Jul. Hartmann:

Om en ny Metode til Bestemmelse af Overfladespænding.

OM EN NY METODE TIL BESTEMMELSE AF OVERFLADESPÆNDING

AF

JUL. HARTMANN, M. Ing. F.

SÆRTRYK AF »INGENIØREN« NR. 53—55, 1919

KØBENHAVN
TRYKT HOS J. JØRGENSEN & CO. (IVAR JANTZEN)
1919

OM EN NY METODE TIL BESTEMMELSE AF OVERFLADESPÆNDING

AF

JUL. HARTMANN, M. Ing. F.

SÆRTRYK AF »INGENIØREN« NR. 53—55, 1919

KØBENHAVN
TRYKT HOS J. JØRGENSEN & CO. (IVAR JANTZEN)
1919

I. Den praktiske Prøve af Metoden.

Metoden.

Fig. 1 fremstiller et simpelt, straaledannende System bestaaende af et Reservoir R, i hvis Væg der forneden er skruet et straaledannende Element H

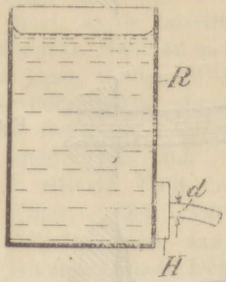


Fig. 1.

udformet for Eksempel som en tynd Plade med et cirkulært Hul. Vi antager, at der ved dette Apparat fremstilles en cylindrisk Vædskestraale med Diameter d. Det ligger da ret nær at tænke sig, at Overfladespændingen C inde i en saadan Straale giver Anledning til et Tryk $\frac{2C}{d}$, der modsætter sig Vædskens Udstrømning. Straalens Hastighed skulde herefter, dersom Trykhøjden er h, kunne udtrykkes ved Formelen

$$v = \varkappa^2\sqrt{2g\,(h - h_0)}, \qquad \text{(I)}$$

hvor

$$h_0 = \frac{2C}{d\varrho g}, \qquad \text{(II)}$$

og hvor $\varkappa^2$ er en Koefficient mindre end 1, der sædvanligvis betegnes som Udstrømningskoefficienten, og som kan benyttes til at gøre Rede for de Tab i Hastighed, der hidrører fra Gnidning i Straalehullet og Hvirveldannelse ved Hullets indvendige Kant. I Udtrykket for h_0 betegner ϱ fremdeles Vædskens Vægtfylde og g Tyngdens Acceleration.

Paa Grundlag af Udtrykkene (I) og (II) synes det muligt at uddanne en Metode til Bestemmelse af Overfladespænding ved Udstrømningsforsøg. Det Volumen Vædske, der pr. Sekund strømmer ud gennem Straalehullet, skulde være

$$V = \frac{\pi}{4}\, d^2 \cdot \varkappa^2 \cdot \sqrt{2g\,(h - h_0)} \qquad \text{(III)}$$

Vi tænker os et Forsøg udført, ved hvilket V maales for en Række Værdier af h. Afbildes et saadant Forsøg grafisk, idet V^2 tages til Ordinat og h til Abscisse, faas en Kurve — V^2-h-Kurven —, der, hvis Straalen under hele Forsøget er cylindrisk, altsaa har Straalehullets Diameter, og hvis $\varkappa^2$ er konstant, skulde blive en ret Linie

$$V^2 = \left(\frac{\pi}{4}\, d^2\varkappa^2\right)^2 \cdot 2g \cdot (h - h_0),$$

som af Abscisseaksen afskærer Stykket h_0, hvoraf C atter kan beregnes ved (II).

I det anførte er kun Metodens Grundtanke og Hovedlinien i Planen for dens praktiske Udførelse antydet. Man kan maaske rejse Tvivl om Grundtankens Rigtighed[1]), og vi skal senere vende tilbage til Spørgsmaalet herom. Foreløbigt vil vi prøve Metoden rent empirisk ved at anvende den paa en Vædske med kendt Overfladespænding, nemlig Vand. Vi faar da at vide, om V^2-h-Kurven, hvorledes denne Kurve nu end er beskaffen, ved sin Skæring med Abscisseaksen bestemmer en Værdi for Overfladespænding sammenfaldende med den kendte —, eller vi faar at vide, om den ikke gør det, og vi kan herefter utvivlsomt med den største Sikkerhed drage Slutning om, hvorledes det vil gaa med andre Vædsker af lignende (hydrodynamisk) Karakter, altsaa særlig vandige Opløsninger.

Forsøgsapparat.

Dette, der er vist i Fig. 2 a-c, bestod af en cylindrisk udboret Støbejærnskumme med en indvendig Diameter paa 14,45 cm og en Dybde paa ca. 9,5 cm. Paa modsatte Sider havde Beholderen udvendigt to »Forstærkninger« Fig. 2a, med plane Ydersider. Gennem hver af disse og Cylinderens Væg var der ført to Boringer. Den ene af disse var i hver Forstærkning bestemt til at optage et planparallelt Vindue V, Fig. 2c. I den anden Boring i den ene Forstærkning skruedes det straaledannende Element P (Hulpladen). Den tilsvarende Boring i den anden Forstærkning benyttedes ikke og var derfor lukket med en Prop.

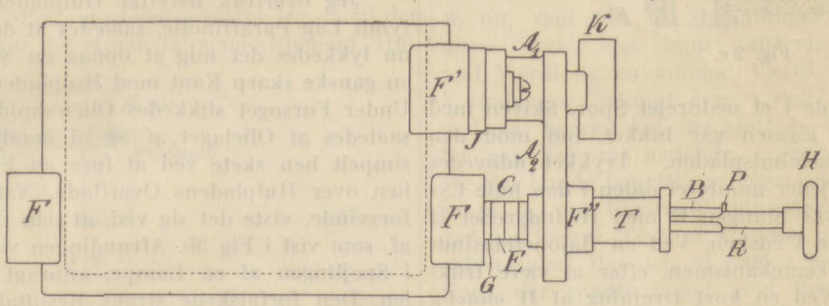


Fig. 2 a.

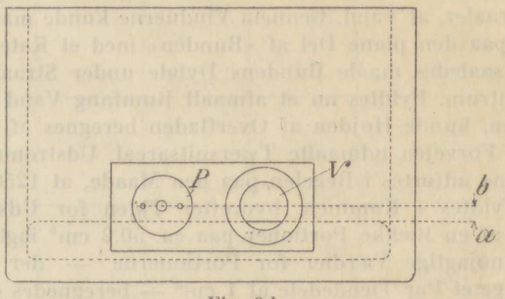


Fig. 2 b.

Ved Forsøgene skulde man saa pludseligt som muligt kunne aabne og lukke for Straalehullet. Lukkemekanismen er fremstillet i Fig. 2a. Den var bygget ud fra den plane Forside af Forstærkningen F'. Fra F' var den isoleret ved Fiberskiven I. Paa denne var den korte, vandrette Arm A_1 fastgjort. Paa A_1 kunde atter den lodrette Arm A_2 fastspændes ved Fløjskruen K, saaledes at Armen

[1]) Det er vistnok Prof. *C. Christiansen*, der først har opstillet den Hypotese, at Overfladespændingen gør sig gældende paa den antydede Maade. Sml. *C. Christiansen:* Ann. d. Phys. 5, 436, 1901.

tillige med alt, hvad der sad paa den, let kunde fjernes, naar Hulpladen skulde skiftes. A_2 havde forneden en Forstærkning F''. I denne kunde den egentlige Laas skydes frem og tilbage og fastspændes i en passende Stilling. Laasen bestod af en Staalskive E paa Enden af den massive Cylinder C. E var langs Randen forsynet men en plan

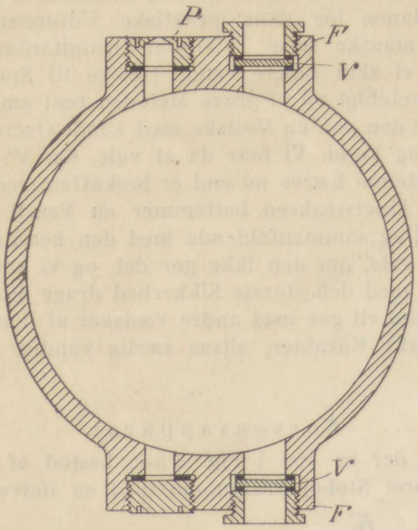


Fig. 2 c.

Gummiring, der passede i et neddrejet Spor. Skiven med Ring pressedes, naar Laasen var lukket, ind mod den plane Forside af Straalehulspladen. Trykket udøvedes herved af en kraftig Fjeder monteret inden i den hule Cylinder T. Ved at trække Stangen R med Haandgrebet H udad aabnedes der for Vædsken. Ved en Bajonetlaasindretning B kunde Lukkemekanismen, efter at være trukket ud, stilles i Ro. Ved en kort Drejning af H endelig kunde den, som det vil forstaas af Figuren, lukkes i.

Naar Laasen isoleredes fra Vædskebeholderen, var det, fordi der ved andre Forsøg end dem, der her er Tale om, maatte være Mulighed for gennem Straalen at sende en elektrisk Strøm. Skiven E skulde herved tjene som den ene Elektrode.

Metodens praktiske Udførelse.

Metoden beror som allerede nævnt paa Udstrømningsforsøg. Ved disse tjente den cylindriske Kumme naturligvis som Reservoir for den udstrømmende Vædske. Bunden i Kummen dannedes, ved de efterfølgende Forsøg med Vandstraaler, af Vand. Gennem Vinduerne kunde man stille ind paa den plane Del af »Bunden« med et Katetometer og saaledes maale Bundens Dybde under Straalehullets Centrum. Fyldtes nu et afmaalt Rumfang Vand i Beholderen, kunde Højden af Overfladen beregnes af Kummens i Forvejen udmaalte Tværsnitsareal. Udstrømningsforsøgene udførtes i Regelen paa den Maade, at 1250 cm^3 Vand fyldtes i Kummen, hvorefter Tiden for Udstrømningen af en Række Portioner paa ca. 50,2 cm^3 iagttoges. Af de nøjagtige Værdier for Portionerne — der kunde svinge et Par Tiendedele af 1 cm^3 — beregnedes de pr. Sek. udstrømmende Vædskevolumina. En Gang for alle var de til hver af Portionerne svarende Gennemsnitshøjder beregnede. Til Afmaalingen af de forskellige Vædskevolumina benyttedes justerede Maalekolber.

Gangen i Metodens foreløbige Udvikling.

Den væsentligste Del af Opgaven ved Forsøget paa Uddannelsen af den her betragtede Metode bestod i at finde et passende Materiale og en passende Profil for det straaledannende Element. Det allerførste Udstrømningsforsøg udførtes med en Boring i en Staalplade. Denne Hulplade viste sig straks ubrugelig, fordi Vandet vædede Hullets nærmeste Omgivelser, saaledes at Straalen traadte ud af en Ophobning af Vand, som antydet i Fig. 3a. Dette var fuldkommen skæbnesvangert for Udstrømningsforsøget, idet den normale Udstrømningstid sattes mange Procent ned, fordi Overfladespændingens Modtryk delvis forsvandt.

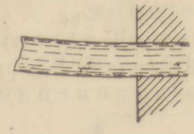


Fig. 3 a.

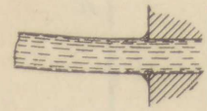


Fig. 3 b.

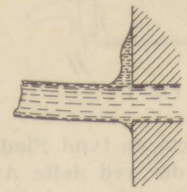


Fig. 3 c.

