmelse af t.

Man vil indse, at Sænkningen af Vandspejlet

ved Ledningens Endetværsnit bliver mindre, jo større Hastigheden v er, og jo mindre Vanddybden i Ledningen og Straaletykkelsen er, thi desto større Del af den samlede Energimængde udgøres da af Vandstrømmens kinetiske Energi, saaledes at der bliver en forholdsvis ringe Energimængde (den potentielle) til Omdannelse til kinetisk Energi for Endetværsnittets Vandstrøm, hvilket atter medfører, at Forskellen mellem v og u bliver ringe.

I en ventil lukket Ledning – en Trykledning – vil Forholdene ved Udstrømning blive ganske tilsvarende (Fig. 29). I selve Ledningen vil Vandet være underkastet et vist Tryk, og Vandet derfor, foruden en til Hastigheden v svarende kinetiske Energi, i Besiddelse af en til Trykket svarende potentiel Energi. Denne sidste vil ved Ledningens Ende omdannes til kinetisk Energi, idet det maa forudsættes, at der ikke kan være indre Tryk i den fri Vandstraale, og dette bevirker, at Hastigheden u bliver større end v og derved tilliige en Sænkning af Tyngdepunktet for Endetværsnittets Vandmængde i Forhold til Tyngdepunktet for Ledningens Vandstrøm, hvilket yderligere har Hastighedsforøgelse til Følge. Alt i alt faas da, at Vandstrømmens Tykkelse bliver mindre end Ledningens Højde, saaledes at Vandspeilet sænkes under Ledningens Overkant hen mod Led-

ningens Endetværsnit, og paa et Stykke i Nærheden af Endetværsnittet vil Ledningen derfor ikke være helt fyldt. Ligesom for ventil aabne Ledninger gælder det for Trykledninger, at jo større Hastigheden v er, og jo snævrere Ledningen er, desto mindre vil Vandspejlssænkningen blive. Paa Grund heraf og paa Grund af, at Ledningsmodstandene i Virkeligheden spiller en betydelig Rolle, vil der ved smaa Straaletykkelser overhovedet ikke indtræde nogen Sænkning, men Straalen vil fylde hele Rørmundingen; hertil er desuden Vedhængningen ved Røret medvirkende Aarsag.

§5. Afløbsmængde over en bred Overfaldsdæmning.

Ved Udledelsen af de i §3 angivne Formler til Beregning af Udstrømningsmængder gennem Overfaldsaabninger er forudsat, at Overfaldsaabninger nedad til begrænses af en „Overfaldskant"; dette vil sige, at man forudsætter, at den Væg, udover hvilken Vandet strømmer, er saa tynd, at den ikke hindrer Dannelse af fri Straale. Hvis Væggens Tykkelse er saa stor, at det fra Overvandet strømmende Vand træffer Væggens Overside, indtræder særlige Forhold, som bevirker, at de i §3 anførte Udstrømningsformler ikke godt kan anvendes.

Væggen eller, som den i denne Forbindelse hellere maa benævnes, Overfaldsdæmningen, tænker vi os vandret foroven og saa bred, at der ikke kan

dannes fri Straale hen over den, saaledes at det udstrømmende Vand bevæger sig hen over Dæmningens Overside (Kronen) som en Ström (Fig. 30 og Fig. 31). Vi vil forudsætte, at Vandhastigheden i denne Ström er ens i hele Dybden, og paa samme Maade som i § 4 forudsætte, at man kan se helt bort fra Ledningsmodstande ved Vandets Bevægelse hen over Kronen. Denne sidste Forudsætning medfører for de i Praksis forekommende Tilfælde kun forholdsvis ringe Fejl i de udledede Formler, idet Kronebredden i Reglen ikke er saa stor, at Ledningsmodstandene kan spille nogen væsentlig Rolle.

Ifl Forudsætningen følger, at man kan regne, at Vandspeglet over en Del af Kronen er vandret. Vandspejlsfaldet ved den Kant af Kronen, der vender mod Overvandet, maa svare til, at Vandet i Strömmen hen over Kronen har faaet Hastigheden v. Ved Kronens nedre Kant kan man ikke gøre Regning paa Vandspejlsstigning, idet den Energi, der svarer til Hastighedsformindskelsen fra v til v_0, gaar tabt (): omdannes til anden Form for Energi, f. E. Varme). Forholdet kan enten være som i Fig. 30, hvor Strömmens Vandspejl flugter med Undervandet, eller som i Fig. 31, hvor der er dannet et „Styrt", d. v. s. Vandet falder fra Strömmen over Kronen ned paa Undervandet ligesom ved et frit Overfald. Hvilket af de to Tilfælde der vil indtræffe, afhænger af, hvor

stor h_1 er i Forhold til h.

Naar h_1 er stor i Forhold til h, vil Forholdet blive som i Fig. 30. Antages Overfaldsaabningen at være rektangulær, og at have Bredden b (vinkelret paa Strømmens Retning), vil Strømmens Areal være $b(h_1 - h)$. Hastigheden skulde teoretisk være: $v = \sqrt{2gh}$, og Udstrømningsmængden: $b(h_1 - h)\sqrt{2gh}$. Paa Grund af Indstrømningsmodstande (Energitab ved Omdannelse af potentiel Energi til kinetisk Energi ved Indstrømningen) maa man multiplicere med en Koefficient μ (Udstrømningskoefficient), der dog i dette Tilfælde vil blive temmelig stor (f. Eks. 0,82). Man faar da:

$$Q = \mu b (h_1 - h)\sqrt{2gh} \qquad (34)$$

Denne Formel svarer til den tidligere angivne Formel (24), idet der blot er set bort fra det første Led, medens til Gengæld μ regnes temmelig stor.

Tænker man sig nu, at Vandet nedenfor et saadant bredt Overfald synker, d. v. s. at h bliver større, medens h_1 stadig holder sig konstant, vil Vandføringen – beregnet af (34) – vokse. Der vil imidlertid komme et Øjeblik, hvor Q – beregnet af (34) – bliver Maksimum. Dette er bestemt ved, at $(h_1 - h)\sqrt{h}$ skal være Maksimum. Ved at sætte Differentialkvotienten med Hensyn til den variable h lig Nul, faar man

$$\tfrac{1}{2}(h_1 - h)\, h^{-\frac{1}{2}} - h^{\frac{1}{2}} = 0.$$

$$h_1 - h = 2h. \qquad h = \tfrac{1}{3} h_1$$

Indsættes denne Værdi for h i Formel (34), faar man den maksimale Udstrømningsmængde:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b h_1 \sqrt{2 g \frac{h_1}{3}} \qquad (35)$$

Bliver $h > \frac{1}{3} h_1$, skulde der efter Formel (34) strømme mindre Vand over Kronen til Trods for det større Vandspejlsfald. Denne Urimelighed vil ikke finde Sted. Dybden d paa Kronen vil i dette Tilfælde - uafhængig af det nedre Vandspejls Højde - vedblive med at være $\frac{2}{3} h_1$, og der vil stadig strømme den ved (35) angivne maksimale Vandmængde gennem Aabningen. Ved den nedre Kant vil der da fremkomme et Styrt af Højde: $h - \frac{1}{3} h_1$ (Fig. 31), og den hertil svarende Trykhøjde gaar tabt for Bevægelsen. Dannelsen af Styrtet er et Udslag af, at der er større Trykhøjde disponibel, end hvad der svarer til Maksimalafstrømningen.

Dybden vil dog ikke paa hele Kronen være $\frac{2}{3} h_1$. I Nærheden af den nedre Kant vil Vandspejlet indstille sig efter en Sænkningskurve, som ved Udstrømning gennem en prismatisk Ledning Endetværsnit (§ 4, Fig. 27).

Naar $h < \frac{1}{3} h_1$, skal herefter anvendes Formel (34), naar $h > \frac{1}{3} h_1$, Formel (35). Denne sidste Formel er i sin Form enslydende med den tidligere udviklede Formel (19).

Ved Udstrømning gennem en almindelig Overfaldsaabning (tynd Væg, smal Overfaldsdæmning) vil Vandfæringen, naar det nedre Vandspejl (Underван-

det, Bagvandet) falder, stadig vokse (svarende til Formel (24)), indtil Bagvandet er naaet ned til Overfaldskanten, og først i dette Øjeblik har man naaet Maksimalafløbet, der er udtrykt ved Formel (19). Ved Udstrømning over en bred Overfaldsdæmning vil Vandføringen kun vokse (svarende til Formel (34)), indtil Bagvandet er naaet ned til at staa $\frac{2}{3}$ h_1 over Overfaldskanten. Allerede i dette Øjeblik har man naaet Maksimalafløbet, der er udtrykt ved Formel (35).

Den teoretiske Begrundelse for alle de udviklede Formler er ret svag, og Formlerne maa derfor nærmest betragtes som empiriske. Desuden kan det i mange Tilfælde være tvivlsomt, hvilke Koefficienter man bør bruge.

I Formlerne for Udstrømning over en bred Overfaldsdæmning er der som ovenfor nævnt ikke taget Hensyn til Modstandene ved Vandets Bevægelse over Kronen. Hvis Kronen er saa bred, at Udstrømningsaabningen maa betragtes som en Ledning, kan disse Modstande have ikke saa lidt Betydning. Det maa derfor i saa Fald anbefales at gennemføre Beregningen, med Hensynstagen til disse Modstande (se: Beregning af aabne Ledninger).

§6. Vandstrømmes Tryk.

Naar en Vandstraale eller en Vandstrøm rammer et faststaaende Legeme, vil Vandet ikke stöde imod

dette paa samme Maade, som et fast Legeme stöder mod et andet. Den af det faststaaende Legeme bevirkede Forandring af Vandets Bevægelse kan tænkes at foregaa saaledes, at de enkelte Strömelementer böjes til Side, idet de möder den mod Strömmen vendende Flade af Legemet. Det Tryk, som det strömmende Vand udöver mod Fladen, tænkes da at være lig den Kraft, der kræves til Afböjning af alle Strömelementerne.

For at finde Störrelsen af det strömmende Vands Tryk kan anstilles følgende Betragtning.

Lad os antage, at en Vandstraale stöder mod en plan Flade AB (Fig. 32), og at Straalens Partikler bevæger sig mod Fladen med en Hastighed v. Idet Straalen böjer af for Fladen saaledes, at den spredes ligeligt til alle Sider, tænkes, at de enkelte Strömlinier, som et Stykke fra Fladen har Retning vinkelret paa Fladen, efter Stödet mod denne gaar videre under en Vinkel α med Straalens Akse.

Betragtes et Element med Længde ds og med Tværsnitsareal df, vil dets Bane CD i et Øjeblik, hvor dets Koordinater er x og y, danne en Vinkel φ med X-Aksen, som antages lagt i Straalens Midte; er Vægtfylden γ, er Elementets Masse

$$dm = \frac{\gamma\, df\, ds}{g} = \frac{\gamma\, df\, dx}{g \cos\varphi} \qquad (36)$$

For at Elementet skal holde sig i Banen CD, maa det paavirkes af en Centripetalkraft:

$$dN = \frac{v^2 dm}{\rho} \qquad (37)$$

hvor ρ er Banens Krummingsradius. Man har

$$\rho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}} = \frac{1}{\cos\varphi}\,\frac{dx}{d\varphi} \qquad (38)$$

som, indsat i (37), og med Benyttelse af (36), giver

$$dN = \frac{v^2 \gamma\, df}{g}\, d\varphi \qquad (39)$$

Af Kraften dN bidrager nu kun Komposanten parallel med Straalens Akse til Trykket paa Fladen AB, idet Komposanterne vinkelret paa Aksen for hele Straaletværsnittet ophæver hinanden.

Komposanten parallel med Aksen er $dN \sin\varphi$ og pr Enhed af Straalens Tværsnitsareal:

$$dp = \frac{dN \sin\varphi}{df} = \frac{\gamma v^2}{g} \sin\varphi\, d\varphi \qquad (40)$$

For hele den betragtede Strömlinie, hvis Elementers Bane danner Vinkler med Aksen, som varierer mellem $\varphi = 0$ og $\varphi = \alpha$, vil Trykket pr Enhed af Areal være

$$p = \frac{\gamma v^2}{g} \int_0^{\alpha} \sin\varphi\, d\varphi = \frac{\gamma v^2}{g} (1 - \cos\alpha) \qquad (41)$$

hvoraf hele Trykket paa Fladen, idet Straalens Tværsnitsareal er f, faas:

$$P = pf = \frac{\gamma f v^2}{g} (1 - \cos\alpha) = 2\gamma f h (1 - \cos\alpha) \qquad (42)$$

idet $h = \frac{v^2}{2g}$ er det til Hastigheden v svarende Hastighedstryk. γ kan for Vand i Reglen sættes lig 1.

Er Fladen stor i Forhold til Straaletværsnittet,

bliver $\alpha = 90°$, og (42) giver da (idet $\varphi = 1$)

$$P = \frac{v^2}{g} f = 2 h f \qquad (43)$$

eller det Tryk, Vandet udøver mod Fladen, er det dobbelte af den til Frembringelse af Hastigheden v fornødne Trykhøjde.

Er Fladen ikke stor i Forhold til Straaletværsnittet, men dog større end dette, vil Vanddelenes Afbøjningsvinkel kun naa en Størrelse $\alpha < 90°$; idet $(1 - \cos \alpha)$ da er mindre end 1, sættes i Almindelighed:

$$P = \zeta \frac{v^2}{2g} f = 2 \zeta h f \qquad (44)$$

hvor ζ er en Koefficient, der er mindre end 1.

For en plan Flade staaende i strømmende Vand, hvor Vandstrømmens Tværsnitsareal er stort i Forhold til Fladen, bliver Forholdet mere kompliceret. Strømmens Tryk paa Fladen bestaar her dels i direkte Tryk paa Fladens Luvside, dels i Sugning paa Læsiden. Aarsagen til, at der opstaar Sugning paa Læsiden, er formentlig den samme som til Opstaaen af Kontraktion ved Udstrømning, idet Strømlinjernes Krumning skifter Retning ved Fladens Kant (Fig. 33). Paa Læsiden vil der dannes Hvirvler, saaledes som antydet i Fig. med krumme Pile.

Man kan maale Trykket og Sugningen i de forskellige Retninger ved at dykke et for Enden ombøjet Glasrør ned i Strømmen (Fig. 34). Holdes Rørets Munding op mod Strømmen, vil Vandet i Røret kun paavirkes af det direkte Tryk, idet det er be-

skyttet mod Sugningen af Rörvæggen. Trykket vil bevirke, at Vandspejlet i Rörets lodrette Gren stiger et Stykke h_1 over Strömmens Vandspejl, saaledes at h_1 er et Maal for Trykkets Störrelse, altsaa

$$h_1 = \xi_1 \frac{v^2}{2g} \qquad (45)$$

Stilles Mundingen parallel med Vandets Bevægelsesretning eller vendende nedad Strömmen, paavirkes Vandet i Röret i begge Tilfælde af en Sugning, medens det er beskyttet mod Trykket. Vandspejlet i Rörets lodrette Gren vil da komme til at ligge et Stykke h_2 eller h_3 under Strömmens Vandspejl, og h_2 og h_3 vil være Maal for Sugningens Störrelse. Man finder

$$h_2 = \xi_2 \frac{v^2}{2g} \qquad (46)$$

$$h_3 = \xi_3 \frac{v^2}{2g} \qquad (47)$$

nemlig Sugningen ligesom Trykket proportional med Hastighedstrykket $\frac{v^2}{2g}$ svarende til Vandets Hastighed v i Strömmen. Koefficienterne ξ_1, ξ_2 og ξ_3 er henholdsvis ca. 1,0, ca 0,68 og ca. 0,42.

Naar en plan Flade stilles skraat i Forhold til Strömmen, vil Trykkets Störrelse afhænge af, hvorledes Strömlinierne böjer til Side uden om Fladen.

Naar Fladen staar parallelt med Strömmen (Fig. 35), vil der være en Sugning paa begge Sider (sammenlign dette Tilfælde med det midterste Rör i Fig. 34). Först naar Fladen er drejet noget, vil der efterhaanden komme Tryk paa Luvsiden, medens der stadig vil være Sugning paa Læsiden.

Naar man i Almindelighed taler om Strömmens

Tryk paa et fast Legeme, mener man den samlede Virkning af Tryk og Sugning.

Af det ovenfor anførte fremgaar, at man altid vil kunne regne Trykkene proportionale med Hastighedstrykket, d.v.s. med Hastighedens Kvadrat.

Naar en Strøm bevæger sig paralkl med en ru Flade, vil der ligeledes komme Tryk og Sugninger ved Ujævnhederne, foranlediget ved Strømliniernes Afbøjninger, og disse Tryk (d: Tryk + Sugninger) vil være proportionale med Hastighedstrykket $\frac{v^2}{2g}$. Fladen vil derfor blive paavirket af en Kraft P i Strømmens Retning (Fig. 36), der, naar Fladens Areal er F, kan sættes

$$P = C_1 F \frac{v^2}{2g} \qquad (48)$$

hvor C_1 er en Konstant, der afhænger af Ujævnhedernes Beskaffenhed. Med en lige saa stor Kraft vil Vandet blive paavirket i modsat Retning. Forholdet minder noget om Friktion mellem faste Legemer, og i Reglen kalder man det ogsaa for Vandets Friktion langs Fladen. Men egentlig er der kun det tilfælles mellem faste Legemers Friktion og den saakaldte Friktion mellem strømmende Vand og Begrænsningsfladen, at Overvindelsen af den er ledsaget af Energiforbrug. I andre Henseender er der stor Forskel; saaledes er ved faste Legemer Friktionens Størrelse afhængig af Trykket mellem de to Legemer og saa godt som uafhængig af Legemernes indbyrdes relative Hastighed, medens den saakaldte Friktion ved Vands Strømning hen over en ru Flade, som det

ses af (48), er uafhængig af Vandets Tryk paa Fladen, men i høj Grad afhængig af Vandets Hastighed i Forhold til Fladen, nemlig varierende med 2den Potens af Hastigheden.

Selv om Fladen kun har tilsyneladende ringe Ujævnheder (f. E. et Jernrør eller en Betonrende), vil der alligevel altid optræde en ret betydelig Friktion, naar Strømmen er bundet til at gaa langs Fladen.

§7. Vands Bevægelse i Trykledninger.

Ledninger, i hvilke Vandet strømmer saaledes, at Ledningens Tværsnit er helt fyldt, vil vi kalde Trykledninger, idet Vandet i en saadan Ledning som Regel vil være underkastet et vist Tryk.

Tidligere er behandlet Udstrømningen fra en Beholder. Dette er det simpleste Tilfælde af Bevægelse i en Trykledning. Ledningen er nemlig her saa kort og vid, at man kan se bort fra Ledningsmodstande og derfor finde Hastigheden direkte ved Loven om Energiens Konstans. Vi saa imidlertid, at blot ved at anbringe et cylindrisk Ansatsrør blev Hastigheden formindsket til 82% af sin teoretiske Værdi. Hastighedens Kvadrat er da kun ca. 67% af, hvad den teoretisk skulde være, og 1/3 af Energien er derfor gaaet tabt for Bevægelsen. Som en Hovedregel kan man sige, at overalt, hvor Bevægelsen er bundet til at følge en Bane, der ikke svarer til den, der er bestemt af de virkende indre Kræfter, gaar der Energi tabt.

Bevægelsen i en Trykledning er betinget af, at der

er to forskellige Vandspejlshøjder (eller Overfladetryk) ved Ledningens Ender. Man kan derfor betragte Bevægelsen som en Udstrømning, og til Bestemmelse af Hastigheden anvende Energiligningen. Kun maa man her i Modsætning til ved Udstrømning fra en Beholder tage Hensyn til Energitabet i Ledningen.

Det er i Indledningen vist, at enhver Vanddel i en Beholder maa tænkes at sidde inde med en potentiel Energi, der svarer til, at Vanddelen befandt sig i Vandspejlet. Bevæger den sig fra et Vandspejl til et andet, mister den en potentiel Energi lig Vandspejlsfaldet. Naar man vil anvende Energiloven, behøver man blot stadig at tænke sig <u>hver enkelt Vandpartikel flyttet op i Vandspejlet og faldende med dette</u> (sammenlign Fig. 1 og Fig. 4).

I en Trykledning er der ganske vist ikke noget frit Vandspejl som i en Beholder, men man kan altid tænke sig et saadant frembragt ved at anbringe et tyndt, lodret stillet Rør paa Ledningen. Vandet vil da stige op i dette Rør til en Højde, der svarer til Trykket i Ledningen. Den Linie, man vilde faa ved at forbinde de Punkter, som er bestemt ved Vandspejlshøjderne i en Række af saadanne Rør i Ledningens hele Længde, kaldes for den <u>hydrauliske Tryklinie</u> (Fig. 37).

I det følgende skal vi kun betragte den permanente Bevægelse. Herved forstaas, at Bevægelsen er saaledes, at Vandspejlet (den hydrauliske Tryklinie) o-

veralt holder sig uforandret under Bevægelsen. Ved Ledningens øvre Ende tænker vi os en Beholder (et Vandtaarn), hvis Vandspejl holdes konstant ved Efterfyldning. Hvis der ikke forneden er frit Udløb, tænker vi os ogsaa her Vandspejlet konstant. Hver enkelt Vanddel bevæger sig gennem Ledningen, som om den stadig faldt - eller steg - ligesom Vandspejlet (den hydrauliske Tryklinie). Bevægelsen foregaar derfor, set fra et Energisynspunkt, fuldstændig, som om hver Vanddel var en lille Masse, der rutschede ned ad den hydrauliske Tryklinie (smlgn. Fig. 2 i Indledningen med Fig. 37). Regner vi, at Vandet er begyndt i Beholderen uden Hastighed, og at der til Modstande er forbrugt en Energimængde e pr. kg, vil Energiligningen kunne skrives:

$$h - e = \frac{v^2}{2g} \qquad (49)$$

hvor h er Faldet i hydraulisk Tryk. Ligningen udtrykker, at det af Tyngdekraften pr. kg. udførte Arbejde h med Fradrag af forbrugt Energi e er lig den levende Kraft $\frac{v^2}{2g}$.

Hvis Vandet i selve Beholderen har en Hastighed v_0 (Fig. 38), vil Beholderens Hastighedsniveau (det reducerede Vandspejl) ligge $\frac{v_0^2}{2g}$ over Beholderens Vandspejl. Et vilkaarligt Punkts Hastighedsniveau ligger da et Stykke e = Energiforbruget pr. kg. lavere end Beholderens Hastighedsniveau. Energiligningen faar da Formen:

$$h - e = \left(\frac{v^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g}\right) \qquad (50)$$

hvilket udtrykker, at det af Tyngdekraften pr. kg. udførte

Arbejde h med Fradrag af forbrugt Energi e, er lig Tilvæksten i levende Kraft. Vandspeglet angiver stadig den potentielle Energi, Hastighedsniveauet hele Energien, og Afstanden imellem disse Linier er derfor altid lig den levende Kraft $\frac{v^2}{2g}$ = Hastighedstrykket (Hastighedshøjden).

Størrelsen e kaldes Modstandshøjden, idet den angiver den Del af Faldhøjden, der er gaaet tabt for Bevægelsen, idet den er medgaaet til Overvindelse af Modstande.

Faldhøjden med Fradrag af Modstandshøjden er lig Tilvæksten i Hastighedshøjde.

Der er kun to Linier at lægge Mærke til: Vandspeglet (den fra Tyngdekraften hidrørende potentielle Energi) og Hastighedsniveauet (den totale Energi). Reduceret Vandspejl er kun et særligt Navn paa Beholderens Hastighedsniveau. Faldet i Vandspejl er stadig lig Tyngdens Arbejde. Faldet i Hastighedsniveau er stadig lig Arbejdet til at overvinde Modstande.

Foruden Energiligningen har vi til Bestemmelse af Bevægelsen Massen ligningen:

$$Q = F_1 v_1 = F_2 v_2 = \ldots F_n v_n \qquad (51)$$

der udtrykker, at den sekundlige Gennemstrømningsmængde er konstant.

Lukkes Udløbet, vil al Bevægelse og Friktion ved Modstande ophøre, og der vil i hele Ledningen komme et statisk Tryk, svarende til Beholderens Vandspejlshøj-

de. Det er kun under Bevægelsen, at den hydrauliske Tryklinie angiver Trykkene.

For af Ligningerne (49) til (51) at finde Hastigheder og Udstrømningsmængder er det nødvendigt at kende Energitabene i Ledningen. Disse hidrører dels fra Modstandene ved Bevægelsen i de lange Ledningsstrækninger, dels fra Modstande ved Tværsnitsforandringer, Retningsforandringer, Haner e.l.c. De første Modstande vil bevirke en jævn Dalen af Hastighedsniveau, de andre vil bevirke et pludseligt Fald paa det Sted, hvor Modstanden optræder. Vi vil betegne Fald i Hastighedsniveau med Bogstavet e, og Fald i hydraulisk Tryklinie med h. Disse Bogstaver er hidtil kun brugt om hele Faldet fra Beholderens Vandspejl og Hastighedsniveau – altsaa om hele det af Tyngden udførte Arbejde og hele den i Ledningen tabte Energi. I det følgende vil de samme Bogstaver – mærket med Indekser – ogsaa blive brugt om Fald i Hastighedsniveau og hydraulisk Tryk mellem to Punkter af Ledningen.

Man vil let se, at medens Hastighedsniveauet altid maa falde, hvis man da ikke tilfører Energi, f. Ex. ved at indskyde en Pumpe paa Ledningen, er der intet til Hinder for, at den hydrauliske Tryklinie kan stige paa Steder, hvor Hastigheden aftager. Stigninger i hydraulisk Tryk vil vi betegne ÷ h.

I det følgende skal vi først betragte Mod-

standene i lange Ledninger, senere de Modstande, som er koncentrerede paa enkelte Steder i Ledningerne.

Angaaende Ledningsmodstandene i Almindelighed skal bemærkes, at man ingenlunde er klar over, hvorledes disse egentlig optræder, og paa hvilken Maade de foraarsager Energitab. Formodentlig hidrører Energitabet fra Sammenhængsbrud som Følge af, at Bevægelsen ikke er fri. Paa Grund af Mangelen paa Kendskab til, hvorledes de enkelte Vanddele bevæger sig, maa man for at opstille Formler for Bevægelsen gøre flere Forudsætninger om Bevægelsens Art og derigennem ogsaa om Modstandenes Art og Virkemaade. Og da disse Forudsætninger i flere Henseender er meget langt fra at svare til de virkelige Forhold, er det naturligt, at de Formler, der udledes paa Grundlag af disse Forudsætninger, er meget mangelfulde, men man hjælper sig ved at tilføje Koefficienter, som man da giver passende Værdier, saaledes at de af Formlerne udledede Resultater kommer til at stemme overens med de Resultater, Erfaringen giver.

Med Hensyn til Modstandene i lange Ledninger plejer man at opfatte disse paa samme Maade som Friktion mellem faste Legemer, altsaa en Kraft modsat rettet Bevægelsen, og Energiforbruget derfor som „Friktionen" Gange den tilbagelagte Vej.

