

Denne fil er downloadet fra
Danmarks Tekniske Kulturarv
www.tekniskkulturarv.dk

Danmarks Tekniske Kulturarv drives af DTU Bibliotek og indeholder scannede bøger og fotografier fra bibliotekets historiske samling.

Rettigheder

Du kan læse mere om, hvordan du må bruge filen, på
www.tekniskkulturarv.dk/about

Er du i tvivl om brug af værker, bøger, fotografier og tekster fra siden, er du velkommen til at sende en mail til *tekniskkulturarv@dtu.dk*

52.F

526
98
Fes

KUN TIL BRUG PÅ LÆSESALEN

*Har tilhørt Statsraad
Kgl. Bygningssinspector*

Practisk Geometrie.

Det er:

En kort dog tydelig og fuldstændig Indledning
til

Land-Maaling.

Hvorudi læres og fremsættes de nødvendige Forklaringer og Lære-Regler over Linier, Vinkler og Figurer, som bør at vides udi Land-Maaling. De nødvendige Instrumenter, som udfordres til denne Videnskab: Hvorledes de samme forfærdiges; hvorpaa de kan kendes om de ere accurate; saa og hvortil og hvorledes de skal bruges. I Henseende til Linier og Vinkler, hvorledes de samme skal beskrives, udmaales og deles. Den nødvendige Kundskab om Proportion, angaaende Linier og Figurer. I Henseende til alle Slags flade Figurer; enten de ere retlinede, eller kramlinede; enten de ere regulære, eller irregulære: Hvorledes de kan beskrives, udmaales, forvandles, sammensættes, fradrages, formeres og inddeles; og dette af hvad Skikkelse, Størrelse og Proportion man forlanger.

Hvorefter baade smaae og store Stykker Jord paa Marken, hele Herreder og Amtet; ja hele Lande kan optages, udmaales, og inddeles.

Med endeel behørig Figurer forsynet, og overalt saa klar og tydelig, at enhver, som haver en sund Fornuft, og vil bruge nogen Eftertanke, uden nogen Information, gierne kan være sin egen Lærer.

For Landmanden tienlig til at udmaale og inddele Ager og Eng, ved Fælledskabs Afskaffelse, efter den Kongelige allernaadigste Forordning af 29 December 1758;

Dg fornemmelig i samme Hensigt forfattet af

Diderich Christian Fester.

Kiøbenhavn, 1764, trykt paa Autors Beføining af Andreas Hartvig Godiche.

Da Autor her paa en let og tydelig Maade i det Danske Sprog
har udført den Practiske Geometrie, saa vil jeg have
dette hans Skrift til hans Landsmænd paa det beste recom-
menderet, som en Bog, hvilken de med Nytte og Frugt kan
læse og bruge. Kiøbenhavn, den 25 Januarii 1764.

C. Horrebom.

Den Stormægtigste
Genevolds-Herre og Konge,

K o n g

F r i d e r i c h
den F e m t e ,

Arve-Konge

til Dannemark og Norge, de Benders og Gothers,

H e r t u g

til Slesvig, Holsteen, Stormarn og Ditmarsken,

G r e v e

til Oldenborg og Delmenhorst, &c. &c.

Stormægtigste Monarch,
Allernaadigste Arve-Herre og Konge!

Vaa Deres Kongelige Majestæts faderlige Forsorg,
utrættelige Omhu og høystpriselige Anstalter, til at
understytte og befordre Konster og Videnskaber, haves
ved alle Lejligheder og i alle Tilfælde saa mangfoldige Prover,
at enhver i sær af Landets Børn haver største Åarsag, med
Ehst, Begierlighed og Glid, at stræbe efter desto større Kund-
skab og Indsigt udi saadanne Videnskaber, hvortil man ved
naturlig Drift finder sig at være nogenledes skicket og beqvem;
og allermest naar det er Videnskaber, som kunde være Landet
til Nytte og Tieneste.

Iblandt

Geometrie, eller Indledning til Land-Maalning, hvilken i de ommeldte Omstændigheder, kan være en Læremester for de Ukyndige, en Dommer imellem de Tvistige, og i Almindelighed en Regel og Rettesnoer for Alle.

Med samme Naade, som Deres Kongelige Majestæt allernaadigst haver modtaget mine tilforn udgivne mathematiske og mechaniske Afhandlinger, haaber jeg og dette ringe Arbejde, som i allerdybeste Underdanighed nedlægges for Deres Kongelige Majestæts Throne, maa blive anseet.

Gudernes Gud, Kongernes Konge og Regenternes Regenter, det evige, uendelige og umaalelige Væsen, som sætter Ende og Maal for Guderne her paa Jorden, og giver Deres Livs Maalestok, Aar, Maaneder, Uger, Dage, Timer og Minuter; Han forlænge Deres Kongelige Majestæts Livs Maal, ved at legge Aar til Aar, Uger til Uger og Dage til Dage, indtil Deres Kongelige Majestæt, efter et langvarigt, fredsommeligt og lykksaligt Regimente, mæt af Dage og Maal, aflegger den jordiske Krone, omskifter det Forfrænkkelige med det Uforfrænkkelige, det Endelige med det Uendelige, og opnaaer det Maal, som Deres Kongelige Majestæts
højsalige

hønsalige Forfædre allerede haver opnaaet, og til de Store
Konger ere bestemte i den umaalelige Evighed. Det ønsker og
beder af Hiertet

Stormægtigste Monarch,
Allernaadigste Arve-Herre og Konge!
Deres Kongelige Majestæts

Kjøbenhavn, den 7 Julii

1764.

allerunderdanigste Arve-Undersaat

D. G. Fester.

Til

Udi nærværende Tractat, som handler om Land-Maalning,
er Indholden, som følger.

Det første Capitel

Handler om de nødvendige Forklaringer over Linier, Vinkler,
og Figurer, som bør at vides udi Land-Maalning.

Derudi læses:

§. 1.

Hvad en Punkt er.

§. 2.

Hvorledes en Linie betegnes.

§. 3.

Hvorledes en Linie forestilles at være beskrevet. Hertil hører Tab. I. Fig. 1. 2. og 3.

§. 4.

Hvad en Perpendicularlinie er. Fig. 4.

§. 5.

Hvad der forståes ved Parallellinier. Fig. 5. 6. og 7.

§. 6.

Hvorledes en Plan eller Figur forestilles at være beskrevet.

§. 7.

Hvorledes en Cirkel forestilles at være beskrevet, tillige med Forklaring over samme.
Fig. 8.

§. 8.

Forklaring over Vinkler. Fig. 9.

§. 9.

En almindelig Forklaring over flade retlinede Triangler.

¶

§. 10.

§. 10.

Hvorledes en retlinet Plan betegnes.

§. 11.

Hvad en ligesidet Triangel er. Fig. 12.

§. 12.

Forklaring over en ligebenet Triangel. Fig. 10.

§. 13.

Hvad der forstaaes ved en uligesidet Triangel. Fig. 11.

§. 14.

Hvad der forstaaes ved en retvinklet Triangel. Fig. 11.

§. 15.

Hvad en stumpvinklet Triangel er. Fig. 10.

§. 16.

Forklaring over en spidsvinklet Triangel. Fig. 12.

§. 17.

Hvad der forstaaes ved en Triangels Grundlinse og Højde. Fig. 10.

§. 18.

Hvad der i Almindelighed forstaaes ved enhver Figurs Højde.

§. 19.

Forklaring over Navnet paa de trende Linier, som indslutte en retvinklet Triangel. Fig. 17.

§. 20.

Bevis paa dette, at alle Vinklerne tilfammentagne udi enhver Triangel, haver lige Størrelse med toende rette Vinkler. Fig. 13.

§. 21.

Her fremsættes syv nyttige Lære-Regler angaaende Vinklernes Størrelser baade udi retvinklede, stumpvinklede og spidsvinklede Triangler.

§. 22.

Hvor mange Slags de retlinede firekantede Figurer er.

§. 23.

Hvad en Kvadrat er. Fig. 14.

§. 24.

§. 67.

Paa Papiir, imellem tvende givne Punkter, at drage en ret Linie. Fig. 1. og Tab. II. Fig. 55.

§. 68.

Paa Marken, imellem tvende givne Punkter, at drage en ret Linie.

§. 69.

Hvorledes en given ret Linie kan længere uddrages paa Papiir. Tab. I. Fig. 43.

§. 70.

Hvorledes en given ret Linie bliver længere uddragen paa Marken.

§. 71.

Her læres paa fem Maader, at opreysse en Perpendicularlinie paa en given ret Linie, paa Papiir. Fig. 36. 37. 50. og 51.

§. 72.

Her læres paa en given ret Linie, at opreysse en Perpendicularlinie, paa Marken. Tab. II. Fig. 56. og Tab. I. Fig. 42.

§. 73.

Hvorledes man paa Papiir, fra givne Punkter kan paa tre Maader lade falde rette Linier, som staaer perpendicular paa givne rette Linier. Fig. 36. og 38.