Jeg overtrak herefter Hulpladens Overflade med et tyndt Lag Paraffinolie, saaledes at den skyede Vandet, og nu lykkedes det mig at opnaa en Straale, der stod med en ganske skarp Kant mod Hulpladens Overflade, Fig. 3c. Under Forsøget slikkedes Olien imidlertid ret snart bort, saaledes at Olielaget af og til maatte fornyes, hvad der simpelt hen skete ved at føre en Finger dyppet i Olien hen over Hulpladens Overflade. Naar Olien begyndte at forsvinde, viste det sig ved, at den skarpe Kant rundedes af, som vist i Fig 3b. Afrundingen viste sig meget tydeligt i Spejlingen af en Lampe, anbragt til Siden for Straalen. Den forfalskede straks Resultatet af Udstrømningsmaalingen for Eks. indtil 10 pCt. Jeg slutter heraf, at Overfladespændingens virksomme Modtryk er bestemt ved Straalens Form umiddelbart uden for Straalehullet. Denne Slutning bekræftedes senere ved Iagttagelser, som nedenfor skal omtales. Den oliedækkede Hulplade var naturligvis ikke praktisk, og jeg gik derfor over til at benytte straaledannende Elementer, drejede ud af Paraffin og monterede, som antydet i Fig 4, i en Prop af Staal. Den her viste Boring

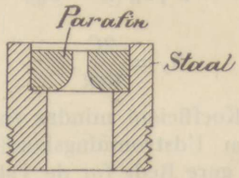


Fig. 4.

bestaar af en cylindrisk Del og en ind til samme førende konisk Del. Ved en første Forsøgsrække (Forsøg Nr. 25 og 26 samt Nr. 30—34) benyttes Boringer af denne Type med en cylindrisk Del, der var mindre end 1 mm lang. Boringerne gav særdeles regelmæssige V^2-h-Kurver og Værdier for Vands Overfladespænding nær ved den rigtige Værdi. Ved en efterfølgende Forsøgsrække (Nr. 49—52 og 55—56) arbejdedes der ogsaa med Boringer som Fig. 4, men med længere cylindriske Dele. Ved disse Boringer gjorde den indre Gnidning sig i væsentlig Grad gældende. Der blev foretaget et Forsøg paa at rette V^2-h-Kurven for Gnidningstabet ved Anvendelse af *Poiseuille*'s Udtryk, idet der kun regnedes med Gnidningen i den cylindriske Del af Boringen. Korrektionen var dog for usikkert bestemt. Da nu imidlertid de cylindriske Boringer syntes at give regelmæssige V^2-h-Kurver og navnlig smukt retliniede Kurver, forsøgte jeg at bibeholde denne Form for det straaledannende Element og samtidig at gøre Formen mere veldefineret ved at lade den koniske

Del bortfalde. Boringen var altsaa nu ren cylindrisk, blot var den inderste Kant afrundet for at undgaa Kantvirkning. Boringer af denne Type gav, saa længe de endnu var nye, d. v. s. et Par Dage, meget smukke V^2-h-Kurver, og de umiddelbart fundne Værdier for Overfladespændingen reduceredes alle ved *Poiseuille*'s Udtryk til een og samme Værdi meget nær ved den rigtige. Herved varieredes Boringens Længde fra 0,5 til 8 mm, medens Diameteren varieredes fra ca. 1,5 til 2,4 mm. (Forsøg Nr. 57—63). Paa dette Stadium af Arbejdet begyndte jeg at undersøge Hulpladernes Ændringer i Tidens Løb, og herved viste det sig snart, at de borede Paraffinhulplader lod meget tilbage at ønske. Naar en saadan Hulplade havde henligget et Par Uger, udviste V^2-h-Kurven en meget forøget Punktusikkerhed. Særlig stærk var Degenerationen ved de længere Boringer, medens den ved en Boring med en Længde paa 0.5 mm var praktisk set forsvindende, i ethvert Fald inden for et Tidsrum af ca. 3 Uger. Der var herefter ingen Tvivl om, at Hulplader med saa kort en Boring som muligt burde anvendes, naar Degenerationen skulde undgaas. Saadanne Hulplader kan, som Pladen paa de 0.5 mm viste, drejes ud af massiv Paraffin, men naturligt var det at prøve, om det ikke lod sig gøre at anvende Plader af »armeret« Paraffin, d. v. s. paraffineret Papir, i hvilke Hullerne fremstilledes ved en Huggepibe. Det viste sig straks at være muligt, og saaledes førtes jeg da til den i Fig. 5 viste Form for det straaledannende Element. Hul-

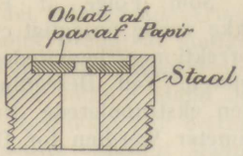


Fig. 5.

pladen har her Form af en rund Oblat, der er klæbet fast i en i en Staalprop neddrejet, cirkulær Fordybning. Fremstillingen af denne Type »Hulplader« er en yderst simpel Sag og kan, naar Staalproppen foreligger, foretages i Løbet af nogle faa Minutter. Oblaten klæbes fast med Paraffin, idet man i Forvejen har opvarmet Proppen til en saadan Temperatur, at Paraffinen netop flyder. Naar Oblaten er lagt ned i det neddrejede Spor hvis Bund er dækket af et tyndt Lag flydende Paraffin føres Hulpladen hurtigt ind under en Vandstraale, førend Varmen har bredt sig ind til Randen af det udhuggede Hul. Det gaar nemlig ikke an, at Paraffinen langs Hullets Kant smelter, idet Randen derved vilde blive uregelmæssig. Naar Hullet er skaaret med en skarp og regelmæssig Huggepibe, staar Kanten overordentlig skarpt, og Huldiameteren kan udmaales med betydelig Sikkerhed — for Eks. med et Par μ's Sikkerhed — ved Hjælp af et Mikroskop. Og i øvrigt aabner der sig ved den betragtede Fremstillingsmaade Mulighed for en Reproduktion — ved Anvendelse af samme Huggepibe — af det straaledannende Element med væsentlig samme Sikkerhed som den, hvormed Maalingen af Hullet kan foretages. Med Hulplader af paraffineret Papir eller Karton udførtes der nu en Del Forsøg. Ved en første Række (Forsøg Nr. 69, 70, 72a, b, c, 73a, b og 74a, b) var Hullerne virkelig »huggede« ud, idet det paraffinerede Papir under Hugget var anbragt paa en Ambolt af Messing. Paa den Maade fik man meget skarpkantede Huller. Den Rand, der skulde vende ind imod Reservoiret, rundedes noget af med en Naal. Der benyttedes Papir og Karton af ret forskellig Tykkelse, fra ca. 0.27 mm til 0.92 mm i paraffineret Tilstand. Det tyndeste (Forsøg Nr. 69) gav en svagt krummet Kurve, de andre gav retliniede Kurver, der imidlertid næsten alle led af en betydelig Punktusikkerhed eller Ubestemthed i deres øverste Del, altsaa ved højere Tryk. Det kunde undertiden se ud, som om to Strømningsformer var mulige ved disse Tryk, idet man skiftevis kunde faa en normal Værdi og en anomal Værdi svarende til et mindre Volumen pr. Sekund. Den Værdi, der betegnes som normal, var herved den, der sluttede sig til Rækken af Punkter paa Kurvens nederste, regelmæssige Del. Denne sidste Del kunde benyttes og blev benyttet til en Bestemmelse af h_0 ved Ekstrapolation. Aarsagen til Usikkerheden ved de højere Tryk opklaredes ved Forsøg med Kviksølvstraaler. Den var at søge i Uregelmæssigheder i den Kant, der vendte indad mod Reservoiret. Ved at drage Nytte af Erfaringer fra Kviksølvstraaleforsøg lykkedes det fuldstændigt at undgaa Virkningen og naa til en Løsning af Hulpladeproblemet. Løsningen bestaar i, at man

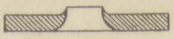


Fig. 6.

presser Hullet ud i Stedet for at slaa det. Derved faar det en Profil som den i Fig. 6 antydede, med en jævnt

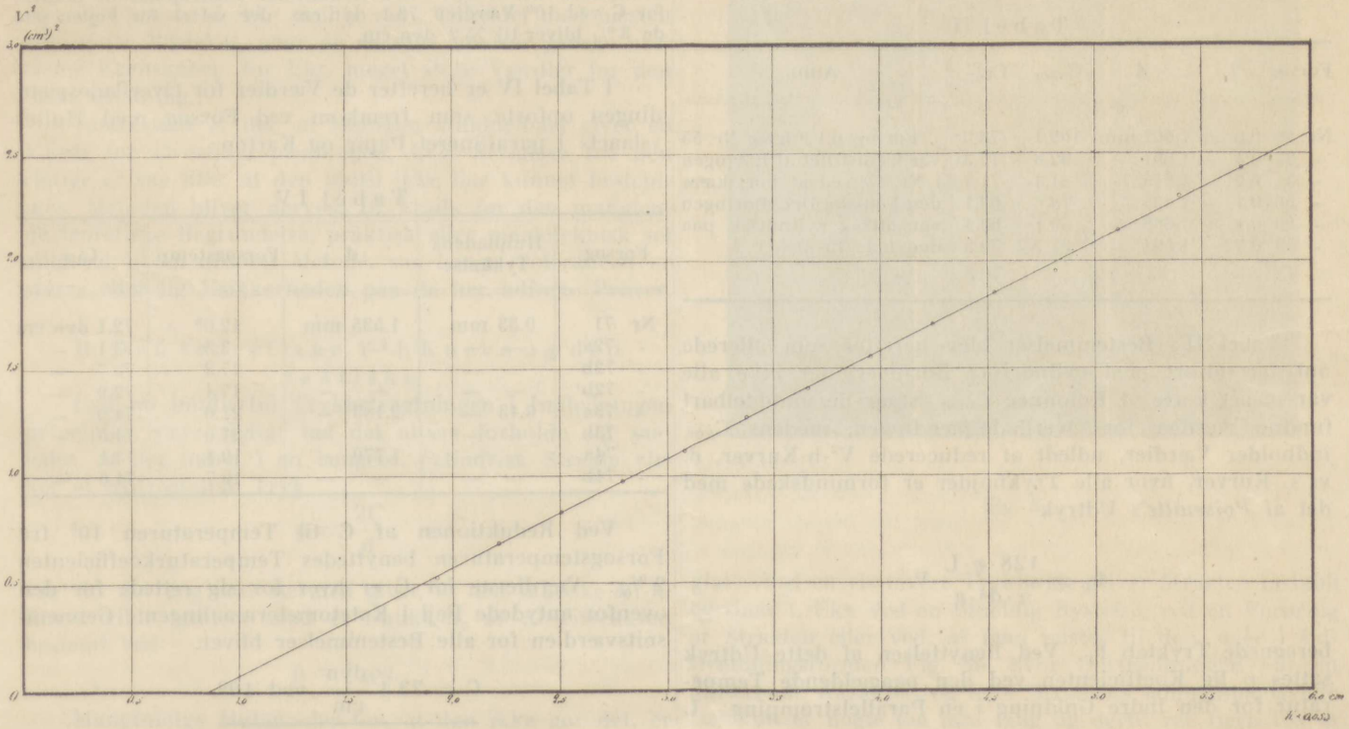


Fig. 7.

rundet Kant paa den Side, fra hvilken Hullet er presset. Denne Side vender man indad mod Reservoiret. Strømningstilstanden er ved en saadan Hulplade fulkommen entydig, og som Følge heraf kan V^2-h-Kurven bestemmes med stor Sikkerhed, saaledes som det fremgaar af Fig. 7, der eksempelvis gengiver en saadan Kurve. Som det vil ses, er Kurven praktisk set retliniet. Der udførtes med Hulplader af den sidste Type en Række Forsøg (Nr. 108, 109, 111 & 113), hvis Resultater nedenfor skal gengives.

Resultater.

Der skal herefter gives en Oversigt over de Resultater, Bestemmelserne ved de forskellige brugbare Hulplader gav. Ved Beregningen af C er d i Formelen (II) overalt sat lig Straalehullets Diameter.

Tabel I.

Forsøg	d	C ukorrigeret	
		Destilleret Vand	Vand fra Vandhanen
Nr. 32	1.019 mm	74.8 dyn/cm	— dyn/cm
- 30	1.220 —	74.4 —	— —
- 33 (26)	1.591 —	75.2 —	75.3 —
- 34 (25)	1.996 —	70.0 —	70.0 —
- 31	2.211 —	73.0 —	— —

Gennemsnitsværdien for destilleret Vand er

$$C = 73.5 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}} \text{ ved ca. } 10^0.$$

I Tabel I er Bestemmelserne ved en Række ganske korte, cylindriske Boringer med konisk Del anførte. Middeltallet 73.5 dyn/cm ligger nær ved den almindelig antagne Værdi for Vands Overfladespænding ved 10^0, nemlig 74.0 dyn/cm. Det skal dog bemærkes, at Værdien 73.5 dyn/cm ikke er korrigeret for Gnidningstabet i Boringen, hvilket Tab bevirker, at de umiddelbart iagttagne Værdier bliver for store. Man vil i Overensstemmelse hermed se, at de snævreste Boringer giver de største Værdier og for store Værdier for C. Forsøgsrækken viser, at Overfladespændingen er ens for destilleret Vand og for Vand fra Vandrørene. Den udeladte Korrektion kan i øvrigt ikke være stor, vel højst et Par Procent.