§8. Trykledninger med konstant Tværsnit

Vi vil i det følgende nærmere betragte Bevægel-

sen i en Trykledning med konstant Tværsnit, idet det forudsættes, at Bevægelsen er permanent, d. v. s. at der er indtraadt en saadan Ligevægtstilstand, at Trykket i ethvert Punkt af Ledningen holder sig uforandret under Bevægelsen.

Idet Tværsnittet er konstant, bliver Vandets Gennemsnitshastighed i Ledningen ogsaa konstant, Vandbevægelsen kaldes da ensformig. Afstanden mellem hydraulisk Tryklinie og Hastighedsniveau-Linien (Fig. 39) vil overalt være den samme – nemlig $= \frac{v^2}{2g}$, idet v er Middelhastigheden i Ledningstværsnittet. Disse to Linier bliver derfor parallelt löbende. De vil endvidere være rette Linier, idet Modstandene i Ledningen forudsættes væsentlig kun at afhænge af Middelhastighed og Tværsnit (der begge er konstante), medens Trykket (der er forskelligt paa de forskellige Steder af Ledningen) ikke har nogen Indflydelse paa Modstandene.

For at finde den Vandmængde, som pr. Sekund gennemströmmer en given Ledning, naar man kender Trykkene ved Ledningens Ender, gælder det om at bestemme Relationen mellem Vandhastigheden i Rörledningen og Energiforbruget, paa Grund af Modstandene. Er dette e_1 paa en Længde l, og er h_1 Faldet i hydraulisk Tryklinie (d. v. s. Trykvariationen) paa samme Længde, haves for Ledningen med konstant Tværsnit (Fig. 39):

$$l_1 = h_1 \qquad (52)$$

Størrelsen $\frac{h_1}{l}$ $(= \frac{l_1}{l})$, Faldet i hydraulisk Linie pr. Længdeenhed, betegnes med J.

Vi vil nu først behandle Spørgsmaalet under den Forudsætning, at Vandbevægelsen er laminar, d.v.s. at alle de enkelte Vanddele bevæger sig i Baner parallele med Ledningens Akse.

Idet vi tænker os Ledningsvæggene saa glatte, at disses Ujævnheder ikke forstyrrer Bevægelsens Ensartethed, og Modstandene som Friktion dels mellem Vanddelene og Ledningsvæggen, dels mellem Vanddelene indbyrdes, vil Vanddelenes Hastighed tiltage ind mod Ledningens Akse. Deles det strømmende Vandvolumen i rørformede Elementer (Fig. 40): 1, 2, 3, o.s.v., kan Bevægelsen opløses i en Glidning af Elementet 1 langs Ledningsvæggen, en Glidning af Elementet 2 langs Element 1, en Glidning af Elementet 3 langs Elementet 2, o.s.v. De enkelte Elementers absolute Hastighed er forskellig, tiltagende ind mod Ledningens Midte. Middelhastigheden er $v = Q : F$, hvor Q er den gennemstrømmende sekundlige Vandmængde og F Ledningens Tværsnitsareal. Vi kan nu for Simpelheds Skyld antage, at Ledningen har cirkulært Tværsnit, og at Vandelementet langs Ledningsvæggen har Hastigheden Nul, saaledes at vi kun faar at gøre med Friktionsmodstanden mellem Vædskeelementerne indbyrdes. Trykket ved de to Ender af Ledningen med Længde L (Fig. 41) anta-

ges at være p_1 og p_2 (i kg), Rørdiameteren $2x$. For et Element, bestaaende af et Rør med Tykkelse dx, Længde dy og Radius x, antages Hastigheden at være u, medens Nabo-Elementernes Hastighed er $u - du$ og $u + du$, og Trykkene ved de to Ender at være $p + dp$ og p. Vædskefriktionen sættes (efter Newton) proportional med den relative Hastighed for de langs hinanden glidende Elementer, altsaa pr. Arealenhed: $k\frac{du}{dx}$, hvor k er Viskositetskoefficienten, der er afhængig af Vædskens Beskaffenhed og dens Temperatur.

Langs Vædske-Elementets Yderflade haves en Friktionsmodstand $\div 2\pi x\, dy\, (k\frac{du}{dx})$ ($\div$ fordi u vokser med aftagende x), og langs Elementets Inderflade en tilsvarende Friktion, men virkende i samme Retning som Bevægelsen; Differensen mellem disse Friktioner er $d(-2\pi x\, dy\, (k\frac{du}{dx}))$. Paa det betragtede Elements Endeflader virker Trykkene: $(p + dp)\, 2\pi x\, dx$ samme Vej som Bevægelsen, og $p \cdot 2\pi x\, dx$ modsat rettet Bevægelsen.

Da Bevægelsen forudsættes permanent, og Ledningen har konstant Tværsnit, saaledes at Hastigheden er uforandret fra Tværsnit til Tværsnit, haves:

$$(p + dp)\, 2\pi x\, dx - p\, 2\pi x\, dx = d\left[-2\pi x\, dy\, (k\frac{du}{dx})\right]$$

$$dp\, 2\pi x\, dx = d\left(-2\pi x\, dy\, (k\frac{du}{dx})\right)$$

$$dp\, 2\pi \tfrac{1}{2} x^2 = -2\pi x\, dy\, (k\frac{du}{dx})$$

$$\frac{dp}{dx}\,\tfrac{1}{2} x = -k\frac{du}{dx} \qquad (53)$$

Da Faldet i hydraulisk Tryk er konstant, haves

$$\frac{dp}{dy} = \frac{p_1 - p_2}{L} \qquad (54)$$

hvilket, indsat i (53), giver

$$\frac{p_1 - p_2}{L} \frac{1}{2} x = -k \frac{du}{dx}$$

og heraf

$$du = -\frac{1}{2k} \frac{p_1 - p_2}{L} x \, dx$$

$$u = C - \frac{1}{4k} \frac{p_1 - p_2}{L} x^2 \qquad (55)$$

For $x = r$ haves $u = 0$, som, indsat i (55) giver

$$0 = C - \frac{1}{4k} \frac{p_1 - p_2}{L} r^2$$

$$C = \frac{1}{4k} \frac{p_1 - p_2}{L} r^2$$

saaledes at (55) bliver til

$$u = \frac{p_1 - p_2}{L} \frac{1}{4k} (r^2 - x^2) \qquad (56)$$

hvilket viser, at Hastigheden i et Diametralsnit i Ledningen varierer efter en Parabel a-b-c (Fig. 42), medens Hastighedsvariationen for Ledningstværsnittet er bestemt ved den til denne Parabel svarende Omdrejningsparaboloide.

Den gennem Tværsnittet strömmende Vædskemængde Q faas af

$$dQ = u \, df = u \, 2\pi x \, dx = \frac{p_1 - p_2}{L} \frac{1}{4k} (r^2 - x^2) 2\pi x \, dx$$

$$Q = \frac{p_1 - p_2}{L} \frac{1}{4k} 2\pi \int_0^r (r^2 x - x^3) dx = \frac{\pi}{8k} \frac{p_1 - p_2}{L} r^4 \qquad (57)$$

og Middelhastigheden v for Tværsnittet

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{\pi}{8k} \frac{p_1 - p_2}{L} r^4 \frac{1}{\pi r^2} = \frac{p_1 - p_2}{L} \frac{1}{8k} r^2 \qquad (58)$$

p_1 og p_2 betyder her Trykkene i kg.; bruges i Stedet Vædskesöjlehöjden (i Meter), skal der divideres med Vædskens Vægt γ (i kg.) pr. m^3

$$\frac{\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma}}{l} = \frac{h_1}{l} = J$$

hvilket, indført i (58), giver

$$v = \gamma \cdot J \cdot \frac{1}{8\,k}\, r^2 \qquad (59)$$

For Vand haves ($i \frac{kg.\,Sek.}{m^2}$)

$$k = 182 \cdot 10^{-6} \frac{1}{1 + 0{,}03361\,t + 0{,}000221\,t^2} \qquad (60)$$

hvor t er Temperaturen.

Den ved ovenstaaende Udvikling fundne Formel (59) for Vandets Hastighed, der, som det ses, har Formen: $v = C\,J$, hvor C er en Størrelse, der kun afhænger af Vandets Temperatur og Ledningens Dimension, har imidlertid kun ringe Betydning for Praksis, idet den kun er anvendelig for ganske smaa Værdier af Produktet: Hastighed × Ledningsdiameter. Grunden hertil er, at den Forudsætning, paa hvilken Formlens Udvikling er baseret, nemlig at Vandets Bevægelse er laminar, ikke gælder, saasnart det nævnte Produkt overstiger en vis Størrelse, idet Bevægelsen da bliver turbulent, d.v.s. Vanddelene bevæger sig ikke i Baner parallele med Ledningens Akse, men i tilsyneladende ret uregelmæssige Baner, dels skraat i Forhold til Ledningens Akse, og gaaende fra den ene Side af Ledningsvæggen til den anden, dels i spiralformede Baner, ligesom ogsaa Bevægelsen formentlig er i nogen Grad pulserende.

Med Hensyn til den Grænseværdi for Produktet: Hastighed × Ledningsdiameter, som er bestemmende for, om Vandbevægelsen er laminar eller turbulent, har

Reynold fundet, at Bevægelsen er laminar, naar

$$v_k \cdot d < \frac{k' \, k \, g}{\gamma} \qquad (61)$$

v_k kaldes den for Ledningsdiametren d kritiske Hastighed, k' er en Koeffiçient, der ligger imellem 1900 og 2000. For en Ledning med Diameteren: 0,1 m, faas af (61), idet vi antager $t = 10°$ og sætter $\gamma = 1000$,

$$v_k = 2000 \cdot 134 \cdot 10^{-6} \cdot 9{,}81 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{0{,}1} = 0{,}026 \text{ m/Sek.}$$

For større Hastighed end 0,026 m/Sek gælder altsaa Formel (59) ikke.

Forinden vi gaar over til Omtalen af de for Vands Bevægelse i Trykledninger almindelig anvendte Formler, d. v. s. Formler, som gælder, naar Bevægelsen er turbulent, maa det bemærkes, at det egentlig slet ikke kan lade sig gøre at udlede nogen saadan Formel ad theoretisk Vej, idet Lovene for Vandets Bevægelse er ukendt.

Det er indlysende, at Energiforbruget til Modstandenes Overvindelse er større ved turbulent Bevægelse end ved laminar Bevægelse, thi dels bliver Friktionerne større, dels sker der Stød mellem Vanddelene indbyrdes og mellem Vanddelene og Ledningens Vægge. Det maa desuden synes rimeligt, at Ledningsvæggenes Beskaffenhed, deres større eller mindre Ruhed, har Indflydelse paa Vandbevægelsen, idet denne maa blive mere uregelmæssig, jo større Ujævnheder der findes i Ledningsvæggen; endelig maa Vandets Hastighed og Ledningens Tværdimension ogsaa være bestemmen-

de for Modstandenes Størrelse.

Man pleier at opfatte alle Modstandene ved en turbulent Bevægelse som en Friktion langs Begrænsningsfladen mellem Vandet og Ledningsvæggen (smlgn. S. 42.) og at regne denne saakaldte Friktion proportional med Hastighedstrykket $\frac{v^2}{2g}$. En paa denne Betragtningsmaade baseret Formel for Vandets Bevægelse i en Ledning er, som det vil ses af nedenstaaende, for en væsentlig Del overensstemmende med de mest almindelig anvendte Formler.

Betragtningsmaaden er følgende:

Igennem Rørledningen A-B (Fig. 39) strømmer Vandet med konstant Middelhastighed v. Tværsnitsarealet er F, og Ledningens indvendige Omkreds p. Vi tænker os nu Vandbevægelsen foregaaende saaledes, at Vandmassen bevæger sig som et samlet Hele gennem Ledningen, altsaa uden indre Modstande, medens al Modstand bestaar af „Friktion" langs Ledningsvæggen, idet denne „Friktion" forudsattes at hidrøre fra Vanddelenes Stød mod Ledningsvæggenes Ujævnheder, og at kunne udtrykkes ved: $C \frac{v^2}{2g} f$, hvor C er en Koefficient, hvis Størrelse er afhængig af Ledningsvæggens Beskaffenhed og f Arealet af Berøringsfladen mellem Vandet og Ledningsvæggen.

Man bør dog med det samme gøre sig det klart, hvilke Urigtigheder der findes i de her gjorte Forudsætninger. For det første skulde der i Udtrykket:

$\zeta \frac{v^2}{2g}$ f ikke benyttes Middelhastigheden v, men den Hastighed, som Vandet har ude ved Ledningsvæggen; man ved, at Vanddelene har større Hastighed inde i Ledningen end ude ved Væggen, men om hvorledes Hastigheden varierer med Afstanden fra Væggen, ved man ikke noget sikkert. For det andet bevæger Vandet sig ikke som et samlet Hele uden indre Modstande, men de enkelte Vanddeles Hastighed er indbyrdes forskellig, og saavel Turbulensen som den egentlige Friktion mellem Vanddelene frembringer Modstande, hvis Overvindelse er ledsaget af Energiforbrug.

For en Vandskive af Tykkelse t vil „Friktionen" langs Ledningsvæggen - under den gjorte Forudsætning, altsaa hele Modstanden - være

$$P = \zeta t p \frac{v^2}{2g}$$

og Energiforbruget, naar den bevæger sig Stykket l,

$$Pl = \zeta t p \frac{v^2}{2g} l ;$$

pr kg. bliver Energiforbruget da

$$e_1 = \frac{\zeta t p v^2 l}{t F 2g} = \zeta_1 \frac{p v^2 l}{F} = Q^2 \zeta_1 \frac{p l}{F^3} \qquad (62)$$

Med Benyttelsen af (52) faas

$$\frac{e_1}{l} = \frac{h_1}{l} = y = \zeta_1 \frac{p v^2}{F} \qquad (63)$$

og idet $\frac{F}{p} = R$, hvor R kaldes <u>hydraulisk Radius</u> eller <u>hydraulisk Middeldybde</u>

$$v = c \sqrt{R y} \qquad (64)$$

Den udledede Formel kaldes i den ved (64) angivne Form Eytelweins Formel eller Chezy-Eytelweins Formel.

Undertiden skrives Formel (62) som

$$h_1 = e_1 = \frac{\lambda}{4} p \frac{l}{F} \frac{v^2}{2g} \qquad (65)$$

idet Valget af Formen $\frac{\lambda}{4}$ for Formlens Koefficient er begrundet ved, at man ofte har med cirkulære Ledninger at gøre, og for saadanne Ledninger er $p = \pi d$ og $F = \frac{\pi}{4} d^2$, saaledes at Formlen (for Ledninger med cirkulært Tværsnit) bliver

$$e_1 = h_1 = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \qquad (66)$$

Hvis Grundlaget for Udledelsen af Formlen (64) og (65) var rigtigt, skulde Størrelsen c (og λ) kun være afhængig af Ledningsvæggens Beskaffenhed og altsaa for samme Ledningsmateriale være konstant. Efter det ovenfor anførte er det forstaaeligt, at dette ikke er Tilfældet. Afhængigheden mellem Hastighed, Fald og Ledningsdimension er i Virkeligheden mere kompliceret end Formel (64) udtrykker. Imidlertid har Erfaringen vist, at Formlen meget vel lader sig bruge, d.v.s. giver Resultater, der er tilstrækkelig nøjagtige for den praktiske Anvendelse, naar man tillægger c Værdier, som i nogen Grad er afhængig af Hastigheden eller Ledningsdimensionen eller af begge disse Størrelser, idet man desuden lader c variere med Ledningsvæggens Beskaffenhed (Ruhed); man bruger derfor for det meste Formlen (64) eller (65), idet man da blot i Forbindelse med denne anvender en af de ad empirisk Vej bestemte Formler for Størrelsen c.

Af de mange til forskellig Tid opstillede Form-

ler for c skal her nævnes følgende, som, hvor intet andet er nævnt, gælder for Støbejernsrør eller Ledninger af Materiale, som i Henseende til Glathed svarer til Støbejernsrør.

Eytelwein angiver: $c = 50{,}9$ og

Dupuit: $c = 51{,}7$, altsaa konstante Værdier for c.

Prony sætter: $$c = \frac{100}{\sqrt{3{,}4835 + \frac{0{,}1733}{r}}} \qquad (67)$$

Colding sætter: $$c = \frac{100}{\sqrt{n\left(1 + \frac{0{,}314}{r}\right)}} \qquad (68)$$

hvor n er afhængig af Ledningsvæggens Beskaffenhed, saaledes:

Ledningsvæggens Beskaffenhed	n
Saltglasserede Lerrør	1,3 – 1,6
Rene Støbejernsrør, Ledninger af Murværk eller Beton	1,6 – 2,3
Træledninger	4,5 – 5,5.

Weisbach angiver: $$c = \frac{100}{\sqrt{1{,}84 + \frac{1{,}21}{\sqrt{r}}}} \qquad (69)$$

Darcy sætter for cirkulære Ledninger med Diameter d: $$c = \frac{100}{\sqrt{2{,}53 + \frac{0{,}065}{d}}} \qquad (70)$$

Ganguillet & Kutter: $$c = \frac{100}{\sqrt{1 + \frac{4m}{\sqrt{d}} + \frac{7m^2}{d}}} \qquad (71)$$

hvori for glatte Rør $m = 0{,}15$, for let inkrusterede Rør $m = 0{,}20$ og for stærkt inkrusterede Rør $m = 0{,}25$.

Büsing angiver for Ledninger af Klinker eller Beton: $$c = \frac{100}{1{,}43\sqrt{1 + \frac{0{,}05}{R}}} \qquad (72)$$

Flamant: $$c = \frac{100}{\sqrt{2,3 \cdot \sqrt[7]{vd}}} \qquad (73)$$

og Hagen: $$c = \frac{100}{\sqrt{2,8 + \frac{0,013}{vd}}} \qquad (74)$$

Som en Kombination af Formel (59) og (64) skal endnu nævnes Biels Formel.

Medens de to førstnævnte kan skrives henholdsvis som $y = C_1 v$ og $y = C_2 v^2$ idet C_1 og C_2 begge afhænger af Ledningens Dimension og Ledningsvæggens Beskaffenhed, og C_2 tillige i nogen Grad af v, benytter Biel Formen:

$$y = c_1 v + c_2 v^2$$

hvorved man ved at indføre passende Udtryk for c_1 og c_2 faar en Formel, der kan anvendes saavel for Hastigheder over som under den kritiske Hastighed, idet Leddet $c_1 v$ bliver forsvindende i Forhold til Leddet $c_2 v^2$ for Hastigheder over den kritiske Hastighed og Leddet $c_2 v^2$ forsvindende ved Hastigheder under den kritiske Hastighed.

Biels Formel lyder:

$$y = \frac{0,0981\ k\ a}{R^{\frac{1}{2}}} v + \frac{0,12 + \frac{b}{R}}{1000\ R} v^2 \qquad (75)$$

hvor k er Viskocitetskoefficienten, som angivet i Formel (60), R hydraulisk Radius, medens der for a og b kan sættes:

Ledningens Beskaffenhed	a	b.
Blanke Messing- eller Blyrør	0,95	0,0064
Trukne Jernrør.	0,71	0,018
Støbejernsrør, glatte Betonrør.	0,46	0,036
Ledninger af ru Brædder eller ikke pudset Beton	0,27	0,054
Ledninger af Murværk	0,27.	0,072

§9. Tværsnitsvariationer og Retningsforandringer ved Trykledninger.

a. Tværsnitsvariationer.

Naar Vand strømmer gennem en Ledning, af hvilken det ene Stykke har Tværsnittet F_1 og det i Strømretningen næstfølgende Ledningsstykke Tværsnittet F_2 og $F_1 < F_2$, skulde ved Overgangen fra det ene Tværsnit til det andet det hydrauliske Tryk i Ledningen stige, saafremt der ikke ved den til Tværsnitsvariationen svarende Ændring i Vandets Hastighed fra v_1 til v_2 gik Energi tabt for Bevægelsen, og Stigningen i hydraulisk Tryk skulde være $\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}$, nemlig Forskellen i kinetisk Energi svarende til, at Vandets Hastighed foran Tværsnitsudvidelsen er v_1, og efter Tværsnitsudvidelsen v_2. Imidlertid vil der saa godt som altid gaa Energi tabt, naar Vandstrømmen passerer en Tværsnitsudvidelse i Ledningen; Energitabet maa fornemtlig tilskrives, at der sker Stød mellem Vanddelene indbyrdes og mellem Vanddelene og Ledningsvæggene. Er Overgangen fra

det ene Tværsnit til det andet brat, vil endog saa godt som hele den ovennævnte Forskel i kinetisk Energi gaa tabt; dannes Forbindelsen mellem de to ulige vide Ledningsstykker saaledes, at Udvidelsen sker jævnt, vil en Del af den ved Formindskelsen i Hastighed fra v_1 til v_2 frigjorte kinetiske Energi omdannes til potentiel Energi, d. v. s. frembringe Forøgelse i hydraulisk Tryk.

Regner vi, at hele den til Hastighedsformindskelsen svarende kinetiske Energi ved en pludselig Tværsnitsudvidelse (Fig. 43) gaar tabt, faar man et Fald i Hastighedsniveau

$$e_2 = \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_2^2}\right) \qquad (76)$$

Hertil svarer, at den hydrauliske Tryklinies Stigning bliver Nul.

Ved mer eller mindre jævne Overgange (Fig. 44) mellem de to Tværsnit maa skønnes, hvor stor en Brøkdel af e_2 man skal regne Faldet i Hastighedsniveau til. Man sætter da:

$$e_2 = \alpha_2\left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\right) = \alpha_2 \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_2^2}\right) \qquad (77)$$

hvor α_2 er en Koefficient, der er mindre end 1.

Den hydrauliske Tryklinie vil da stige

$$h_2 = \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} - e_2 = (1-\alpha_2)\left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\right) \qquad (78)$$

En saadan Stigning i hydraulisk Tryk har vi haft et Eksempel paa i Fig. 10, hvor Trykket fra at være negativt i Snævringen blev Nul ved Udløbet.

Størrelsen af e_2 bestemt ved (76) – eller ved (77),

naar α_2 sættes lig 1 - maa betragtes som en Maksimalværdi for Faldet i Hastighedsniveau. Der er opstillet andre Formler, hvorefter Energitabet er adskilligt ringere. Selv ved pludselige Udvidelser bör man muligvis ved Trykledninger multiplicere med en ægte Brök, der dog ikke bör være meget forskellig fra 1.

Man maa erindre, at det her omhandlede Energitab foregaar efter, at Vandet er strömmet ud af det mindre Tværsnit. Ved en almindelig dykket Udströmning (se f. Eks. Fig. 4 og Fig. 16) vil Udströmningshastigheden ikke være influeret af dette Energitab. Udströmningshastigheden vil svare til Trykfaldet og Energitabet ved Indströmningen. Først efter at Vandet er strömmet ud, vil Energien gaa tabt.

Ved Strömning fra en Ledning med Tværsnit F_3 ind i en Ledning med Tværsnit F_4, hvor $F_4 < F_3$, skulde der, hvis der intet Energitab fandt Sted, ske en Formindskelse af hydraulisk Tryk ved Overgangen mellem de to Ledningsstykker, lig $\frac{v_4^2}{2g} - \frac{v_3^2}{2g}$, idet Forögelsen af Hastigheden fra v_3 til v_4 maa være ledsaget af en Omsætning af en til Differensen mellem Hængderne af kinetisk Energi svarende potentiel Energi til kinetisk Energi. Imidlertid vil den Formindskelse i hydraulisk Tryk, som finder Sted, saa godt som altid være större end her angivet, idet der ogsaa ved en Tværsnitsformindskelse vil ske Tab af Energi.

Det er i §2 angivet, at Udströmningshastigheden

ved et cylindrisk Ansatsrør (Fig. 8) kun er 82% af den teoretiske Hastighed. Man har i dette Tilfælde:

$$v = 0{,}82\sqrt{2gh}. \qquad h = 1{,}5\,\frac{v^2}{2g}.$$

Ved at sammenligne med Energiligningen

$$h = \frac{v^2}{2g} + e$$

vil man se, at der i dette Tilfælde er gaaet en Energimængde tabt

$$e_3 = 0{,}5\,\frac{v^2}{2g}$$

Denne Værdi for e_3 svarer til, at Vandet strømmer fra en Ledning med meget stort Tværsnit ind i en Ledning med lille Tværsnit med brat Overgang fra den ene Ledning til den anden. Naar F_3 ikke er særlig stor i Forhold til F_4 (Fig. 45) eller, naar Udvidelsen foregaar jævnt – f. Eks. ved afrundet Kant – vil Energitabet blive mindre. Man sætter da

$$e_3 = \alpha_3\,\frac{v_4^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g}\,\frac{\alpha_3}{F_4^2} \qquad (79)$$

hvor α_3 er en Koefficient, hvis Talværdi er afhængig af Forholdet mellem Ledningstværsnittene og af, hvorledes Overgangen mellem Ledningsstykkerne er formet.

Hvis F_3 er meget stor i Forhold til F_4 og Overgangen brat, kan man sætte $\alpha_3 = 0{,}5$.

Naar F_3 nærmer sig i Størrelse til F_4, nærmer α_3 sig til Nul.

Hvis Kanten ved den snævre Lednings Indmunding i den vide Ledning brydes, kan α_3 sættes = 0,25; hvis Kanten afrundes, bliver α_3 endnu mindre, navnlig naar Kantens Afrunding omtrent svarer til Konstraktionen (Fig. 46).

Foregaar Indstrømningen som vist i Fig. 47, vil α_3 blive større end 0,5; er Indstrømningskanten stump, kan sættes $\alpha_3 = 0{,}6$; er Kanten ganske skarp, bliver $\alpha_3 = 1{,}3$.

Rimeligvis er Energitabet ved Tværsnitsformindskelse af samme Art som ved Tværsnitsudvidelse, idet det indstrømmende Vand paa Grund af Kontraktionen danner en Straale, der ikke helt udfylder den snævre Ledning saaledes, at der dannes en ringformet død Vandmasse lige indenfor den snævre Lednings Munding. Energitabet kan da frembringe derved, at Vandet udvider sig fra Straaletværsnittet til at fylde hele Ledningen.

Faldet i hydraulisk Tryk ved en Tværsnitsformindskelse (Fig. 45) bliver herefter:

$$h_3 = \frac{v_4^2}{2g} - \frac{v_3^2}{2g} + \zeta_3 = (1+\alpha_3)\frac{v_4^2}{2g} - \frac{v_3^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1+\alpha_3}{F_4^2} - \frac{1}{F_3^2}\right) \quad (80)$$

Forholdet ved Vandets Strømning fra en større til en mindre Ledning kan for saa vidt behandles paa samme Maade som ved Vands Udstrømning. Vi kan betragte Ledningen med Tværsnit F_3 (Fig. 45) som en Beholder, i hvilken Vandet med Hastighed v_3 strømmer hen mod den dykkede Udstrømningsaabning F_4. Udstrømningsmængden Q vil da være:

$$Q = \mu F_4 \sqrt{2g\left(h_3 + \frac{v_3^2}{2g}\right)}$$

hvoraf faas

$$h_3 = \frac{1}{\mu^2}\,\frac{Q^2}{2g}\,\frac{1}{F_4^2} - \frac{v_3^2}{2g} \quad (81)$$

Idet vi omskriver Formel (80) til

$$h_3 = (1+\alpha_3)\frac{Q^2}{2g}\frac{1}{F_4^2} - \frac{v_3^2}{2g}$$

ses ved Sammenligning med (81), at

$$\frac{1}{\mu^2} = 1+\alpha_3; \quad \alpha_3 = \frac{1}{\mu^2} - 1.$$

Kender man den for den paagældende Form for Tilslutningen mellem den store og den lille Ledning passende Værdi af Udstrømningskoefficienten μ, kan man deraf bestemme Størrelsen af α_3.