§. 74.

Fra en given Punkt, at lade falde en ret Linie, som staaer perpendicular paa en given ret Linie, paa Marken. Fig. 42.

§. 75.

At en Perpendicularlinie giver os allestider den korteste Vey, som er imellem tvende Stæder.

§. 76.

Her fremsættes fire Maader til at drage Parallellinier, paa Papiir. Fig. 44. 45. 46. og 40.

§. 77.

Hvorledes man kan drage Parallellinier paa Marken. Fig. 42.

§. 78.

Hvorledes Omkredsen til en Cirkel bliver dragen igiennem tre givne Punkter. Fig. 47.

§. 79.

§. 79.

At fuldføre Omkredsen til en Cirkel, naar en Cirkel-Bue er givet, og Middelpunktet til samme, vides ikke. Fig. 47.

§. 80.

Her fremsættes tre Maader til at finde baade Middelpunktet og Middellinien udi en Cirkel, naar samme ere ubekendte. Fig. 47. 48. og 49.

§. 81.

Hvorledes en ret Vinkel bliver beskrevet. Fig. 37.

§. 82.

Om at beskrive en Vinkel, som skal indbefatte et givet Antal af Grader. Fig. 34. og 35.

§. 83.

Her læres, at beskrive en Vinkel af lige Størrelse med en givet Vinkel. Fig. 34. og 35.

§. 84.

Hvorledes man paa Marken, paa en givet Linie beskriver en Vinkel, som skal indeholde et givet Antal af Grader. Tab. II. Fig. 57.

§. 85.

Over en givet ret Linie, at beskrive en Cirkel-Bue der skal indbefatte en Vinkel, som haver lige Størrelse med en givet Vinkel. Fig. 58. og 59.

Det fjerde Capitel.

Om Liniers og Vinklers Udmaaling.

Udi samme læres:

§. 86.

Hvorledes en givet ret Linie udmaales paa Papiir.

§. 87.

At udmaale en givet ret Linie paa Marken. Fig. 60. og 61.

§. 88.

Om at udmaale en givet Vinkel paa Papiir. Tab. I. Fig. 34. 35.

§. 89.

§. 89.

At udmaale en Vinkel paa Marken. Tab. II. Fig. 57.

§. 90.

Paa Marken, at beskrive en Vinkel, som haver lige Størrelse med en given Vinkel.

§. 91.

Paa Marken, at udmaale Størrelsen af den Distance, som er imellem tvende Stæder, naar man ikke kan drage en ret Linie imellem samme; men fra en antagen Plads udi en ret Linie kan komme til enhver i sær af de bemeldte Stæder. Fig. 62. og 63.

§. 92.

At finde Størrelsen af den Distance, som er imellem tvende Stæder, naar man hverken udi en ret Linie kan komme fra den ene Stæd til den anden, eller fra en antagen Plads udi en ret Linie kan komme til den ene af de fornævnte Stæder. Fig. 64. 65. og 66.

§. 93.

Hvorledes man paa Marken kan finde Størrelsen af den Distance, som er imellem tvende Stæder, omendskiont man formedelsi Vand, Morads, eller andre Forhindringer ikke kan komme til nogen af dem. Fig. 67. 68. og 69.

§. 94.

Hvorledes man kan finde hvor langt en antagen Plads er fra enhver i sær af trende givne Stæder, naar Stædernes Distancer fra hinanden indbyrdes ere bekiendte, og fra den antagne Plads formedelsi Forhindringer, udi rette Linier ikke kan komme til nogen af de tre pmtalte Stæder. Fig. 70. og 71.

§. 95.

Om at udmaale Størrelsen af Omkredsen til en given Cirkel. Fig. 72.

§. 96.

At finde Størrelsen af en given Cirkel-Bue. Fig. 73.

Det femte Capitel.

Den nødvendigste Kundskab om Proportion, som udkræves at vide til Land-Maalning.

Derudi afhandles:

§. 97.

Forklaring over de arithmetiske, geometriske, og harmoniske Proportioner.

§. 98.

Trianglers Berømmelse i Henseende til den store Nytte, som samme trekantede Figurer haver udi alle mathematiske Videnskaber.

§. 99.

At en ret Linie, som udi en Triangel drages parallel med en af Siderne, skærer Triangelens øvrige Sider udi fire proportionale Størrelser. Fig. 78.

§. 100.

At den rette Linie, som man udi en retvinklet Triangel, fra Spidsen af den rette Vinkel lader falde perpendicular paa Hypothenusen, bliver alletider den mellemste proportionale Linie imellem Stykkerne af Hypothenusen. Fig. 79.

§. 101.

Her fremsættes tvende overmaade nyttige Lære-Regler angaaende lige skiffede Triangler, som kan være tilstrækkelig nok, at bevise baade det, som udi det fjerde Capitel læres angaaende adskillige Distancers Udmaalning, og hvad, som udi det syvende Capitel afhandles angaaende Figurers Beskrivelse paa Papiir, af lige Skikkelse med givne Figurer paa Marken. Fig. 79.

§. 102.

At tvende rette Linier, som udi en Cirkel overskærer hinanden, skærer hinanden udi fire proportionale Størrelser. Fig. 80.

§. 103.

Her fremsættes tre Maader, hvorledes man til tre givne rette Linier kan finde den fjerde proportionale Linie. Fig. 78. og 80.

§. 104.

§. 104.

Hvorledes man paa tre Maader til tvende givne rette Linier kan finde den tredie proportionale Linie. Fig. 79. og 81.

§. 105.

Paa tvende Maader, imellem tvende givne rette Linier, at finde den mellemste proportionale Linie. Fig. 79.

§. 106.

Her fremsættes denne Lære-Regel, at naar fire rette Linier ere proportionale, saa have de tvende lige skillede Figurer, som ere beskrevne paa den første og anden Linie, samme Forhold til hinanden, som de tvende lige skillede Triangler der ere beskrevne paa den tredie og fjerde; og tillige vises Nyttten af samme Lære-Regel, i Henseende til lige skillede Figurers Beskrivelse, som skal have en vis og given Forhold til hinanden. Fig. 74. 75. 76. og 77.

§. 107.

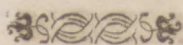
Her anføres den overmaade nyttige Lære-Regel, at tre proportionale Linier giver den Figur, som er beskrevet paa den første Linie, samme Forhold til den Figur der af lige Skikkelse er beskrevet paa den anden, som den første Linie haver til den tredie; og siden vises hvorledes man efter den bemeldte Lære-Regel, baade kan multiplicere og dividere alle lige skillede Figurer, og finde alle lige skillede Figurers Forhold og Størrelse imod hinanden. Fig. 74. 75. 76. og 77.

§. 108.

Først fremsættes denne Lære-Regel, at fire proportionale Linier, giver den Rectangel, som haver den første Linie til Bredde, og den fjerde til Længde, lige Størrelse med den Rectangel der haver den anden Linie til Bredde, og den tredie til Længde; dernæst gives Anviisning til Rectanglers Forvandling, som grundes paa den bemeldte Lære-Regel. Tab. III, Fig. 82.

§. 109.

Efter at denne nyttige Lære-Regel, at tre proportionale Linier, giver Quadraten der beskrives paa den mellemste, lige Størrelse med den Rectangel der haver den første Linie til Længde og den tredie til Bredde, er fremført, læres hvorledes man af



samme Lære-Regel kan tage Anledning, baade til at forvandle en Rectangel udi en Quadrat, og at forvandle en Quadrat udi en Rectangel. Fig. 83.

§. 110.

Her gives Anvisning til Nyttten af den saa kaldede Magister Matheseos, i Henseende til lige stikkede Figurers Addition, Subtraction, Multiplication, og Division. Fig. 84. 85. 86. og 87.

Det siette Capitel.

Om Liniers og Vinklers Deling.

Udi samme læres:

§. 111.

Hvorledes en given ret Linie bliver delet udi tvende lige store Dele. Tab. I. Fig. 39. og 52.

§. 112.

At dele en ret Linie udi tre lige store Dele. Tab. III. Fig. 88.

§. 113.

Her fremsættes fire Maader, hvorefter en given ret Linie i Almindelighed kan deles i et vist Antal lige store Dele. Fig. 89. 90. og 91.

§. 114.

At tvende givne Linier, at skære den største saaledes udi tvende Stykker, at den mindre bliver den mellemste proportionale Linie imellem Stykkerne. Fig. 92.

§. 115.

Hvorledes en given Linie kan saaledes deles udi tvende Dele, at den hele Linie bekommer samme Forhold til det større Stykke, som det større Stykke til det mindre. Fig. 93.

§. 116.

Her læres paa tre Maader, at skære en ret Linie udi samme Proportion, som en given ret Linie er skæren. Fig. 94. 95. og 96.

§. 117.



§. 117.

At dele en Cirkel-Bue i to lige store Dele. Fig. 97.