Tabel II.

Forsøg	L	d	$C_{ukor.}$	$C_{kor.}$	Anm.
Nr. 49	0.8 cm	1.601 mm	109.1	(78.0)	Boringen i Forsøg Nr. 55
- 52	0.4 —	1.601 —	92.8	(75.3)	var fremstillet af Boringen
- 51	0.2 —	1.643 —	81.4	71.7	i Nr. 49 ved at bortskære
- 56	0.1 —	1.635 —	78.6	69.1	den koniske Del. Boringen
- 50	0.0 —	1.666 —	69.1	69.4	var altsaa cylindrisk paa
- 55	0.72 —	1.594 —	97.7	70.8	den hele Længde.
				70.3	

Tabel II's Bestemmelser blev herefter som allerede antydet udført med cylindriske Boringer, der ikke alle var meget korte. I Kolonnen $C_{ukor.}$ staar de umiddelbart fundne Værdier for Overfladespændingen, medens $C_{kor.}$ indholder Værdier, udledt af reducerede V^2-h-Kurver, d. v. s. Kurver, hvor alle Trykhøjder er formindskede med det af *Poiseuille*'s Udtryk

$$h_p = \frac{128 \cdot \eta \cdot L}{\pi \cdot d^4 \cdot g} \cdot V$$

beregnede Tryktab h_p. Ved Benyttelsen af dette Udtryk sattes η lig Koefficienten ved den paagældende Temperatur for den indre Gnidning i en Parallelstrømning. L sattes lig med Længden af den cylindriske Del af Boringen. Korrektionen er øjensynlig ikke fuldstændig for de to første Boringer. De øvrige Bestemmelser giver en lovlig lav Værdi, nemlig 70.3 dyn/cm. Imidlertid blev det senere fundet, at der i Katetometerbestemmelsen af Vandbundens Dybde under Hullets Midtpunkt var en systematisk Fejl, der bevirkede, at de fundne Værdier i Gennemsnit blev ca. 3 pCt. for smaa. Indføres denne Rettelse, faas som Gennemsnitsværdi

$$C = 72.4 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}} \text{ ved ca. } 10^0.$$

Tabel III.

Forsøg	L	d udvendig	d indvendig	$C_{ukor.}$	$C_{kor.}$	Temp.
Nr. 57	0.5 cm	1.616 mm	1.681 mm	70.7 dyn/cm	70.2 dyn/cm	11^0
- 58	0.2 —	1.567 —	(1.567) —	77.1 —	70.1 —	11^0
- 59	0.1 —	1.698 —	1.655 —	80.3 —	72.3 —	11^0
- 60	0.4 —	1.442 —	1.508 —	88.5 —	72.9 —	7^0
- 61	0.8 —	1.470 —	1.595 —	101.3 —	72.6 —	9^0
- 62	0.8 —	2.490 —	2.329 —	96.0 —	73.9 —	9^0
- 63	0.8 —	1.801 —	2.185 —	90.7 —	70.5 —	8.5^0

Middeltal 71.8 dyn/cm

Tabel III's Resultater blev fundne ved en Række cylindriske Boringer uden konisk Del, men med indre afrundet Kant. Som Følge af Fremstillingsmaaden var Boringerne ikke særlig nøjagtigt cylindriske. Ved Beregningen af Korrektionen benyttedes en Gennemsnitsværdi for Diameteren. Ved Beregningen af Overfladespændingen af den ekstrapolerede Nulhøjde benyttedes for Straalens Diameter Værdien for Diameteren i Boringens udvendige Aabning. *Poiseuille*'s Udtryk reducerer nu alle umiddelbart fundne Værdier for C til praktisk set een og samme Værdi, nemlig 71,8 dyn/cm. Denne Værdi skal ligesom den, der fremgik af Tabel II, sættes op med ca. 3 pCt., hvorved man naar til Tallet 73.9 dyn/cm for Vandets Overfladespænding ved ca. 10^0. Ved en meget nøje Gennemgang af alle Fejlkilder fandtes, at Tallet endnu skal forhøjes med 1,25 pCt., saaledes at den endelige Værdi bliver

$$C = 74.8 \text{ dyn/cm ved } 10^0$$

Den næste Bestemmelse af C foretoges med et skarpkantet Hul i tyndt, paraffineret Skrivepapir (Forsøg Nr. 69). V^2-h-Kurven krummede her svagt. Ved krumliniet Ekstrapolation fandtes for C ved 10^0 Værdien 73.1 dyn/cm, der rettet for Fejlen paa de 3 % bliver til 75.2 dyn cm.

I Tabel IV er herefter de Værdier for Overfladespændingen opførte, som fremkom ved Forsøg med Huller »slaaet« i paraffineret Papir og Karton.

Tabel IV.

Forsøg	Hulpladens Tykkelse	d	Forsøgstemp.	C_{10^0}
Nr. 71	0.33 mm	1.535 mm	12.0^0	72.1 dyn/cm
- 72a	— —	— —	3.5	73.1 —
- 72b	— —	— —	17.3	72.7 —
- 72b'	— —	— —	17.4	72.9 —
- 73a	0.43 —	2.183 —	21.0	74.0 —
- 73b	— —	— —	21.0	74.5 —
- 74a	— —	1.770 —	19.1	73.1 —
- 74b	— —	— —	19.7	74.6 —

Ved Reduktionen af C til Temperaturen 10^0 fra Forsøgstemperaturen benyttedes Temperaturkoefficienten 2 ‰. Værdierne for C er hver for sig rettede for den ovenfor antydede Fejl i Katetometermaalingen. Gennemsnitsværdien for alle Bestemmelser bliver.

$$C = 73.4 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}} \text{ ved } 10^0.$$

Tabel V.

Forsøg	Hulpladens Tykkelse	Hullets Diameter	C_{10^0}
Nr. 108	0.17 mm	1.628 mm	72.8 dyn/cm
- 113	— —	1.624 —	74.8 —
- 111	— —	1.878 —	74.4 —
- 109	0.38 —	1.868 —	74.1 —

Tabel V indeholder endelig de sidste og utvivlsomt de bedste Bestemmelser, udførte som angivet ved Huller »pressede« i paraffineret Papir. Ved Rækken af Bestemmelser var Katetometerets Fejl fjernet. Gennemsnitsværdien er nu

$$C = 74.0 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}} \text{ ved } 10^0.$$

Af de anførte Bestemmelser gør de tre sidste Grupper Krav paa en Nøjagtighed af Størrelsesordenen 1 pCt., d. v. s. alle Fejlkilder ved den egentlige Maaling er søgt fjernede med denne Nøjagtighed for Øje. De to første Grupper gør ikke Krav paa slet saa stor Nøjagtighed.

II. Diskussion af Maalemetoden.

A. Grundbetragtningens Gyldighed.

Den i Indledningen anførte Betragtning, der i sin Tid gav Anledning til det foreliggende Arbejde, vil det vistnok være vanskeligt uomtvisteligt at godtgøre Rigtigheden af ud fra de almindelige mekaniske Principper. I ethvert Tilfælde har jeg ikke været i Stand dertil. Heraf følger, at Metoden ikke i Øjeblikket kan betragtes som en Fremgangsmaade til egentlig »absolut Maaling« af Overfladespænding. Derimod tør det sikkert anses for fastslaaet, at den kan benyttes til relativ Bestemmelse af denne fysiske Konstant for Vædsker, der ikke væder Straalehullet, og hvis Overfladespænding ikke forandres ved Berøring med dette. Rigtigheden af denne Slutning, der først og fremmest bygger paa de ovenfor anførte Forsøg med Vand, bliver saa meget sandsynligere, som en Række Forsøg med Kviksølv for denne Vædskes Overfladespænding ligeledes gav en Værdi, der maa antages at være identisk med den rigtige. Naar to i hydrodynamisk Henseende saa forskellige Vædsker som Kviksølv og Vand giver rigtige Værdier for Overfladespændingen, bliver det i Virkeligheden meget vanskeligt at antage, at det samme under de nævnte Forbehold ikke skulde være Tilfældet med næsten alle andre Vædsker, naar de da ikke udviser ganske ekstreme Egenskaber, for Eks. meget store Værdier for den indre Gnidning.

Interessant er det, at Metoden umiddelbart giver en Værdi for Overfladespændingen, hvis Afvigelse fra den rigtige er saa lille, at den hidtil ikke har kunnet bestemmes. Metoden bliver derved, til Trods for den manglende teoretiske Begrundelse, praktisk eller maaleteknisk set alligevel til en absolut Metode, saa længe Tolerancen er større eller lig Usikkerheden paa de her udførte Prøver.

B. Den teoretiske V^2-h-Kurve og den faktiske.

Lad nu imidlertid Trykbetragtningen i Indledningen principielt være rigtig; lad det altsaa forholde sig saaledes, at der inden i en længere, cylindrisk Straale virker et hydrostatisk Tryk

$$p = \frac{2C}{d},$$

saa var det dog ikke hermed givet, at den faktiske V^2-h-Kurve vilde tendere mod et Punkt h_0 af Abscisseaksen bestemt ved

$$p = h_0 \varrho g.$$

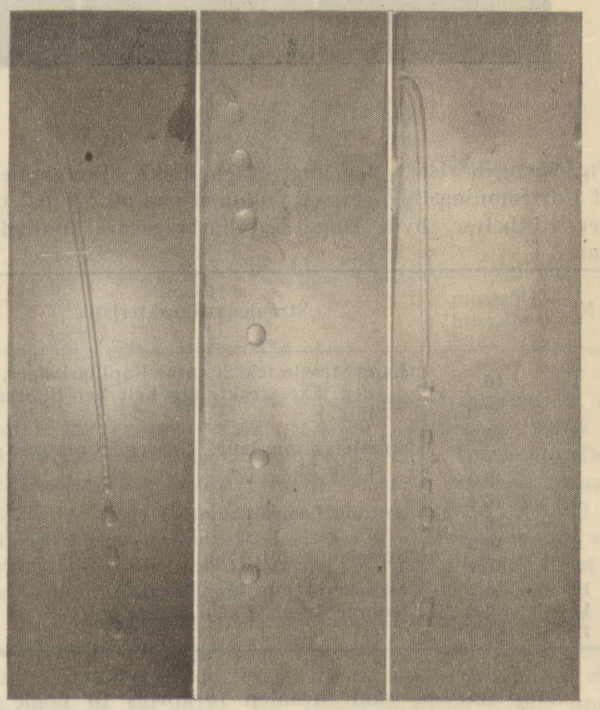
Mangfoldige Muligheder for, at den ikke gør det, er til Stede. Hvis Straalen saaledes for Eksempel udviser en virkelig Kontraktion, maa det antages, at Trykket i Straalen tæt uden for Mundingen, d. v. s. paa den Del, der ifølge det ovenfor anførte i første Linie er bestemmende for Udstrømningen, tilnærmelsesvis er bestemt ved

$$p = 2C\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right),$$

hvor d_1 og d_2 er Hovedkrumningsdiametrene i de to Hovedsnit paa dette Sted af Straalen. Dersom Kontraktionen nu bestod uforandret, uafhængig af Hastigheden, ned til de mindste Værdier for denne, maatte V^2-h-Kurven formentlig ifølge dette Udtryk skære Abscisseaksen i et Punkt med en Abscisse mindre end h_0 eller, om man vil, give en for lille Værdi for h_0.