De ovenfor angivne Energitab ved Tværsnitsvariationerne hidrører alene fra Hastighedsvariationerne. Strækker Tværsnitsvariationerne sig over en meget lang Ledningsstrækning, maa man ogsaa medtage Energitabet paa Grund af Ledningsmodstandene, der beregnes af de i §8 anførte Formler, idet der da indføres Middelværdier for p og F.

b. Retningsforandringer.

Ved smaa Retningsforandringer vil der ikke være Energitab ud over de, der hidrører fra de normale Ledningsmodstande. Ved store Retningsforandringer vil derimod kunne komme betydelige Energitab, naar det drejer sig om Ledninger med stort Tværsnit og med stor Vandhastighed. Dannes Retningsforandringen ved et Knæk i Ledningen (Fig. 78), sættes Energitabet (= Faldet i hydraulisk Tryk)

$$e_4 = h_4 = \zeta_1 \frac{v^2}{2g} = \zeta_1 \frac{Q^2}{F^2}\frac{1}{2g} \qquad (82)$$

hvor

$$\zeta_1 = \sin^2 \frac{\delta}{2} + 2 \sin^4 \frac{\delta}{2} \qquad (83)$$

Ved Böjninger (Fig. 49) regnes Energitabet (= Faldet i hydraulisk Tryk):

$$l_5 = h_5 = \zeta_2 \frac{\delta^\circ}{90} \frac{v^2}{2g} = \zeta_2 \frac{\delta^\circ}{90} \frac{Q^2}{F^2} \frac{1}{2g} \qquad (84)$$

hvor for Ledninger med cirkulært Tværsnit

$$\zeta_2 = 0{,}131 + 1{,}847 \left(\frac{r}{R}\right)^{3{,}5} \qquad (85)$$

og for Ledninger med kvadratisk Tværsnit

$$\zeta_2 = 1{,}124 + 3{,}104 \left(\frac{r}{R}\right)^{3{,}5} \qquad (86)$$

c. Haner, Ventiler e.l.c.

Energitab ved Haner, Ventiler o.l. maa der altid tages særlig Hensyn til. Er der ikke samme Tværsnit ved Indløb og Udløb, maa man passe paa, om det er Energitabet ved Modstande (Fald i Hastighedsniveau) eller Fald i hydraulisk Tryk, man har at gøre med. Tabet angives bedst under samme Form som de andre Tab:

$$l_6 = \frac{Q^2}{2g} K_6 \qquad (87)$$

hvor K_6 vil afhænge af Hanens Konstruktion og Størrelse. I de almindelig anvendte Haandbøger findes Angivelser vedrørende denne Art Energitab, men har Hanen en særlig Form (Fig. 50), maa man beregne Energitabet ved baade at tage Hensyn til Retningsforandringer og Tværsnitsforandringer. Sædeventiler yder i Reglen langs større Modstande end Skydeventiler. Det hænder af og til, at man paa en større

Ledning vil have en mindre Ventil, fordi store Ventiler er kostbare. Vil man undgaa store Tab her, maa Overgangene mellem Ledningsstykkerne være meget jævne (Fig. 51).

§ 10. Beregning af Trykledninger.

Beregninger af Trykledninger foregaar paa den Maade, at man beregner Faldet i Hastighedsniveau for alle de enkelte Modstande. Hvis man, som det almindeligt er Tilfældet, for selve Rörledningerne finder Faldene ε_1 af Formel (64) eller af en af de til denne svarende Formler, og for Tværsnitsvariationer, Retningsforandringer etc., finder Hastighedsniveau-Faldene af Formlerne (76) til (87), og saafremt man forudsætter, at Størrelsen c i Formel (64) er uafhængig af Hastigheden, vil alle Faldene kunne skrives paa Formen: $k \cdot \frac{Q^2}{2g}$, hvor k kun afhænger af Ledningens Dimensioner og Beskaffenhed. Ved Udløbet ligger Hastighedsniveauet i en Höjde over Vandspejlet lig $\frac{v^2}{2g} = \frac{1}{F^2} \frac{Q^2}{2g}$, naar F er Udløbsarealet. Er hele Trykhöjden h (Fig. 52), har man nu Energiligningen

$$h = \frac{v^2}{2g} + \Sigma \varepsilon = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{F^2} + k_1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5 + k_6\right) = Q^2 K \quad (88)$$

hvor K kun afhænger af Ledningens Dimensioner og Beskaffenhed.

Har Vandet i Beholderen forinden en Hastighed v_0, erstattes blot $\frac{v^2}{2g}$ med $\frac{v^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g}$.

Hastigheden af Vandet i det Bassin, hvor det hele löber ud, er uden Indflydelse, idet det Tryk, der svarer til Hastighedsformindskelsen fra v til Hastigheden i Udlöbsbassinet, som sædvanlig gaar tabt.

Trykhöjden h regnes til Vandspejlet i Udlöbsbassinet, naar Ledningens Udlöbsaabning er helt dykket under dette Vandspejl. Foregaar Udlöbet frit, bliver det et Spörgsmaal, til hvilket Punkt af Rörmundingen man skal regne Trykhöjden h. Dette Spörgsmaal er tidligere delvis behandlet i §4 (Fig. 29). Her skal kun tilföjes enkelte Bemærkninger.

Udfylder Straalen hele Endetværsnittet, hvilket vil finde Sted, naar Ledningstværsnittet er lille og Hastigheden stor, bör Trykhöjden maales ned til Tværsnittets Tyngdepunkt.

Udfylder Straalen ikke hele Endetværsnittet, d. v. s. naar Ledningstværsnittet er stort og Hastigheden lille, kan man ogsaa maale ned til Tyngdepunktet, men man skal da i Beregningen indföre den större Hastighed v i Endetværsnittet og det dertil svarende mindre Areal, og man maa endvidere beregne Modstandene paa den sidste Ledningsstrækning efter andre Regler end for de övrige Dele af Ledningen, da dette sidste Stykke Ledning ikke er helt fyldt og derfor ikke nogen Trykledning. Denne Fremgangsmaade er besværlig, og det maa derfor foretrækkes at regne, som om Udströmningen foregik fra det Sted,

a, hvor Sænkningskurven begynder (Fig. 53). Her ligger den hydrauliske Trykline i Ledningens indvendige Overkant, og Trykhøjden skal derfor maales herhil. I Formel (88) skal da indsættes r og f, svarende til Ledningens hele Tværsnitsareal. Ved Beregning af Ledningsmodstandene e, skulde man da strengt taget regne Ledningslængden, del Rykke, der svarer til Sænkningskurven, kortere, end Ledningen virkelig er. Da det imidlertid er vanskeligt at afgøre, hvor langt dette Rykke er, og da det oftest kun vil have meget ringe praktisk Betydning, kan man som Regel godt regne Trykhøjden til Overkanten af Rørmundingen, som vist med punkterede Maal-Linier paa Fig. 53.

Det kan være vanskeligt at afgøre, i hvilke Tilfælde Ledningen vil være helt fyldt, saa man kan regne Trykhøjden med til Tyngdepunktet, og i hvilke Tilfælde den ikke vil være helt fyldt, saa man kun skal regne til Overkanten. Ved de smaa Ledningsdimensioner og store Trykhøjder, hvor Ledningen bliver helt fyldt, vil det imidlertid i Regelen være ret ligegyldigt, om man regner til det ene eller det andet Sted. Man kan derfor som Hovedregel sige, at man bør regne Trykhøjden til Ledningens Overkant.

Lad os tænke os, at en Ledning med cirkulært Tværsnit forbinder to Vandbassiner (Fig. 54). Bevægel-

sen er bestemt ved

$$h = \frac{v^2}{2g} + \zeta_3 + \zeta_1 = (1 + \alpha_3 + \lambda \frac{L}{d}) \frac{Q^2}{2g(\frac{\pi}{4} d^2)^2} \qquad (89)$$

Naar Vandet i det nedre Bassin efterhaanden falder, vil Afløbsmængden gennem Ledningen vokse, dog kun indtil Vandspeglet har naaet Ledningens Overkant. I dette Øjeblik indtræffer praktisk taget Ledningens Maksimalvandføring. Synker Vandspeglet i det nedre Bassin yderligere, vil dette nemlig ikke forøge Vandføringen nævneværdigt, og naar Vandspeglet kommer under Ledningens Underkant, vil Vandspeglets Stilling være uden Indflydelse paa Vandføringens Størrelse. Naar man vil have fuld Nytte af den disponible Trykhøjde, maa Rørmundingen være helt dykket i Undervandet.

Ved Indløbet til Ledningen i det øvre Bassin (Fig 55) er det ikke tilstrækkeligt, at Ledningens Munding er helt dykket under Overvandet. Overkanten af Ledningen maa her ligge et Stykke, der svarer til Indstrømningsmodstanden ζ_3 plus Hastighedstrykket $\frac{v^2}{2g}$ [ialt $(1+\alpha_3)\frac{v^2}{2g}$] lavere end Overvandspeglet. I denne Dybde ligger nemlig den hydrauliske Tryklinie, og ligger nogen Del af Ledningstværsnittet i Indløbet højere oppe, vil Ledningen ikke blive fyldt fuldt, og Vandføringen formindsket.

Ligningen (88) indeholder 3 Størrelser: Vandføringen Q, Trykfaldet h og Størrelsen K, der afhænger af Ledningens Dimensioner og Beskaffenhed.

1) Er Trykfaldet h og Ledningens Art og Dimensioner - altsaa ogsaa K - givet, kan man af Formlen finde Q. Ved korte Ledninger - f. Eks. paa 10 m - har Størrelserne e, ikke stor Betydning; det er de andre Energitab, der vil dominere. Jo længere Ledningerne er, des mere Betydning vil e, faa i Forhold til de andre Tab.

Er Ledningerne meget lange, som ved Vandforsyningsledninger i Byer, vil Størrelserne e, være ganske overvejende, og man kan da indskrænke sig til at beregne Udløbsmængden af en af de i § 8 anførte Formler, idet man da tager Hensyn til de andre Modstande blot ved at indføre en skønsmæssig anslaaet Del af h til Overvindelse af disse Modstande.

2) Er Vandføringen Q og Ledningens Art og Dimensioner - altsaa ogsaa K - givet, kan man af Formlen finde, hvor stor Trykhøjde der maa være.

Ofte er Forholdet saaledes, at Vandføringen er givet, medens man har nogenlunde fri Hænder med Hensyn til Ledning og Trykhøjde. Man bestemmer da Ledningens Areal af Q = Fv, idet man for v sætter en efter Skøn valgt Værdi. Kommer man herved til for stort Tryk, prøver man med et større Areal (mindre Hastighed).

3) Er baade Vandføring og Trykhøjde givet, gælder det om at bestemme Ledningens Dimensioner,

saaledes at K svarer til Formel (88). Man maa her i Reglen prøve sig frem, idet den ved Formel (88) bestemte Ligning for det meste ikke lader sig løse med Hensyn til den for Tværsnitsarealet bestemmende Størrelse uden ved Forsøg. Man vælger sig da et Tværsnit og finder af (88) h og forandrer Tværsnittets Størrelse, indtil man faar tilstrækkelig god Overensstemmelse mellem det givne h og det af (88) fundne. Man bør passe, at Hastigheden i Ledningen ikke bliver for stor; ved Betonrør maa Hastigheden nødig være over 2 à 3m, ved Ledninger med Parement af Klinker eller Granit ikke over ca. 3 à 4m. Ved Jernrør kan man gaa op til 5m. Viser det sig, at Hastigheden bliver for stor, d.v.s., at der er for stor Trykhøjde disponibel, maa denne formindskes ved, at der indrettes et Overfald e.l.

I mange Tilfælde har det sin Interesse at kende det hydrauliske Tryk i Ledningens enkelte Punkter, f.E. for ved højtliggende Ledninger at sikre sig, at der ikke kommer negativt hydrauliak Tryk, hvorved der vil kunne trænge Luft ind gennem smaa Utætheder og Bevægelsen derved standses. Man beregner da blot Σe fra Ledningens Begyndelse til det paagældende Punkt; herved faas Hastighedsniveauets Højde og den hydrauliske Trykliniе ligger $\frac{v^2}{2g}$ lavere, idet v er Hastigheden i det paagældende Tværsnit.

§ 11. Forgrenede Trykledninger.

Har man en Beholder A (Fig. 56), som ved et System af Ledninger L', L'', L_I, L_{II} og L_{III} er i Forbindelse med Beholderne I, II og III, kan man, naar Ledningerne og Højderne af Vandspejlene i Beholderne er givne, finde den Vandmængde, som strömmer fra A til Beholderne I, II og III.

Lad Vandspejlet i A ligge H_I, H_{II} og H_{III} over Vandspejlene i Beholderne I, II og III, og lad K', K'', K_I, K_{II} og K_{III} være Størrelser svarende til den i Formel (82) indgaaende Størrelse K for Ledningsstykkerne L', L'', L_I, L_{II} og L_{III}; den fra Beholderen A udströmmende Vandmængde kaldes Q og de i Beholderne I, II og III indströmmende Vandmængder q_1, q_2 og q_3; lad endvidere den hydrauliske Trykliuie for Forgreningspunktet a ligge Stykket x og for Forgreningspunktet b Stykket y under Vandspejlet i Beholderen A. Man har da:

$$\left.\begin{aligned} Q &= q_1 + q_2 + q_3 \\ x &= \frac{Q^2}{2g} K' \\ H_I - x &= \frac{q_1^2}{2g} K_I \\ y - x &= \frac{(Q-q_1)^2}{2g} K'' \\ H_2 - y &= \frac{q_2^2}{2g} K_{II} \\ H_3 - y &= \frac{q_3^2}{2g} K_{III} \end{aligned}\right\} \quad (90)$$

ialt 6 Ligninger til Bestemmelse af de 6 Ubekendte, x, y, q_1,

q_2, q_3 og Q.

Ved Bestemmelsen af Størrelserne K kan det ofte være noget tvivlsomt, om man skal medregne Hastighedstrykket i Forgreningspunktet. Gaar Grenledningen vinkelret ud fra Hovedledningen, bør det ikke medregnes; man bør da regne, at Hastighedsniveauet for Grenledningen ligger i Højde med den hydrauliske Tryklinie for Hovedledningen i Forgreningspunktet.

§ 12. Vands Bevægelse i aabne Ledninger. (Ledninger med frit Vædskespejl.)

Ved Trykledninger er den gennem Ledningen strømmende Vandmængde til alle Sider begrænset af Ledningsvæggen, idet Ledningstværsnittet er helt udfyldt af Vandmassen, og den gennemstrømmende Vandmængde er alene bestemt af Vandets Hastighed og Ledningstværsnittets Dimensioner. Ved Ledninger med frit Vædskespejl eller, som de i det følgende vil blive benævnt, aabne Ledninger – en Benævnelse, som ganske vist kun mangelfuldt dækker Begrebet Ledning med frit Vædskespejl – er Vandet i Ledningen kun paa en Del af Vandmassens Yderflade begrænset af Ledningsvæggen – vi kan f. Ex. tænke os en Kanal eller et Vandløb (Fig. 57) – idet Begrænsningen langs det frie Vandspejl dannes af Luften. Den gennemstrømmende Vandmængde afhænger her foruden af Hastigheden og Dimensionerne for selve Ledningen (a-b-c-d, Fig.

57) tillige af Vandspeglets Stilling e-f i Ledningstværsnittet. I det følgende skal dog, hvor det ikke kan misforstaas, bruges Betegnelsen: „Ledningens Tværsnit" om den vandførende Del af Ledningens Tværsnit (e-f-c-b).

Ved Trykledninger vil den Vandmængde, der i et givet Øjeblik strömmer gennem et Tværsnit F_1, være lig med den Vandmængde, der i samme Øjeblik strömmer gennem et andet Tværsnit F_2, og Rumligningen (Masseligningen) har derfor Formen

$$Q = F_1 v_1 = F_2 v_2 = \ldots\ldots$$

Ved aabne Ledninger er derimod intet til Hinder for, at der strömmer mere Vand ind gennem Tværsnit I end ud gennem Tværsnit II (Fig. 58). Vandspeglet mellem de to Tværsnit vil da blot hæve sig et Stykke δ. Har Vandspeglet mellem de to Tværsnit et Areal A, bliver Rumligningen:

$$Q_1 - Q_2 = F_1 v_1 - F_2 v_2 = A \delta \qquad (91)$$

I det følgende skal vi imidlertid i Hovedsagen indskrænke os til det Tilfælde, hvor Bevægelsen er indtraadt i en vis Ligevægtstilstand, saaledes at <u>Vandføringen overalt er ens</u>; Bevægelsen kaldes da permanent, og Vandspeglet vil overalt holde sig konstant, idet δ bliver Nul, og man har da Rumligningen $Q_1 = Q_2 = Q_3 = \ldots\ldots$, hvoraf

$$Q = F_1 v_1 = F_2 v_2 = F_3 v_3 = \ldots\ldots \qquad (92)$$

I Formen svarer denne Ligning ganske til den, der blev benyttet ved Trykledninger. Ved Benyttelsen er

der den væsentlige Forskel, at Arealerne F_1, F_2 o.s.v. ikke paa Forhaand kendes, fordi de afhænger af Vandstanden paa det betragtede Sted.

Ved Bestemmelse af Energiligningen ved Trykledninger blev der gjort opmærksom paa, at man stadig maa tænke sig Vanddelene flyttet op til Vandoverfladen og faldende med denne. Det samme gælder ogsaa for aabne Ledninger.

Hvis man ikke, saaledes som det ofte er Tilfældet ved Trykledninger, har en Beholder, hvis Vandspejl kan betragtes som Energiens Nulplan, kan man vælge et eller andet vilkaarligt Punkt O (Fig. 61) af Ledningen (Vandløbet) til Udgangspunkt. Har Vandet her en Hastighed v_0, vil dets Hastighedsniveau ligge i Højden $\frac{v_0^2}{2g}$ over Vandspejlet. En vandret Plan herigennem kaldes det reducerede Vandspejl. Hvis der ikke var Modstande i Ledningen, eller andre Kilder til Forbrug af Energi nedenfor det valgte Punkt, vilde det reducerede Vandspejl være Hastighedsniveau for hele Ledningen. Hvis der findes Modstande, saaledes at der paa en vis Strækning pr. Kg. Vand tabes en Energimængde e, vil Hastighedsniveauet paa denne Strækning synke et Stykke e. Kaldes Vandspejlsfaldet fra O til det betragtede Punkt for h (Fig. 61), og er Vandets Hastighed her v, har man Energiligningen

$$h = \frac{v^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g} + e \quad . \qquad (93)$$

hvilket udtrykker, at Tyngdekraftens Arbejde h er lig Tilvæksten i levende Kraft plus Energiforbrug.

I Fig. 59, 60 og 61 er Energiligningens Betydning fremstillet for Udstrømning, Bevægelse i Trykledninger og i aabne Ledninger. Ved Udstrømning og ved Trykledninger vil Hastigheden i Beholderen i Reglen være forsvindende lille; for begge Tilfælde er det dog nævnt, at hvis man vil tage Hensyn til Vandets Hastighed v_0 i Beholderen, skal man blot regne Nulplanen for Energien fra en Højde $\frac{v_0^2}{2g}$ over Beholderens Vandspejl. I Formlerne skulde da paa samme Maade den levende Kraft $\frac{v_0^2}{2g}$ adderes til den potentielle Energi h for at finde hele den disponible Energimængde. Ved aabne Ledninger maa man som Regel altid medtage Hastighedstrykket $\frac{v_0^2}{2g}$ i Udgangspunktet, og for Sammenligningens Skyld er det da ogsaa medtaget ved de andre Figurer. Ved Udstrømning regner man, at hele Arbejdsmængden (den potentielle Energi) er omsat til levende Kraft $\frac{v^2}{2g}$ (idet man dog tager Hensyn til Energitab paa Grund af Modstandene ved Hjælp af Udløbskoefficienten). Ved Trykledninger og ved aabne Ledninger maa man derimod fra Arbejdsmængden $h + \frac{v_0^2}{2g}$ fradrage forbrugt Energi (e), hvilket svarer til, at Hastighedsniveauet er faldet Stykket e.

Hydraulisk Trykliniе ved en Trykledning svarer til det frie Vandspejl i den aabne Ledning; de angiver begge det Sted, hvor Faldet skal maales, idet

man (set fra et Energi-Synspunkt) kan tænke sig alt tilledt eller bortført Vand som afleveret til eller afgivet fra Vandoverfladen.

Forskellen mellem Trykledninger og aabne Ledninger bestaar væsentligst i, at ved Trykledninger er Vandstrømmens Tværsnit uafhængig af Vandspejlet (Trykket). Ved aabne Ledninger afhænger Tværsnittet af Vandspejlets Stand; Ledningens Tværsnitsareal er her en Funktion af Vanddybden (Fig. 57). Dette Forhold medfører nogen Forskel i Behandlingen af Vandbevægelsen i de to Slags Ledninger.

I § 9 er det for Trykledningers Vedkommende omtalt, at hvor Hastigheden aftager, vil den ved Hastighedsformindskelsen frigjorte levende Kraft helt eller delvis gaa tabt; ved jævn Overgang mellem de to ulige vide Ledningsstykker regnede vi, at en Del af den til Hastighedsændringen svarende kinetiske Energi blev nyttiggjort til Trykforøgelse. Ved aabne Ledninger pleier man altid at regne, at hele den til Hastighedsformindskelsen svarende kinetiske Energi gaar tabt for Bevægelsen saaledes, at der ikke indvindes potentiel Energi (Fald) ved en Hastighedsformindskelse. Energiforbruget maa tilskrives Stød mellem Vanddelene indbyrdes og mellem Vanddelene og Ledningsvæggene, Sammenhængsbrud, Dannelse af Hvirvler og Skum etc. Enkelte Tilfælde vil man dog kunne iagttage

en Stigning af Vandspeglet paa de Steder, hvor Hastigheden aftager (Fig. 62), og ganske undtagelsesvis vil Vandspejlsstigningen i Størrelse svare til den frigjorte Mængde kinetisk Energi. Nedenfor et „Styrt" (Fig. 63) og nedenfor et Vandfald eller, hvor Vandet fra en höjtliggende Udströmningsaabning falder ned i Undervandet, vil Vandspeglet være omtrent vandret og blot have saa meget Fald, som svarer til den Hastighed, med hvilken Vandet strömmer videre; Vandspeglet vil ikke, som man maatte vente, hvis den kinetiske Energi omdannedes til potentiel Energi, stige som vist i Fig. 63 med den punkterede Linie. I Trykledninger vil den hydrauliske Tryklinie ved jævne Overgange i Reglen stige. I aabne Ledninger vil Vandspeglet saa godt som aldrig stige, selv hvor der er jævne Overgange. Man kan ikke godt forklare dette paa anden Maade end ved, at der er flere Muligheder for Energiforbrug, og at Energien lettere slipper bort ved en aaben Ledning end ved en Trykledning, saaledes ved Fordampning og Dannelse af Skum. Den fine Støvsky af Vand, der staar i Vejret nedenfor et Vandfald, repræsenterer Dannelse af en uhyre stor Vandoverflade, og hertil medgaar betydelige Energimængder.

For ved Hjælp af Energiligningen (93) at finde Hastighed og Gennemströmningsmængder maa man ligesom ved Trykledninger kende Energitabene i Ledningen. Disse hidrører dels fra Modstanden ved Be-

vægelsen i de lange Ledningsstrækninger, dels fra Forandringer i Hastighed (Tværsnitsvariationer), Retningsforandringer etc.

Modstandene er ligesom ved Trykledninger afhængige af Ledningstværsnittenes Dimensioner, Ledningsvæggenes Beskaffenhed og Vandets Hastighed. Det gælder da om at bestemme Relationen mellem disse Størrelser paa den ene Side og Faldet (der angiver Tyngdens Arbejde) paa den anden Side.

§13. Ensformig Bevægelse i aabne Ledninger.

Bevægelse i en aaben Ledning kaldes ensformig, naar Ledningen overalt har samme Fald og samme (vandførende) Tværsnit. Afstanden fra Vandspejlet til Ledningens Bund (Dybden) er da overalt den samme.

Naar baade Tværsnit F og Vandføring Q er konstant, vil Middelhastigheden $v = \frac{Q}{F}$ ogsaa være det.

Med Hensyn til at bestemme Afhængigheden mellem de ved Vandets Bevægelse optrædende Modstande eller de dertil svarende Energiforbrug paa den ene Side og Vandets Middelhastighed og Ledningens Dimensioner og Beskaffenhed paa den anden Side, da genfinder man her de samme Vanskeligheder som ved den tilsvarende Opgave for Trykledningers Vedkommende. Man kender nemlig ikke synderligt til, efter hvilke Love de enkelte Vanddele i Strømmen bevæger sig, men ved egentlig kun, at Vandbevægelsen

er ledsaget af Energiforbrug.

Da der i Praksis saa godt som aldrig forekommer Tilfælde, hvor Ledningstværsnit og Hastighed er saa ringe, at Produktet af disse to Størrelser er lig med eller mindre end den til (61) svarende Størrelse – altsaa Hurtigheden lig med eller mindre end den til det paagældende Ledningstværsnit svarende kritiske Hastighed – kan vi gaa ud fra, at Vandbevægelsen i alle almindeligt forekommende Ledninger er turbulent.

Der er opstillet forskellige Hypoteser med Hensyn til Bevægelsens Art. Max Müller antager, at Vanddelene bevæger sig fremad efter to Systemer af Spiraler (Fig. 64); indad foroven, nedad i Midten og opad langs Bunden. Herved forklares, at svømmende Legemer søger ind mod et Vandløbs Midte. Der er ogsaa fremsat den Anskuelse, at Vanddelenes Bevægelse er pulserende med Stødretning efter Ledningens Længderetning. Man tør sikkert gaa ud fra, at jo mere uregelmæssig Vanddelenes Bevægelse er, d. v. s. jo mere de enkelte Vanddeles Hastighed afviger fra Middelhastigheden og deres Bevægelsesretning fra Ledningens Længderetning, desto større Energiforbrug finder der Sted, ligesom man ogsaa tør forudsætte, at jo mere ujævne Ledningsvæggene er, desto mere uregelmæssig bliver Vanddelenes Bevægelse.

Naturligvis spiller ogsaa Friktionen saavel mellem Vanddelene indbyrdes som mellem Vandde-

lene og Ledningsvæggene en Rolle i Henseende til Energiforbruget.

Paa samme Maade som tidligere omtalt og med lige saa ringe Berettigelse som ved Trykledninger bruger man ved aabne Ledninger at sammenfatte alle Modstandene og øvrige Kilder til Energiforbrug under Fællesbetegnelsen: Friktion.