§. 118.

Hvorledes Cirkel-Buen til en Quadrant bliver delet i tre lige store Dele. Fig. 98.

§. 119.

Hvorledes man i Almindelighed kan dele en Cirkel-Bue udi et vist Antal lige store Dele.
Fig. 99.

§. 120.

At dele Omkredsen til en Cirkel udi 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 1c. lige store Dele.
Fig. 100.

§. 121.

Paa hvilken Maade Omkredsen til en Cirkel kan deles udi 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 1c. lige store Stykker. Fig. 101.

§. 122.

Her fremsættes en almindelig Methode, hvorefter Omkredsen til en Cirkel kan deles i et vist Antal lige store Dele. Fig. 102.

§. 123.

At dele en Vinkel i to lige store Dele. Fig. 103.

§. 124.

At dele en ret Vinkel i tre lige store Dele. Fig. 98.

§. 125.

Hvorledes en given Vinkel i Almindelighed kan deles i et vist Antal lige store Dele.
Fig. 99.

Det syvende Capitel.

Om Figurers Beskrivelse.

Derudi læres:

§. 126.

Paa en given ret Linie at beskrive en ligesidet Triangel. Fig. 104.

B 3

§. 127.



§. 127.

Hvorledes man paa en given ret Linie kan beskrive en ligebenet Triangel, udi hvilken enhver i sær af dens tvende lige store Sider bekommer lige Størrelse med en given ret Linie. Fig. 105.

§. 128.

At beskrive en Triangel, hvis trende Sider skal hver i sær have lige Størrelse med tre givne Linier. Fig. 106.

§. 129.

Her vises hvorledes man paa en given ret Linie kan beskrive en Triangel af lige Skikkelse med en given Triangel. Fig. 107. og 108.

§. 130.

At forfærdige et Parallelogramme, som skal have tvende Sider, enhver i sær af lige Størrelse med en given ret Linie, de andre to Sider enhver i sær saa stor, som en anden given Linie, og tvende Vinkler, enhver i sær af lige Størrelse med en given Vinkel. Fig. 109.

§. 131.

Hvorledes man kan beskrive en Rectangel, hvis Længde skal være saa stor, som en given ret Linie, og Bredde saa stor, som en anden given Linie. Fig. 110.

§. 132.

Her fremsættes tvende Maader, paa en given ret Linie, at beskrive en Kvadrat. Fig. 111. og 112.

§. 133.

Her læres paa tvende Maader, hvorledes man paa en given ret Linie kan beskrive en regular Femkant. Fig. 113. og 114.

§. 134.

Paa en given ret Linie at beskrive en regular Sexkant. Tab. IV. Fig. 115.

§. 135.

Her anføres den bequemeste Maade paa en given ret Linie, at beskrive en regular Ottekant. Fig. 116.

§. 136.

Her gives Anviisning til tvende almindelige Metoder, hvorefter man paa en given ret Linie kan beskrive en regular Figur, som skal indbefatte hvad for et Antal af Kanter man forlanger. Fig. 117.

§. 137.

Her læres hvorledes regulære Figurer beskrives udi Cirkler; hvorledes Cirkler beskrives omkring regulære Figurer; hvorledes regulære Figurer beskrives omkring Cirkler; og hvorledes Cirkler beskrives udi regulære Figurer. Fig. 117. og 118.

§. 138.

Hvorledes regulære retlinede Figurer bliver beskrevet udi og omkring hinanden. Fig. 119.

§. 139.

Paa en given ret Linie, at beskrive en retlined Figur, som haver lige Skikkelse med en given retlined Figur. Fig. 120. og 121.

§. 140.

Hvorledes man paa Papiir kan beskrive en Triangel, af lige Skikkelse med en given Triangel paa Marken. Fig. 122. og 123.

§. 141.

Paa Papiir, at beskrive en retlined Figur af lige Skikkelse med en given retlined Figur paa Marken, som ved Overlinier lader sig inndeile udi lutter Triangler. Fig. 124. og 125.

§. 142.

Hvorledes man paa Papiir kan bringe den rette og sande Skikkelse af en retlined Figur paa Marken, der ikke ved Overlinier lader sig inndeile udi lutter Triangler; men er saaledes beskaffen, at man fra en udi samme antagen Punkt kan drage rette Linier til alle dens Hjørner. Fig. 126. og 127.

§. 143.

At beskrive en Figur paa Papiir, som er lige stillet med en given Figur paa Marken, der er saaledes beskaffen, at adskillige Forhindringer, saasom Møser, Rier, Møradser, Bakker, Træer, ic. baade forbyder dens Inddeling i Triangler ved Overlinier, og dens Inddeling i Triangler fra en udi samme antagen Punkt; men
tillader

tillader dog, at man udi samme kan udvælge tvende Steder, hvor man paa et hvert i sær af samme Steder kan see alle de Stave der ere nedsatte i Figurens Hjørner, og at drage en ret Linie imellem de omtalte tvende Steder. Fig. 128. og 129.

§. 144.

Her læres paa Papiir, at beskrive en Figur af lige Skikkelse med en Figur paa Marken, der er saaledes beskaffen, at man maae nødes til at udvælge Aaalepladserne uden for Figuren. Fig. 130. og 131.

§. 145.

Paa Papiir, at bringe Skikkelsen af en Figur paa Marken, som haver den Beskaffenhed, at man formedelt Skove, Bierae, &c. hverken inden eller uden for dens Omfæds kan søge tvende Pladser, hvor alle de udi Kanterne nedsatte Stave kan sees. Fig. 132. og 133.

§. 146.

Hvorledes man paa Papiir kan beskrive en Figur, som er lige stillet med en Figur paa Marken, der ligner et Cirkel-Stykke. Fig. 134 og 135.

§. 147.

Her læres hvorledes frumlinede Figurer paa Marken, udi deres rette Form og Skikkelse bringes paa Papiir. Tab. V. Fig. 136. og 137.

§. 148.

Hvorledes et heelt Amt eller Herred skal optages. Fig. 138. og 139.

§. 149.

Hvorledes man paa Marken kan beskrive en Triangel, af lige Skikkelse med en given Triangel paa Papiir. Fig. 140. og 141.

§. 150.

En almindelig Methode, hvorefter man paa Marken kan beskrive retlinede Figurer, som ere lige stilled med givne Figurer paa Papiir. Fig. 142. og 143.

Det

Det ottende Capitel.

Om Figurers Udmaaling.

Udi hvilket afhandles:

§. 151.

At man nodes til at antage en Figur til Figureres Maalestof; men det staaer i vores egen Magt, at udvælge hvilken vi vil. At en Kvadrat bliver den bekvemmeste Figur til de retlineede Figurers Maalestof; og en Cirkel findes best beqvem til at udmaale de krumlineede Figurer. At alle berømte Mathematici baade udi de ældre og nyere Tider bestandig have efterfulgt hinanden i at antage Kvadraten for en fælles Maalestof til alle Figurer, saavel de krumlineede, som de retlineede; hvorfra jeg i dette Tilfælde ikke haver gjort nogen Forandring. Da Længde-Maalet deles udi 10 lige store Dele, alletider giver Kvadrat-Maalet 100 Dele; og den Regning, som udfordres til Figurers Udmaaling, nødvendig maatte afvige fra den almindelige, naar Kvadrat-Maalets større og mindre Dele vare alle; sammen ligger Kvadrater, saa haver jeg vist paa hvad Maade Kvadrat-Maalet kan inddeles, at Parternes Størrelser i den Orden, som de følger efter hinanden, indeholdes ti gange udi hinanden, ligesom Tallene i vores almindelige Regning, fra den høyre Haand til den venstre. Tab. V. Fig. 144.

§. 152.

Hvorledes Delene udi Kvadrat Maalet betegnes; og hvad Tegn der skal gjøre Forskiel imellem Længde-Maal og Kvadrat-Maal.

§. 153.

Først fremsættes sex nyttige Lære Regler, som man ved Figurers Udmaaling i Almindelighed noye haver at iagttage, dernæst læres, hvorledes med Tegnene skal forholdes udi Additionen, Subtractionen, Multiplicationen, og Divisionen.

E

§. 154.

§. 154.

Hvorledes Kvadrat-Roden udbrages af et given Tal.

§. 155.

At Figurernes Udmaalning ikke udkræver virkelige Kvadrater og Rectangler til Maalestofke; thi enhver Figurs Indhold i Kvadrat-Maal udspringer naar nogle visse Linier udi Figuren multipliceres med hinanden: Derimod kan man ikke af Figurernes Omkredser vide Figurernes Størrelse imod hinanden.

§. 156.

Hvorledes en Kvadrat udmaales. Fig. 145.

§. 157.

Paa hvad Maade en Rectangel bliver udmaalet. Fig. 146.

§. 158.

Her fremsættes og bevises denne Lære-Regel: Naar en Rectangel og en Triangel haver en og den samme, eller lige store Grundlinier, og en og den samme perpendiculare Høyde, saa er Trianglen alletider halv saa stor, som Rectanglen. Tab. VI. Fig. 147.