Det samme vilde være Tilfældet, hvis Kontraktionen først ændredes, eller hvis Ændringen væsentligst fandt Sted, neden for Forsøgsomraadet, selv om ogsaa Ændringen tenderede mod Kontraktionen Nul. Nu viser det sig, at en virkelig Kontraktion, naar den gør sig gældende, ved aftagende Hastighed gaar jævnt ned mod Nul, saaledes at en simpel krumliniet Ekstrapolation fører til h_0.

Ved cylindriske Boringer er den vandrette Straale uden al Tvivl meget nær cylindrisk paa sin første Del, og den er ved større Tryk cylindrisk paa en betydelig Længde. Men idet Hastigheden gaar ned mod Nul, ændrer Straalen i udpræget Grad Form. Ved en Straale paa ca. 1.5 mm kan Ændringerne beskrives saaledes. Ved ca. 5 cm' Trykhøjde er Straalen cylindrisk, og dens sammenhængende Del er ret lang, for Eks. 7—8 cm. Ved aftagende Trykhøjde formindskes Længden af den sammenhængende Del først noget for derefter atter at vokse. Samtidigt krummer Straalen mere og mere nedad og trækkes spidst ud som Følge af Tyngdens Indflydelse. Straalen kan paa et vist Stadium have et Udseende som det i Øjebliksfotografiet Fig. 8a viste. Den er nu meget lang og



a. b. c.

Fig. 8.

glat. Ved en vis lavere Trykhøjde bliver Straalen instabil og slaar f. Eks. ved en tilfældig Rystelse, ved en Berøring af Straalen eller ved, at man puster til den, over i Udstrømningsformen Fig. 8b, hvor Udstrømningen har en pulserende Karakter, og hvor Straalens sammenhængende Del kun er nogle faa mm lang og dertil ret fjern fra at

være cylindrisk. Ved de allerlaveste Tryk slaar Fænomenet atter om, og man faar igen en lang, glat Straale som i Fig. 8c.

Det er nu en Erfaring, at Straalen i Fig. 8a bliver instabil ved desto lavere Trykhøjder, jo større Straalehullets Diameter er. Ved Straalehuller paa 1.7 mm og derover kan Udstrømningsformen i Fig. 8b helt undgaas, og da faar man en V^2-h-Kurve, der er retliniet og tenderer nøjagtigt mod Nul.

Indflydelsen paa V^2-h-Kurven af Overgangen til Udstrømningsformen i Fig. 8b er i øvrigt ikke stor. Undertiden synes den næsten umærkelig. Ved andre Forsøg har den imidlertid vist sig tydeligt at kunne forfalske Resultatet. Indflydelsen er dog i ethvert Fald paafaldende ringe, hvad der viser, at den udstrømmende Mængde i første Linie er bestemt ved Straalens Form umiddelbart op til Straalehullet, saaledes som det allerede fremgik af de første, ovenfor antydede Udstrømningsforsøg med Vand.

Andre Erfaringer i samme Retning indhøstedes ved Iagttagelser over de Ringbølger, der dannes paa Straalen, naar denne rammer en modstillet Plade. Ved smaa Straalehastigheder kan disse Kapillarbølger blive meget udprægede, og Straalen kan faa et Udseende, som det i

C. Væsentlige Forhold ved Bestemmelsen af V^2-h-Kurvens Iagttagelsesmateriale.

Maaling af Nulhøjden ved Katetometer.

I alle de ovenfor anførte Bestemmelser med Undtagelse af de i Tabel I gengivne arbejdedes der med en »Bund« fremstillet ved i Reservoiret at hælde 250 cm³ destilleret Vand. Bundens Dybde under Centrum af Straalehullet maaltes som nævnt ved et Katetometer, med hvilket der efterhaanden stilledes ind paa den plane Vandbund, paa det laveste og paa det øverste Punkt af Straalehullets Kant. Ved den første Indstilling sigtedes der gennem Vinduet V, Fig. 10. Vandoverfladen belystes herved nedefra med Lys fra en Glødelampe, anbragt bag Vinduet V'. Lyset afblændedes herved delvis ved Skærmen Sk, saaledes at det faldt ind næsten parallelt med Overfladen O. Før Indstillingen blev der draget Omsorg for, at Vandet vædede Reservoirets Væg helt rundt og tillige Glasruderne, særligt V. Som Indstillingsobjekter benyttedes smaa, paa Undersiden af Vandoverfladen O »svømmende« Smaapartikler a — særligt smaa Luftbobler. En saadan Partikel spejler sig ved fuldstændig Refleksion i Overfladen, og man stiller følgeligt ind paa denne, naar man sørger for, at Katetometerets vandrette Traad dan-

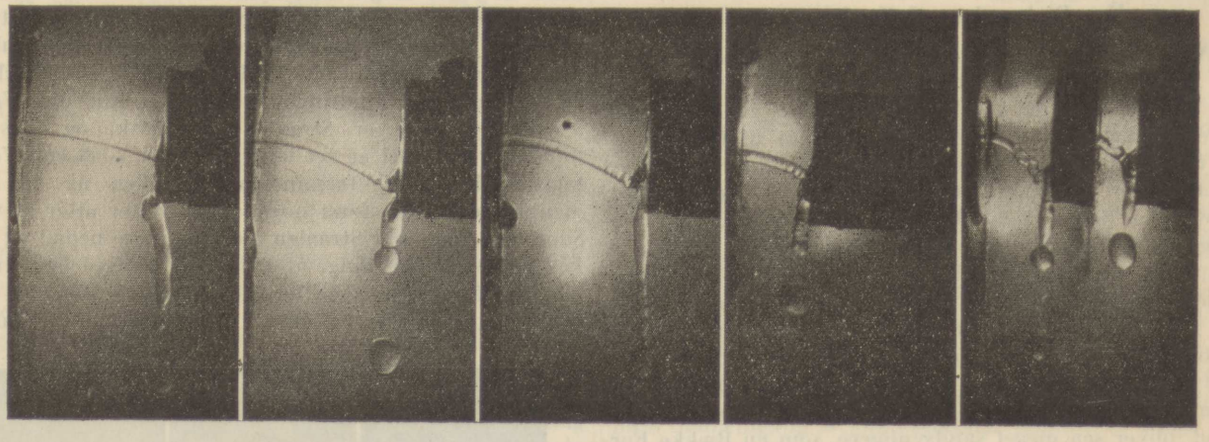


Fig. 9. a og b

Fig. 9a og b viste. Jeg angiver en Række Bestemmelser af Udstrømningstiden for et Volumen paa 50,2 ± 0,2 cm³, der vil belyse, hvor ringe Kapillarbølgernes Indflydelse var.

Nr.	Udstrømningstid	Straalens Karakteristik
1	46.7	Lang Straale (ca. 20 mm) Kapillarbølger, der dog ikke strakte sig helt hen til Straalehullet.
2	46.5	
3	48.1	Straalen 3 mm lang. Udseendet omtrent som i Fig. 9b.
4	47.5	
5	49.0	
6	46.4	Samme Længde som i 1 og 2.
7	46.6	
8	46.5	Straalen 1 mm lang.
9	48.1	
10	48.1	Straalen 4 mm lang.
11	46.6	Samme Længde som i 1 og 2.
12	46.5	

Som det ses, skal Straalen forkortes til nogle faa Millimeter, for at Virkningen paa den udstrømmende Mængde skal mærkes. Den Indflydelse, som da viser sig, er øjensynlig i høj Grad afhængig af Straalelængden, hvad sikkert hænger sammen med, at denne Længde er bestemmende for Straalens Form. Det skal bemærkes, at naar Straalen var længere end 6—7 mm, var der ingen Indflydelse af Længden at spore, men Straalen var nu ogsaa tydelig cylindrisk paa den første Del umiddelbart uden for Straalehullet.

ner en Symmetrilinie for Objektet og Spejlbilledet. Indstillingsobjektet maa naturligvis vælges inden for den plane Del af Vandbunden, d. v. s. mindst et Par cm fra Væggen. Ved de fleste Bestemmelser ovenfor benyttedes en Partikel, beliggende omtrent midt inde i Reservoiret. Midten opsøgtes ved, at man iagttog Kikkertens Udtræk ved Indstilling henholdsvis paa V' og V og herefter halverede Ændrin-

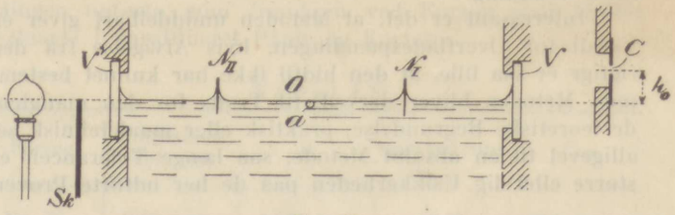


Fig. 10.

gen. Ved Maalingen af Vædskebundens Dybde stilles der altsaa ind paa to Punkter i væsentlig forskellig Afstand fra Katetometeret — Midtpunktet mellem V og V' og Centrum C af Straalehullet. Den eventuelle Hældning af Sigtekikkertens optiske Akse maa følgelig drages ind under Kontrol. Denne Kontrol undlodes under de første Forsøgsrækker. Herfra hidrører den ovenfor antydede Fejl, for hvilken Bestemmelserne i Tabellerne II til IV bagefter maatte rettes. I Tabel V's Maalinger er Kontrollen udført og Fejlen rettet ad mekanisk Vej. Hvorledes Kontrollen sker, skal nu antydes.

En Synaal N blev stukket igennem Vandoverfladen i Punktet N_1 et Par cm inden for Vinduet V. Katetometeret

stilledes ind paa Naalespidsen og derved paa alle Partikler i Naalens Afstand fra Kikkerten. Dersom dennes optiske Akse ved vandret Libelle er vandret, skal Højdeindstillingen ikke forandres, naar man herefter ved Hjælp af Naalen opsøger og stiller ind paa Partikler, beliggende paa den anden Side af Reservoiret ved N_{II}. Men peger den optiske Akse fra neden og opad — den eneste Mulighed, vi behøver at betragte —, faas en ny Højdeindstilling. Man kan da benytte selve Vædskebunden til at faa gjort Libelleaksen og den optiske Akse parallelle. Det kan simpelt hen ske ved, at man ændrer paa Kikkertens Hældning, indtil Indstilling paa Bunden ved N_I og N_{II} giver samme Højdeaflæsning. Naar det er opnaaet, stiller man Libellens Boble paa Nul ved Forstilling af Libellens Hældningsskrue. Den optiske Akse vil herefter altid være vandret, naar Libellen viser Nul, saafremt den optiske Akses Stilling til Libelleaksen ikke senere ændres. Ved det benyttede Katetometer indtraadte en saadan Ændring i Almindelighed ved Forandring af Objektivrørets Udtræk. For at undgaa den Ulejlighed, der vilde følge med fornyet Indstilling, anbragtes Katetometeret i en bestemt, uforandret Afstand fra Reservoiret. Det stod ved sidste Forsøgsrække, Tabel V, paa en svær Stenplade, der hvilede paa Lokalets Trægulv. Herved opnaaedes en væsentlig større Sikkerhed, end naar Katetometeret stilledes direkte paa Gulvet. Dog var det nødvendigt, at Iagttageren under Højdemaalingen altid befandt sig i samme Stilling i Forhold til Katetometeret. For at undgaa Forandring i Stillingen ved Observation af Libellen blev der over denne anbragt et Skraaspejl, saaledes at Boblens Stilling kunde kontroleres blot ved at hæve Øjet lidt i Vejret fra Okularet. Denne Tilføjelse til Sigtekikkerten, der i forskellig Form vil være kendt fra geodætiske Instrumenter, er saa fordelagtig, at det maa forekomme mærkværdigt, at den ikke for længst har vundet Indpas ved alle, selv de tarveligste Katetometre.

Det skal bemærkes, at der i Virkeligheden ikke lagdes Vægt paa fuldstændigt at fjerne den optiske Akses Hældning mod den vandrette Plan. Der stilledes ind paa de to ovenfor antydede Afstande N_I og N_{II}, og af Resultaterne beregnedes den Indstilling, man vilde have faaet, saafremt Vandbunden var forlænget ud til Hulpladens Plan. Herved skønnedes det, at Afstanden fra N_I til denne Plan var lig det halve af Afstanden mellem N_I og N_{II}. Som Eksempel anføres alle Iagttagelser ved en Bestemmelse af Bundens Dybde under Straalehullets Centrum.