Holder vi os alene til Hastighedskomposanten efter Ledningens Længde, da er denne heller ikke den samme for alle Ledningstværsnittets Punkter. Dette fremgaar saaledes af Mariottes Forsøg, som udførtes ved at lade to ved en tynd Snor indbyrdes forbundne Kugler, af hvilke den ene var noget lettere, den anden noget tungere end Vand, svømme ned ad et Vandløb; han fandt da, at den nederste Kugle - navnlig ved Vandløb med bevokset Bund - var bagest, hvor Vandet strømmede jævnt, medens den øverste var bagest forbi Indsnævringer i Vandløbet (Fig. 65).

Der er foretaget en Mængde Maalinger af Vandhastigheder for at finde, hvorledes Hastigheden varierer i et Ledningstværsnit. Det er imidlertid en ret vanskelig Sag at finde Hastighederne nøjagtigt, thi saa snart man lader et fast Legeme (Maaleapparatet) dykke ned i Vandet, kommer der Forstyrrelse i Bevægelsen; særlig gælder dette ved Maaling af Hastigheden tæt ved Ledningens Bund og Sider. Resulta-

set af saadanne Undersøgelser er, at Vandets Hastighed er størst omkring Ledningens Midtlinie og lidt under Vandspeilet og aftager ned mod Bunden og Ledningens Sider. Hastighedsvariationen i en Perpendikulær i et Ledningstværsnit kan i grove Træk fremstilles som vist i Fig. 66; om denne Hastighedskurve mener nogle, at den ret nær danner en Parabel med Toppunktet noget under Vandspeilet, medens andre finder, at en logarithmisk Linie passer bedre med Maalingsresultaterne.

Man kan bestemme Middelhastigheden i en given Ledning ved at maale Vandføringen Q og Tværsnitsarealet F og har da $v = \frac{Q}{F}$. Imidlertid vil det kun ved Laboratorieforsøg kunne lade sig gøre at bestemme Q direkte ved at maale den bortstrømmende Vandmængde. I Vandløb vil man være henvist til at dele Tværsnittet i mindre Dele, F_1, F_2, F_3, ... og maale Hastighederne v_1, v_2, v_3, ... for hver af disse. Man faar da $Q = \Sigma F_1 v_1$ og $v = \frac{\Sigma F_1 v_1}{F}$.

Paa denne Maade har man foretaget adskillige Maalinger af Middelhastigheden i Vandløb, og samtidig har man maalt Faldet pr. Længdeenhed og bestemt Tværsnittets Form og Størrelse. Det viser sig, at Hastigheden vokser med Faldet og med Middeldybden. Man har da paa Grundlag af Forsøgsresultaterne opstillet forskellige Formler til Bestemmelse af Hastigheden, naar Fald og Tværsnit kendes.

Den Formel, der hyppigst finder Anvendelse i Praksis, er næsten samtidig fremsat af Eytelwein og Chezy og har ganske samme Form som den for Trykledninger gældende Formel (64), nemlig

$$v = c\sqrt{R\,J} \qquad (94)$$

J er Faldet pr Længdeenhed, ligesom ved Trykledninger er det Faldet i Hastighedsniveau. Da det vandførende Tværsnits Areal - og derfor ogsaa Hastigheden - er konstant, vil der dog være samme Fald paa Hastighedsniveau og Vandspejl. R, hydraulisk Radius, er lig $\frac{F}{p}$, Forholdet mellem vandførende Tværsnits Areal og beskyllet Omkreds (Fig. 67). Naar Tværprofilets Bredde B er stor i Forhold til Dybden, f. Eks. mere end 20 Gange saa stor, kan man sætte R lig Middeldybden $\frac{F}{B}$.

Man kan komme til Formel (94) ved ganske tilsvarende Betragtningsmaade som den, der er brugt ved Udledelsen af Formel (64) for Trykledninger, idet man blot for p (se Fig. 39 og Fig. 67) regner den Del af Tværsnittets Omkreds, langs hvilken Vandet er i Berøring med Ledningsvæggene, men Grundlaget for Ræsonnementet er her ved aabne Ledninger paa samme Maade som for Trykledninger behæftet med meget væsentlige Urigtigheder.

Naar henses til Urigtighederne i Grundlaget for den teoretiske Udledelse af Formlen $v = c\sqrt{R\,J}$, og til, at denne Formel ikke desto mindre er enslydende

med den, som er opstillet ved Behandling af Forsøgsresultater, indses det, at Størrelsen c i Formel (94) ikke kan være nogen Konstant, saaledes som Eytelwein først mente, den var, (idet han angav dens Talværdi til 50,7) eller en Koefficient, hvis Talværdi alene er betinget af Ledningsvæggens Beskaffenhed, men at der maa tillægges Størrelsen c Værdier, som afhænger saavel af Ledningsvæggens Beskaffenhed som af Ledningens Dimension, og muligvis ogsaa af Vandets Hastighed eller Vandspejlsfaldet.

Af Formler til Bestemmelse af c skal anføres:

Prony:

$$c = \frac{100}{\sqrt{3,09 + \frac{0,245}{v}}} \qquad (95)$$

Colding sætter:

$$c = \frac{100}{\sqrt{n\left(1 + \frac{0,314}{v}\right)}} \qquad (96)$$

hvor n har de for Trykledninger gældende Værdier; for Ledninger i Jord sættes n = 2,5 – 2,8.

Eytelwein (senere Angivelse):

$$c = \frac{100}{\sqrt{3,66 + \frac{0,243}{v}}} \qquad (97)$$

Hagen:

$$c = \frac{100}{\sqrt{2,18 + \frac{0,58}{v}}}$$

Hagen (senere Angivelse):

For Vandløb, $R < 0,47$ m og $J < 1‰$:

$$c = 4,9\,\frac{\sqrt{R}}{\sqrt[10]{J^3}}$$

For større Vandløb, $R > 0,47$:

$$c = \frac{3,34}{\sqrt[10]{J^3}} \qquad (98)$$

For regelmæssige Kanaler:

$$c = 43{,}7\sqrt[6]{R} \qquad (98)$$

Ganguillet & Kutters ældre Formel:

$$c = \frac{100}{1 + \frac{n}{\sqrt{R}}} \qquad (99)$$

hvor for Størrelsen n følgende Værdier angives, idet Ledningerne efter Ledningsvæggenes Beskaffenhed inddeles i 15 Klasser:

Klasse	Ledningsvæggenes Beskaffenhed.	n.
1.	Glat Cementpuds	0,12
2.	Høvlet Træ	0,15
3.	Omhyggeligt samlede Brædder	0,20
4.	Uhøvlet Træ, omhyggeligt udført Mursten smurværk	0,25
5.	Almindeligt Mursten smurværk	0,30
6.	Slimovertrukne Kloakledninger	0,35
7.	Murværk af behugne Sten	0,45
8.	Murværk af tugtede Sten, Bunden bedækket med Slam.	0,55
9.	Brudstensmurværk	0,75
10.	Gammelt Murværk, Bunden bedækket med Slam.	1,00
11.	Bund og Sider af Klippe, faa Vandplanter.	1,25
12.	Almindelig Jord uden Vegetation.	1,50.
13.	Jord med Slamlag eller Stenlag i Bunden, ringe Vegetation.	1,75.
14.	Slet vedligeholdt med Planter bevokset Formurværk, slambelagt Bund, eller Ledninger i Jord med middelstærk Vegetation samt større Vandløb	2,00
15.	Stærkt bevoksede og slet vedligeholdte Ledninger i Jord.	2,50.

Ganguillet & Kutters mere Formel:

$$C = \frac{23 + \frac{0{,}00155}{y} + \frac{1}{n}}{1 + (23 + \frac{0{,}00155}{y})\ \frac{n}{\sqrt{R}}} \qquad (100)$$

hvor for Størrelsen n regnes med de i nedenstaaende Tabel angivne Værdier, idet Ledningerne her inddeles i 6 Klasser:

Klasse.	Ledningsvæggens Beskaffenhed	n.
1.	Høvlet Træ eller glat Cementpuds.	0,010.
2.	Uhøvlet Træ	0,012.
3.	Murværk af Mursten eller behugne Sten	0,013.
4.	Murværk af Brudsten.	0,017.
5.	Jord, Vandløb uden Vegetation	0,025
6.	Jord, Vandløb med Sten eller Vandplanter	0,030.

Bazins Formel:

$$C = \frac{87}{1 + \frac{n_1}{\sqrt{R}}} = \frac{100}{1{,}15 + \frac{n_2}{\sqrt{R}}} \qquad (101)$$

med en Inddeling af Ledningerne i 6 Klasser, for hvilke Størrelserne n_1 og n_2 har følgende Værdier:

Klasse.	Ledningsvæggens Beskaffenhed.	n_1	n_2
1.	Høvlet Træ, glat Cementpuds.	0,06.	0,07
2.	Uhøvlet Træ, Murværk af behugne eller brændte Sten.	0,16	0,185
3.	Murværk af Brudsten	0,46	0,63
4.	Ledninger, delvis Jord, delvis Murværk.	0,86	0,98
5.	Jord, regelmæssigt Tværsnit, Vandløb uden Bevoksning.	1,30	1,49
6.	Ral og Sten, stærkt bevoksede Vandløb	1,75	2,05

De af ovennævnte Formler (95) til (101), der hyppigst anvendes, er Bazins Formel (101) og Ganguillet & Kutters ny og ældre Formel (100) og (99); for meget stærke og meget svage Fald foretrækkes Ganguillet & Kutters ny Formel (100).

Da Formel (100) er ret kompliceret, vil det ofte være en Lettelse at benytte en grafisk Fremstilling af Formlen. En saadan faas (Fig. 68) ved følgende Fremgangsmaade:

Sættes $x = \frac{1}{\sqrt{R}}$ og $y = \frac{1}{c}$, giver (100)

$$\left(\frac{1}{n} + 23 + \frac{0{,}00155}{y}\right) y = 1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{y}\right) n x$$

hvilket er Ligningen for en ret Linie, der skærer Linien $x = \frac{1}{\sqrt{R}} = 1$ i et Punkt $y = n$. Til hver Værdi af y svarer der altsaa for en given Værdi af n en Linie gennem Punktet ($x = 1$, $y = n$), og til varierende Værdier af y et Liniebundt gennem det omtalte Punkt. Til hver Værdi af n svarer et nyt Liniebundt, og Formlen kan derfor grafisk fremstilles i et retvinklet Koordinatsystem ved 6 Systemer af Liniebundter, hvis Knudepunkter alle ligger paa Linien $x = 1$, og hvis Ordinat til den vilkaarlige Abscisse $x = \frac{1}{\sqrt{R}}$ er $\frac{n}{c}$

Saavel Formel (99) som (101), der begge har samme Form, kan paa lignende Maade fremstilles grafisk.

Sættes i Bazins Formel (101) $x = \frac{1}{\sqrt{R}}$, $y = \frac{1}{c}$, faas

$$100\, y = 1{,}15 + n_2\, x$$

der er Ligningen for et Liniebundt, hvis Knudepunkt har

Koordinaterne $x = 0$, $y = \frac{1{,}15}{100} = 0{,}0115$; til hver Værdi af n_2 svarer en ret Linie, hvis Ordinat til den vilkaarlige Abscisse $c = \frac{1}{\sqrt{R}}$ er $\frac{1}{c}$.

Ved alle tre Formler (99) til (101) nærmer c sig til Nul, naar R nærmer sig til Nul. Dette er næppe ganske rigtigt, og for smaa Værdier af R giver Formlerne vistnok noget for smaa Værdier af c.

Tidligere anvendte man mest Formler, hvorefter c varierede med Hastigheden. De bruges dog ikke saa meget nu.

For Vandløb i Jord angiver Max Müller:

R =	0	0,25	0,3	0,5	1,0	2,0	3,0	5,0	9,0	Meter
c =	20	25	32	36	41	47	50	55	57	

(102)

Foruden Formel (94) med de tilhørende Formler (95) til (101) til Bestemmelse af c eksisterer der desuden en Mængde andre Formler for ensformig Bevægelse i aabne Ledninger. Angaande disse Formler, som for de flestes Vedkommende er meget komplicerede, skal her blot henvises til de almindelige Haandbøger (f. E. Faerster).

Den ensformige Bevægelse i en aaben Ledning er bestemt ved Massesligningen:

$$Q = Fv$$

og Energiligningen (f. E. Eytelweins):

$$v = c\sqrt{R\,i}.$$

Ved at eliminere v, faas

$$Q = cF\sqrt{R\,i} \qquad (103)$$

Naar man kender Tværsnittets Form og Vandspeglets Stilling samt Faldet y, beregner man c af en af de anførte Formler og kan da af (103) finde Q.

Har Tværsnittet en stærk brudt Kontur, hvilket f. E. kan indtræffe, hvor et Vandløb strømmer over sine Bredder (Fig. 69), og man for at finde Q af (103) beregner F og R ($= \frac{F}{p}$) gældende for hele Tværsnittet, og tager c efter en af Formlerne ovenfor, faar man ikke god Overensstemmelse mellem det beregnede Q og den virkelige Vandføring. Man faar bedre Overensstemmelse ved at dele Arealet i mindre Dele 1, 2 og 3 og beregne F_1, R og c for hver af disse Dele for sig. Vandføringen for hver Del faas da af (103):

$$Q_1 = c_1 F_1 \sqrt{R_1 y}$$
$$Q_2 = c_2 F_2 \sqrt{R_2 y}$$
$$Q_3 = c_3 F_3 \sqrt{R_3 y}$$

og ved at summere faas hele Vandføringen

$$Q = (c_1 F_1 \sqrt{R_1} + c_2 F_2 \sqrt{R_2} + c_3 F_3 \sqrt{R_3}) \sqrt{y} \qquad (104)$$

Denne Formel svarer til den almindelige Formel (103), idet man blot i denne benytter følgende Udtryk for c:

$$c = \frac{c_1 F_1 \sqrt{R_1} + c_2 F_2 \sqrt{R_2} + c_3 F_3 \sqrt{R_3}}{F \sqrt{R}} \qquad (105)$$

Ved Beregninger af aabne Ledninger hænder det ofte, at man ikke kender Værdien af R, idet Beregningen maaske netop gaar ud paa at finde, hvor høit Vandspeglet vil stille sig i en vis given Ledning. Man kan da lettest foreløbig skønne en Værdi for

c (f. S. 50). Herved finder man en foreløbig Værdi for R, der benyttes til at finde en nøjagtigere Værdi for c, og Beregningen gåres da om med denne ny Værdi.

Ved ensformig Bevægelse er Hastighedsniveau-et parallelt med Vandspeglet, og J betegner da Faldet saavel paa Hastighedsniveau-Linien som paa Vandspeglet og paa Ledningens Bund.

Hvor Bevægelsen ikke er ensformig, maa man skelne mellem Faldet i Hastighedsniveau – altsaa Energitabet e – og Faldet paa Vandspeglet, der ifølge Energiligningen (93) er lig e plus Tilvæksten i Hastighedstryk. Da Formel (94) er et Udtryk for Energiforbruget paa Grund af Ledningsmodstandene, betegner J Faldet i Hastighedsniveau $\frac{e_1}{l}$ (Energitabet paa Grund af Ledningsmodstande er tidligere betegnet med Indeks 1), hvor l er Ledningens Længde. Ved uensformig Bevægelse har man Brug for dette Energitab, og man staar sig da ved at skrive Formlen (94) som

$$e_1 = \frac{Q^2 l}{c^2 F^2 R} = Q^2 \frac{p\,l}{c^2 F^3} \qquad (106)$$

hvilket Udtryk svarer ganske til Formel (62) ved Trykledninger.

Faldet i Hastighedsniveau e_1 er lig den Energimængde, der er forbrugt pr. kg., naar Vandet bevæger sig et Stykke l.

—

§ 14. Tværsnitsvariationer og Retningsforandringer ved aabne Ledninger.

Ved meget lange aabne Ledninger – f. Ex. Vandløb – har Energiforbruget paa Grund af Ledningsmodstandene en ganske overvejende Betydning i Sammenligning med de Energitab, der hidrører fra Tværsnitsvariationer og Retningsforandringer. I Almindelighed vil derfor Bevægelsen være bestemt ved Masseligningen $Q = Fv$ i Forening med Eytelweins Formel $v = c\sqrt{RJ}$, der udtrykker, at Faldet paa ethvert Sted svarer til Ledningsmodstandene.

Ved korte Ledninger vil derimod ofte de Energitab, der hidrører fra Hastighedsvariationer, have Betydning i Sammenligning med Energitabet til Ledningsmodstande, og ved Beregningen maa der da tages Hensyn hertil.

a. Tværsnitsvariationer.

Ved Tværsnitsudvidelse (Fig. 70) benyttes samme Formel som ved Trykledninger:

$$e_2 = \alpha_2 \left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\right) = \alpha_2 \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_2^2}\right) \qquad (107)$$

Ved brat Overgang mellem de to Ledningsstykker sættes altid $\alpha_2 = 1$. Ved aabne Ledninger plejer man ogsaa ofte ved jævne Overgange at regne $\alpha_2 = 1$, hvilket svarer til, at man helt ser bort fra den Stigning i Vandspejl, som man skulde vente sig, hvor Hastigheden aftager. Ved jævne Overgange er dette maaske

ikke ganske rigtigt, men det er ofte en Lettelse ved Beregningen, og som Regel har Hastighedstrykkene ved aabne Ledninger kun ringe Indflydelse i Sammenligning med Ledningsmodstandene, saa det har ikke saa stor Betydning, om de medtages eller ikke. Ved Tværsnitsudvidelse faas altsaa hverken Stigning eller Fald i Vandspejlet (hydraulisk Trykline). Det er her forudsat, at Bevægelsen er ensformig i begge de ved Tværsnitsudvidelsen sammenstødende Ledningsstykker.

Ved <u>Tværsnitsformindskelser</u> (Fig. 71) benyttes ligeledes samme Formel som ved Trykledninger:

$$l_3 = \alpha_3 \frac{v_4^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g} \frac{\alpha_3}{F_4^2} \qquad (108)$$

Faldet i Vandspejl bliver:

$$h_3 = \frac{v_4^2}{2g} - \frac{v_3^2}{2g} + l_3 = (1+\alpha_3)\frac{v_4^2}{2g} - \frac{v_3^2}{2g} \qquad (109)$$

Hvor stor man skal tage α_3, afhænger af, om Overgangen er brat eller jævn, og af, hvor stor F_3 er i Forhold til F_4. Naar $F_3 : F_4$ nærmer sig til 1, nærmer α_3 sig til Nul. Er F_3 stor i Forhold til F_4 – f. Ex. mere end 10 Gange saa stor – og Overgangen brat, kan α_3 sættes lig ca. 0,5.

<u>b. Retningsforandringer.</u>

Ved aabne Ledninger er der oftest kun saa svage Knæk og jævne Krumninger, at man helt kan se bort fra Energitabene ved disse – navnlig gælder dette for Kanaler og Vandløb. Ved større Retningsforan-

dringer og skarpe Böjninger kan man beregne Faldene i Hastighedsniveau (= Vandspejlsfaldene) e_4 (h_4) og e_5 (h_5) af Formlerne (82) og (84).

c. Stigbordsaabninger, Drejeklapper o. l.

Energitabene ved Stigbordsaabninger o. l. maa altid særlig beregnes. Navnlig ved korte Ledninger har de ofte væsentlig Betydning.

Ved Strömning fra Ledningen med Tværsnit F_0 gennem Stigbordsaabningen med Arealet f (maalt til det lave Vandspejl) ind i Ledningen med Tværsnit F_1 (Fig. 72) vil Faldet e_6 i Hastighedsniveau blive:

$$e_6 = e_3 + e_2 = \alpha_3 \frac{v^2}{2g} + \alpha_2 \left(\frac{v^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} \right)$$

eller, idet $\alpha_2 = 1$,

$$e_6 = (1+\alpha_3) \frac{v^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1+\alpha_3}{f^2} - \frac{1}{F_1^2} \right) \qquad (110)$$

hvor Størrelsen α_3 har den for Tværsnitsformindskelsen fra F_0 til f gældende Værdi.

Faldet i Vandspejlet bliver:

$$h_6 = \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g} + e_6 = (1+\alpha_3) \frac{v^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1+\alpha_3}{f^2} - \frac{1}{F_0^2} \right) \qquad (111)$$

Faldet i Vandspejl kan forövrigt ogsaa findes ved at behandle Bevægelsen efter de for Udströmning gældende Formler. Vandmængden Q strömmer gennem den delvis dykkede Overfaldsaabning f (regnet op til Overvandspejlet). Er Aabningen f. Eks. rektangulær af Bredde b og med Overfaldskanten liggende Stykket a under det lave Vandspejl, haves med Anvendelse af (23):

$$Q = \tfrac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\left[\left(h_6 + \frac{v_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{v_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}}\right] + \mu a b\sqrt{2g}\left(h_6 + \frac{v_0^2}{2g}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (112)$$

til Bestemmelse af h_6.

Ved en helt dykket Stigbordaabning (Fig. 73) skal α_3 regnes temmelig stor, nemlig = 1,6. Dette ligger i, at man maaler Arealet f i selve Tværsnitsaabningen, medens man egentlig skulde maale den kontraherede Straales Areal. Begrænses Aabningen nedadtil af Ledningens Bund (Fig. 74), eller er F_0 ikke meget stor i Forhold til f, skal α_3 sættes til en mindre Værdi – f. Eks. 0,8 – fordi Kontraktionen da er delvis hindret.

Svarende til (111) faas Faldet i Vandspejlet:

$$h_6 = (1+\alpha_3)\frac{v^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1+\alpha_3}{f^2} - \frac{1}{F_0^2}\right) \quad (113)$$

Behandles Bevægelsen efter Reglerne for Udstrømning, faas [se Formel (7)]:

$$Q = \mu f\sqrt{2g\left(h_6 + \frac{v_0^2}{2g}\right)}$$

som løst med Hensyn til h_6 giver

$$h_6 = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\mu^2}\,\frac{1}{f^2} - \frac{1}{F_0^2}\right)$$

hvoraf ses, ved Sammenligning med (113), at

$$\frac{1}{\mu^2} = 1+\alpha_3\,; \quad \alpha_3 = \frac{1}{\mu^2} - 1 \quad (114)$$

§ 15. Beregning af aabne Ledninger (ensformig Bevægelse).

Er h Højdeforskellen mellem Vandspejlene ved den øverste Ende og den nederste Ende af et System af aabne Ledninger, i hvilke Vandbevægelsen er ensformig (Fig. 75), haves Energiligningen:

$$h = \frac{v_m^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g} + \Sigma l \qquad (115)$$

hvor Σl er Summen af alle Faldene i Hastighedsniveau og altsaa ogsaa Summen af alle Vandspejlsfald paa den betragtede Strækning.

Alle Størrelserne l kan skrives paa Formen $k Q^2$, hvor k kun er afhængig af Ledningens Dimensioner og Ledningsvæggenes Beskaffenhed, idet det dog herved er en Forudsætning, at man for c i Formel (106) ikke gør Brug af noget af de Udtryk, i hvilke v eller $\gamma \left(= \frac{h}{l}\right)$ indgaar, men anvender f. Eks. Formel (101). Ligning (115) kan da skrives:

$$h = \frac{Q^2}{2g F_m^2} - \frac{Q^2}{2g F_0^2} + Q^2 (k_1 + k_2 + \ldots) = Q^2 K \qquad (116)$$

hvor K kun afhænger af Ledningens (herunder det vandførende Tværsnits) Dimensioner og Ledningsvæggenes Beskaffenhed. Hvis man for c indfører Størrelser, der indeholder v eller γ – f. Eks. efter Formel (100) – bliver Ligningen ikke slet saa simpel, men iøvrigt spiller det ikke nogen Rolle; (116) vil ogsaa da være en Ligning mellem h, Q og de Ledningerne bestemmende Størrelser.

Som det ses, er Hastigheden v_m i det Bassin eller den Ledning, hvori Vandet fra det betragtede Ledningssystem løber ud, uden Betydning, idet det Hastighedstryk, der svarer til Hastighedsformindskelsen ved Udløbet, som sædvanlig gaar tabt.

Ligning (116) indeholder 3 Størrelser: Vandføringen Q, Vandspejlsfaldet h og Størrelsen K, denne

sidste atter bl. a. de for Ledningens Dimensioner bestemmende Størrelser.

Man kan nu tænke sig, ligesom ved Trykledninger, at skulle finde Q eller h eller en af de i K indgaaende Størrelser, naar de øvrige er givne. Disse Opgaver lader sig imidlertid ikke i alle Tilfælde løse ved Hjælp af det hidtil anførte. Dette Forhold oplyses bedst ved at tage simple Eksempler:

1. Er Q og Ledningens Længde, Tværsnit og Beskaffenhed givet, men ikke dens Fald og Højdebeliggenhed, kan h, d. v. s. Faldet, findes. Vi kan f. E. tænke os en Beholder A (Fig. 76) med given Vandspejlsbeliggenhed, en Ledning f. E. med trapezoidalt Tværprofil og de i Fig. angivne Dimensioner. Vi søger h, som er bestemmende for Højdebeliggenheden af Vandspejlet i B og for Højdebeliggenheden af Ledningens Bund. Man har nu

$$h = h_3 + h_1 = (1+\alpha_3)\frac{Q^2}{F^2}\,\frac{1}{2g} + \frac{Q^2 l}{F^2 c^2 R} \qquad (117)$$

til Bestemmelse af h, idet

$$F = (b+nd)\,d;\quad R = \frac{F}{p} = \frac{(b+nd)\,d}{b+2d\sqrt{n^2+1}} \qquad (118)$$

2. Er Q og h givet – Beliggenheden af Vandspejlene i A og B kendt – og tillige Ledningens Længde, Beskaffenhed og dens Tværprofils Form, men ikke Vanddybden d i Tværprofilet, har man til Bestemmelse af d Ligning (117) i Forbindelse med (118) og en af de tidligere anførte Formler for c. Man kan derefter ved at beregne h_1 bestemme Beliggenhe-

den af Ledningens Bund. I Stedet for d kan en af de andre for Tværsnittets Størrelse bestemmende Størrelser være ubekendt.

3. Er h givet ved Beliggenheden af Vandspejlene i A og B, medens Q er søgt, idet Forholdene iøvrigt er som angivet under 1., altsaa Beliggenheden af Ledningens Bund ikke forud fastsat, kan man ogsaa bruge Ligning (117) til Bestemmelse af Q; ved derefter at beregne h_1 bestemmes Ledningens Beliggenhed.

4. Har vi ligesom i 3. givet h ved Beliggenheden af Vandspejlene i A og B samt Ledningens Længde og Tværprofilets Form, men ikke Vanddybden i Tværprofilet, medens paa den anden Side Beliggenheden af Ledningens Bund er givet (Fig. 77), og søges Q, da kan denne Opgave ikke løses ved Hjælp af det ovenfor anførte. Vi har nemlig hidtil forudsat ensformig Bevægelse i Ledningen, d. v. s. at Vandspejlet skal være parallelt med Ledningens Bund; men indlægges Vandspejlet saaledes (a-b), ses, at det ved A kan komme til at ligge højere end Vandspejlet i A; Opgaven synes at være overbestemt, medens det paa den anden Side er klart, at den foreliggende Ledning under de givne Forhold maa gennemstrømmes af en ganske bestemt Vandmængde. Sagen forholder sig imidlertid saaledes, at Vandbevægelsen i Ledningen i Almindelighed vil være uensformig, idet Vandspejlet vil stille sig omtrent

som angivet ved Linien c-d-b. Den her stillede Opgave vil derfor blive behandlet noget nærmere senere hen.