§. 159.

At de Triangler, som staae paa en og den samme, eller lige store Grundlinier, og have en og den samme perpendiculare Høyde, ere lige store med hinanden. Fig. 147.

§. 160.

At de Parallelogrammer, som staae paa en og den samme, eller lige store Grundlinier, og have en og den samme perpendiculare Høyde, ere lige store. Fig. 147.

§. 161.

§. 161.

Her anføres tvende nyttige Lære-Regler, af hvilke den første lyder saaledes: Triangler og Parallelogrammer, som have en og den samme perpendicularare Høyde, forholde sig til hinanden, som deres Grundlinier. Den anden indeholder disse Ord: Triangler og Parallelogrammer, som have en og den samme, eller lige store Grundlinier, forholde sig til hinanden, som deres perpendicularare Høyder. Fig. 147.

§. 162.

Her er anført denne Lære-Regel: Alle de Triangler og Parallelogrammer, som staae imellem en og de samme parallelle Linier, forholde sig til hinanden, som deres Grundlinier; og de bemeldte Triangler og Parallelogrammer ere lige store, naar de staae paa en og den samme, eller lige store Grundlinier. Fig. 147.

§. 163.

Hvorledes en Rectangel kan forvandles i en Triangel; og en Triangel forvandles i en Rectangel. Fig. 148.

§. 164.

Først fremsættes en overmaade nyttig Lære-Regel, som lyder saaledes: Fire proportionale Linier, giver den Triangel, som haver den første Linie til Grundlinie, og den fjerde til perpendicular Høyde, lige Størrelse med den Triangel der haver den anden Linie til Grundlinie, og den tredie til perpendicular Høyde. Derefter læres, hvorledes man paa en given Linie kan beskrive en Triangel, af lige Størrelse med en given Triangel. Fig. 148.

§. 165.

Hvorledes man paa trende Maader kan finde en Triangels Indhold i Kvadrat-Maal. Fig. 147.

§. 166.

Svorkedes man kan finde Størrelsen af en Triangels Grundlinie og perpendiculare Højde, naar Trianglens Indhold i Kvadrat-Maal er bekendt. Item paa hvad Maade man finder Størrelsen af en Rectangels Længde og Bredde, naar Rectanglens Indhold er givet. Tab. V. Fig. 146. og Tab. VI. Fig. 147.

§. 167.

At finde Indholden i Kvadrat-Maal af et Parallelogramme. Fig. 149.

§. 168.

Her anføres tvende Metoder, som man kan bruge til at udmaale et Trapezium. Fig. 150.

§. 169.

At udmaale en regular retlined Figur paa tvende Maader. Fig. 151. og 152.

§. 170.

Her fremsættes trende Metoder til at finde Indholden i Kvadrat-Maal af enhver irregular retlined Figur. Fig. 153. 154. og 155.

§. 171.

At Forvandling og Udmaaling ere tvende Hoved-Dele udi Geometrien, som saaledes med hinanden ere forbundne, at Forvandling kan være til stor Nytte i Figurers Udmaaling; og Udmaaling igien til stor Nytte i Henseende til Figurers Forvandling. Fremdeles, at Figurerne's Udmaalinger i Almindelighed ere tvende Slags, nemlig arithmetiske, og geometriske: Iligemaade, at Figurerne's Forvandlinger i Almindelighed bliver tvende Slags, nemlig geometriske, og arithmetiske.

§. 172.

Her anføres denne Lære-Regel, at en Cirkel haver lige Størrelse med den Triangel, hvis Grundlinie er saa stor, som Cirkelns Omkreds, og perpendiculare Højde saa stor,

stor, som Cirkelns Radii; og dernæst læres, hvorledes en Cirkel paa tre Maader kan udmaales. Tab. II. Fig. 72. og Tab. VI. Fig. 152. og 157.

§. 173.

Hvorledes man kan finde Indholden i Kvadrat-Maal af et Cirkel-Skaar. Fig. 156.

§. 174.

Om at udmaale et Cirkel-Stykke. Fig. 156.

§. 175.

Efter at den Rere-Regel er fremsat, at en Cirkel-Ring haver lige Størrelse med en Rectangel, hvis Bredde er lige saa stor, som Cirkel-Ringens Bredde, og Længde saa stor, som den Omkreds der udi Ringen gaaer igiennem den Punkt, som deler Bredden i to lige store Dele, bliver det paa tre Maader lært, hvorledes man kan finde Indholden af en Cirkel-Ring. Fig. 157.

§. 176.

Om at udmaale en krumlined Figur der er saaledes indsluttet med Cirkel-Buer, at man udi den krumlinede Figur kan drage saadanne rette Linier, som kan indslutte en retlined Figur af lige Størrelse med den krumlinede. Fig. 158.

§. 177.

Hvorledes man kan finde Indholden i Kvadrat-Maal af en krumlined Figur, der er saaledes indsluttet med Cirkel-Buer, at de rette Linier, som i den krumlinede Figur bliver dragne, indslutter en retlined Figur, som udi Størrelse afviger fra den krumlinede. Fig. 159.

§. 178.

En almindelig Regel om alle krumlinede Figurers Udmaaling.



Det niende Capitel.

Om Figurers Deling.

Derudi læres:

§. 179.

At et Corpus bliver delet ved Planer; en Plan eller Figur, delet ved Linier; og en Linie, delet ved Punkter. Item, at baade Linier, Figurer, og Corpora kan deles i uendelige mange Dele. Tab. VII. Fig. 160.

§. 180.

At Figurers Deling paa Marken, kan i Almindelighed skee paa tvende Maader: Nemlig, enten at drage Linierne udt Figuren paa Marken, som kan adskille Delene fra hinanden, uden at beskrive Figurens Skikkelse paa Papiir; eller at forrette Delingen i en paa Papiir beskreven Figur, som er lige skiftet med den givne Figur paa Marken. Fremdeles, at Delingen, enten det er paa Marken, eller paa Papiir, kan i Almindelighed igien skee paa tvende Maader: Nemlig, enten geometrisk, eller arithmetisk. Videre, at Delingen, enten det er paa Marken, eller paa Papiir; enten det er geometrisk, eller arithmetisk, skeer i Almindelighed atter i tvende Tilfælde: Nemlig, enten naar en Figur skal deles i et vist Antal lige store Dele, eller naar Delene skal staae i en vis given Proportion.

§. 181.

Her læres, hvorledes en Triangel paa fem Maader kan deles i to lige store Dele. Fig. 161. 162. 163. 164. og 165.

§. 182.

Hvorledes en Triangel paa sex Maader kan deles i et vist Antal lige store Dele. Fig. 166. 167. 168. 169. 170. og 171.

§. 183.



§. 183.

Om at dele en Triangel i en vis given Proportion. Fig. 172.

§. 184.

Hvorledes man paa tre Maader, fra en Triangel kan affkiære et Stykke, som indbefatter en given Indhold i Kvadrat-Maal. Fig. 173. 174. og 175.

§. 185.

Paa fem Maader, at dele en Rectangel i to lige store Dele. Fig. 176.

§. 186.

Her læres, at dele en Rectangel i et vist Antal lige store Dele. Fig. 177.

§. 187.

Hvorledes en Rectangel kan deles i en vis given Proportion. Fig. 178.

§. 188.

At Quadrater, Rhomber, og Rhomboider, kan deles paa den selv samme Maade, som Rectangler.

§. 189.

Her fremsættes adskillige bequemme Maader, til at dele en regular Sexkant i 2, 3, 4, 6, og 12 lige store Dele. Fig. 179.

§. 190.

En almindelig Regel, hvorefter enhver regular retlined Figur kan deles i et vist Antal lige store Dele. Fig. 180.

§. 191.

Hvorledes et Trapezium kan deles i to lige store Dele. Fig. 181.

§. 192.

§. 192.

Her læres paa fem Maader at dele et Trapezium i et vist Antal lige store Dele. Tab. VIII. Fig. 182. 183. 184. 185. og 186.

§. 193.

Hvorledes et hvert Trapezium i Almindelighed, paa to Maader kan deles i en vis given Proportion. Fig. 187. og 188.

§. 194.

Her læres, hvorledes enhver irregular retlined Figur i Almindelighed, paa tvende Maader kan deles i et vist Antal lige store Dele. Tab. IX. Fig. 191. 192. og 193.

§. 195.

Hvorledes enhver irregular retlined Figur i Almindelighed, paa to Maader kan deles i en vis given Proportion. Fig. 194. 195. og 196.

§. 196.

Paa tvende Maader, at dele en Cirkel i et vist Antal lige store Dele. Tab. VIII. Fig. 189.

§. 197.

Hvorledes en Cirkel paa tvende Maader kan deles i en vis given Proportion. Fig. 189.

§. 198.