Indstilling paa N_{II}	64.277 cm
Indstilling paa N_I	64.257 »
Differens	0.020 »
Indstilling paa Bundens Spor i Straalehullets Plan	64.247 »
Indstilling paa Overkant af Straalehul	64.467 »
Indstilling paa Underkant af Straalehul	64.372 »
Differens = Straalehullets Diameter	0.095[1]) »
Indstilling paa Hullets Centrum	64.420 »
Indstilling paa Bund	64.247 »
Søgte Højdeforskel	0.173 »

Usikkerheden paa Maalingen af Bundens Dybde under Straalehullets Midtpunkt kunde med Iagttagelse af de ovennævnte Forholdsregler sættes ned til ca. 0,05 mm (Aflæsningsusikkerheden var det halve heraf). Den ekstrapolerede Nulhøjde h_0, hvoraf Overfladespændingen beregnedes, laa gennemsnitlig omkring 9 mm. Det ses altsaa, at Usikkerheden vil afspejle sig i Resultatet med godt $^1/_2$ pCt.

Bestemmelsen af Rækken af Gennemsnitshøjder.

Som allerede anført beregnedes Rækken af Gennemsnitshøjder svarende til Rækken af de enkelte Aftapninger, der hver gennemsnitlig var 50,2 cm³, en Gang for alle. Herved fastsattes som normal Værdi for Vandbundens Dybde under Straalehullets Centrum Tallet 0,185 cm. For Afvigelsen fra dette Tal rettedes der i hvert enkelt Tilfælde ved til den ekstrapolerede Nulhøjde at addere Differensen mellem 0,185 og den iagttagne Værdi for Dybden. For at man iøvrigt kunde beregne den antydede Række af Gennemsnitshøjder, maatte Reservoirets indre Diameter udmaales. Ved en første Bestemmelse, som blev lagt til Grund for Beregningen, benyttedes en god Staalmaalestok, og den fundne Værdi var 14,87 mm.

Ved Forsøgene hældtes der normalt 1250 cm³ Vand i Reservoiret (foruden de 250 cm³, der dannede Bunden). For Rækken af Gennemsnitshøjder beregnes da med Benyttelse af de ovenfor anførte Talkonstanter følgende Tabel.

Nr.	h	Nr.	h
1	6.842 cm	11	3.952 cm
2	583 —	12	663 —
3	264 —	13	374 —
4	5.975 —	14	085 —
5	686 —	15	2.796 —
6	397 —	16	507 —
7	108 —	17	818 —
8	4.819 —	18	1.929 —
9	530 —	19	640 —
10	241 —	20	451 —

Senere foretoges en nøjagtigere Bestemmelse af Reservoirets Gennemsnitsdiameter. Herved benyttedes et Katetometer, og som Indstillingsobjekter anvendtes to Cyklekugler, hvoraf den ene berørte den nederste, den anden den øverste Frembringer i Kummen, der ved Udmaalingen var lagt paa Siden. Den øverste Kugle pressedes op mod Reservoirets Væg ved en fjedrende Prop, saaledes som antydet i Fig. 11. Der stilledes ind paa Røringspunkterne mellem Kuglerne og Kummens Væg.

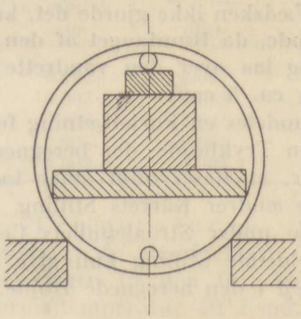


Fig. 11.

For to paa hinanden vinkelrette Diametre 1 cm under Reservoirets Rand fandtes Værdierne 14,852 og 14,839 cm med Middeltallet 14,845 cm. En anden Dobbeltbestemmelse i større Dybde — ca. 3 cm over Straalehullet — gav med noget mindre Sikkerhed 14,830 og 14,848 cm med Middeltallet 14,839. Afvigelsen fra den cylindriske Form er altsaa meget ringe. Middeltallet af de 4 her anførte Bestemmelser er 14,842 cm, der er 1,9 p. m. mindre end den Værdi, der blev lagt til Grund for Beregningen af Højdeskalaen. Alle Højder regnede fra Vædskebunden er derfor 2 · 1,9 p. m. = 3,8 p. m. eller ca. 4 p. m. for lave. Da Vædskebundens Dybde under Straalehullet gennemsnitligt kun er ca. 1,5 mm, gælder det tilsvarende for de i Skalaen anførte Højder over Straalehullets Centrum og endelig ogsaa for den ekstrapolerede Nulhøjde. Alle ovenfor anførte Bestemmelser af Overfladespændingen C kan altsaa gøre Krav paa at blive sat op med et Beløb af ca. 4 p. m.

Ved alle ovenfor anførte Forsøg afmaaltes de 1250 cm³ Vand altid med de samme tre Kolber, der senere justeredes ved Vejning af det afhældte Vand. Ved Justeringen fandtes:

[1]) Ved Mikroskop var Diameteren udmaalt til 0.0922 cm.

Kolbe A med to indætsede Cirkler.

Fyldt til øverste Cirkel	499,94 cm³	ved	12°
Kolbe B med een indætset Cirkel	499,20 -	-	12°
Kolbe C med een indætset Cirkel	250,18 -	-	12°
Sum	1249,32 cm³	ved	12°

Det afhældte Volumen har altsaa været 0,7 cm³ mindre end det, hvormed der regnedes. Det betyder, at alle Højder ovenfor er antagne 0,004 cm for store, eller at h_0 skal sættes ned med dette Beløb. Da h_0 gennemsnitligt var 9 mm, betyder det, at C skal sættes ned med ca. 4 p. m.

Ved Bestemmelsen af Gennemsnitshøjderne maatte der tages Hensyn til de Boringer, der gennem Kummens Væg førte ind til Vinduerne og til Straalehulspladen, samt endvidere til Boringen i Proppen med det straaledannende Element, sml. Fig. 2. Volumenet af alle disse Huller bestemte jeg en Gang for alle ved at fylde dem med Modellérvoks, hvis Rumfang derefter bestemtes ved Nedsænkning i et Maaleglas med Vand. Herved blev det fundet, at det samlede Rum var 8,8 cm³. Af dette Rum optoges dog næsten Halvdelen af Vandbunden og af det Vand, der ved Haarrørsvirkningen trækker sig op langs Væggene. I Virkeligheden er der i Tabellen over Højderne ovenfor regnet med, at Hulvolumenet over Bunden var 4,4 cm³. Det skønnes, at Fejlen paa denne Antagelse ved de senere (nøjagtigste) Bestemmelser med Hulplader af paraffineret Papir ikke overskrider 0,5 cm³. Formentlig er Tallet 4,4 cm³ ved de antydede Forsøg lidt for stort. Forudsat en Fejl paa 0.5 cm³ skal den ekstrapolerede Nulhøjde af den Grund sættes op med ca. 0,003 cm, og C skal forøges med ca. 3 p. m.

Det er en Forudsætning for Rigtigheden af den ovenfor anførte Tabel, at Vædskeoverfladen altid staar med samme Krumning mod Reservoirets Væg. Før Udmaalingen af Bundens Dybde under Straalehullets Centrum og før Paabegyndelsen af Udstrømningsforsøget sørgedes der derfor altid for, at Vædsken vædede Væggen. Fejlen, der vilde indløbe, hvis Vædsken ikke gjorde det, kan ikke betragtes som forsvindende, da Rumfanget af den Vædskering, der ved vædet Væg laa over den vandrette Del af Vædskeoverfladen, var ca. 5 cm³.

Det er fremdeles en Forudsætning for Rigtigheden af Værdien af den Trykhøjde, der beregnes af Reservoirets indre Diameter, at Reservoiret staar lodret. Hvis man imidlertid ikke ændrer Karrets Stilling, efter at Vædskebundens Dybde under Straalehullets Centrum er maalt, vil en lidt hældende Stilling kun give Anledning til en meget ringe Fejl i den beregnede Højde. Fejlens Maksimalværdi bliver $(1 - \cos\theta) \cdot 100$ pCt. $= \frac{\theta^2}{2} \cdot 100$ pCt., naar θ er Hældningsvinkelen. En langt farligere Fejl vilde man indføre, hvis Reservoiret hældedes efter Maalingen af Bundens Dybde under Straalehullet. Dersom Reservoirets Radius er r, bliver Fejlen, naar den har sin Maksimalværdi,

$$(1 - \cos\theta) \cdot 100\,\text{pCt.} + \frac{r}{h} \cdot \sin\theta \cdot 100\,\text{pCt.} \sim \frac{r}{h} \cdot \sin\theta \cdot 100\,\text{pCt.}$$

Lad $r = 8$ cm, $h = 4$ cm og $\theta = \frac{1}{100}$, saa ses det, at Hældningsfejlen kan naa et Beløb paa indtil 2 pCt., altsaa en meget væsentlig Værdi. I de her beskrevne Maalinger var Reservoiret underneden forsynet med en plan afdrejet, ringformet Støtteflade. Det var opstillet paa en plan og meget fast Stenhylde, der var indmuret i Væggen. Det maa da betragtes som udelukket, at nogen væsentlig Fejl eller Usikkerhed kan være indført ved Forandringer i Hældningen.

Ved Beregningen af Tabellen ovenfor er Gennemsnitshøjden under Udstrømningen af den normale Portion paa 50,2 cm³ sat lig Middeltallet af Vædskeoverfladens Højder h_1 og h_2 før og efter Udstrømningen af den paagældende Portion. Fuldt korrekt skulde man regne med den (konstante) Højde h_g, ved hvilken 50,2 cm³ vilde strømme ud i samme Tid som samme Volumen ved den varierende Højde. Den rigtige Højde er bestemt ved

$$h_g = \left(\frac{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}}{2}\right)^2 = \frac{h_1 + h_2}{2} - \frac{h_1 + h_2 - 2\sqrt{h_1 h_2}}{4};$$

h_g er altsaa mindre end den Værdi, hvormed der regnes. Forskellen er $\frac{h_1 + h_2 - 2\sqrt{h_1 h_2}}{4}$. Ved det nederste Punkt af den iagttagne Del af V^2-h-Kurven kan Forholdene omtrent stille sig saaledes: $h_1 = 1{,}3$, $h_2 = 1{,}0$ cm, hvor Højderne er regnede fra V^2-h-Kurvens Skæringspunkt med Abscisseaksen. Med disse Værdier bliver Fejlen ca. 0,005 cm. Det skønnes, at h_0 som Følge af denne Fejl bør sættes ned med ca. 0,006 cm, C gennemsnitligt med ca. 6 p. m.

Ved de mindste Trykhøjder og ved større Straalehuller kunde man tænke sig, at det ikke gik an at regne med een og samme Trykhøjde for alle Punkter af Straalens Tværsnit. For Simpelheds Skyld kan vi ved Vurderingen af Indflydelsen af Straalehullets Udstrækning betragte det Tilfælde, hvor Hullet er kvadratisk med vandrette og lodrette Sider af Længder 2 R. Ser man bort fra Kontraktionen, finder man for Volumenet af den udstrømmende Vædskemængde det tilnærmede Udtryk

$$V = 4R^2 \cdot \sqrt{2gh} \cdot \left[1 - \frac{1}{24} \cdot \left(\frac{R}{h}\right)^2\right].$$

Hvis $R = 0{,}1$ og $h = 1$ cm (nederste Punkt af Forsøgsomraadet), bliver Fejlen, der begaas ved at regne med Midtpunktets Dybde under Overfladen, ca. 0,4 p. m. i V og 0,8 p. m. i V^2. Denne Fejl vil ikke kunne forfalske V^2-h-Kurven væsentligt.