Ved Bestemmelsen af Dimensionerne for en aaben Ledning maa man ligesom ved Trykledninger passe, at Vandets Hastighed ikke bliver for stor. Som største tilladelige Vandhastigheder, naar man vil være sikker paa at undgaa Udskæringer eller Ødelæggelser, kan man sætte:

Magert Ler og fint Sand	0,10 à 0,25 m/Sek.
Fast Ler og groft Sand	0,60 " 0,80 "
Kal	0,80 " 1,00 "
Haandsten	1,00 " 1,25 "
Stenglacis	2,00 " 3,00 "
Murværk	3,00 " 4,00 "

Over 4 Meters Hastighed vil Træudforinger være nødvendige. Træet er elastisk og angribes derfor ikke saa stærkt; forøvrigt kan det ogsaa let udvekles.

Man kan formindske Hastigheden ved at bruge et bredt Profil med ringe Dybde. Ved Jordledninger vil Strømmen dog let i et saadant Profil skære sig et dybere Leje. Man kan derfor undertiden her være nødt til at indrette Styrt, idet man enkelte Steder indretter brattе Fald, bygget af Murværk e.l. Styrtelejet maa sikres mod Udskæring.

I Tilfælde, hvor Vandet medfører Slam eller Sand, der ikke maa bundfældes, maa man sørge for,

at Hastigheden ikke bliver for lille, idet den da mindst maa være 0,20 à 0,50 m - alt efter de opslemmede Stoffers Kornstørrelse. Man anvender da et forholdsvis dybt Profil og maa sørge for, at Ledningens Vægge bliver saa glatte som mulig.

§ 16. Uensformig Bevægelse.

Man kalder Bevægelsen i en Ledning uensformig, naar Ledningens vandførende Tværsnit varierer. Her skal kun Bevægelsen omtales, naar den er permanent, hvorved, som tidligere nævnt, forstaas, at den sekundlige Gennemstrømningsmængde er ens for alle Tværsnit, saaledes at Vandspejlet overalt holder sig konstant.

Man har da Masseligningerne

$$Q = F_0 v_0 = F_1 v_1 = F_2 v_2 = \ldots\ldots$$

og Energiligningen

$$h = \frac{v^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g} + l$$

der udtrykker, at Tyngdekraftens Arbejde h er lig Tilvæksten i levende Kraft plus Energiforbrug.

Vi vil nu gaa ud fra, at man kender Vandføringen Q, Tværprofilernes Form og Beliggenhed i alle Ledningens Punkter samt Vandspejlets Beliggenhed i et eller andet Punkt O af Ledningen. (Fig. 78). Man kender da ogsaa her Tværsnittet F_0 og Hastigheden $v_0 = \frac{Q}{F_0}$. Fremgangsmaaden ved at beregne Vandspejlets Fald i de næste Profiler bestaar i, at man deler Ledningen

i passende korte Strækninger $l_{0,1}$, $l_{1,2}$, $l_{1,3}$ o.s.v. For hver af disse regner man saa, at Energiforbruget paa Grund af Modstande svarer til Middeltværsnittet. Er der ved den ene Ende af den betragtede Strækning et Tværsnit F_m og en beskyllet Omkreds p_m, ved den anden Ende F_{m+1} og p_{m+1}, vil vi med Benyttelse af Eytelweins Formel (106) regne Energiforbruget

$$h_{m,m+1} = Q^2 \frac{p_{m,m+1}}{c^2_{m,m+1}} \frac{l_{m,m+1}}{F^3_{m,m+1}} \qquad (119)$$

hvor man sætter:

$$p_{m,m+1} = \frac{p_m + p_{m+1}}{2} \qquad F_{m,m+1} = \frac{F_m + F_{m+1}}{2}$$
$$c_{m,m+1} = \frac{c_m + c_{m+1}}{2} \qquad (120)$$

Man faar nu ved at anvende Energiligningen paa hver enkelt Strækning for sig Vandspejlsfaldene:

$$h_{0,1} = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2}\right) + Q^2 \frac{p_{0,1}}{c^2_{0,1}} \frac{l_{0,1}}{F^3_{0,1}}$$
$$h_{1,2} = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{F_2^2} - \frac{1}{F_1^2}\right) + Q^2 \frac{p_{1,2}}{c^2_{1,2}} \frac{l_{1,2}}{F^3_{1,2}}$$
$$h_{m,m+1} = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{F^2_{m+1}} - \frac{1}{F_m^2}\right) + Q^2 \frac{p_{m,m+1}}{c^2_{m,m+1}} \frac{l_{m,m+1}}{F^3_{m,m+1}} \qquad (120a)$$

Hele Vandspejlsfaldet fra 0 til n faas da af Formlen:

$$\frac{h_n}{Q^2} = \frac{1}{2g} \sum_0^n \left(\frac{1}{F^2_{m+1}} - \frac{1}{F^2_m}\right) + \sum_0^n \frac{p_{m,m+1}}{c^2_{m,m+1}} \frac{l_{m,m+1}}{F^3_{m,m+1}} \qquad (121)$$

Beregningen udføres paa følgende Maade:

Man begynder ved det Punkt 0, hvor Vandspejls-

højden er givet, og beregner F_0 og p_0; man skönner nu Værdierne af F_1 og p_1 (man kan f. Ex. antage, at Vandspeilet mellem de to Profiler staar vandret). Man finder Middelværdierne $F_{0,1}$ og $p_{0,1}$. Af Formlen, hvis første Led bortkastes, hvis det bliver negativt (d. v. s. hvis Hastigheden for det betragtede Stykke aftager nedad Vandløbet), beregner man Vandspeilsfaldet $h_{0,1}$ mellem de to Profiler. Idet man nu kender en rigtigere Værdi end den skönnede for Vandspeilshöjden i Profil 1, kan man beregne Værdier for F_1 og p_1. Hvis disse er synderligt forskellige fra, hvad man har skönnet, maa Beregningen göres om. Paa ganske lignende Maade fortsætter man, idet man Skridt for Skridt finder Vandspeilsfaldene mellem de betragtede Profiler.

Ved meget jævne Overgange burde man vistnok medtage 1ste Led i Formlen, selv hvor det bliver negativt. Det kan anbefales at beregne Vandspeilsfaldet saavel med som uden disse negative Led. Man faar da to Grænseværdier for Faldet, der forövrigt sjældent vil afvige meget fra hinanden.

I Praksis staar man sig ved at multiplicere alle Leddene med 10^4 for ikke at faa for smaa Bröker. Beregningen opstilles tabellarisk, idet man for hver Strækning i 4 Rubrikker indförer h, F, p og c. Efterhaanden som man udregner Faldene paa hver enkelt Strækning, bör dette indföres i Vandløbets Længdeprofil, da dette vil hjælpe til at skönne Værdien af F o. s. v.

nogenlunde rigtigt for den næste Strækning.

Ved Inddeling af Vandløbsstrækningen maa man passe, at der i de enkelte Stykker $l_{0,1}$, $l_{1,2}$ o.s.v. ikke findes Maksima eller Minima af Tværprofilsarealer uden ved Endene af de enkelte smaa Ledningsstykker l. Endvidere bør man vælge Inddelingen saaledes, at Tværsnitsvariationen paa hver enkelt Strækning - fra Tværsnittet ved den ene Ende af Ledningsstykket til Tværsnittet ved den anden Ende - er jævn.

Foruden den ovenfor skitserede Opgave: at finde Vandspejlsfaldet (Vandløbets Længdeprofil), naar Q er givet, og man kender Tværprofilsformen for alle Ledningens Punkter og Beliggenheden af Ledningens (Vandløbets) Bund samt Beliggenheden af Vandspejlet i et enkelt Punkt, kan man ogsaa løse følgende ofte i Praksis forefaldende Opgave: Man har givet alle Profilers Størrelse, som f. E. kan være bestemt ved Pejling af et passende Antal Tværprofiler, idet man er gaaet ud Vandløbets Vandspejl, uden at dettes Højdebeliggenhed (Koter) i de enkelte Punkter er kendt, og man har endvidere givet Højdeforskellen h_m mellem Vandspejlene i de to Endepunkter for hele den betragtede Vandløbsstrækning, medens man søger Q og Vandløbets Længdeprofil. Idet man da udregner alle de i (121) indgaaende Størrelser F, p, l og c, kan man af (121) finde Q og derefter de enkelte Størrelser $h_{0,1}$, $h_{1,2}$ o.s.v.

Har man givet Tværprofilernes Form og Ledning-

gens Beliggenhed samt Beliggenheden af Vandspejlene for to Punkter (o og n) af Ledningen (d. v. s. h_n), og man søger Q, vil Fremgangsmaaden være den, at man skønsmæssigt vælger en Værdi for Q, og ved Beregninger som ved den ovenfor først skitserede Opgave finder en Værdi for h_n; den fundne Værdi af h_n skal da passe med den givne. Findes h_n for stor eller for lille, prøves med henholdsvis mindre eller større Værdi for Q. Ved Løsning af denne sidste Art Opgaver er der dog særlige Forhold at iagttage, saaledes som det nærmere fremgaar af § 18.

§ 17. Stuvnings- og Sænkningskurver.

Ved de fleste Vandløb er Faldet som Regel en givet Størrelse, der er afhængig af Terrainforholdene og af Grundens Beskaffenhed. Naar Vandløbet er nogenlunde regelmæssigt, vil man kunne regne dets Form som en Cylinder, der ligger med dette givne Fald.

Til de forskellige Vandføringer svarer der forskellig Fyldningsgrad, idet man med Tilnærmelse kan regne, at Vandspejlet indstiller sig med samme Fald som Bunden og i en saadan Højde over denne, at Ledningsmodstanden svarer til Faldet. Dette vil ifølge Eytelweins Formel finde Sted, naar

$$\frac{Q}{F} = c\sqrt{R\,J}, \quad \text{hvor } R = \frac{F}{p}$$

Den til en given Vandføring og det givne Fald svarende Fyldningsgrad er derfor bestemt ved

$$\frac{F^3}{p} = \frac{Q^2}{c^2 y} \qquad (122)$$

Naar Tværsnittets Form er givet, vil man heraf let kunne bestemme, hvor höjt Vandet vil staa. Man kalder dette til ensformig Bevægelse svarende Vandspejl for den normale Stand. Den varierer med Vandföringen, Faldet, Ledningstværsnittets Dimensioner og Ledningsvæggenes Beskaffenhed.

Naar Vandlöbets Tværprofil ikke overalt er ganske ens, skulde man egentlig tage Hensyn til Variationerne i Hastighedstryk. Imidlertid vil disse ofte kun have ringe Betydning, da Hastighederne i aabne Ledninger i Reglen kun er smaa.

Hvis Vandspejlene ved Enderne af en Ledning med konstant Tværsnit staar i Höjde med den for den paagaldende Ledning og til den paagældende Vandföring svarende normale Stand, vil Vandspejlet overalt i Ledningen staa i Höjde med den normale Stand. Hvis et af Vandspejlenes Beliggenhed er forskellig fra den normale Stand, vil teoretisk set Vandspejlet intet Sted i Ledningen staa i Höjde med den normale Stand, idet Vandspejlet i Ledningen ikke kan stille sig parallelt med Ledningens Bund, og Vandbevægelsen derfor ikke være ensformig (smlgn. Fig. 77). Er Ledningen lang, vil dog sædvanlig i en vis Afstand fra Ledningens Ende Afvigelsen mellem det virkelige Vandspejl og Vandspejlet svarende til den normale Stand være ringe, saaledes at man praktisk taget kan gaa ud fra, at Vandspejlet i til-

strækkelig stor Afstand fra Ledningens Endepunkter vil indstille sig i den normale Stand, uafhængig af, om Vandspejlene ved Ledningens Endepunkter svarer til den normale Stand i Ledningen eller afviger fra denne. Som Hovedregel kan man derfor angive, at Vandspejlet vil indstille sig i den Højde, der svarer til Vandføring, Fald, Ledningens Dimensioner og Ledningens Beskaffenhed paa det betragtede Sted. Men til denne Hovedregel maa man da føje den Indskrænkning, at hvor Vandstanden paa et eller andet Sted - f. Eks. ved Ledningens Endepunkt - afviger stærkt fra den normale Stand (se Fig. 79), vil dette have Indflydelse paa Vandspejlets Stilling paa den nærmeste Strækning af Vandløbet.

Eftersom Afvigelsen fra den normale Stand bestaar i, at Vandspejlet staar højere eller lavere end den normale Stand, kalder man det Stuvning eller Sænkning. En saadan Stuvning eller Sænkning indtræder f. Eks., hvor en Ledning (Vandløb) udmunder i Recipienten (en Sø, Havet). Eftersom Vandspejlet i Recipienten staar højere eller lavere end den (til Vandføringen, Ledningens Fald, Dimensioner og Beskaffenhed svarende) normale Stand, vil Vandspejlet i Ledningen stille sig efter en Stuvningskurve eller en Sænkningskurve. En Stuvning kan ogsaa fremkomme paa andre Maader, f. Eks. naar der paa et Sted i et Vandløb bygges en Spærredæmning

med lille Gennemstrømningsaabning (Fig. 80).

Stuvningskurven vender Konkaviteten opad, idet Vandspejlsfaldet ved Stuvning aftager hen imod Ledningens Udmunding i Recipienten; det vandførende Tværsnitsareal tiltager nemlig i Størrelse mod Recipienten, og til større Tværsnit, d. v. s. mindre Hastighed, svarer mindre Modstand og altsaa mindre Fald. De modsatte Forhold findes ved Sænkning; Sænkningskurven vender derfor Konkaviteten nedad.

Til Beregning af Vandspejlets Længdeprofil i en Ledning med konstant Tværsnitsform kan man saavel for Sænkningskurve som for Stuvningskurve bruge de i § 16 angivne Regler for uensformig Bevægelse (vandførende Tværsnit variabelt, Vandføringen konstant). Man gaar ud fra det Punkt, hvor man kender Stuvnings- eller Sænkningshøjden h, og idet man deler Ledningen i saa korte Strækninger l, at Variationen af Størrelserne p, F og c for hver Strækning kan regnes at være jævne, beregner man ved Hjælp af Formel (120a) Faldet fra Punkt til Punkt. Ved Sænkningskurver, hvor Hastighederne er voksende nedad Vandløbet, skal altid begge Formlens Led medtages. Ved Stuvningskurver, hvor Hastighederne aftager nedad Vandløbet, er det tvivlsomt, om man bør medtage de første Led, der angiver den Trykhøjde, der skulde vindes ved Hastighedstrykkets Formindskelse. Man bør vistnok foretage Udregningerne baade med og uden

disse Led, og da skønne en Mellemværdi.

Teoretisk set vil Stuvningen strække sig uendelig langt op ad Vandløbet. Praktisk taget plejer man at regne, at Stuvningen kun strækker sig til det Punkt, hvor Vandspejlet er hævet 1% over den normale Vandstand. Man kalder Afstanden fra det Sted, hvor Vandspejlets Afvigelse fra den normale Stand er størst (Recipienten, Dæmningen) til det Punkt, hvor Afvigelsen er praktisk taget forsvindende, for Stuvningsvidden. Paa samme Maade betegner Sænkningsvidden Afstanden til det Punkt, hvor Sænkningen er 1% af Dybden.

Trækker man en vandret Plan igennem det Punkt af Vandspejlet, hvor Stuvningshøjden h kendes, kaldes denne Plan den hydrostatiske Stuvning (Fig. 80). Den vil i mange Tilfælde - navnlig ved smaa Vandmængder og store Stuvningshøjder - svare nogenlunde til den virkelige Stuvning, dog saaledes, at denne altid vil strække sig længere op ad Vandløbet end den hydrostatiske Stuvning. Til et foreløbigt Skøn over Stuvningsvidden vil den hydrostatiske Stuvning (der svarer til, at man regner, at der frembringes en Sø ovenfor Dæmningen) yde god Vejledning. Er Vandløbets normale Fald γ, faas den hydrostatiske Stuvningsvidde

$$L = \frac{h}{\gamma} \qquad (123)$$

Naar Ledningens Tværprofil har en simpel

Form (Rektangel, Parabel), kan man finde Ligningen for Stuvnings- og Sænkningskurverne. For bredt rektangulært Tværprofil kan man vise, at man for Stuvningsvidden L_1, regnet til det Punkt, hvor Afvigelsen mellem Stuvningsvandspejlet og det normale Vandspejl er lig 1% af Dybden, har

$$L_1 < \frac{h + 1{,}403\,a}{y} \qquad (124)$$

hvor a er Dybden svarende til den normale Stand, og h er Stuvningshøjden; for parabolsk Tværprofil faas

$$L_1 < \frac{a+h}{y} \qquad (125)$$

Medens Stuvningshøjden er ubegrænset, vil Sænkningsdybden for Enden af en Ledning være begrænset, idet den i hvert Tilfælde aldrig vil kunne blive større, end hvad der svarer til fri Udstrømning (se §4); i Virkeligheden er den maksimale Sænkning endnu mindre. Hvis Recipientens Vandspejl ligger lavere end, hvad der svarer til Maksimum af Sænkning, vil der ved Ledningens Udmunding i Recipienten dannes et Styrt (Fig. 81). Da Sænkningens Størrelse er begrænset, er Sænkningsvidden det ogsaa. For Ledninger med bredt rektangulært Tværprofil kan man vise, at Maksimum af Sænkningsvidde $L_{max.}$ (Sænkningsvidden regnet til det Punkt, hvor Afvigelsen mellem det sænkede Vandspejl og den normale Stand er 1% af Dybden) er

$$L_{max.} \leq 1{,}03\,\frac{a}{y} \qquad (126)$$

hvor a er Dybden svarende til den normale Stand.

For parabolsk Tværprofil faas

$$L_{max} \leq \frac{3}{4} \frac{a}{\gamma} \qquad (127)$$

§ 18. Strømning gennem en aaben Ledning fra een Beholder til en anden.

Vi tænker os to Beholdere A og B med Vandspejl a og b (Fig. 82) forbundne ved en aaben Ledning L.

Hvis a og b ligger i samme Højde, foregaar der ingen Vandbevægelse. Hvis Vandspejlet i B (b_1) er lavere end a, vil der strømme Vand fra A til B, og Vandføringen vil være større, jo større Højdeforskellen mellem Vandspejlene er. Dette gælder dog kun med den Begrænsning, som fremgaar af følgende:

Antager vi, at L har konstant Tværprofilsform og konstant Fald, og at Vandspejlet i B kan indtage forskellige Stillinger b_1, b_2 o.s.v., da vil der være een Stilling (b_2), som vil svare til, at Vandbevægelsen i L er ensformig (Vandspejlet b_2 i Højde med den normale Stand i Ledningen ved dennes Udmunding i B). For b_1, som ligger højere end b_2, vil Vandspejlet i L stille sig efter en Stuvningskurve, for b_3, som er lavere end b_2, følger Vandspejlet i L en Sænkningskurve.

Da Sænkningen ved Ledningens Endetværsnit er begrænset, vil der eksistere en Vandspejlsstilling, b', i B, der er saaledes, at yderligere Sænkning af Vandspejlet i B (til b_4 og b_5) ikke vil have Indfly-

delse paa Vandspejlsstillingen i Ledningens Endetværsnit, idet Vandspejlet her forbliver uforandret staaende i c, medens der herfra danner sig et Styrt. Betegnes med Q_1, Q_2 o.s.v. de til Vandspejlene b_1, b_2 o.s.v. svarende Vandføringer, vil $Q_1 < Q_2 < Q_3 < Q'$; men for Vandspejlsstillingerne b_4 og b_5 vil Vandføringen være uforandret lig Q'. Denne Værdi er altsaa Maksimum af Q.

Lignende Forhold vil være til Stede, hvis Ledningen ikke har konstant Tværprofilsform, men er uregelmæssig.

Det vil herefter forstaas, at man ved Løsningen af den i Slutningen af § 16 omtalte Opgave, som kan stilles saaledes: at finde Vandføringen gennem en given aaben Ledning fra een Beholder til en anden, begge med givet Vandspejl, maa gaa frem paa følgende Maade:

Ledningen inddeles i mindre Stykker (0-1, 1-2 o.s.v.) ligesom ved Beregning af Længdeprofil ved uensformig Bevægelse. Der vælges forsøgsvis en Værdi for Vandføringen Q, og det til denne Værdi svarende Længdeprofil af Vandspejlet bestemmes ved Hjælp af Formlerne (120 a). Man prøver sig derefter frem med forskellige Værdier af Q, indtil man finder den Værdi af Q, for hvilken det beregnede Vandspejl i det sidste Tværprofil (det n^{te}) ligger i samme Højde som det givne Vandspejl i B. For at sikre sig, at det saaledes fundne Q er det rigtige, maa man imidlertid undersøge, om det givne Vandspejl i B ikke ligger lavere end det Vandspejl b', som svarer til Maksimum af Q.

Denne Undersögelse kan foretages ved at bestemme Vandföringen Q_x svarende til et Vandspejl i B, som ligger et lille Stykke x höjere end det givne Vandspejl. Findes herved $Q_x < Q$, er det fundne Q det rigtige. Findes derimod $Q_x > Q$, betyder det, at det givne Vandspejl ligger lavere end, det, som svarer til Maksimum af Vandföring i den givne Ledning og det givne Vandspejl i A. Den videre Beregning maa da gaa ud paa at finde den Vandspejlshöjde i B, som giver Maksimum af Q, og denne Beregning udföres ved at prove med forskellige Beliggenheder af Vandspejlet i B - stadig höjere og höjere - og finde de tilsvarende Störrelser Q, indtil man har fundet det Vandspejl b' i B, som er saaledes beliggende, at en yderligere Forhöjelse af Vandspejlet giver Formindskelse af Q.

Den til Vandspejlet b' hörende Vandföring Q' er da den sögte Störrelse, idet Vandföringen i Virkeligheden under de givne Forhold er uafhængig af Vandspejlsstillingen i B.

Hvis Ledningens Bund har konstant Fald, og Tværprofilsformen er ens for hele Ledningen, kan man slippe noget lettere end angivet ovenfor. Man bestemmer den normale Stand i Ledningen svarende til den ved den förste forsögsvise Beregning fundne Værdi af Q. Viser det sig da, at den normale Stands Vandspejl ved Ledningens nedre Ende er lavere end det givne

Vandspejl i B, ved man, at den fundne Værdi for Q er rigtig. Er det modsatte Tilfældet, maa man gaa videre som ovenfor angivet og finde Vandspejlsstillingen b'.

Hvis Ledningen (med konstant Fald) har rektangulært eller parabolsk Tværprofil, og Ledningens Længde desuden er stor, kan man ofte klare sig paa en ganske nem Maade, naar man kan nøjes med en omtrentlig rigtig Bestemmelse af Q.

Hvis nemlig Ledningen er længere end Stuvningsvidden eller Sænkningsvidden - hvilken af disse to, det er, afhænger af Vandspejlsstillingen i B - (smlgn. §17, Slutning), vil Vandspejlshøjden i B kun i meget ringe Grad influere paa Vandspejlet i den øverste Del af Ledningen, saaledes at Bevægelsen i Ledningens øvre Ende meget nær er ensformig. Man har da med de sædvanlige og de i Fig. 83 anvendte Betegnelser:

$$y = \frac{Q^2 p}{c^2 F^3} \qquad (128)$$

$$h_3 \cdot (1+\alpha_3)\frac{v^2}{2g} = (1+\alpha_3)\frac{1}{2g}\frac{Q^2}{F^2} \qquad (129)$$

og idet

$$a + h_3 = d$$

$$d - a = (1+\alpha_3)\frac{1}{2g}\frac{Q^2}{F^2} \qquad (130)$$

hvor p, F og c er Funktioner af a.

Af (128) og (130) findes Q og a. Med det fundne a maa man ved Hjælp af (124) til (126) undersøge, om Ledningens Længde er større end Stuvnings- eller Sænkningsvidden, altsaa om den benyttede Tilnærmelse er berettiget.

Hvis Ledningens Tværprofils Form er forskellig fra Rektangel eller Parabel, kan man ofte opnaa tilstrækkelig nøjagtig Resultat ved at erstatte det foreliggende Tværprofil med Rektangel eller Parabel, idet man sørger for, at Erstatningsprofilerne kommer til at svare saa nøje som muligt i Vandspejlsbredde og Areal til det givne.

Ved Hjælp af de i § 17 nævnte - men ikke nærmere behandlede - Ligninger for Stuvnings- og Sænkningskurver kan man finde Vandføringen, naar Ledningen er kort.

En i mange Tilfælde brugelig tilnærmende Bestemmelse af Vandføring, naar Ledningen er kort, udføres paa Grundlag af følgende Betragtning, som egentlig kun er en noget udvidet Behandling af Afstrømning over en bred Overfaldsdæmning (se § 5).

Lad i Fig. 84 A og B være de to Beholdere med Vandspejlene a og b, L Ledningen. Vandspejlet i Ledningen vil stille sig efter Linien f-g - Stuvningskurve eller Sænkningskurve efter Beliggenheden af Vandspejlet b - og med et Fald h_3 ved Ledningens øvre Ende. Vandspejlet f-g tænker vi os nu erstattet med Vandspejlet f'-g parallelt med Ledningens Bund, hvilket svarer til, at vi som Tilnærmelse forudsætter Bevægelsen ensformig i Ledningen (i Stedet for uensformig svarende til Stuvnings- eller Sænkningsvandspejlet).

Med de sædvanlige og de i Fig. 84 anvendte Be-

tegnelser haves da:

$$H - d = h_3' + h_1' = (1+\alpha_3)\frac{v^2}{2g} + \frac{L v^2}{c^2 R} = Q^2\left(\frac{1+\alpha_3}{2g F^2} + \frac{p L}{c^2 F^3}\right) \qquad (131)$$

$$Q = \sqrt{\frac{H-d}{\frac{1+\alpha_3}{2g F^2} + \frac{p L}{c^2 F^3}}} \qquad (132)$$

F, p og c er Funktioner af d, saaledes at man af (132) kan finde Q.

Indføres Funktionsværdierne for F, p og c, kunde man ved at sætte $\frac{dQ}{dd} = 0$ finde Maksimum af Q og den dertil svarende Værdi af d (d'), men man vil lettere kunne finde disse Størrelser ved en forsøgsvis Gennemregning paa samme Maade som ovenfor anført. For at være sikker paa, at den til en given Vandspejlshøjde i B fundne Vandføring Q er den rigtige, maa man beregne den til Maksimum af Q svarende Størrelse d'; kun hvis $d' \leq d$, er det fundne Q rigtigt. Hvis derimod $d' > d$, er Vandføringen lig $Q_{max.}$, idet der da vil danne sig et Styrt ved Ledningens Udmunding i B.

§ 19. Ledningers Fyldningsgrad.

Baade den Formel, der gælder for Trykledninger, og den, der gælder for aabne Ledninger, kan skrives under Formen:

$$\frac{Q}{F} = c\sqrt{R\,J}, \text{ hvor } R = \frac{F}{p}$$

$$J = \frac{Q^2 p}{c^2 F^3} \qquad (133)$$

Er Ledningens Fald og Tværsnitsarealets Størrelse givet, vil man se, at der bortledes den største Vandmængde, naar p er saa lille som muligt. For Tryk-

ledninger finder dette Sted, naar Profilet er cirkulært, idet Cirklen er den Figur, der har mindst Omkreds i Forhold til Arealet. For aabne Ledninger med Skraaninger vil det blive den om Cirklen omskrevne Figur.