At dele et Cirkel-Skaar paa to Maader i et vist Antal lige store Dele. Tab. III. Fig. 99. og Tab. VIII. Fig. 189.

§. 199.

Hvorledes et Cirkel-Skaar paa to Maader kan deles i en vis given Proportion. Fig. 190.

§. 200.

En almindelig Regel om alle framlinede Figurers Deling.

Det



Det første Capitel.

De nødvendigste Forklaringer over Linier, Vinkler
og Figurer, som bør at vides udi
Land-Maaling.

§. 1.

En Punkt eller Prikke haver hverken Længde, Bredde, eller Tykkelse: det er: man maa forestille sig en Punkt saa overmaade liden og udelig, ligesom den ingen Dele havde.

§. 2.

En Linie betegnes med tvende Bogstaver saaledes, at der kommer et ved hver Ende; og samme Bogstaver nævnes, naar man taler om Linien: som for Exempel, om der ved den ene Ende af en Linie staaer a, og ved den anden Ende b, saa kaldes samme Linie a b; og hver gang man da siger Linien a b, menes den Linie, som ligger imellem de bemeldte tvende Bogstaver.

§.

§. 3.

§. 3.

Naar en Punkt bevæges fra et Sted til det andet, beskriver den en Linie: da nu Punkten haver hverken Længde, Bredde, eller Tykkelse (§. 1.); saa følger for det første, at en Linie haver allene Længde, og ingen Bredde eller Tykkelse; og for det andet, at Enderne af en Linie, ere Punkter. Gaaer Punkten den nærmeste Vey imellem de tvende Steder a og b (Tab. I. Fig. 1.), beskriver den en ret Linie; men gaaer den omkring udi Bugter, udkommer en krum Linie (Fig. 2.), eller og en kroget Linie (Fig. 3.).

§. 4.

Naar en ret Linie staaer gandske lige oprenst paa en anden ret Linie, og ikke hælder til nogen af Siderne, kaldes man den oprenste, en Perpendicular-linie. Altsaa bliver c d (Fig. 4.) kaldet en Perpendicularlinie, i Henseende til a b.

§. 5.

Derfor tvende rette Linier a b og c d (Fig. 5.) ligger saaledes, at der er overalt lige stor Bide, eller lige stor perpendicular Distance imellem dem, kaldes samme Parallellinier, hvilke aldrig samles hvor langt de end uddrages, men beholder steds en og den samme Bide imellem dem. Krumme Linier a b og c d (Fig. 6.), og krogede Linier (Fig. 7.), ere ligeledes parallelle med hinanden, naar de haver overalt lige stor perpendicular Distance imellem dem.

§. 6.

Ligesom en Linie beskrives formedelst Bevægelsen af en Punkt (§. 3.), bliver en Plan eller Figur beskrevet, naar en Linie bevæges fra et Sted til det andet: heraf følger, at en Plan haver allene Længde og Bredde, men ingen Tykkelse; thi eftersom en Linie haver allene Længde, foruden nogen Bredde og Tykkelse (§. 3.), kan Planen ikke bekomme andet end Længde og Bredde: antager

antager man Liniens Længde, til at være Planens Længde, bekommer Planen sin Bredde ved Liniens Bevægelse; men dersom Liniens Længde skal give os Planens Bredde, giver Liniens Bevægelse, Planen sin Længde.

§. 7.

Naar en ret Linie a b (Fig. 8.) bevæger sig saa længe omkring den ene Ende a (som imidlertid bliver ubevæget), indtil den igien kommer til det Sted, hvor den begyndte at bevæges, beskriver Linien a b, en Figur, som kaldes en Cirkel, den Punkt a, omkring hvilken Linien bevæges, kaldes Cirkelens Middelpunkt; men den anden Ende b af Linien, beskriver en krum Linie b c e h f d g b, som indslutter Cirklen: samme krumme Linie, som er overalt lige langt fra Cirkelens Middelpunkt a, kaldes Cirkelens Omkreds. Drager man udi Cirklen en ret Linie saaledes, at den gaaer igiennem Middelpunkten a, saasom c d og e g, kaldes samme Cirkelens Middellinie, fordi den deler baade Omkredsen og Cirklen udi tvende lige store Dele; men en anden ret Linie e f, som ikke gaaer igiennem Middelpunkten a, kaldes en Streng; og alle de rette Linier a b, a c, a e, a d, &c., som gaaer fra Middelpunkten a, til Cirkelens Omkreds, kaldes Radier, af hvilke enhver i sær er halv saa stor, som en af Middellinierne. Eftersom alle Punkter udi Cirkelens Omkreds ere lige langt fra Middelpunkten, saa følger at alle Middellinierne udi en og den samme Cirkel, have lige Størrelse med hinanden, og ligeledes alle Radierne. Et hvert Stykke af Omkredsen, saasom e c, c b, b g, &c., enten det er stort eller lidet, kaldes en Cirkel-Bue; den Deel af Cirklen, som er indsluttet med en Cirkel-Bue e h f og en Streng e f, kaldes et Cirkel-Stykke; og det er en halv Cirkel, som indsluttes med Middellinien c d, og den halve Omkreds c e h f d; men det kaldes et Cirkel-Skaar, som er indsluttet med tvende Radier og en Cirkel-Bue: saasom den Deel e a c af Cirklen, som er indsluttet med de tvende Radier a c og a e,

og Cirkel-Buen $e c$; item den Part $e a b$ af Cirklen, som er indsluttet med de tvende Radier $a c$ og $a b$, og Cirkel-Buen $e b$, *ic.* Omkredsen af enhver Cirkel, enten den er stor eller liden, deles udi 360 lige store Dele, som kaldes Grader; enhver Grad deles udi 60 lige store Dele, hvilke kaldes Minuter; enhver Minut deles atter udi 60 lige store Dele, som kaldes Secunder, og saa videre. For Rortheds Skyld betegnes Grader saaledes $^{\circ}$, Minuter saaledes $'$, og Secunder med dette Tegn $''$: som for Exempel 48 Grader 34 Minuter og 16 Secunder, skrives saaledes, $48^{\circ} 34' 16''$. Efterfom nu den hele Omkreds af en Cirkel indeholder 360° , haver den halve Omkreds 180° , den tredie Deel af Omkredsen 120° , den fjerde Deel 90° , den femte Deel 72° , den siette Deel 60° , og saa fremdeles.

§. 8.

Naar tvende rette Linier $a b$ og $a d$ (Fig. 9.) støder tilfammen med den ene Ende udi en Punkt a , gjøre de en Vinkel med hinanden; og Punkten a , udi hvilken de støder tilfammen, kaldes Vinklens Spids. En Vinkel betegnes med treende Bogstaver saaledes, at det ene sættes ved Vinklens Spids, og de tvende andre ved Enderne af Linierne; det Bogstav, som staaer ved Vinklens Spids, nævnes alletider midt imellem de tvende andre: saasom den Vinkel, som de tvende Linier $a b$ og $a d$ gjøre med hinanden, kaldes Vinklen $d a b$, eller Vinklen $b a d$. Naar den ene Linie $e a$, staaer perpendicular paa den anden $a b$, kaldes Vinklen $e a b$, en ret Vinkel; falder den ene Linie $e a$, uden for Perpendicularlinien $e a$, kaldes Vinklen $e a b$, en stumpet Vinkel; men dersom Linien $d a$ falder inden for Perpendicularlinien $e a$, kaldes Vinklen $d a b$, en spids Vinkel. Naar man til Spidsen af en Vinkel beskriver en Cirkel-Bue af hvad Størrelse man behager, imellem de tvende Linier, som gjøre Vinklen, saa er samme Cirkel-Bue, Vinklens Maal; thi saa mange Grader

Grader og Minuter, som Cirkel-Buen indeholder, saa mange Grader og Minuter er og Vinklens Størrelse: beskriver man da til Punkten a den Cirkel k f g h m k, saa er Cirkel-Buen g h, Maalet paa Vinklen d a b; Cirkel-Buen f g h, Maalet paa Vinklen c a b; og Cirkel-Buen k f g h, Maalet paa Vinklen e a b. Eftersom Cirkel-Buen k f g h, er større end Cirkel-Buen f g h, Cirkel-Buen g h mindre end Cirkel-Buen f g h, og Cirkel-Buen f g h er den fjerde Deel af den hele Omkreds k f g h m k; saa følger for det første, at alle rette Vinkler indeholder 90° , og for det andet, at en stumpet Vinkel er større end en ret Vinkel, men en spids Vinkel, mindre end en ret Vinkel; altsaa er Maalet paa en stumpet Vinkel, alletider større end 90° , og Maalet paa en spids Vinkel, alletider mindre end 90° . Vinklers Størrelse anses altsaa efter den Nabning, som er imellem Linierne, og ikke efter Liniernes Længde; thi om de tvende rette Linier a b og a d bleve længere uddragne, blev dog Vinklen d a b ikke større end den er, men beholdte den samme Cirkel-Bue g h til sit Maal, som den nu haver. Naar de tvende Linier, som gjøre en Vinkel med hinanden, ere begge rette, kaldes den, en ret-lined Vinkel; ere begge Linierne krumme, heder den, en krumlined Vinkel; men dersom den ene Linie er ret og den anden krum, kaldes den, en blandet-lined Vinkel.