Rækken af Gennemsnitshøjder er som anført beregnet under Forudsætning af, at de enkelte aftappede Portioner alle var 50,2 cm³. Ved Afmaalingen af Portionerne benyttedes altid een og samme Kolbe paa nominelt 50,0 cm³. Ved Justering blev det fundet, at dens Afhældningsrumfang ved ca. 12° var 49,96 cm³, altsaa 1 p. m. forskellig fra det nominelle Rumfang. Ved Aftapningen betegner den normale Vedhængning ved Kolben og ved den benyttede Tragt en Fejl, som dog kun gør sig gældende ved den første Aftapning, der bliver saa meget større end Afhældningsvolumenet, som den vedhængende Vædskemasse fylder. Alle senere Portioner skulde, bortset fra Svingninger i Vedhængningen — altsaa bortset fra Usikkerhed —, blive lig Afhældningsvolumenet. Vedhængningsfejlen ved første Portion tør utvivlsomt betragtes som nogenlunde forsvindende, idet det hele vedhængende Rumfang næppe udgjorde mere end en Brøkdel af 1 cm³, og 1 cm³ svarer til ca. 0,006 cm i Højden. En større Fejl kan derimod ufuldstændig Afhældning give Anledning til. Dersom Kolben ikke tømmes fuldstændigt efter Aftapningen, maales alle Portioner for smaa. Jeg foretog ved forskellige Lejligheder til Kontrol en Bestemmelse af det samlede Volumen af 10 aftappede Portioner. Ved en første Række Bestemmelser af denne Art, udført i Forbindelse med Forsøgsrækken i Tabel III, blev det fundet, at de 10 Portioner altid fyldte ca. 1,6 cm³ mindre end de 502,0 cm³, som de skulde have fyldt. Tømningen har her sikkert været ufuldstændig. Fejlen betyder, at alle Højder i V^2-h-Kurverne er regnede for smaa. Alle iagttagne Punkter skal altsaa forskydes i Retning af større Abscisse. Det hele Forsøgsomraade ned til V^2-h-Kurvens Skæringspunkt med Abscisseaksen skal rykkes ca. 0,018 cm udad, eller h_0 skal sættes op med dette Beløb. Idet h_0 gennemsnitligt var af Størrelsesordenen 1 cm, ses det, at den ufuldstændige Afhældning i dette Tilfælde har givet Anledning til en Fejl paa 1,8 p. m.

En tredje Kilde til Forfalskning ved Aftapningen betegner den systematiske Fejl, som der kan komme i Skønnet over Brøkdelene af 1 cm³. Det lod sig ikke gøre at af-

tappe saaledes, at Vædskeoverfladen netop standsede i Højde med Mærkecirkelen paa Kolbens Hals — og det tilstræbtes heller ikke. Af ret tilfældige Grunde var det ved Forsøgene blevet Tradition at tilstræbe 50,2 cm^3, men de forskellige Volumina svingede i øvrigt paa begge Sider af dette Tal med nogle faa Tiendedele af 1 cm^3. Disse Tiendedele skønnedes. Efter den ovenfor antydede Undersøgelse bestræbte jeg mig meget for at tømme Kolben saa fuldstændigt som muligt efter hver Aftapning, og jeg fandt nu ved forskellige Prøver, udførte i Forbindelse med Forsøgsrækken i Tabel V, at 10 Portioner i Almindelighed indtog 503,0 cm^3 i Stedet for 502,0 cm^3. Aarsagen til, at Fejlen har skiftet Fortegn, er utvivlsomt at søge deri, at Fejlaarsagen nu i det væsentlige har været Skønnet. Fejlen betyder, som det ses, at det direkte iagttagne h_0 bør sættes ned med ca. 0,011 cm og Overfladespændingen med ca. 1,1 pCt.

Det fremgaar af det anførte, at Aftapningen er et lidt svagt Punkt ved de hidtil udførte Maalinger, og at der ved fremtidige Maalinger bør lægges nogen større Vægt paa denne Detail.

Maaling af Straalehullets Diameter.

Straalehullets Diameter udmaaltes ved et Mikroskop, monteret paa en Slæde med Mikrometerskrue. Mikroskopet var anbragt paa en Transversalkomparator. Betydningen af Skruens Inddelinger var kendt fra en Undersøgelse, udført af *K. Prytz* og *J. N. Nielsen*[1]). Den var $5\mu + 0{,}0125\,\mu$ ($\mu = {}^1/_{1000}$ mm). Ved Brugen blev der set bort fra Korrektionen, idet der regnedes med 5μ. Af den Grund skal den umiddelbart fundne Værdi for C sættes op med 2,5 p. m.

Sikkerheden paa Udmaalingen af Straalehullets Diameter var navnlig ved Hullerne i Papir særdeles tilfredsstillende. Eksempelvis anføres i Tabellen nedenfor nogle Maalinger.

sigtigt den Papiroblat ud, som sætter sig i Hulheden. Ved Udpresningen af Hullet lægges Papirmaterialet paa et ret fast Underlag af Karton, og Dornen trykkes med Haanden lodret ned mod Papirets Overflade. Af stor Vigtighed er det, at Dornens Æg er plan uden Hakker eller andre Uregelmæssigheder. De af mig benyttede Dorne blev fremstillede af »Fodstaal«, der efter den første Forarbejdning hærdedes i Vand og efter den paafølgende Afslibning blev anløbet gult.

Tidsbestemmelsen.

Bestemmelsen af Udstrømningstiderne foretoges ved et Stoppeur, hvis Gang hyppigt kontroleres. Som det vil forstaas, er Urets Enhed ligegyldig, naar den blot under Forsøget er konstant. Ved tre Forsøg ændredes Stoppeurets Angivelse for Varigheden af 1 Minut fra Begyndelsen til Slutningen af Forsøget paa følgende Maade.

	I	II	III
Begyndelse.	60.0 Sek.	60.5 Sek.	60.4 Sek.
Midte.	60.4 —	60.4 —	60.2 —
Slutning	60.5 —	60.7 —	60.1 —

Uret benyttedes aldrig umiddelbart efter Optrækningen, men gik først et Par Minutter. Den største Variation ovenfor er under det hele Forsøg mindre end 1 pCt. Denne Variation vil forfalske det ekstrapolerede h_0 med et Beløb paa ca. 0,010 cm eller med ca. 1 pCt. Heraf ses, at Stoppeuret har været et noget grovt Redskab ved den her gengivne Undersøgelse. Paa den anden Side vilde det have været praktisk set umuligt at gennemføre den ved Anvendelse af et mere nøjagtigt Redskab som Penduluret i Forbindelse med Kronograf. Af dette Aggregat vil man derimod sikkert gøre Brug ved en Præcisionsbestemmelse.

Hulplade	d_1 mm	d_1' mm	$d_1 - d_1'$ numerisk mm	d_2 mm	d_2' mm	$d_2 - d_2'$ numerisk mm	$d_1 - d_2$ mm	$\frac{d_1 - d_2}{d} \cdot 100$ pCt.
1	1.998	2.000	0.002	1.979	1.977	0.002	0.021	1.0 pCt.
1.2	1.763	1.760	0.003	1.772	1.769	0.003	0.008	0.45 —
1.5	1.498	1.487	0.011	1.472	1.469	0.003	0.021	1.4 —
umærket	1.253	1.262	0.011	1.252	1.247	0.005	0.006	0.5 —
1,90°	0.799	0.801	0.002	0.805	0.902	0.003	0.004	0.5 —

I Tabellen betegner d_1 og d'_1 to Maalinger af een og samme Diameter, d_2 og d'_2 to Bestemmelser af en anden Diameter vinkelret pa den første. Usikkerheden synes, maalt ved Grænseafvigelsen, højst at naa ca. ${}^1/_{200}$ mm. Ved de bedste Huller var den kun et Par ${}^1/_{1000}$ mm. Tabellen giver en Forestilling om Hullernes Afvigelse fra Cirkelformen, hvilken Afvigelse højst naar 1,5 pCt.

Huller, der blev presset i Karton ved Hjælp af en Huggepibe eller Dorn, kunde reproduceres med en ikke ringe Sikkerhed. Saaledes fandtes for tre Huller fremstillede ved samme Dorn følgende Værdier for Gennemsnitsdiameteren: 1.625 mm, 1.624 mm og 1.628 mm. For at man imidlertid skal kunne være sikker paa altid ved samme Dorn at faa samme Huldiameter, maa Dornen udvendig være cylindrisk. Dens Gennemsnit i Længderetningen bør have det Udseende, der er vist i Fig. 12. Efter Brugen drager man ved Hjælp af en Naal for-

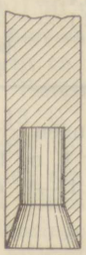


Fig. 12.

[1]) D. Kgl. Danske Vidensk. Selsk.'s Skrift. Naturvidensk. og Matm. Afd. 8. Række, I, 1. 1915. pg. 29.

Temperaturen.

Ved Reduktion af de umiddelbart fundne Værdier for Overfladespændingen til den for Sammenligningens Skyld valgte Normaltemperatur 10° (sml. Tabellerne III og IV ovenfor) er Temperaturkoefficienten for Vands Overfladespænding sat lig 2 p. m. Reservoirets Dimensioner og Volumenet af hver af de benyttede Kolber afhænger af Temperaturen, men ved de udførte Bestemmelser har Temperaturen dog altid været en uvæsentlig Faktor, hvad et Par Overslag vil vise. Lad f. Eks. Reservoirets Diameter være udmaalt ved $t_0°$, medens det benyttes ved t°. Er den lineære Udvidelseskoefficient for Støbejærnet α, betyder Temperaturforskellen, at vi regner Trykhøjden $2\alpha\,(t - t_0)$. 100 pCt. for stor. Lige saa meget for stor findes h_0. Nu er $\alpha =$ ca. $10 \cdot 10^{-6}$ og $t - t_0$ for Eks. maksimalt 15°. Følgelig bliver Fejlen maksimalt 0.03 pCt., d. v. s. forsvindende. Lad os dernæst antage, at de benyttede Kolber ved Brugen er t°, medens de er justerede ved $t_0°$. Det Volumen, der hældes i Reservoiret, bliver da $3\alpha\,(t - t_0) \cdot 100°$ for stort, hvor α nu er Glassets lineære Udvidelseskoefficient. Lad det paahældte Volumen være ca. 1000 cm^3 og $\alpha = 8 \cdot 10^{-6}$ samt $t - t_0 = 10°$, saa bliver det Volumen Vædske, der hældes i, 0,24 cm^3 større end antaget. Denne Fejl maa paa Forhaand betegnes som uvæsentlig; men i øvrigt er det let at følge dens Indflydelse. Trykhøjden h bliver sat op med samme procentiske Beløb som Volumenet. Den maalte Udstrømningstid er bestemt ved

$$t = \frac{V_0}{S \cdot \sqrt{2g\,(h - h_0)}},$$

hvor V_0 er den faktiske Værdi for Volumenet af Aftapningskolben, og hvor S er Straalens Tværsnitsareal og h_0 Nulhøjden. Heraf ses, at en Forøgelse af h med $\frac{\Delta h}{h}$ betyder en Forøgelse i t med Beløbet

$$\frac{\Delta t}{t} = -\frac{1}{2}\,\frac{\Delta h}{h - h_0} = -\frac{1}{2}\,\frac{h}{h - h_0} \cdot 3\alpha(t - t_0).$$

Hvis ogsaa Aftapningskolbens Volumen er forøget med $3\alpha\,(t - t_0) \cdot 100$ pCt., bliver Forøgelsen i t

$$\frac{\Delta t}{t} = 3\alpha\,(t - t_0) \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\,\frac{h}{h - h_0}\right).$$

Ordinaten i V^2-h-Kurven beregnes normalt ved

$$V^2 = \frac{50{,}2^2}{t^2}.$$

Altsaa sættes den op med

$$\frac{\Delta V^2}{V^2} = -2\,\frac{\Delta t}{t} = -3\alpha\,(t - t_0)\left(2 - \frac{h}{h - h_0}\right).$$

I en normal grafisk Fremstilling kan Ordinaten til det øverste Punkt af V^2-h-Kurven for Eks. være 300 mm lang. Abscissen vil være ca. $6\,h_0$. Lad $\alpha = 8.10^{-6}$ og $t - t_0 = 10^0$. Med disse Tal bliver $\Delta V^2 = 6.10^{-2}$ mm. For det nederste Punkt, hvor $h = \text{ca } 2h_0$, bliver $\frac{\Delta V^2}{V^2} = 0$. Virkningen af, at Kolbernes Temperaturer afviger 10^0 fra Justeringstemperaturerne, er altsaa kun den, at den øverste Del af V^2-h-Kurven sænkes $^1/_{20}$ mm. Denne Sænkning vil absolut ikke mærkes i Ekstrapolationen til h_0.