Ved faroven aabne Ledninger vil der bortledes des mere Vand, og dette vil faa en desto større Hastighed, jo højere Vandet staar i Ledningen. Ved faroven lukkede Ledninger er dette derimod ikke Tilfældet, de vil bortføre mest Vand, naar $\frac{p}{F^3}$ er Minimum [se Formel (133)]. Man finder nu den Fyldningshøjde, der bortfører mest Vand, ved at udtrykke p og F som Funktioner af Fyldningshøjden x og søge Minimum for $\frac{p}{F^3}$.

Ved en cirkulær Ledning vil dette være Tilfældet, naar den Del af Omkredsen, der ikke er beskyllet, svarer til $48\frac{1}{2}°$ (Fig. 85). Naar Ledningen kun er fyldt til denne Højde, giver den mere Vand, end naar den er helt fyldt. Luften faroven vil dog let suges med af Vandet, saaledes at Ledningen fylder sig helt.

Det kan undertiden have sin Interesse at kende den Fyldningshøjde, ved hvilken Vandet i en faroven lukket Ledning, der ligger med et vist Fald, faar sin største Hastighed. Hastigheden i Ledningen har nemlig stor Betydning f. Eks. af Hensyn til Aflejringer. Af (133) ses, at v $(= \frac{Q}{F})$ bliver Maksimum, naar den hydrauliske Radius $\frac{F}{p}$ bliver Maksimum. For en cirkulær Ledning vil dette være Tilfældet, naar den Del af Omkredsen, der ikke er beskyllet, svarer til $102\frac{1}{2}°$ (Fig. 86).

Medens det er let nok at finde Q, naar p, F og y er givet, eller y, naar p, F og Q er givet, er det ikke saa let at bestemme Fyldningsgraden (d.v.s. Forholdet $\frac{x}{y}$ mellem Fyldningshøjden x og hele Højden), naar Q og y samt Ledningens Form er givet, idet man af Formlen kun finder $\frac{p}{F^3}$. Skal man bestemme Fyldningsgraden for flere forskellige Vandføringer, staar man sig ved at opstille en Tabel (eller tegne en Kurve), der angiver sammenhørende Værdier af Fyldningsgrad og Størrelsen $\frac{p}{F^3}$. Har man flere ligedannede Ledninger med forskellig Størrelse, behøver man kun at udregne en saadan Tabel for en af Ledningerne. Hertil vælges en Ledning, hvor et eller andet Hovedmaal er = 1m (den reducerede Ledning). For en Ledning, hvor dette Maal er = a, har man da $p = ap_1$, $F = a^2 F_1$, og altsaa

$$\frac{p}{F^3} = \frac{1}{a^5} \frac{p_1}{F_1^3}$$

§ 20. Afløbstid og Fyldningstid.

Finder Udstrømning Sted under konstant Trykhøjde h (Fig. 87), vil der i hvert Sekund strømme en Vandmængde Q ud, bestemt ved en af de i § 3 anførte Formler, f.E. ved

$$Q = \mu F \sqrt{2gh}$$

og den Tid t, der medgaar til, at der strømmer en Vandmængde Q_1 ud, findes af

$$t = \frac{Q_1}{\mu F \sqrt{2gh}} \qquad (134)$$

Den Tid, der medgaar til at tømme eller fylde en Beholder (Fig. 88 og Fig. 89), naar Trykhøjden er aftagende, findes paa følgende Maade: Naar Trykhøjden er x, vil der i Tiden dt gennem Aabningen strømme en Vandmængde $dQ = \mu F \sqrt{2gx}\, dt$. Herved vil Vandet i Beholderen falde eller stige et Stykke dx bestemt ved

$$dQ = A\, dx$$

Elimineres dQ mellem disse 2 Ligninger, faas

$$dt = \frac{A\, dx}{\mu F \sqrt{2gx}}$$

som, integreret mellem Grænserne $x = h$ og $x = h_1$, giver

$$t = \frac{2A(\sqrt{h} - \sqrt{h_1})}{\mu F \sqrt{2g}} \qquad (135)$$

Sættes $h_1 = 0$, faar man den Tid, der medgaar til Tømningen eller Fyldningen, naar Trykhøjden varierer fra h til 0, bestemt ved

$$t = \frac{2A\sqrt{h}}{\mu F \sqrt{2g}} = \frac{2Q_1}{\mu F \sqrt{2gh}} \qquad (136)$$

idet $Q_1 = Ah$ er hele Vandmængden. Ved at sammenligne med (134) ser man, at naar <u>Trykhøjden under Tømningen eller Fyldningen aftager til Nul, medgaar</u> der dobbelt saa lang Tid, som hvis Trykhøjden er konstant.

Foregaar Udstrømningen gennem en <u>Trykledning</u>, kan man ogsaa benytte Formel (136), idet man i Følge (88) har: $h = Q^2 K$; $Q = \frac{1}{\sqrt{K}} \sqrt{h}$, saaledes at (136) bliver til

$$t = \frac{2Q_1}{\frac{1}{\sqrt{K}} \sqrt{h}}$$

Foregaar Udstrømningen gennem en <u>aaben Ledning</u> – f. Eks. en Kanal mellem 2 Søer – vil Formel (136) ikke

længer gælde, med mindre Vandspeglet i Ledningen holder sig praktisk taget uforandret under Afløbet, thi kun i dette Tilfælde er Ledningens vandførende Tværsnitsareal og dermed K konstant (d. v. s. uafhængig af Trykhøjden) under hele Afløbet, saaledes som det er forudsat ved Udledelsen af Formel (135). Falder Vandspeglet i Ledningen under Afløbet, vil Afløbstiden under aftagende Tryk fra h til Nul blive mere end dobbelt saa stor som Afløbstiden for den samme Vandmængde under konstant Tryk h. Modstandene i Ledningen vil nemlig vokse betydeligt, saa snart Tværsnittet og Middeldybden bliver mindre. Ved Afløb gennem aaben Ledning (Fig. 90) maa man derfor dele Afløbsmængden i mindre Dele, og for hver af disse finde Afløbstiden af Formel (135), hvori $\mu F\sqrt{2g}$ erstattes med $\frac{1}{\sqrt{K}}$, idet man for hver Del af Afløbstiden lader K være konstant, og idet Størrelsen K (se Formel (116)) beregnes, svarende til Middelvandstanden for hver enkelt Del af Afløbstiden.

Ved en rektangulær Overfaldsaabning af Bredde b finder man den Tid, der medgaar til, at Overvandspeglet falder fra h til h_1, paa samme Maade som Formel (135) er udviklet (Fig. 91):

$$dQ = \frac{2}{3}\mu\sqrt{2g}\, b x^{\frac{3}{2}}\, dt = \div A\, dx.$$

$$t = \frac{2A\left(\frac{1}{\sqrt{h_1}} - \frac{1}{\sqrt{h}}\right)}{\frac{2}{3}\mu\sqrt{2g}\, b} \qquad (137)$$

B. Hydrometriske Arbejder.

§ 21. Vandstandsmaaling.

Ved Vandstandsmaalinger tilsigter man at bestemme et Vandspejls Højdebeliggenhed (Kote). Ethvert Vandspejl – saavel i Vandløb som i Søer og i Havet – varierer stadigt; man foretager derfor Vandstandsmaalinger enten ved Hjælp af en i Vandet anbragt Maalestok (Vandstandsbrædt), paa hvilken Vandstanden kan aflæses til enhver Tid, eller benytter selvregistrerende Vandstandsmaalere, som er indrettede saaledes, at der automatisk optegnes en Kurve, hvis Ordinater svarer til Vandstandshøjden i Forhold til et eller andet Nul-Punkt.

Et Vandstandsbrædt kan bestaa af et Brædt eller en Planke, paa hvilken Inddelingen er paamalet eller angivet ved Indsnit i Træet. I Stedet for Træ kan man benytte Skiferplade eller Jernplade med Emallie. Man bruger ogsaa korte (f. Eks. 10 cm lange) Parcellænsstykker (Fig 92), med to-farvet (f. Eks. hvid og röd) Inddeling; Parcellænsstykkerne kan fastgøres med Skruer i indstemte Fordybninger i en Plank.

Ved Metermaal er hver Decimeter i Reglen kun delt i 5 Dele, saaledes at man kan aflæse Vandstanden med 1 cm Nøjagtighed. Angives Højden i Fod-Maal, bruges som mindste Maal paa Vandstandsbrædtet 1 Tomme.

Som Nulpunkt for Brædtets Inddeling kan

man undertiden se anvendt Bunden i Havnebassinet eller Tærskelen paa Sluseu; i saa Fald angiver Aflæsningen direkte Vanddybden i Bassinet eller Dybden paa Sluseterskelen. Langt det almindeligste er det dog at lægge Nulpunktet i Dagligt Vande eller i Højde med Stedets Middelvandstand, og ved Aflæsningerne maa det da noteres, om Vandstanden er under eller over D.V. Hvor der findes Tidevand, bruges mange Steder Dagligt Højvande som Nulpunkt. Ved Vandløb henføres Vandspejlshøjderne i Reglen til Nulpunktet for Højdeangivelserne i Land.

Undertiden kan det være praktisk at stille Vandstandsbrædtet skraat - f. Eks. op ad en Glacisskraaning - i Stedet for i lodret Stilling; Inddelingerne maa da forstørres svarende til Hældningen.

Hvis det ikke er let at aflæse Vandstanden helt nede i Vandspejlet, kan man indrette Vandstandsmaaleren med Svømmer, der bevæger en Viser, anbragt højere oppe (Fig. 93). Svømmeren anbringes i en Brønd, der ved et tyndt Rør er forbundet med det Vandareal, hvis Vandspejlshøjde skal maales. Selv om der er nogen Bølgebevægelse paa Vandarealet, vil Vandspejlet i Brønden være roligt.

I Stedet for at have den højt siddende inddelte Skala indrettet som almindeligt Vandstandsbrædt kan Inddelingen være anbragt paa en Cirkelbue, som vist i Fig. 94 (Vandstandsuret), idet Svømmeren er ophængt

i et Baand, som gaar over Skiven R; Viseren S er i fast Forbindelse med Skiven R.

En selvregistrerende Vandstandsmaaler kan være indrettet som vist i Fig. 95. Svømmeren Q er ophængt i Baandet B, som gaar over Skiven R og holdes stramt af Kontravægten K_3. I fast Forbindelse med R sidder den mindre Skive r, som paa det med Stramme-Vægtene K_1 og K_2 forsynede Baand bærer Skrivestiften s; denne optegner paa et Papir, der er anbragt paa den jævnt roterende Tromle T, en Kurve, hvis Ordinater angiver Vandspejlshøjderne, idet Ordinaterne multipliceres med Forholdet mellem Radierne for de to Skiver.

Vandstandsmaalingen kan ogsaa foretages ved Hjælp af et Manometer. Man har da en Klokke K (Fig. 96) anbragt et Stykke under Vandspejlet og fra Klokken et tyndt Rør R hen til Manometret. Idet Luftlaget i Klokken kun har ringe Højde, vil Vandspejlet i Klokken holde sig temmelig uforanderlig. Luften er underkastet et Tryk svarende til det ydre Vandspejls Højde h over Klokkens Vandspejl. Paa Manometret aflæses Højden h.

§ 22. Pejling.

En Pejling gaar ud paa at bestemme Højdeliggenheden af et Areal, som er dækket af Vand, f. Ex. et Vandløbs Bund eller Havbunden, idet man ud fra Vandspejlet maaler Dybden i de enkelte Punkter af det foreliggende Areal.

Dybderne maa henføres til en eller anden Nulplan. Ved Peylinger i Havet benyttes ligesom ved Vandstandsmaalinger som Nulplan en vandret Plan i Højde med Dagligt Vande, Middelvandstand, Dagligt Højvande, eller Nulplanen for Højdeangivelserne i Land og de ved en Peyling bestemte Dybdekurver er i Overensstemmelse hermed Niveaukurver. Ved Peylinger i Vandløb foretages Maalingerne ogsaa ud fra Vandspeilet, men her maa det erindres, at et Vandløbs Vandspeil ikke er vandret. Da det i Reglen drejer sig om at vide Besked med Dybderne i Vandløbet, pleier man at angive Formen af Vandløbets Bund ved de maalte Dybder eller ved de paa Grundlag af Dybdemaalingerne bestemte Dybdekurver, men Nulplanen bliver her en hældende Plan, svarende til et eller andet almindeligt tilstedeværende Vandspeil i Vandløbet, saaledes at Dybdekurverne i et Vandløb ikke er Niveaukurver.

Under Udførelse af en Peyling maa man stadig holde Regnskab med Vandstandens Variationer, saaledes at der maa opstilles Vandstandsbrædder flere Steder paa Peylingsarealet. Hoved-Vandstandsbrædets Stilling maa bestemmes ved Nivellement til et eller andet fast Punkt i Land for senere - i Tilfælde af, at Vandstandsbrædtet er fjernet - at kunne bestemme den Vandspeilshøjde, der er lagt til Grund for Peylingen. Idet Dybderne maales i Forhold til den øjeblikkelige Vandstand, maa de fundne Dybder henføres til den fast-

satte Nulplan ved Hjælp af Vandstandsobservationer. Alle Fejl ved Vandstandsangivelserne er i høj Grad farlige, da de giver en konstant Fejl over hele det opmaalte Areal. Den maalte Vandstand skal enten adderes til eller subtraheres fra de maalte Dybder; som Tilkommelsesregel kan angives: Ved Lavvande lægges til - de to Ler hører sammen. Det kan ogsaa anbefales at notere Vandstanden som „0,7 under", „0,5 over", fremfor at skrive ÷0,7 og +0,5; ved at skrive + og ÷ kan man let komme til at begaa den Fejl at trække fra ved Lavvande og lægge til ved Højvande. Hvor man skal maale paa store Arealer eller paa Steder, hvor der er Strøm, maa man helst aflæse Vandstande paa flere Steder paa Arealet.

Inden man begynder selve Peilingen, maa man have lagt en Plan for Udførelsen. Man peiler altid udlangs rette Linier, og Planen gaar da ud paa at bestemme, hvorledes Peillinierne skal lægges. Der gælder her den Hovedregel, at Peillinierne lægges saa vidt muligt vinkelret paa Dybdekurverne; hvor der findes Sejlløb, bliver det vinkelret paa disse. Under Peilingen vil man nemlig altid let føres lidt ud af Linien - undertiden kan denne ogsaa være mindre nøjagtig afsat - og Fejlen i Peilingskortet bliver des større, jo mere Linien afviger fra at være vinkelret paa Dybdekurverne. I Reglen kender man - f. Eks. gennem Søkart - nogenlunde Dybdeforholdene i Farvejen, og kan da benytte dette til at lægge Planen. Hvis det under Udførelsen viser sig, at der er dannet ny

Løb, maa man ændre Planen, saaledes at man faar maalt vinkelret over disse.

Man vælger en passende Afstand mellem Linierne. Jo mere regelmæssig Dybdekurverne ligger, des længere kan man tage Liniernes Afstand. Ved Vandløb lægges Pejllinierne i Reglen med en indbyrdes Afstand lig omtrent 2 Gange Vandløbets Bredde. Ved Pejling af større Arealer i Havet kan man benytte 100, 200 - ja, maaske paa sine Steder 500 - m Afstand. Ved Pejling for Havneanlæg vil man efter Omstændighederne benytte fra 20 til 100 m Afstand. Hvis Opmaalingen foretages af Hensyn til, at der skal graves et Løb over nogle Grunde, lægges Linierne tættere, hvor Løbet skal være, end paa det øvrige Areal. Ved Valget af Liniernes Afstand maa man ogsaa tage Hensyn til, at Pejlingen ikke bør tage alt for lang Tid og derved blive urimelig kostbar. Naar al Afsætning af Linierne er udført i Farvejen - og dette bør altid være Tilfældet - kan man gøre Regning paa at kunne pejle omtrent en halv Snes Kilometer Linie om Dagen, naar Vejret er godt.

En vigtig Side af Planlægningen er at bestemme, hvorledes Linierne skal indmaales og afsættes. Ved Vandløb kan man her for hver Linie have indmaalt en Række Pæle ved hver Bred; man kan da spænde en Maaleline tværs over og pejle langs denne. Langs en Kyst maa man have 2 Punkter af Linien afsat. Man fastgør da sin Maaleline i det ene af Punkterne og ror udad, idet man stadig holder de to Punkter „over et". Skal

Linierne være lange – f. Ex. 1000 m og derover – maa man i Punkterne have meget tydelige og store Mærker – i Reglen Flag paa lange Stænger – og ligeledes maa de to Punkter ikke være for nær ved hinanden. Denne sidste Regel kan det ofte være vanskeligt at overholde, navnlig hvor der er høje Brinker tæt ved Kysten. Man maa da, saa snart man er kommet saa langt ud, at man kan se ind over det høje Land bag ved Kysten, lægge Mærke til, hvorledes Linien ligger i Forhold til let kendelige Punkter – Huse, Bakker eller Træer – og holder da Flagene „over et" med dette Sted, naar man kommer saa langt ud, at Flagene ikke „trække" tilstrækkeligt paa hinanden.

Ved en Kyst bliver Liniesystemet i Reglen som vist i Fig. 97. Man indmaaler langs Kysten en Række Hovedpunkter A – B – C. I A – B indmaales Pæle, a_1, a_2 ..., der staar i en passende Peillinie-Afstand, og samtidig afsættes ved Hjælp af et Vinkelspejl Pæle, m_1, m_2, ..., indefter i størst mulig Afstand fra Linierne A – B, B – C. I Knækpunkterne afmærkes vifteformet udgaaende Linier; i Reglen deler man Vinklen i lige store Dele – 2, 3 eller flere; man maa sørge for, at Afstandene yderst i Viften ikke bliver alt for meget større end Normalafstanden mellem Peillinierne. Alle Peillinierne nummereres, og Numrene skrives paa Pælene.

Hovedpunkterne A, B og C indmaales sammen med den øvrige Landopmaaling ved Triangulation eller Polygonmaaling.

Undertiden kan det være en Fordel i Stedet for at benytte Linier vinkelrette paa Hovedlinierne A-B, B-C, ..., at holde Punkterne a_1, a_2, ..., i disse „overet" med et eller andet letkendelig Punkt - et Kirkespir f. E. -. Dette er dog kun at anbefale, naar dette Punkt kan blive aflagt paa Kartet, idet det bliver for besværligt at beregne sig til Liniernes Retning og Beliggenhed.

Naar Opmaalingen finder Sted langt fra Land, maa man have sine Hovedpunkter liggende ude i Vandet. Paa flakt Vand markeres de ved nedrammede Pæle, paa dybt Vand ved udkastede Bøjer. Disse Punkter bestemmes om muligt ved Sigter fra Land; hvor dette ikke kan lade sig gøre, bestemmes de ved Tilbageskæring (med Sekstant) til 3 Fikspunkter i Land. Det er ved en saadan Opmaaling en stor Fordel at have 2 Baade, hver med sin Maalline (Fig. 98). Den ene Baad maaler da f. E. 200 m ud i Linie A-B, idet Liniens Retning i Farvejen er markeret ved Bøjer, og kaster Anker her. Den anden Baad har sin Maaleline fastgjort i den opankrede Baad og kan fra denne vinkes ind i den rigtige Retning ved Hjælp af et Vinkelspejl. Man kan ogsaa nøjes med een Baad, idet man da først maaler de 200 m ud i A-B, binder Maalelinen fast til en udkastet Bøje, og derefter peiler Tværlinien, idet man med et Vinkelspejl nogenlunde bestemmer et eller andet Punkt i Land, man kan styre efter. Forøvrigt vil den mest hensigtmæssige Ordning ved saadanne Peilinger i høj Grad

afhænge af de særlige Omstændigheder, under hvilke Peilingen foretages. I enkelte Tilfælde vil det være lettest at bestemme saavel Begyndelses- som Slutningspunktet af hver enkelt Peillinie ved Tilbageskæring (med Sekstant). Man kaster da en Bøje ud paa den ene Side af Løbet, som skal peiles, maaler dens Plads ind med Sekstanten, peiler saa vidt muligt tværs over Løbet og maaler igen Vinklerne mellem de 3 Fikspunkter i Land.

En lös Opmaaling af større Arealer udføres ofte uden Peilline. Man rør eller seiler da blot i forskellige Linier, maaler Begyndelses- og Endepunktet ind med Sekstant og fordeler de Peilstik, man har taget med regelmæssige Tidsintervaller, jævnt over Linien.

De to sidstnævnte Metoder er dog mindre nøjagtige, idet det vil være uoverkommeligt at anvende den samme Omhu paa Vinkelmaaling og Punktbestemmelse (Beregning) paa de mange Detailpunkter, som paa de Punkter, der bestemmer Hovedlinierne.

Afsætning af de ved Vinkelmaaling bestemte Punkter af Peillinierne paa Kortet foretages ved Hjælp af en „station-painter" (Fig. 99). Denne bestaar af 3 Linealer a, f og b, af hvilke de to, a og b, kan drejes om et Punkt O. Ved Hjælp af en Kredsinddeling kan man stille Linealerne saaledes, at deres indbyrdes Vinkler α og β svarer til de maalte. Man forskyder nu station-painteren paa Kortet, indtil de 3 Linealer gaar igennem de 3 Fikspunkter, man har maalt til. Ved

Hjælp af en lille Naal i Centrum kan man saa afmærke Punktet paa Kartet.

Til Peling benyttes som flere Gange nævnt en Pelline. Hertil benyttes en tynd snoet Staaltraadsline. Den er inddelt for hver 10 m (undertiden ved mindre Pelinger for hver 5 m) med Ledermærker; disse kan være mærkede saaledes, at der er indskaaret et Hak ved 10 m, to Hak ved 20 m o.s.v., et rundt Hul ved 50 m, et Hak ved 60 m, to Hak ved 70 m o.s.v. Ved 100 m er der aftest en Shackle. Linen kan være 1000 m eller endnu længere. Pellinen oprulles paa en Tromle (Fig. 100), der er anbragt i et Stativ, som kan spændes fast til en Tofte i Baaden. Naar man ror ud ad Linien, glider Pellinen i Reglen direkte paa Baadens Kant; det er dog en Fordel at lade den glide i et lille Apparat, der bestaar af 2 smaa lodrette og een vandret Lederulle af Jern (Fig. 101).

Til at maale Dybderne benyttes Pelstage eller Lod.

Pelstagen giver de nøjagtigste Maal, men paa Dybder større end ca. 9 m kan man vanskelig manøvrere med Pelstage. Man har i Reglen 2 Pelstager i Baaden, en mindre paa ca 5 m og en større paa ca. 9 m. Pelstagen er inddelt i Meter og Decimeter. I Reglen er den afmærket med røde og hvide malede Balter. For hver 2 Decimeter bør der være indskaaret Tal, der er sortmalede. De lange Stager er 5 à 7 cm tykke og forneden forsynet med en tung Dupsko, saa-

ledes at Stagen akkurat kan svømme, naar den øverste Ende rækker op over Vandspejlet. Findes der blød Bund, vil en saadan Stage kun trænge ganske lidt ned i det bløde Lag, medens man maa trykke ned paa Stagen for at faa Enden af Dupskoen ned til fast Bund. Skal Dybden til blød Bund bestemmes nøjagtig, maa der paa Stagens Ende anbringes en Plade (Brikkestage). Hvis der er Bølgegang, maa det, idet Dybden skal regnes fra det rolige Vandspejl, erindres, at det rolige Vandspejl ikke ligger midt imellem Bølgedal og Bølgetop, men noget nærmere Bølgedalen.

Paa større Vanddybder bruges et Blylod, befæstet til en inddelt Hampeline. Man maa undersøge, hvorvidt Linen holder sin Længde uforandret under Peilingen. Hvor der er Strøm, vil Maalingen blive ret unøjagtig.

Paa meget store Dybder benyttes Batometer. Dette bestaar af et Rør, hvori der er Luft. Jo større Vanddybde Røret kommer ned paa, des mere sammentrykkes Luften. Sammentrykningen kan maales ved, at Røret indvendig er farvet med et Stof, der opløses af Vand.

Til en almindelig Peiling kræves 1 Mand til at aflæse Vandstand, 1 Mand til at flytte Linen og Flagene i Land, 1 Mand ved Peilrullen, 1 Mand til Peilstagen og 2 – paa udsatte Steder 4 – Mand til at ro. Ialt 6 à 8 Mand foruden Ingeniøren. Denne opskriver Peilstikkene i sin Lommebog paa følgende Maade:

10/11 1919 Peillinie N: 9,

beg. Kl. 2^{30} Vdst. 0,23 under
sluttet Kl. 3^{40} Vdst. 0,23 under

Afstand.	maalte Dybde.	Dybder under D.V.	Bundforhold m.m.
132	Kystlinie	(Kyst 129)	Sten
140	0,60	0,85	"
150	1,35	1,50	Sand
"	2,80	3,05	Ral
"	2,95 (2,8)	3,20 (3,05)	Blød Bund
"	3,10 (2,9)	3,35 (3,15)	"
"	3,30 (3,1)	3,55 (3,35)	"
200	3,60	3,85	Sand.

Kystlinien maales til den Vandstand, man har i Øjeblikket, og senere skønner man, hvor Kystlinien ved Dagligt Vande ligger. Man inddeler Maalebogen i 4 Rubrikker. I den første indføres Afstanden fra Punktet i Land, i den anden de maalte Dybder, i den tredie indføres senere de rettede Dybder og i den fjerde Angivelse vedrørende Bundforhold m.m. Tallene i Parantes angiver Dybden til blød Bund. Dybderne maales med halv Decimeters Nøjagtighed (hvis der er Bølgegang i Reglen kun med hel Decimeters Nøjagtighed), Vandstandene aflæses derimod i Centimeter. Man vil nu i Reglen ikke indføre de rettede Dybder i Centimeter, men kun med halve Decimeter, idet det ellers vilde give et feilagtigt Indtryk af den Nøjagtighed, hvormed de enkelte Peilstik er taget. Paa den anden Side er der ogsaa noget vrigtigt i at

bortkaste Centimetrene. Hvis Peilingen skal bruges som Grundlag for en Beregning af Uddybningsvolumen, kan man tage Hensyn til den nøjagtige Vandstandsmaaling ved, at man, naar Vandstanden f. Eks. er 0,23 under, lægger 0,2 til 2/3 og 0,3 til 1/3 af de maalte Dybder.

Naar Peilstikkene skal indføres paa Kortet, tegner man alle Hovedlinier og Peillinier ind med Blyant. Man lægger en løs Strimmel Papir, der er inddelt for hver 10 m, langs Peillinien (Fig. 102) og markerer Peilstikkene ved Prikker, idet Prikken saa nøje som muligt sættes paa det Sted, hvor Peilstikket er taget. Ved meget nøjagtige Opmaalinger bør man dog hellere inddele hver Peillinie med Passer. Naar Peilingen er indtegnet, vidskes alle Blyantslinierne ud, saa blot Prikkerne og Tallene staar tilbage; Hovedpunkterne angives ved en lille Cirkel og deres Bogstav. Man kan derefter indtegne Dybdekurverne; for disse bruges de i Fig. 102 angivne Betegnelser; hvis der skal angives Halv-Meter-Kurver, kan disse tegnes med punkterede Linier.