§. 9.

Man maa i det mindste have tre rette Linier til at indslutte et Rum; thi tvende rette Linier kan ikke indslutte noget Rum. Det Rum, som er indsluttet med tre rette Linier, kaldes en Triangel. Triangler ere trende Slags i Henseende til deres Sider, og trende Slags i Henseende til deres Vinkler: i Henseende til Siderne, kaldes de ligesidede, ligebenede, og uligesidede Triangler; og i Henseende til Vinklerne, da ere der retvinklede, stumpvinklede, og spidsvinklede Triangler.

§. 10.

Enhver retlinet Plan haver allestider lige saa mange Kanter, som den haver Sider: man betegner en retlinet Plan med Bogstaver saaledes, at der sættes et Bogstav ved hver Kant; altsaa følger, at en Triangel haver treende Kanter, og bør at betegnes med treende Bogstaver.

§. 11.

En ligesidet Triangel, er den hvis treende Sider have alle lige Størrelse med hinanden. Saasom $a b c$ (Fig. 12.) kaldes en ligesidet Triangel, fordi dens treende Sider $a b$, $b c$, og $c a$ have lige Størrelse med hinanden.

§. 12.

En ligebenet Triangel, er den, som haver ifkun tvende lige store Sider. Saasom $a b c$ (Fig. 10.) kaldes en ligebenet Triangel, fordi dens tvende Sider $a b$ og $a c$ ere lige store.

§. 13.

En uligesidet Triangel, er den hvis treende Sider ere af ulige Størrelse med hinanden. Saasom $a b c$ (Fig. 11.) kaldes en uligesidet Triangel, fordi dens Sider $a b$, $b c$, og $c a$, ere alle af ulige Størrelse.

§. 14.

En retvinkelt Triangel, er den, som haver en ret Vinkel. Saasom Trianglen $a b c$ (Fig. 11.) kaldes en retvinkelt Triangel, fordi den haver en ret Vinkel $a b c$.

§. 15.

En stumpvinkelt Triangel, kaldes den Triangel, som haver en stumpet Vinkel. Saasom Trianglen $a b c$ (Fig. 10.), fordi den haver en stumpet Vinkel $b a c$.

§. 16.

§. 16.

En spidsvinkelt Triangel, er den, som haver treende spidse Vinkler. Saaſom Trianglen $a b c$ (Fig. 12.) kaldes en spidsvinkelt Triangel, fordi dens Vinkler $a b c$, $b c a$ og $c a b$ ere alle spidse.

§. 17.

Naar man fra den ene Kant a udi en Triangel (Fig. 10.) drager en ret Linie $a d$, som ſtaaer perpendicular paa den imod ſamme ſtaaende Side $b c$, falder man Siden $b c$, Triangelens Grundlinie, og Perpendicularlinien $a d$, Triangelens Høyde.

§. 18.

I Almindelighed forſtaaes dette om alle Figurer, at naar man udi en Figur antager en af Siderne for at være en Grundlinie, og fra den Kant udi Figuren, ſom er længſt fra den bemeldte Side, lader falde en Perpendicularlinie paa Grundlinien, bliver ſamme Perpendicularlinie, Figurens Høyde.

§. 19.

Udi en retvinkelt Triangel $b a c$ (Fig. 11.), kaldes den Side $a c$, ſom ſtaaer imod den rette Vinkel $a b c$, Hypothenuſa, og de tvende øvrige Linier $a b$ og $b c$, ſom gjøre den rette Vinkel, kaldes Benene.

§. 20.

Udi enhver Triangel ere Vinklerne tilſammentagne ſaa ſtore, ſom tvende rette Vinkler; thi naar man udi en Triangel $a b c$ (Fig. 13.) med en og den ſamme Paſſer-Åbning til enhver i ſær af Kanterne a , b , og c , beſkriver Cirkel-Buer $d e$, $f g$ og $k h$, imellem Triangelens Sider, og derefter med den ſamme Åbning beſkriver en halv Cirkel $k h m$, ſaa befinder man at de treende Cirkel-Buer $d e$, $f g$ og $k h$ tilſammentagne, ere juſt lige ſaa ſtore, ſom Omkredſen af den halve Cirkel $k h m$: da nu Cirkel-Buerne $d e$, $f g$ og $k h$ tilſammen

tilsammentagne, ere Vinklernes Maal udi Trianglen (§. 8.), saa følger, at de trende Vinkler tilsammentagne udi Trianglen $a b c$ haver Omkredsen af den halve Cirkel $k h m$ til deres Maal; og da den halve Cirkel $k h m$ (§. 7.) indeholder 180° , følger at de trende Vinkler tilsammentagne udi Trianglen, ligesledes indeholder 180° , hvilket er lige saa meget, som tvende rette Vinkler, fordi Maalet paa en ret Vinkel er 90° (§. 8.).

§. 21.

Efterdi da de trende Vinkler tilsammentagne udi enhver Triangel, haver lige Størrelse med tvende rette Vinkler (§. 20.), saa følger for det første, at enhver i sær af de trende spidse Vinkler udi en ligesidet Triangel $a b c$ (Fig. 12.) er saa stor, som den tredie Deel af tvende rette Vinkler, det er 60° , fordi Vinklerne udi den bemeldte Triangel, ere alle af lige Størrelse med hinanden; for det andet, at naar Maalet paa tvende Vinkler tilsammentagne udi en Triangel, subtraheres fra 180° , bliver det Overblevne Maalet paa den tredie Vinkel, udi samme Triangel; for det tredie, at de tvende spidse Vinkler $a c b$ og $b a c$ udi en retvinkelt Triangel (Fig. 11.), ere tilsammentagne saa store, som en ret Vinkel; for det fjerde, at de tvende spidse Vinkler $a b c$ og $a c b$ udi en stumpvinkelt Triangel (Fig. 10.) ere tilsammentagne mindre end en ret Vinkel; for det femte, at naar Størrelsen af den ene spidse Vinkel $a c b$ udi en retvinkelt Triangel (Fig. 11.) subtraheres fra 90° , bliver det Overblevne, Størrelsen af den anden spidse Vinkel $b a c$; for det siette, at Størrelsen af den Vinkel, som de tvende lige store rette Linier $a b$ og $a c$ gjøre med hinanden udi en ligebenet Triangel (Fig. 10.), subtraheret fra 180° , og det Overblevne delet udi tvende lige store Dele, giver os Størrelsen paa enhver i sær af de tvende spidse Vinkler $a b c$ og $a c b$, udi samme Triangel, fordi de bemeldte Vinkler $a b c$ og $a c b$ ere af lige Størrelse med hinanden, saasom de

staaer

staaer imod de tvende lige store Sider $a c$ og $a b$; og for det syvende, at naar en retvinkelt Triangel er ligebenet, indeholder enhver i sær af de tvende spidse Vinkler udi samme Triangel, 45° .

§. 22.

Fra de retlinede firekantede Figurer vil vi nu vende os, og betragte de retlinede Planer, som haver fire Kanter: bemeldte firekantede Figurer ere sex Slags; thi en firekantet Plan er enten en Kvadrat, eller en Rectangel, eller en Rhombus, eller en Rhomboides, eller en Trapezium, eller og en Trapezoides.

§. 23.

En Kvadrat, er en firekantet Figur $a b c d$ (Fig. 14.), som haver alle fire Sider af lige Størrelse med hinanden, og udi hvilken, enhver i sær af dens fire Vinkler, er en ret Vinkel.

§. 24.

En Rectangel, er en firekantet Figur $a b c d$ (Fig. 15.), udi hvilken enhver i sær af dens fire Vinkler, er en ret Vinkel, men dens fire Sider ere ikke alle lige store; thi de tvende lige imod hinanden staaende Sider $a d$ og $b c$ ere lange, og de tvende andre $a b$ og $d c$ korte.

§. 25.

En Rhombus, er en firekantet Figur $a b c d$ (Fig. 16.), som haver alle fire Sider lige store med hinanden, men ingen rette Vinkler; thi de tvende imod hinanden staaende Vinkler $a b c$ og $a d c$ ere spidse, og de andre imod hinanden staaende Vinkler $b a d$ og $b c d$ ere stumpede.

§. 26.

En Rhomboides, er en firekantet Figur $a b c d$ (Fig. 19.), som hverken haver alle fire Sider lige store, eller nogen ret Vinkel: hvad Siderne angaaer,

34 Det I. Capitel. De nødvendige Forklaringer over Linier,

da ere de tvende $a d$ og $b c$ lange og de andre to $a b$ og $d c$ korte; og hvad Vinklerne anbelanger, da ere de to Vinkler $b a d$ og $b c d$ stumpede, og de andre to $a b c$ og $a d c$ spidse.