Temperaturen har endnu Indflydelse paa Boringens Diameter, men ogsaa denne Indflydelse ses at være ganske forsvindende.

Regnskab over Smaafejlene.

De ovenfor paaviste mindre Fejl er ikke eliminerede i de i Tabellerne I til V gengivne Resultater. Vi opstiller derfor paa dette Sted et Regnskab over dem:

1⁰ Fejl i Maaling af Reservoirets Diameter	C sættes	4	p. m. op
2⁰ Fejl i Kolbens Volumen	—	4	p. m. ned
3⁰ Fejl i Skøn over Boringernes Volumen	—	3	p. m. op
4⁰ Fejl i Beregning af Trykhøjden h	—	6	p. m. ned
5⁰ Fejl i Mikrometerskruens Enhed	—	2,5	p. m. op

Som det vil ses, hæver Fejlene praktisk set hinanden. Men endnu er der Fejl ved Afmaalingen af de enkelte aftappede Portioner. Denne svingede fra Forsøgsrække til Forsøgsrække. I den sidste (Tab. V) skønnes den at have gjort Resultatet ca. 1 pCt. for stort.

Forandringer.

a. *Den mulige Forfalskning af Overfladespændingen ved Anvendelse af Paraffinboringer.*

Man kunde tænke sig, at Anvendelsen af Boringer i Paraffin eller Huller i paraffineret Papir kunde medføre en Forfalskning ved Ændring af Vandets Overfladespænding. Det kan vistnok siges med fuld Sikkerhed, at denne Ændring ligger væsentlig under Usikkerhedsgrænsen ved de her anførte Bestemmelser. Der blev ved Forsøgene anvendt to forskellige Paraffinsorter, en letsmeltelig og en tungtsmeltelig, men de fundne Værdier for Overfladespændingen udviste ingen Forskel, der kunde føres tilbage til Materialet. Som allerede anført eksperimenteredes der i nogen Tid med Huller i Staalpropper, der paa Forsiden var overtrukne med Paraffinolie. Selv disse Hulplader, ved hvilke Olien ret hurtigt blev slikket bort af Vandstraalen, gav Værdier for Overfladespændingen, der ikke fjernede sig mere fra den kendte Værdi, end hvad der kunde forklares ved Usikkerhed og ved de forskellige resterende Fejlkilder. Saaledes fandtes ved Forsøgene Nr. 15, 17, 18 og 35 henholdsvis C=71,6, 72,6, 70,6 og 71,1 dyn/cm. I Virkeligheden fremgaar det allerede af tidligere Iagttagelser, at et tyndt Lag Paraffinolie kun yderst svagt, om overhovedet, ændrer Vandets Overfladespænding. Saaledes fandt *R. H. Weber*[1]) for rent Vands Overfladespænding Værdien 7,37 mg/mm og for Vand overtrukket med en synlig Hinde af Paraffinolie følgende Værdier:

t	C
0 Min.	7.37 mg/mm
2 —	7.36 —
7 —	7.35 —
12 —	7.35 —

De i første Kolonne anførte Tal angiver herved Tiderne, der er forløbne, siden Overfladen dækkedes med Olie.

b. *Fordampning af Vandet under Udstrømningsforsøget.*

Det var muligt, at der i Løbet af det hele Udstrømningsforsøg, der tog $^1/_2$—1 Time, kunde fordampe en kendelig Vædskemængde, selv om dette ikke er meget sandsynligt paa Grund af den relativt lave Temperatur, ved hvilken Forsøgene i Almindelighed blev udførte. Jeg anfører et Dobbeltforsøg, nemlig Nr. 57 i Tabel III ovenfor, hvor sidste Halvdel blev udført som Gentagelse af første Halvdel med Benyttelse af samme Vandmasse, der atter blev paahældt. Temperaturen var ved dette Forsøg ca. 11^0.

Nr.	h	V	t_1	V	t_2	$t_1 - t_2$
1	6.842 cm	50.1 cm³	26.0 Sek.	50.5 cm³	26.1 Sek.	— 0.1 Sek.
2	583 —	50.4 —	27.4 —	50.3 —	26.9 —	+ 0.5 —
3	264 —	50.0 —	27.2 —	50.3 —	27.7 —	— 0.5 —
4	5.975 —	49.9 —	28.4 —	50.2 —	28.1 —	+ 0.3 —
5	686 —	50.2 —	28.9 —	50.0 —	29.2 —	— 0.3 —
6	397 —	49.9 —	29.9 —	50.4 —	29.9 —	0.0 —
7	108 —	50.2 —	31.0 —	50.0 —	31.0 —	0.0 —
8	4.819 —	50.3 —	32.4 —	49.9 —	31.8 —	+ 0.6 —
9	530 —	50.1 —	33.2 —	50.1 —	33.6 —	— 0.4
10	241 —	50.4 —	35.4 —	50.2 —	34.9 —	+ 0,5 —
11	3.952 —	50.1 —	36.1 —	50.1 —	36.1 —	0.0 —
12	663 —	50.2 —	38.8 —	50.1 —	38.5 —	+ 0.3 —
13	374 —	50.4 —	40.4 —	50 3 —	40.2 —	+ 0.2 —
14	085 —	50.4 —	42.9 —	50.2 —	43.0 —	— 0.1 —
15	2.796 —	50.2 —	46.5 —	50.2 —	46.8 —	— 0.3 —
16	507 —	50.3 —	50.3 —	50.2 —	50.1 —	+ 0.2 —
17	210 —	50.2 —	55.4 —	50.2 —	55.3 —	+ 0.1 —
18	1.929 —	50.0 —	62.1 —	50.4 —	63.4 —	— 1.3 —
		903.3 —		903.6 —		
		50.18 —		50.20 —		

Som det ses, er der ingen systematisk Forskel at spore mellem de to Rækker t_1 og t_2. Summen af de negative Værdier for Differensen t_1—t_2 er 3.0, Summen af de positive 2.7.

[1]) Ann. d. Phys. 4, pg. 706, 1904. *R. H. Weber* prøver ogsaa at dække Overfladen med Olivenolie, der i Modsætning til den mineralske Paraffinolie sætter Overfladespændingen for Vand meget stærkt ned.

c. *Ændringer med Tiden af Straalehullet.*

Som allerede antydet i den tidligere givne Oversigt over Undersøgelsens Gang udviser Boringer i Paraffinpropper en udpræget Ændring med Tiden. Denne Degeneration minder meget stærkt om de Ændringer, som tidligere Forsøg over Kviksølvs Udstrømning gennem Huller borede i Staalpropper har lært mig at kende. Jeg skal her gøre noget nærmere Rede for, hvorledes Degenerationen gjorde sig gældende ved Paraffinboringerne.

Der blev herefter som nævnt udført Forsøg over Degenerationen ved en ganske tynd (0.5 mm) Plade af Paraffin. Uden forudgaaende Behandling (Regeneration) gav denne Plade 3 Uger efter Fremstillingen en V^2-h-Kurve med lige saa ringe Punktusikkerhed som straks efter Fremstillingen. Ved Gentagelse af Udstrømningsforsøget viste det sig, at den fulde Sikkerhed holdt sig gennem tre Forsøg. I et fjerde var Punktusikkerheden stegen svagt, og i et femte Forsøg, under hvilket Pladen gik

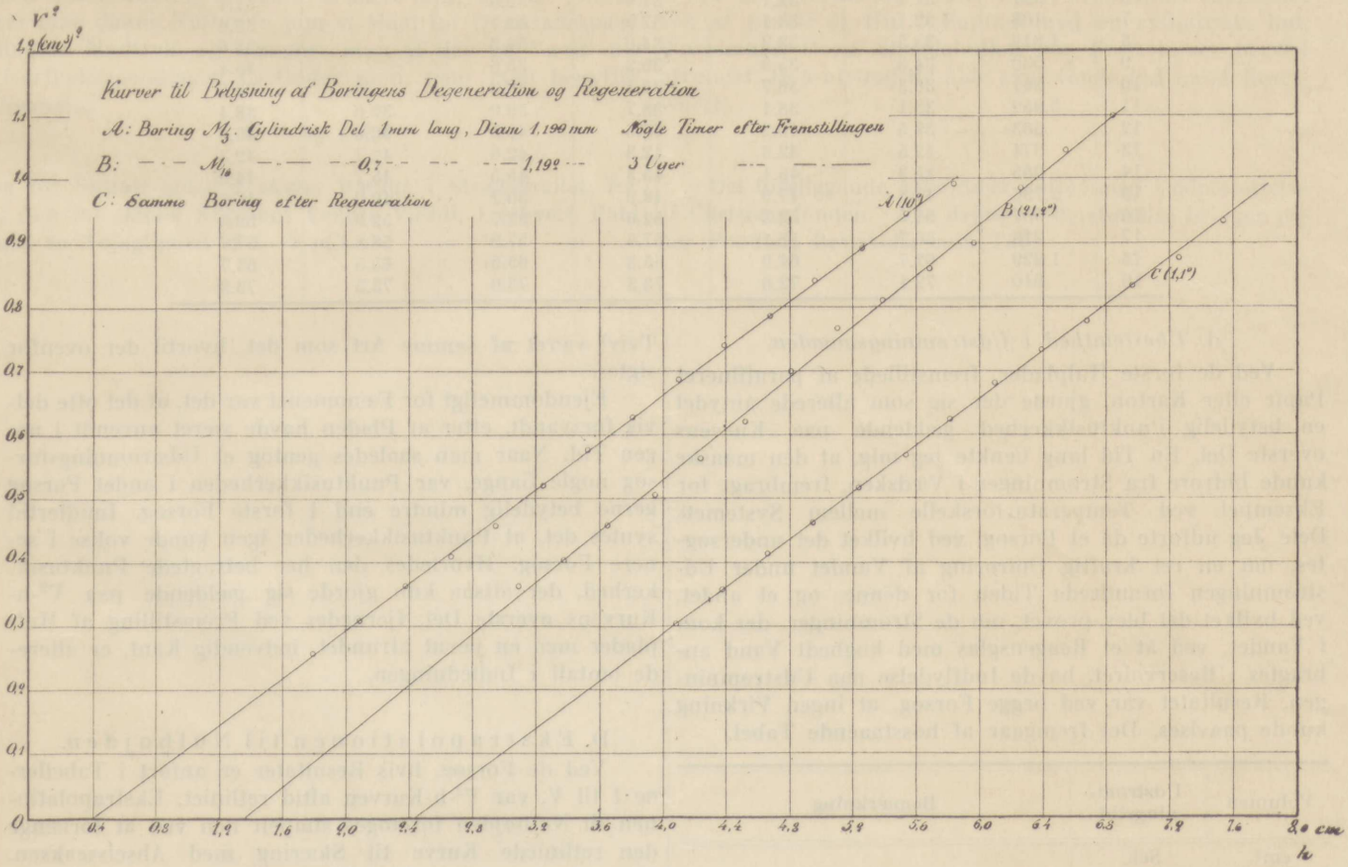


Fig. 13.