Undertiden bruges det i Fig. 103 viste selvregistrerende Peilapparat. Det bestaar af en Stang (Sværdet) O E T, som er anbragt hængende paa Siden af et Fartøj, saaledes at den kan dreje sig om en Tap O. Den nederste Del (E-T) af Sværdet, som under Peilingen kommer i Berøring med Bunden, er formet som en Cirkelafsnit. I fast Forbindelse med Sværdet er anbragt Sektoren O G H og, befæstet til denne, Baandet H L, som er forsy-

net med Strammevægten K og Skrivestiften S; den vandrette Bevægelse af S afsteges paa et Papir paa Tromlen F. Idet man med Fartøjet gennemsejler en Pejllinie og lader Sværdet slæbe paa Bunden, vil Vandringen af Skrivestiften angive Dybdevariationen.

Man har

$$t = BC = \smile DE$$

og $\quad \angle DOE = \angle GOM$

samt $\quad \smile GM : \smile DE = r : R.$

Idet $\quad GM = l$

haves da

$$t = \frac{R}{r} l$$

Paa mange Steder, f. E. ved Havneindsejlinger, i Sejlløb og i Havnebassiner, gælder det om at sikre sig, at der overalt er en vis Vanddybde til Stede. Naar Bunden er ujævn, eller der findes Sten, vil en almindelig Pejling ikke være fyldestgørende i dette Øjemed. En Pejling, ved hvilken det skal undersøges, om der overalt paa et Areal mindst er en vis Dybde, kan foretages ved Hjælp af et Fartøj, under hvis Bund der er ophængt en Jernskinne i den givne Dybde. Fartøjet forhales over hele Arealet, Strimmel efter Strimmel, idet man passer, at de forskellige Strimler overdækker hinanden noget.

§23. Maaling af Ströms Hastighed.

Ströms Hastighed maales enten ved at lade en

svømmende Genstand følge med Vandet og maale dennes Hastighed, eller ved Apparater, der staar stille i Forhold til Vandløbets Bund, idet Vandstrømmens Tryk da benyttes til Bestemmelse af Hastigheden.

Naar Hastigheden skal bestemmes ved Hjælp af Svømmer, afmærker man med Pæle en udmaalt Afstand langs Strømmen. Man kaster Svømmeren ud et Stykke ovenfor det øverste Mærke og maaler den Tid, Svømmeren er om at passere den udmaalte Afstand.

Ved en i Vandoverfladen svømmende Genstand faas imidlertid kun Oplysning om Vandets Overfladehastighed.

Ønsker man Hastigheden maalt dybere nede i Vandet, kan man benytte en Kuglesvømmer (Fig. 104), bestaaende af en lille Kugle, som er lidt lettere end Vand, og som derfor holder sig i Overfladen, forbundet med en stor Kugle, som er tungere end Vand, men kun saa meget tungere, at de to Kugler tilsammen veier lidt mindre end det tilsvarende Rumfang Vand. Man bruger ogsaa den saakaldte Stangsvømmer (Fig. 105), der bestaar af et Plankekryds, der forneden er forsynet med en Blyklods og foroven med en tynd Stang. Vægten af Blyklodsen skal være saaledes, at kun den tynde Stang rækker op over Vandspejlet, idet derved Vindens (Luftmodstandens) Indvirkning paa Svømmerens Hastighed bliver ringe.

Med Kuglesvømmeren faar man Middelhastighe-

den for et Strömtværsnit lig den store Kugles Tværsnitsareal. Med Stangsvömmeren faar man Middelhastigheden i en Perpendikulær i Strömmen til den Dybde, hvori Svömmeren rækker ned.

En Flynderlog (Fig. 106) bestaar af en Træplade A, som er betynget forneden saaledes, at den svömmer i lodret Stilling. Til Pladen er fastgjort 3 Snore, a, b og c, af hvilke den ene, a, er fast forbundet med Klodsen B, medens de to andre er fastgjort til en Prop p i samme Klods; i denne er desuden Loglinen L fastgjort. Loglinen er viklet om en Tromle og inddelt saaledes, at man kan maale, hvor meget Line der löber af Tromlen i Löbet af en vis Tid. Loggen bruges saaledes, at man fra en forankret Baad kaster Loggen ud i Vandet, og denne følger da med Vandet, idet den trækker Linen af Tromlen. Af Tiden og den tilsvarende aflöbne Længde af Linen findes Hastigheden. Naar Loggen skal hales ind, giver man et rask Ryk i Loglinen, hvorved Proppen p rives ud af Klodsen B, saa at Loggen lægger sig fladt paa Vandet. Med Loggen kan man kun maale Overfladehastigheden.

Af de stationære Apparater skal nævnes Pitots Rör (Fig. 107), et omböjet Glasrör, der vendes imod Strömmen. Vandspeilet i Röret vil staa et Stykke h over Strömmens Vandspejl, der er proportionalt med Strömmens Hastighedstryk $\frac{v^2}{2g}$. Da det ikke er let at maale Højden h nede ved Vandspejlet, kan man bedre bruge

det i Fig. 108 viste Apparat. Det bestaar af to Rør, anbragte paa en Planke med inddelt Skala. Rørene er forneden ombøjede saaledes, at det ene vender Mundingen op imod Strømmen, det andet ned ad Strømmen. Foroven er Rørene indbyrdes forbundne og forsynet med en Slange S og Hanen R_1; forneden findes en Hane R_2, som kan manøvreres med Linerne l_1 og l_2.

Naar Rørmundingen føres ned i Vandstrømmen, vil Vandspejlene i Rørene indstille sig med en Højdeforskel $h = C\frac{v^2}{2g}$. Man fører Rørmundingerne ned i den Dybde, i hvilken Hastigheden skal maales, og tilvejebringer ved Sugning gennem S Luftfortynding i Rørenes øverste Del, hvorefter Hanen R_1 lukkes; herved kan Vandspejlene i Rørene hæves op til en for Aflæsning af h bekvem Højde. Ønskes man skal maale Hastighed i større Dybde end Apparatets Højde, lukkes først Hanen R_1, hvorefter Apparatet sænkes; derefter lukkes Hanen R_2, og Apparatet tages op over Vandet, for at man kan aflæse Højden h.

Woltmanns Vinger (Fig. 109) bestaar af 2 skraat stillede Vinger A, siddende paa Akslen B; denne er forsynet med en Skrue uden Ende (s), som trækker Snækkehjulet T. Snækkehjulets Tapper sidder paa en Vægtstang D, som ved en Fjer holdes nede saaledes, at Hjulet er ude af Indgribning; ved Træk i Linen L kan Hjulet bringes i Indgribning. Det hele er befæstet til Ringen R, der fatter om en Stang P;

til Ringen er fastgjort en Fane F af Træ, saaledes at Vingerne af sig selv holdes op mod Strømmen. Apparatet bruges saaledes: Stangen stilles lodret hvilende med Spidsen paa Bunden, hvorefter Ringen føres ned til den Dybde, i hvilken man ønsker at maale Hastigheden. Vandstrømmen bringer Vingerne til at gaa rundt, og naar Omdrejningshastigheden er blevet konstant, trækkes i Linen L, saaledes at Hjulet kommer i Indgribning; efter et passende Antal Sekunders Forløb slækkes Linen L, hvorefter Apparatet hejses op, Hjulets Omdrejning aflæses, hvoraf Vingernes Omdrejningstal findes.

Relationen mellem Vingernes Omdrejningsantal n og Vandets Hastighed v bestemmes ved Forsøg, idet man fører Apparatet gennem stillestaaende Vand med kendt Hastighed. Relationen har Formen

$$v = a + bn + c\,n^2$$

hvor a, b og c er Konstanter; a er den Minimumshastighed, ved hvilken Vingerne sættes i Bevægelse.

Aflæsning af Akseomdrejningernes Antal kan foregaa ad elektrisk Vej. Da det vilde give for stor Modstand at slutte en elektrisk Strøm for hver enkelt Omdrejning, er det indrettet saaledes, at der paa Hjulet er anbragt en Knast, der for hver 50 Omdrejninger slutter en Strøm, der staar i Forbindelse med et Ringeapparat.

Paa store Vanddybder kan Apparatet ikke an-

bringes paa en Stang. Man benytter da et Staaltraadstov, der holdes lodret ved en tung Vægt.

Patentloggen bestaar af 4 Vinger, der drejer rundt nede i Vandet. Det Tov, hvortil Vingerne er fæstet, føres op over Vandet, og Antallet af Omdrejninger maales her ved et Tælleapparat.

Arvidsons Strømmaaler (Fig. 110) bestaar af en Træflage F (Fane) anbragt drejeligt paa en Stang P paa samme Maade som ved Woltmanns Vinger. I en Halvcylinder-formet Hulhed er anbragt et Skaalkors, som under Indvirkning af Vandstrømmen roterer om en lodret Akse. Skaalkorset bestaar af fire Arme, som hver bærer en Halvkugle-formet Skaal. Af Omdrejningsantallet, som maales ved et Tælleapparat paa samme Maade som ved Woltmanns Vinger, findes Hastigheden.

Den statiske Strømmaaler (Fig. 111) bestaar af en Vægtstang, som hviler paa Eggen e og forneden er forsynet med en Kugle K, der dykkes ned i Vandet. Strømmens Tryk T paa Kuglen vil bevirke, at Vægtstangen drejer sig. Dette modvirkes ved at skyde Vægten Q, der sidder paa en inddelt forskydelig Stang, ud, indtil et paa Vægtstangen anbragt Vaterpas viser, at den er vandret. Man har da $aQ = lT$, og da T er proportional med Hastighedens Kvadrat, faas $a = Cv^2$ til Bestemmelse af v. Stangen kan være inddelt saaledes, at den direkte angiver Hastigheden.

De ovenfor nævnte Maaleapparater tjener alle til Maaling af Hastighed i aabne Ledninger.

Til at bestemme Vandhastigheden i en Trykledning kan bruges det i Fig. 112 viste Apparat, Venturimetret. Det bestaar af et med en Indsnævring forsynet Rørstykke R, som kan anbringes paa den Trykledning R, i hvilken Hastigheden skal maales. Ved a og b findes ringformede Kanaler k_1 og k_2, som gennem Spalteaabninger er i Forbindelse med Trykledningen, og hvorfra Rørene C og D fører op til Enderne af det U-bøjede Rør E; dette Rør er fyldt med Kviksølv og har i den ene Gren en Svømmer F, som paa Stangen G bærer en Viser, af hvis Stilling man kan aflæse Forskellen h mellem Trykkene i Rørene C og D. Er Tværsnitsarealerne af Røret og de hydrauliske Tryk ved a og b henholdsvis F_1 og F_2, og H_1 og H_2, og er de tilsvarende Hastigheder v_1 og v_2, haves

$$H_1 - H_2 = h$$

$$h = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}.$$

idet man ser bort fra Energitab ved Indsnævringen, fordi der er jævn Overgang fra Tværsnit F_1 til Tværsnit F_2.

Idet $F_1 v_1 = F_2 v_2$ faas

$$h = \frac{v_1^2}{2g}\left(\frac{F_1^2}{F_2^2} - 1\right)$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2 - 1}}$$

til Bestemmelse af v_1, idet man kender F_1 og F_2 og maaler h.

Fig 1.

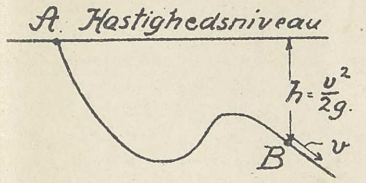


Fig 2.

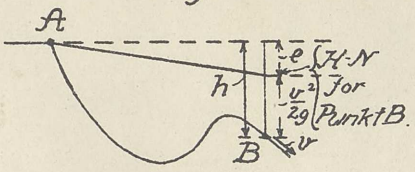


Fig 3.

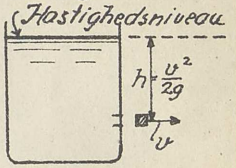


Fig 4.

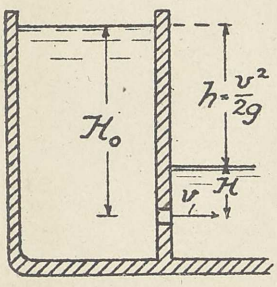


Fig 5.

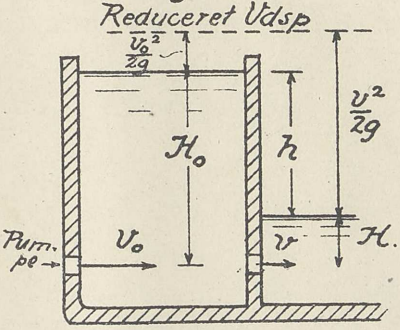


Fig 6.

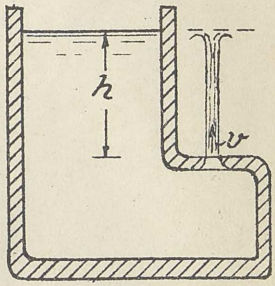


Fig 7.

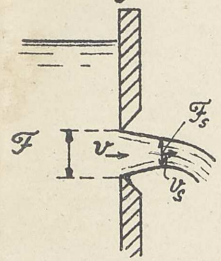


Fig 8.

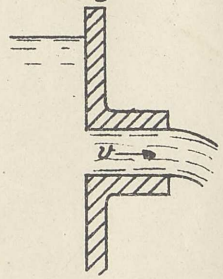


Fig 9.

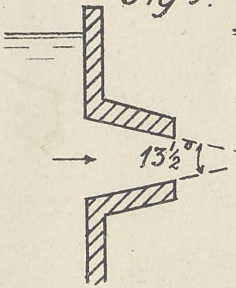


Fig 10.

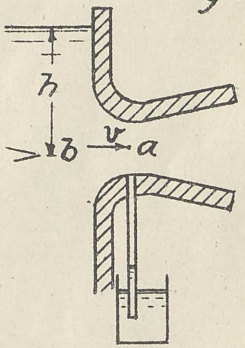


Fig 11.

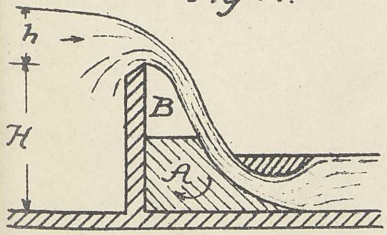


Fig 12.

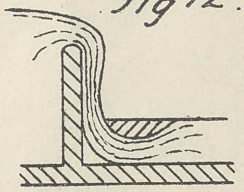


Fig 13.

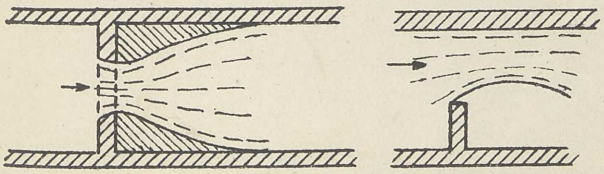


Fig 14.

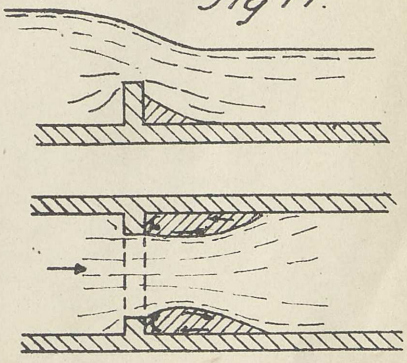


Fig 15.

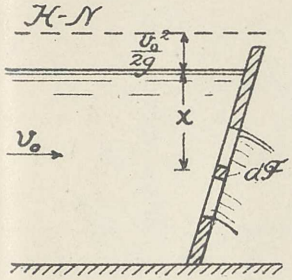


Fig 16.

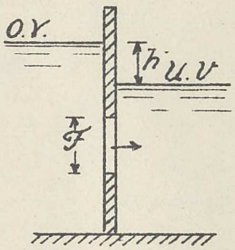


Fig 17.

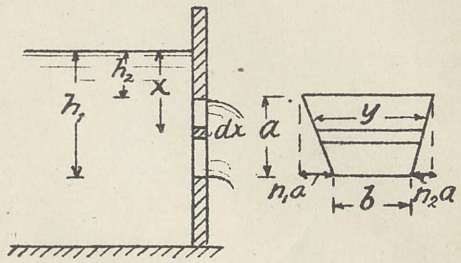


Fig 18.

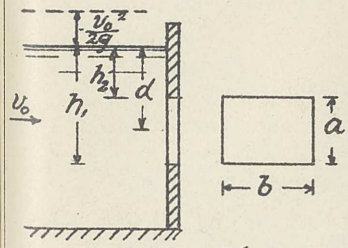


Fig 19.

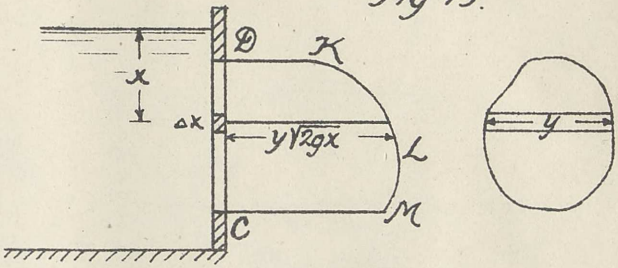


Fig 20

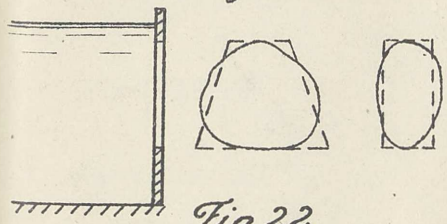


Fig 21.

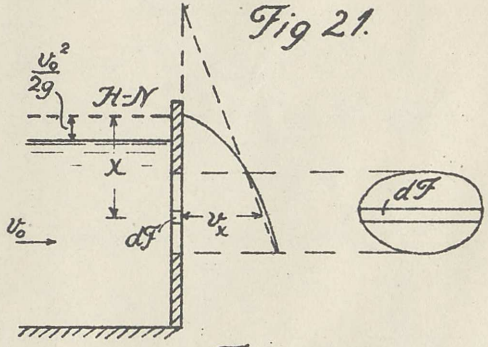


Fig 22.

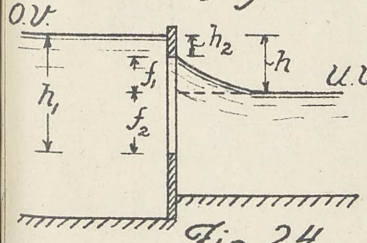


Fig 23.

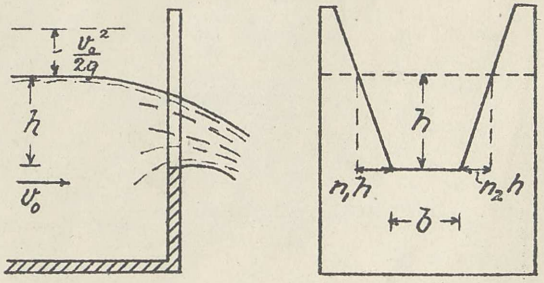


Fig 24.

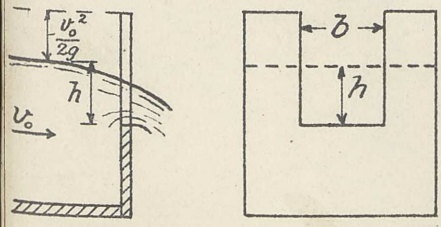


Fig 25.

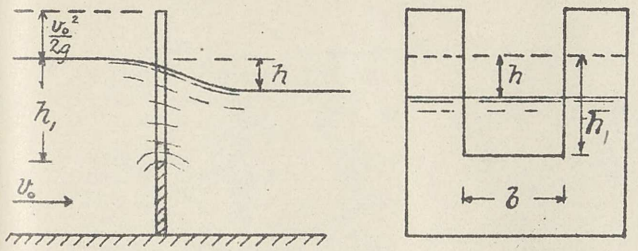


Fig 26.

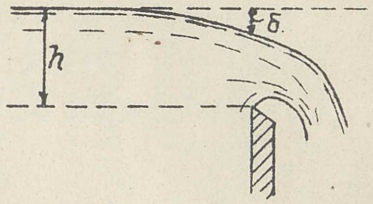


Fig 27.

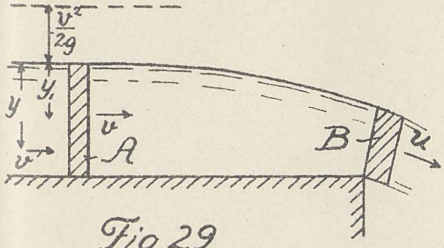


Fig 28.

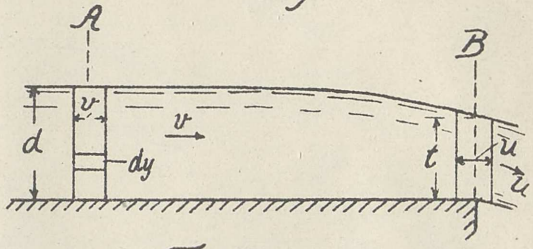


Fig 29.

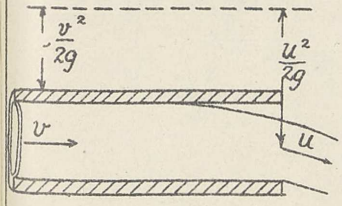


Fig 30.

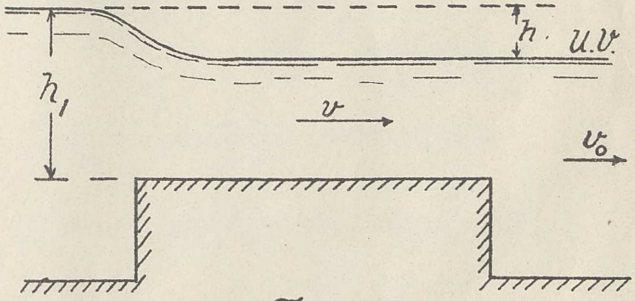


Fig 32.

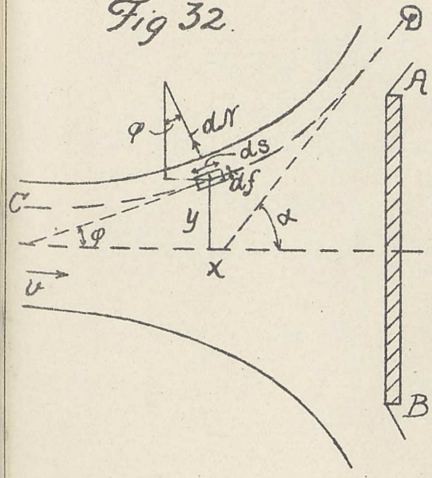
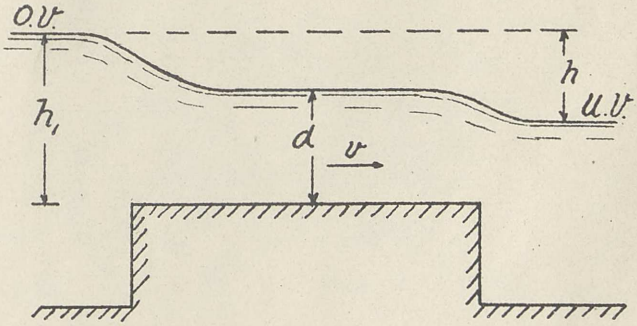


Fig 31.



Plan 4. Fig 33-42.

Fig 33.

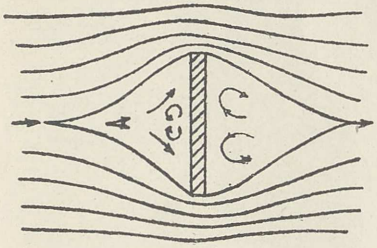


Fig 34

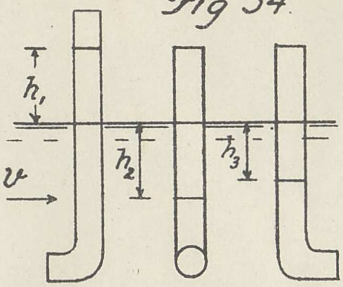


Fig 35.

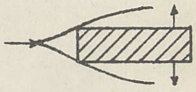


Fig 36

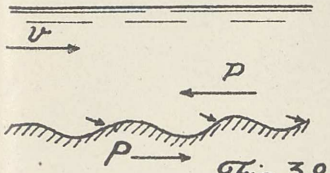


Fig 37.

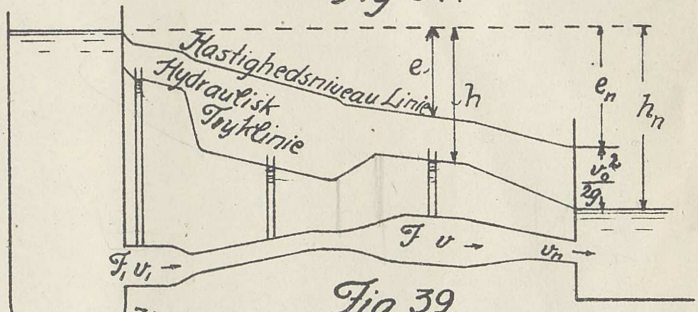


Fig 38.

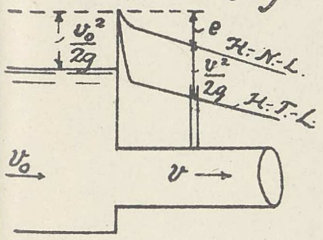


Fig 39.

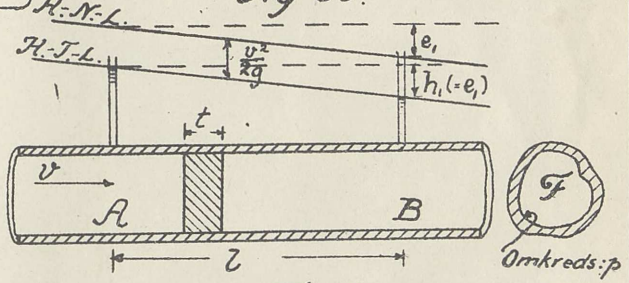


Fig 40.

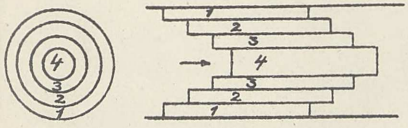


Fig 41.

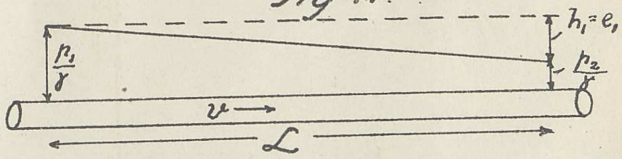
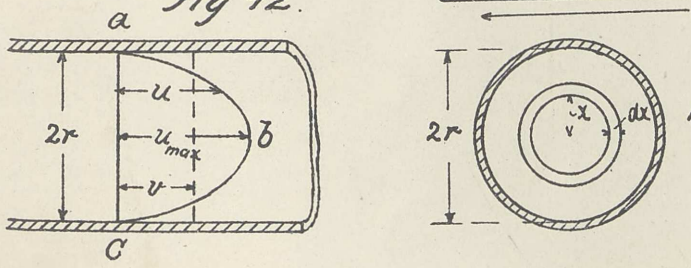


Fig 42.