§. 27.

Disse omtalte fire Slags firekantede Figurer, haver dette tilfælles med hinanden, at udi enhver i sær ere for det første, de lige imod hinanden staaende Linier lige store og parallelle med hinanden; og for det andet, ere de imod hinanden staaende Vinkler ligeledes af en og den samme Størrelse.

§. 28.

En Trapezium, er en firekantet Figur $a b d c$ (Fig. 17.), som haver iffun tvende imod hinanden staaende Sider $a c$ og $b d$ parallelle.

§. 29.

En Trapezoides, er en firekantet Figur $a b c d$ (Fig. 18.), som haver ingen af Siderne parallelle med hinanden.

§. 30.

Et Parallelogramme, er en firekantet Figur $a b c d$ (Fig. 19.), som haver de imod hinanden staaende Sider parallelle med hinanden: nemlig $a d$ parallel med $b c$, og $a b$ parallel med $d c$. Da nu en Kvadrat, en Rectangel, en Rhombus, og en Rhomboides, haver de imod hinanden staaende Sider parallelle med hinanden (§. 27.), kan enhver i sær af disse fire Slags Figurer, kaldes et Parallelogramme; men en Trapezium, og en Trapezoides kan ikke fortiene dette Navn, saasom en Trapezoides (§. 29.) haver ingen af Siderne parallelle med hinanden, og en Trapezium (§. 28.) haver iffun tvende parallelle Sider. Naar man udi et Parallelogramme $a b c d$ (Fig. 19.) sammensøger de tvende lige imod hinanden staaende Kanter a og c med en ret Linie $a c$, kaldes samme en Diagonallinie, hvilken deler Parallelogrammet udi tvende lige store Dele.

§. 31.

§. 31.

Efterat jeg her nu kortelig haver anført de nødvendigste Forklaringer over trekantede og firekantede Figurer, bør her og tales noget om de Figurer, som haver flere end fire Kanter, hvilke kaldes Polygoner; men førend jeg gaaer videre, vil jeg kortelig melde noget om Figurers Inddeling udi adskillige Classer. Det yderste Omtræk eller Omførb af et Legeme, bør at ansees, som det der allene haver Længde og Bredde; men ingen Tykkelse: da nu en Plan eller Figur haver ikkun Længde og Bredde, men ingen Tykkelse (§. 6.), er en Plan ikke andet end det yderste Omførb af et Legeme. I Almindelighed ere der tvende Slags Legemer i Henseende til Skikkelsen, nemlig de, som haver frumme, og de, som haver flade Omførb: altsaa følger, at Figurer ere i Almindelighed tvende Slags, nemlig flade og frumme. En flad Figur er den, som ligger gandske jevn og slet imellem de Linier, som indslutter den, saa at alle de Linier, som drages udi samme for at være rette Linier, ere og lutter rette Linier; men udi en frum Figur kan ikke ligge nogen ret Linie efter Krumheden.

§. 32.

De flade Figurer kan man inddele udi trende Classer: nemlig retlinede Figurer bør at høre til den første Classe; frumlinede Figurer til den anden, og blandetlinede Figurer til den tredje.

§. 33.

En retlined Figur, kaldes den, som er indsluttet med lutter rette Linier. En frumlined Figur, kaldes den, som er indsluttet med lutter frumme Linier, saasom a b c d (Fig. 22.), og k m n o (Fig. 23.). En blandetlined Figur, kaldes den, som er indsluttet baade med rette og frumme Linier, saasom a b c d (Fig. 24.), og e f g h (Fig. 25.).

§. 34.

De retlinede Figurer ere i Særdeleshed tvende Slags, nemlig regulare, og irregulare. En regular retlined Figur, er den, som er indsluttet med lige store Sider, og haver lige store Vinkler: saasom $a b c d e f$ og $g h k m n p$ (Fig. 20.). En irregular retlined Figur, er den, som enten haver Siderne, eller Vinklerne af ulige Størrelse med hinanden, eller og baade Sider og Vinkler af ulige Størrelse: saasom $a b c d e$ og $f g h k m$ (Fig. 21.).

§. 35.

Iblandt adskillige Fortrin, som en regular Figur, haver frem for en irregular, kan man anføre saavel de regulare Figurers Indskrivelse udi Cirkler, som deres Beskrivelse omkring Cirkler. Naar en regular retlined Figur $a b c d e f$ (Fig. 20.) er saaledes indskrevet udi en Cirkel, at alle Kanterne $a, b, c, \text{ic.}$ ligger udi Cirkelns Omkreds, bliver Omkredsen af Cirklen, derved delet udi lige saa mange lige store Cirkel-Buer, som Figuren haver Kanter; og Cirkelns Middelpunkt o , bliver tillige en Middelpunkt udi den regulare retlinede Figur: fremdeles naar man fra Middelpunkten o , til alle Kanterne $a, b, c, \text{ic.}$ udi Figuren, drager rette Linier $o a, o b, o c, \text{ic.}$, bliver Figuren $a b c d e f$ derved delet udi lige saa mange lige store ligebenede Triangler $a b o, b c o, c d o, \text{ic.}$, som Figuren haver Sider; og Cirklen bliver ved samme Linier delet udi lige saa mange lige store Cirkel-Skaarer $a o b, b o c, c o d, \text{ic.}$, hvilket ikke kan skee med nogen irregular Figur. Tilgemaade kan en regular retlined Figur $g h k m n p$ (Fig. 20.) saaledes beskrives omkring en Cirkel $q r s t u v$, at de Punkter, $q, r, s, \text{ic.}$, som deler Siderne $g h, h k, k m, \text{ic.}$ udi tvende lige store Dele, kommer alle til at ligge udi Cirkelns Omkreds, hvilket ey heller kan lade sig gjøre med nogen irregular Figur. En Cirkel siges altsaa at være beskrevet omkring en regular Figur $a b c d e f$ (Fig. 20.), naar Omkredsen

Fredsen af Cirklen gaaer igiennem alle Kanterne af Figuren; og en Cirkel $q r s t u v$ siges at være indskreven udi en regular retlined Figur $g h k m n p$, naar Cirkelns Omkreds gaaer igiennem alle de Punkter q, r, s, t, u, v , som deler Siderne $g h, h k, k m, m n$ udi tvende lige store Dele.

§. 36.

Bed enhver Figur haver man fire Hoved-Stykker at betragte: nemlig først Størrelsen af det Rum, som Linierne indslutter; for det andet Størrelsen af Linierne, som indslutter Rummet; for det tredie Størrelsen af Vinklerne, som Linierne gjøre med hinanden; og for det fjerde Liniernes Forhold til hinanden.

§. 37.

Tvende retlinede Figurer siges at være lige stikkede med hinanden, naar enhver i sær af alle Vinklerne udi den ene Figur, haver lige Størrelse med de til samme svarende Vinkler udi den anden; og Siderne, som gjøre lige store Vinkler med hinanden, ere proportionale. Som for Exempel, de tvende retlinede Figurer $a b c d e$ og $f g h k m$ (Fig. 21.) ere lige stikkede med hinanden, fordi enhver i sær af alle Vinklerne udi Figuren $a b c d e$, haver lige Størrelse med enhver i sær af alle Vinklerne udi Figuren $f g h k m$, nemlig Vinklen $a b c$, er lige saa stor, som Vinklen $f g h$, Vinklen $b c d$, lige saa stor, som Vinklen $g h k$, Vinklen $c d e$, lige saa stor, som Vinklen $h k m$, Vinklen $d e a$, lige saa stor, som Vinklen $k m f$, og Vinklen $e a b$, lige saa stor, som Vinklen $m f g$; og Siderne, som gjøre de bemeldte lige store Vinkler, ere proportionale, eller have en og den samme Forhold til hinanden, saa at $b c$ haver samme Forhold til $c d$, som $g h$ til $h k$, det er, $b c$ er lige saa mange gange større end $c d$, som $g h$ er større end $h k$, $c d$ lige saa mange gange mindre end $d e$, som $h k$ er mindre end $k m$, og saa fremdeles.