Degenerationen ytrede sig først og fremmest ved en stærkt forøget Punktusikkerhed i V^2-h-Kurverne. Paraffinboringen giver, som allerede nævnt, i flere Timer efter Fremstillingen (indtil 2 Døgn) en ganske regelmæssig V^2-h-Kurve. Fig. 13 A gengiver en saadan Kurve for en frisk, cylindrisk Boring med konisk Del, hvor den cylindriske Del var 1 mm lang. Punktusikkerheden er, som det ses, særdeles ringe. I Fig. 13 B ses Kurven for en Boring lidt kortere end den i A anvendte, men i øvrigt Magen til denne. Der var gaaet ca. 3 Uger efter Fremstillingen, og Punktusikkerheden er vokset til ca. det tredobbelte. Jeg forsøgte nu, ledet af Erfaringer fra Udstrømningsforsøg med Kviksølv, om Boringerne ikke kunde regenereres, og anbragte Hulpladen benyttet i B ca. 1 Time i den varme Luft over et Varmeapparat. Jeg skønnede, at den herved blev ca. 30° varm. Efter Opvarmningen anbragtes Boringen ca. 2 Timer i et Udtørringsapparat med Svovlsyre. Herefter udførtes det Forsøg, der er gengivet i Fig. 13 C. Som det ses, er Punktusikkerheden nu reduceret til en mindst lige saa ringe Værdi som i A. Det lader sig altsaa gøre at regenerere Paraffinboringerne, men Virkningen af Regenerationen synes ligesom ved Staalboringer og Kviksølv at tabe sig ret hurtigt. Forsøget C blev efter et Par Timers Forløb fortsat med en ny Bestemmelse af V^2-h-Kurven. Denne Bestemmelse udviste en tydelig forøget Usikkerhed og desuden visse pludselige Spring i Værdierne for Udstrømningstiden.

i Stykker, optraadte der til at begynde med ejendommelige, pludselige Spring i Udstrømningstiderne (se nedenfor). Det synes altsaa, at der maa skelnes mellem to Arter af Forandringer, een, der kommer i Løbet af længere Tid, naar Pladen henligger ubrugt, og een, som kommer under Brugen, hidrørende fra denne.

Som anført blev Erfaringerne fra den ganske tynde Hulplade af Paraffin Anledning til Indførelse af Hulplader af paraffineret Papir eller Karton. Ved disse er Degenerationen meget lidt udpræget, og Forandringerne ved Brugen synes ogsaa at være det. I ethvert Fald kan man med samme Plade udføre flere Forsøg i Træk. I øvrigt taber Spørgsmaalet om Hulpladernes Holdbarhed gennem længere Tidsrum en Del af sin Interesse, fordi det er saa simpel en Sag at fremstille en Hulplade. I nedenstaaende Tabel gengives nogle Forsøg, udførte inden for et Tidsrum af en halv Snes Dage med samme Hulplade (Huldiameter 1.770 mm, Papirtykkelse ca. 0,3 mm).

I Tabellens anden Kolonne er Middelhøjderne anførte. I de følgende Kolonner Udstrømningstiderne for 50.2 cm³, fundne ved de forskellige Forsøg. I Forsøg 75c iagttoges kun Udstrømningstiderne fra Højden 3,952 cm at regne. Det var for at se, om den Regelmæssighed, der kendetegner Forsøget ved de lavere Trykhøjder, var betinget af, at Forsøget allerede havde varet i nogen Tid, saaledes at Vædsken var kommen i Ro. Noget saadant er dog, som det ses, ikke Tilfældet, hvad heller ikke var at vente.

Nr.	h	Fors. 74a d. 19. Januar 1918	Fors. 74 b	Fors. 75a d. 21. Januar 1918	Fors. 75b	Fors. 75c	Fors. 84 30. Jan. 1918
		Temp. 19.1°	Temp. 19.7°	Temp. 17.1°	Temp. 16.4°	Temp. 16.2°	Temp. 17.0°
	cm	t Sek.	t Sek.	t Sek.	t Sek.	t Sek.	t Sek.
1	6.842	27.3	28.1	26.6	27.6		28.2
2	583	27.9	28.2	28.2	29.0		28.2
3	264	28.4	30.1	29.0	28.9		28.7
4	5 975	29.5	31.3	29.9	30.2		29.8
5	686	30.2	30.7	30.4	30.8		30.8
6	397	31.4	32.1	31.9	32.0		31.4
7	108	32.1	33.1	32.5	32.7		32.8
8	4.819	33.5	33.9	34.0	34.3		33.6
9	530	34.5	35.9	35.2	35.6		35.4
10	241	36.3	36.7	37.1	36.9		36.5
11	3.952	38.1	38.1	38.7	39.0	39.0	38.4
12	663	39.5	40.2	40.6	40.5	40.6	40.6
13	374	42.5	42.8	42.3	42.6	42.7	42.4
14	085	45.3	45.1	45.3	45.5	45.7	44.8
15	2.796	47.8	47.9	48.9	50.2	49.0	48.0
16	507	51.5	52.3	52.6	53.7	52.8	52.5
17	218	56.7	58.1	57.5	57.9	58.8	57.7
18	1.929	62.7	64.9	65.3	65.5	65.5	63.7
19	640	72.1	72.6	73.3	73.0	73.5	73.8

d. *Ubestemthed i Udstrømningsmaaden.*

Ved de første Hulplader, fremstillede af paraffineret Papir eller Karton, gjorde der sig som allerede antydet en betydelig Punktusikkerhed gældende paa Kurvens øverste Del. En Tid lang tænkte jeg mig, at den maaske kunde hidrøre fra Strømninger i Vædsken, frembragt for Eksempel ved Temperaturforskelle mellem Systemets Dele. Jeg udførte da et Forsøg, ved hvilket det undersøgtes, om en ret kraftig Omrøring af Vandet under Udstrømningen forandrede Tiden for denne, og et andet, ved hvilket det blev prøvet, om de Strømninger, der kom i Vandet, ved at et Reagensglas med koghedt Vand anbragtes i Reservoiret, havde Indflydelse paa Udstrømningen. Resultatet var ved begge Forsøg, at ingen Virkning kunde paavises. Det fremgaar af hosstaaende Tabel.

Volumen	Udstrømningstid	Bemærkning
cm^3	Sek.	
50.3	34.2	Uden Omrøring.
50.1	34.0	— —
50.3	34.1	— —
50.3	33.6	Med Omrøring.
50.1	34.3	— —
50.1	33.2	Reagensglas uden Vand.
50.0	33.2	— — —
50.1	33.6	— — —
50.2	33.5	Reagensglas med varmt Vand anbragt til Siden for Hullet.
50.2	33.3	Reagensglas med varmt Vand anbragt ud for Hullet.
50.1	33.2	Reagensglas uden Vand.

Ved Forsøget benyttedes Hulpladen paa 2.183 mm fra Forsøg Nr. 73. Trykhøjden var lille, nemlig kun ca. 2.5 cm. Straalen skulde derfor være særdeles følsom over for enhver Paavirkning af den betragtede Art. Ved Omrøringsforsøget saa man, at Straalen svingede op og ned i Takt med Vandets Skvulpen i Reservoiret, men de positive og negative Afvigelser fra den normale Straalehastighed har øjensyligt ophævet hinanden.

Som angivet i Oversigten over Arbejdets Gang viste det sig, at de ovenfor antydede Uregelmæssigheder hidrørte fra Ubestemthed i Udstrømningsmaaden. Denne Ubestemthed kendes fra Kviksølvs Udstrømning gennem cylindriske Boringer med skarp indvendig Kant. Den er ved Kviksølv i særlig Grad udpræget, idet denne Vædske enten kan følge Boringen, saaledes at denne fuldstændigt udfyldes, eller den kan slippe Boringens Væg. En saa udpræget Forskel har der vel næppe været Tale om ved Vandets Strømning gennem de her betragtede Hulplader, men det ved disse iagttagne Fænomen har uden al Tvivl været af samme Art som det, hvortil der ovenfor sigtes.

Ejendommeligt for Fænomenet var det, at det ofte delvis forsvandt, efter at Pladen havde været anvendt i nogen Tid. Naar man saaledes gentog et Udstrømningsforsøg nogle Gange, var Punktusikkerheden i andet Forsøg gerne betydelig mindre end i første Forsøg. Imidlertid syntes det, at Punktusikkerheden igen kunde vokse i senere Forsøg. Hvorledes den her betragtede Punktusikkerhed, der altsaa kun gjorde sig gældende paa V^2-h-Kurvens øverste Del, fjernedes ved Fremstilling af Hulplader med en jævnt afrundet, indvendig Kant, er allerede omtalt i Indledningen.

D. Ekstrapolationen til Nulhøjden.

Ved de Forsøg, hvis Resultater er anført i Tabellerne I til V, var V^2-h-Kurven altid retliniet. Ekstrapolationen til Nulhøjden foretoges simpelt hen ved at forlænge den retliniede Kurve til Skæring med Abscisseaksen. Den absolutte Størrelse af den grafiske Fremstilling voksede under Arbejdets Gang stadigt, saaledes at Udstrækningen af det tilgængelige Millimeterpapir til sidst satte en Grænse. En Trykhøjde paa 1 cm fremstilledes da ved 10 cm. Hvor ringe Punktusikkerheden til sidst var fremgaar i nogen Grad af Fig. 7, der i ca. $^1/_3$ lineær Maalestok gengiver Forsøg Nr. 108. Bortset fra et enkelt Punkt laa alle Punkter i den originale Fremstilling inden for en Afstand af ca. 1 mm fra Kurven. Til det nederste Punkt toges der i Regelen i mindre Grad Hensyn, fordi den regelmæssige Udstrømning i Form af en glat Straale ofte var ophørt ved den Udstrømningsiagttagelse, der bestemte Punktet. Et Blik paa Fig. 7 vil lade forstaa, at Usikkerheden paa Ekstrapolationen næppe kan føre til en større Usikkerhed i h_0 end ca. 1 pCt., og dette Skøn bekræftes jo ogsaa ved de i Tabellerne anførte Talværdier for Overfladespændingen. Heller ikke kan der vel være Tale om nogen større, ubevidst Indflydelse paa Resultatet fra dens Side, der fremstiller Kurven. Dersom man imidlertid maatte ønske at gøre Ekstrapolationen strengt objektivt, frembyder der sig den Vej at anvende Udjævning efter de mindste Kvadraters Metode[1]), og denne Vej bliver man i ethvert Tilfælde nødt til at gaa, saafremt man maatte ønske at gennemføre Undersøgelsen — altsaa uddanne den her foreslaaede Maalemetode — med en højere Grad af Præcision for Øje. Thi allerede

[1]) Jeg behandlede senere de 10 laveste Iagttagelser i Forsøget Nr. 108 efter denne Metode og fandt for C 73.8 dyn/cm i Stedet for 72.8 dyn/cm ved grafisk Udjævning af det hele Iagttagelsesmateriale. Forskellen hidrører til Dels netop fra, at kun de 10 nederste »Punkter« benyttedes i den numeriske Udjævning.

nu er det knap nok muligt ad grafisk Vej fuldt ud at udnytte Iagttagelsesmaterialets Sikkerhed.

Resultater.

1⁰ Dersom man gengiver et Udstrømningsforsøg med Vand i Form af en Kurve, der til Abscisse har den Trykhøjde h, under hvilken Vandet strømmer ud, og til Ordinat Kvadratet V^2 paa det pr. Sek. udstrømmende Vædskevolumen, vil denne Kurve, V^2-h-Kurven, der i Almindelighed er retliniet, dersom den forlænges til Skæring med Abscisseaksen, af denne afskære et Stykke h_0. Fortolker man denne Nulhøjde som et Maal for Overfladespændingens Modtryk, og beregner man af den en Værdi for Overfladespændingen C, finder man, naar man benytter Formelen

$$C = h_0 \cdot g \cdot r,$$

og for Straaleradien r sætter Radius i Straalehullet, for C den for denne Konstant kendte Værdi, i ethvert Fald med en Nøjagtighed af 1—2 pCt.

Heraf drages den Slutning, at man i Udstrømningsforsøget har en ny Metode til Bestemmelse af Overfladespænding for Vand, vandige Opløsninger og andre Vædsker af lignende hydrodynamisk Karakter. Det kan bemærkes, at det har vist sig, at Metoden ogsaa giver den rigtige Værdi for Kviksølvs Overfladespænding.

2⁰ Bestemmelsen kræver, at Udstrømningsforsøget føres ned til de lavest mulige Trykhøjder. Den kræver et straaledannende Element, der ikke vædes af Vædsken. For Vand og vandige Opløsninger kan Elementet fremstilles af paraffineret Papir. Bedst fremstilles Elementet ved at presse et Hul i Papiret med en cylindrisk, hul, skarpkantet Dorn. Straalehullets ene Kant bliver herved afrundet. Den afrundede Side skal vende ind imod Reservoiret.

Det foreliggende Arbejde er udført med Understøttelse af Carlsbergfonden. For denne Understøttelse bringer jeg her Fondens Bestyrelse min Tak.