Plan 5. Fig 43-52

Fig 43.

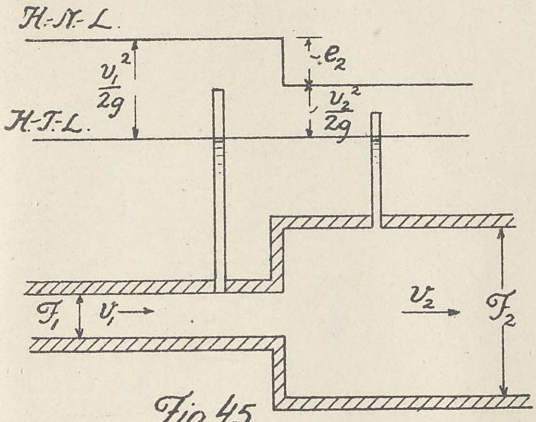


Fig 44.

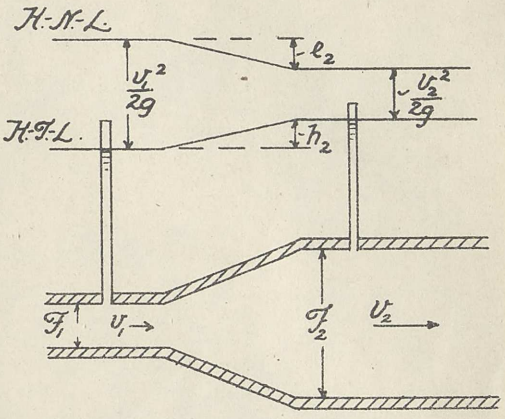


Fig 45.

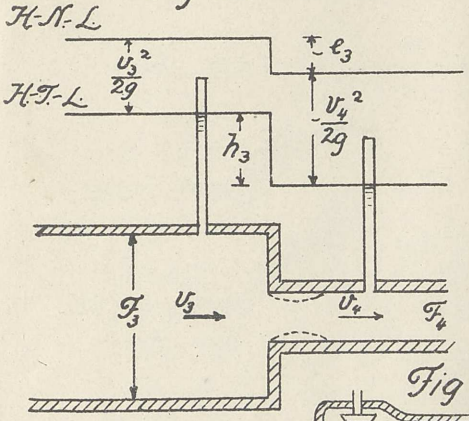


Fig 46.

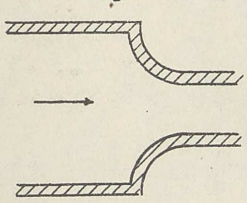


Fig 47.

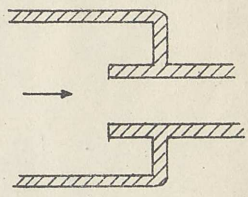


Fig 48.

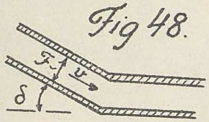


Fig 49.

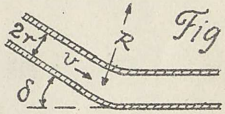


Fig 50.

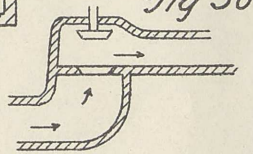


Fig 51.

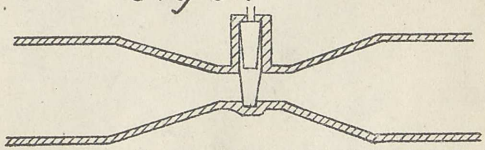


Fig 52.

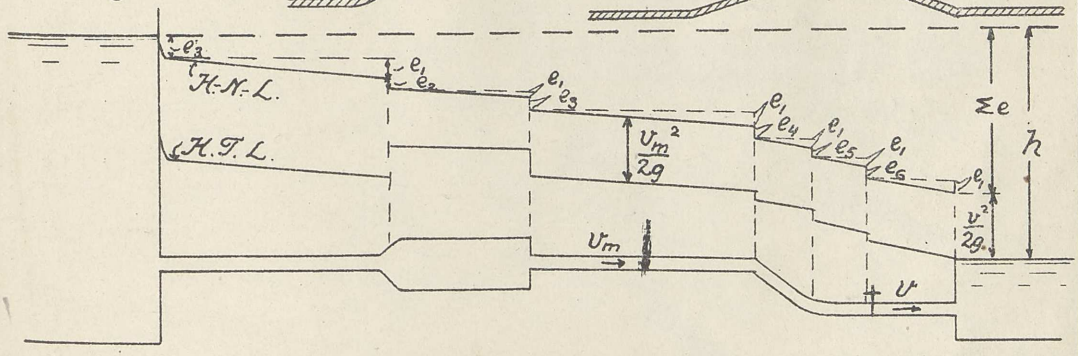


Fig 53.

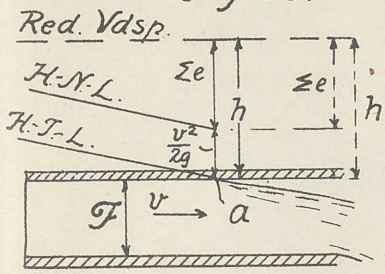


Fig 54.

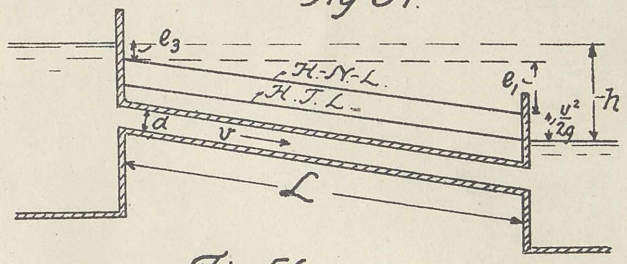


Fig 55.

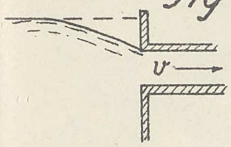


Fig 56.

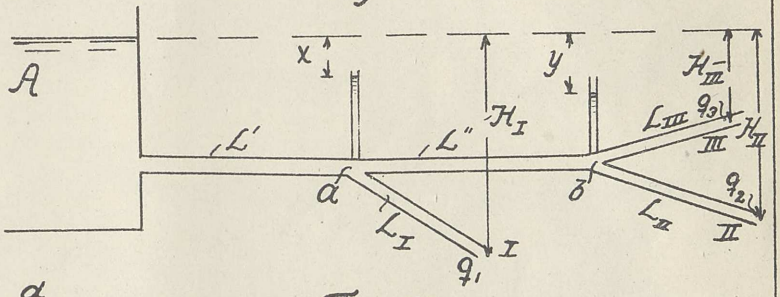


Fig 57.

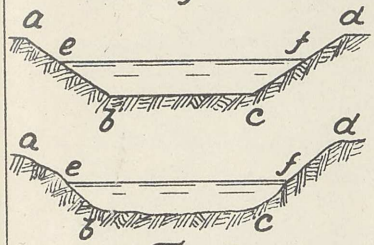


Fig 58.

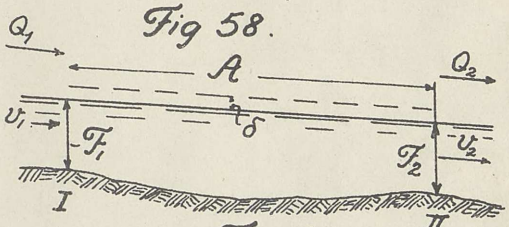


Fig 59.

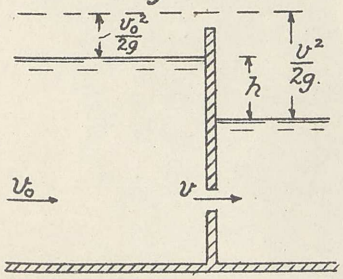


Fig 60.

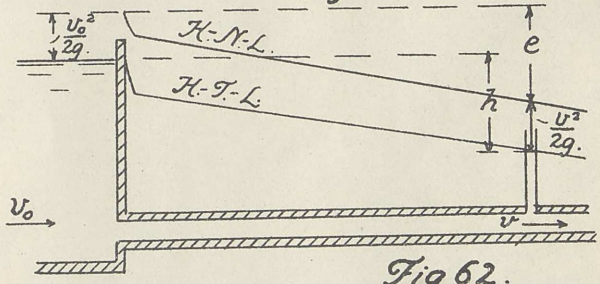


Fig 61.

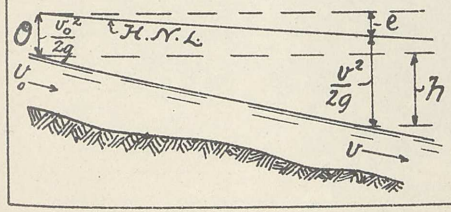


Fig 62.

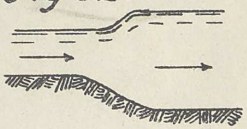
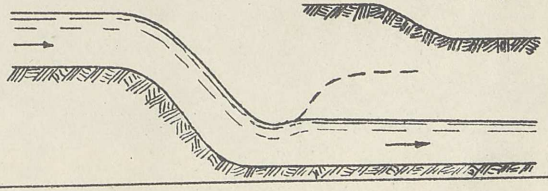


Fig 63.



Plan 7. Fig 64-75.

Fig 64.

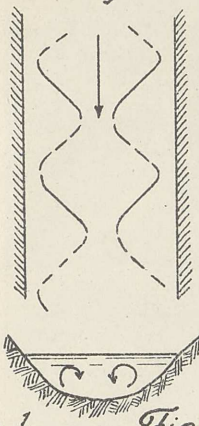


Fig 65

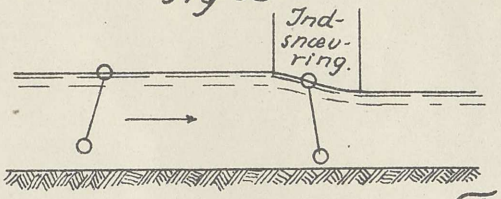


Fig 66.

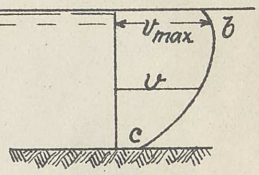


Fig 67.

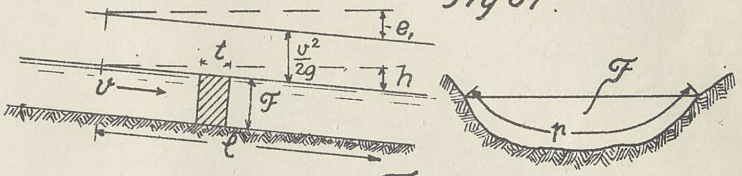


Fig 68.

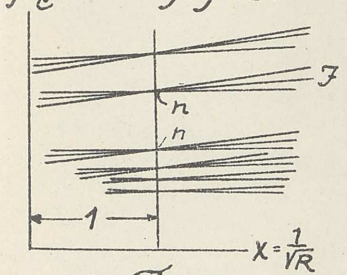


Fig 69.



Fig 70

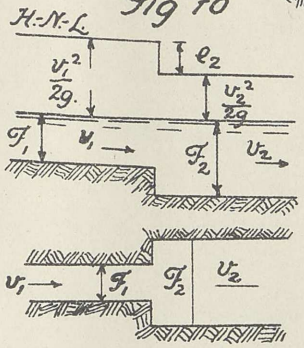


Fig 71.

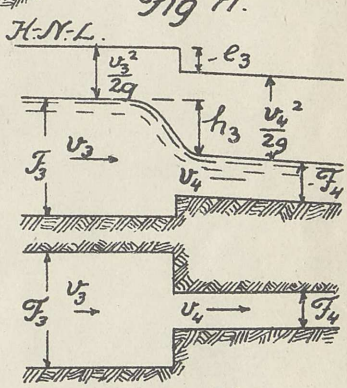


Fig 72.

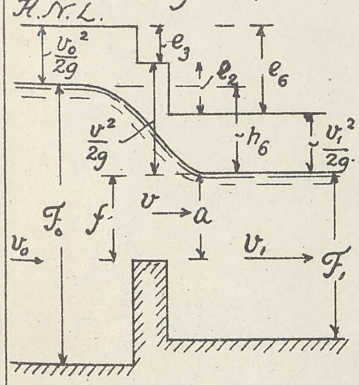


Fig 73.

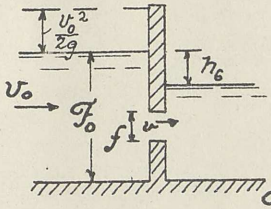


Fig 74.

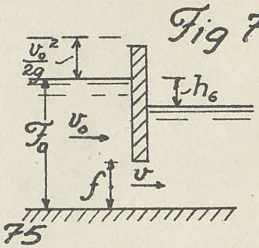


Fig 75

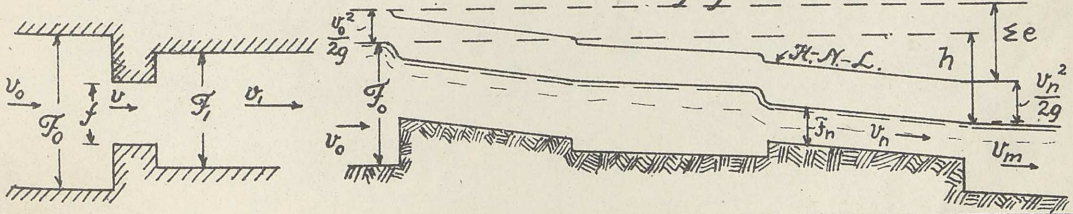
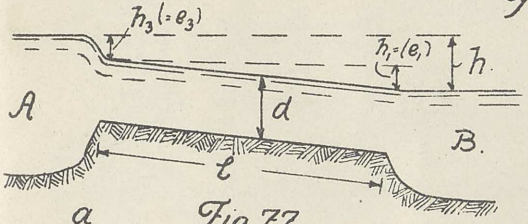


Fig 76.



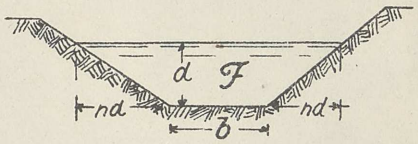


Fig 77.

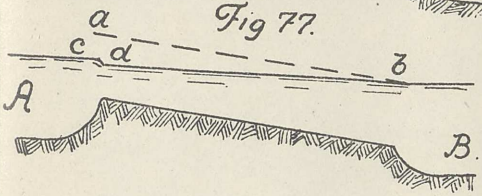


Fig 79.

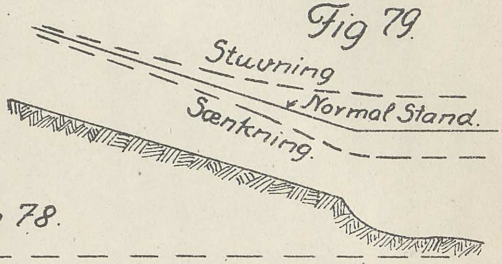


Fig 78.

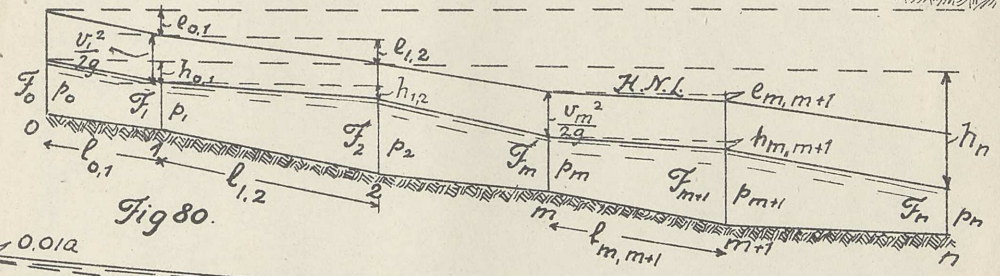


Fig 80.

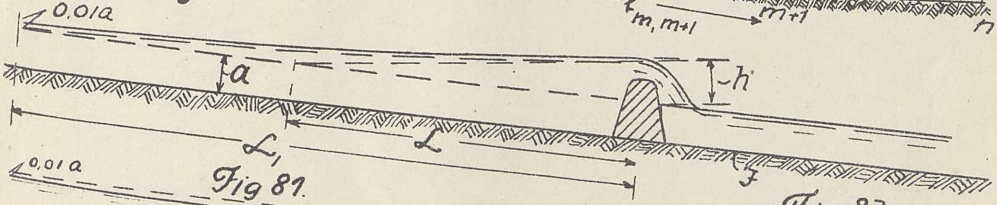


Fig 81.

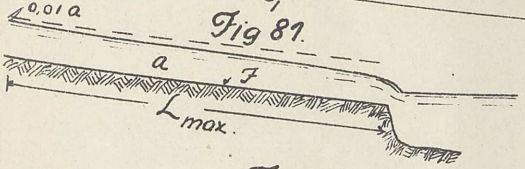


Fig 83.

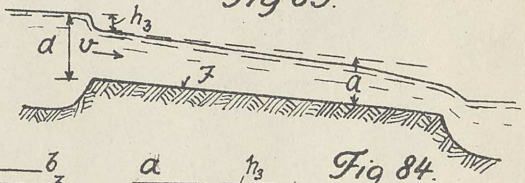


Fig 82

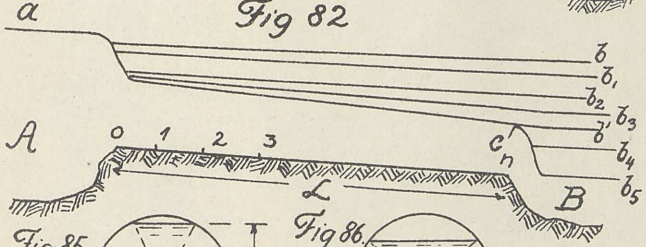


Fig 84.

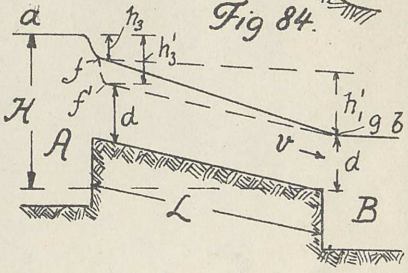
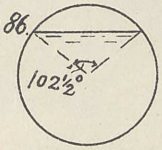


Fig 85.



Fig 86.



Plan 9. Fig 87-101.

Fig 87.

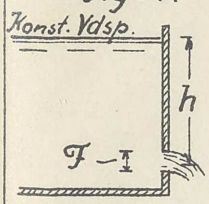


Fig 88.

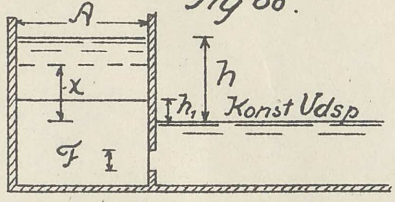


Fig 89

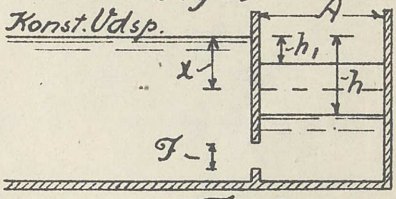


Fig 90.

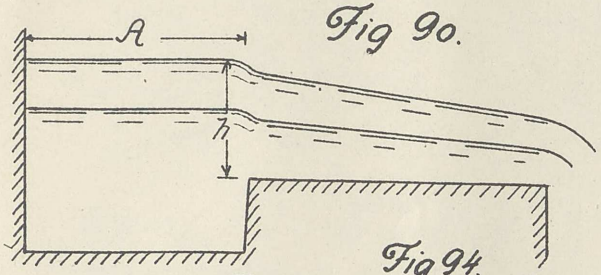


Fig 91

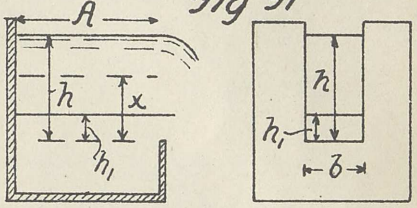


Fig 92.

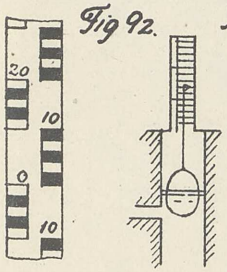


Fig 93.

Fig 94.

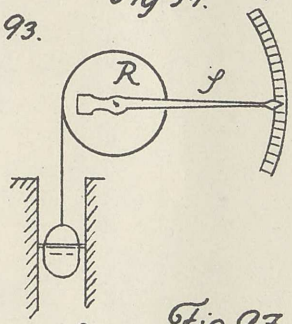


Fig 95

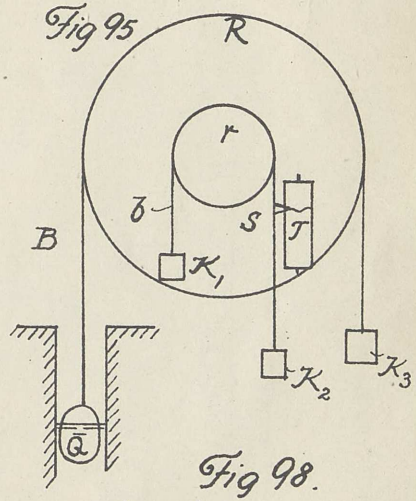


Fig 96.

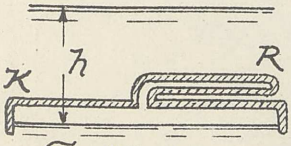


Fig 97.

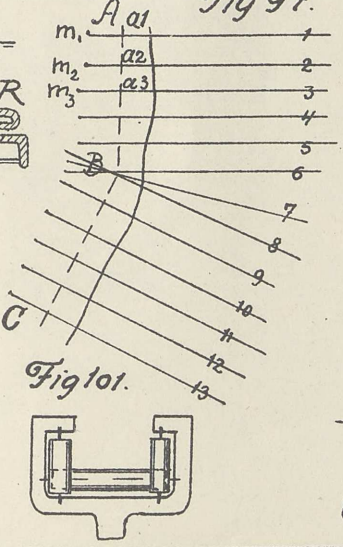


Fig 98.

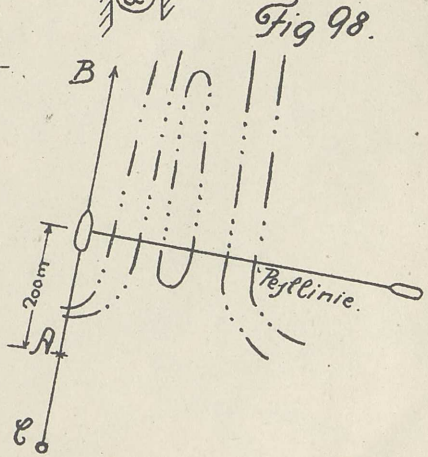


Fig 99. a

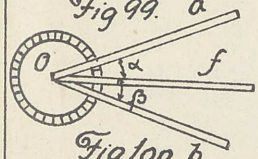


Fig 100 b

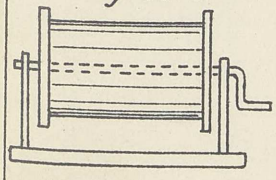


Fig 101.

Plan 10. Fig 102-112.

Fig 102.

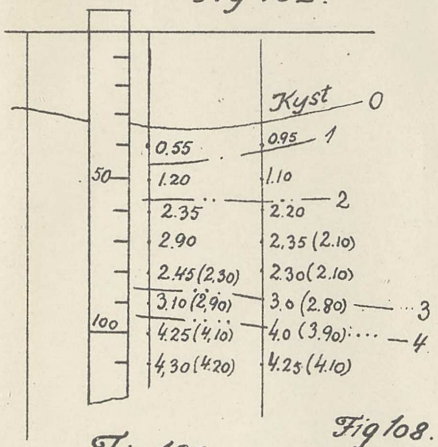


Fig 103.

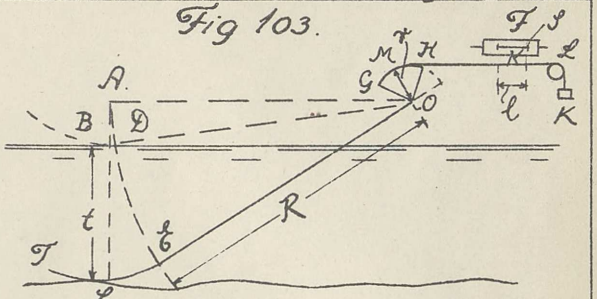


Fig 104.

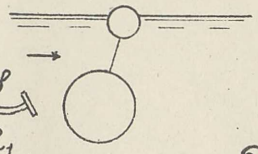


Fig 105.

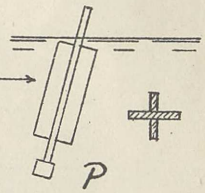


Fig 106.

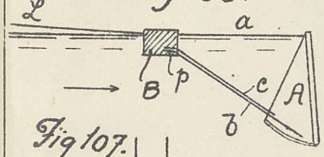


Fig 107.

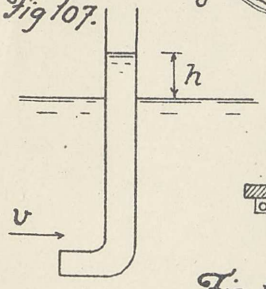


Fig 108.

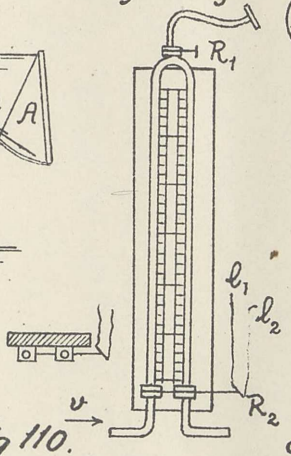


Fig 109.

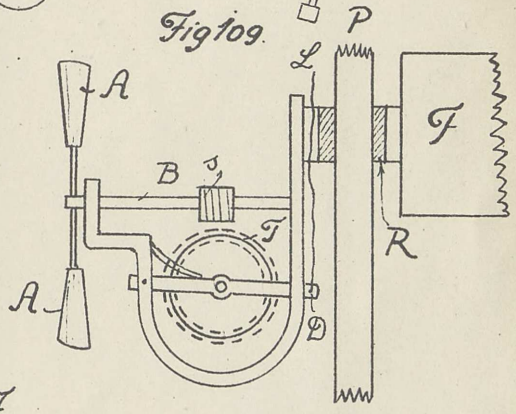


Fig 110.

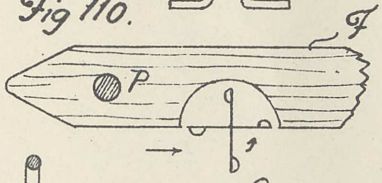


Fig 111.

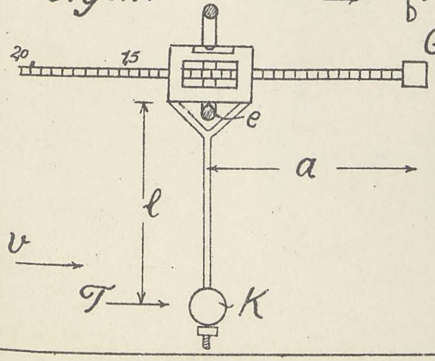


Fig. 112.