Dersom tvende krumlinede Figurer $a b g h c d f e$ (Fig. 22.) og $k m r s n o q p$ (Fig. 23.) skal være lige stikkede med hinanden, saa udkræves for det første, at de tvende retlinede Figurer $a b c d$ og $k m n o$, som udkommer naar alle Kanterne udi de krumlinede Figurer sammenføyes med rette Linier, skal være lige stikkede med hinanden, hvortil udfordres de forbeholdte anførte Stykker (§. 37.); for det andet, at lige saa mange krumme Linier, som gaaer ind udi den ene retlinede Figur, skal og paa de til samme svarende Steder gaae ind udi den anden, og lige saa mange krumme Linier, som gaaer uden for den ene retlinede Figur, skal og paa de til samme svarende Steder gaae uden for den anden: som for Exempel, efterfom den rette Linie $a d$, udi den retlinede Figur $a b c d$, svarer til den rette Linie $k o$, udi den retlinede Figur $k m n o$, og de tvende Buer $a e$ og $e f$ gaaer uden for den rette Linie $a d$, bør de tvende krumme Linier $k p$ og $p q$ udi den anden krumlinede Figur, ligeledes gaae uden for den rette Linie $k o$, og ligesom den krumme Linie $f d$, gaaer inden for den rette Linie $a d$, skal og den krumme Linie $q o$ gaae inden for den rette Linie $k o$, &c.; for det tredie, at dersom nogen af de rette Linier, som sammenføyer Kanterne udi den ene krumlinede Figur, ligger udi en lige Linie med hinanden, saasom de trende rette Linier $a e$, $e f$, og $f d$ (Fig. 22.), skal den hele sammensatte Linie $a d$, være lige saa mange gange større end enhver i sær af Stykkerne $a e$, $e f$, $f d$, som den hele sammensatte Linie $k o$ (Fig. 23.) er større end enhver i sær af Stykkerne $k p$, $p q$, og $q o$, det er, $a d$ skal være lige saa mange gange større end $a e$ (Fig. 22.), som $k o$ er større end $k p$ (Fig. 23.), $a d$ lige saa mange gange større end $e f$, som $k o$ er større end $p q$, og $a d$ lige saa mange gange større end $f d$, som $k o$ er større end $q o$; og for det fjerde, skal Krumheden af enhver i sær af alle Buerne, som indslutter den ene

ene krumlinede Figur, have lige Størrelse med Krumheden af enhver i sær af de til samme svarende Buer udi den anden, det er, Buen a e (Fig. 22.) skal have lige saa stor en Krumhed, som Buen k p (Fig. 23), Buen e f lige saa stor en Krumhed, som Buen p q, Buen f d lige saa stor en Krumhed, som Buen q o, &c.

§. 39.

Naar tvende blandetlinede Figurer a b c d (Fig. 24.) og e f g h (Fig. 25.) skal være lige skiftede med hinanden, udtræves de selv samme Stykker, som nu nylig blev meldt (§. 38.).

§. 40.

Tvende Figurer siges at have lige Størrelse med hinanden, naar de Rum, som Linierne indslutter, ere lige store. Saaom Kvadraten a b c d (Fig. 26.) og Rectanglen e f g h (Fig. 27.); thi naar enhver i sær af Kvadratens Sider deles udi fire lige store Dele, og de lige over for hinanden staaende Punkter sammensøyes med rette Linier, bliver den hele Kvadrat a b c d derved delet udi 16 smaae Quadrater, som have alle lige Størrelse med hinanden; og lige saa mange smaae Quadrater af samme Størrelse indbefatter Rectanglen e f g h naar enhver i sær af dens korte Sider e h og f g ere halv saa store, som en af Kvadratens Sider, og enhver i sær af de lange Sider e f og h g ere dobbelt saa store, som en af Kvadratens Sider; hvilket de benævnte tvende Figurer udviser.

§. 41.

Naar tvende Figurer ere saaledes beskafne at alle Sider og Kanter af den ene Figur, falder lige udi alle Sider og Kanter af den anden, naar de benævnte Figurer legges oven paa hinanden, siges samme Figurer baade at være lige skiftede og lige store med hinanden, fordi de udi alle Ting kommer gandske

overeens

overeens med hinanden. Altsaa siges de tvende Figurer $a b d c$ (Fig. 17.) og $e f g h$ (Fig. 28.) baade at være lige store og lige skiftede med hinanden; thi Linien $b d$ (Fig. 17.), er lige saa stor, som Linien $f g$ (Fig. 28.), Linien $a b$, lige saa stor, som Linien $e f$, Linien $a c$, lige saa stor, som Linien $e h$, og Vinten $c d$, lige saa stor, som Linien $h g$; fremdeles er Vinklen $a b d$ (Fig. 17.) lige saa stor, som Vinklen $e f g$ (Fig. 28.), Vinklen $b d c$, lige saa stor, som Vinklen $f g h$, Vinklen $d c a$, lige saa stor, som Vinklen $g h e$, og Vinklen $c a b$, lige saa stor, som Vinklen $h e f$: da nu enhver i sær af alle Linierne og Vinklerne udi Figuren $a b d c$, haver lige Størrelse med enhver i sær af de dertil svarende Linier og Vinkler udi Figuren $e f g h$, saa følger, at dersom Linien $b d$ bliver saaledes lagt paa Linien $f g$, at Punkten b falder lige udi Punkten f , og den rette Linie $a b$, lige udi den rette Linie $e f$, skal og alle de øvrige Linier og Kanter af Figuren $a b d c$, falde lige udi alle de øvrige Linier og Kanter af Figuren $e f g h$; og altsaa ere de tvende Figurer $a b d c$ (Fig. 17.) og $e f g h$ (Fig. 28.) baade lige store og lige skiftede med hinanden.

§. 42.

Iblandt de regulære retlinede Figurer, ere alle de lige skiftede med hinanden, som have lige mange Kanter. Altsaa ere alle regulære retlinede femkantede Figurer lige skiftede med hinanden; alle regulære retlinede sexkantede Figurer, lige skiftede med hinanden, saasom de tvende sexkantede Figurer $a b c d e f$ og $g h k m n p$ (Fig. 20.); alle regulære retlinede Syvkanter, lige skiftede med hinanden; alle regulære retlinede Ottokanter, lige skiftede med hinanden; og saa fremdeles.

§. 43.

Udi en regulær retlined Figur, saasom $a b c d e f$ (Fig. 20.), kaldes Vinklerne $a o b$, $b o c$, $c o d$, x . omkring Middelpunkten o , Middelpunkts-Vinkler.

Vinkler. Da nu de bemeldte Middelpunkts-Vinkler haver Cirkel-Buerne $a b$, $b c$, $c d$, rc. til deres Maal (§. 8.), og disse have alle lige Størrelse med hinanden (§. 35.); saa følger at alle Middelpunkts-Vinklerne udi en og den samme regulære retlinede Figur, ere lige store med hinanden. Man finder altsaa Størrelsen paa enhver i sær af Middelpunkts-Vinklerne udi en og den samme regulære Figur, naar den hele Omkreds af en Cirkel, som indeholder 360° , divideres med Antallet af Figurens Kanter; nemlig udi en Femkant, med 5, udi en Sexkant, med 6, udi en Syvkant, med 7, og saa videre: altsaa indbefatter da enhver i sær af Middelpunkts-Vinklerne udi en regular Femkant, 72° ; enhver i sær af Middelpunkts-Vinklerne udi en regular Sexkant, 60° ; enhver i sær af Middelpunkts-Vinklerne udi en regular Ottokant, 45° ; og saa fremdeles.

§. 44.

Udi en regular retlined Figur, saasom $a b c d e f$ (Fig. 20.) kaldes de Vinkler $a b c$, $b c d$, $c d e$, rc. som Siderne $a b$, $b c$, $c d$, rc. gjøre med hinanden, Polygon-Vinkler. Man finder Størrelsen paa enhver i sær af Polygon-Vinklerne, naar Størrelsen paa en af Middelpunkts-Vinklerne udi samme Figur, subtraheres fra 180° : altsaa indeholder enhver i sær af Polygon-Vinklerne udi en regular Femkant, 108° ; enhver i sær af Polygon-Vinklerne udi en regular Sexkant, 120° ; enhver i sær af Polygon-Vinklerne udi en regular Ottokant, 135° , og saa fremdeles.

§. 45.

Alle Polygon-Vinklerne tilsammentagne udi en retlined Figur have lige Størrelse med det, som bliver tilovers naar 360° eller fire rette Vinkler, subtraheres fra dobbelt saa mange rette Vinkler, som Figuren haver Kanter; thi naar man udi en retlined Figur $a b c d e$ (Fig. 21.) antager en Punkt n

§

efter

efter Behag, og fra samme Punkt n drager rette Linier na , nb , nc , nd og ne til alle Kanterne af Figuren, bliver den hele Figur derved inddelt udi lige saa mange Triangler, som den haver Kanter: da nu Vinklerne tilsammentagne udi enhver Triangel, haver lige Størrelse med tvende rette Vinkler (§. 20.), saa følger at alle Vinklerne tilsammentagne udi Trianglerne abn , bcn , cnd , dne og ean , haver lige Størrelse med dobbelt saa mange rette Vinkler, som her ere Triangler; men da denne Summa overgaaer Størrelsen af alle Polygon-Vinklerne abc , bcd , cde , dea og eab tilsammentagne, lige saa meget, som alle Vinklerne anb , bnc , cnd , &c. tilsammentagne omkring Punkten n , indbefatter, og disse have alletider den hele Omkreds af en Cirkel til deres Maal, saa følger, at 360° subtraherende fra dobbelt saa mange rette Vinkler, som en retlinet Figur haver Kanter, giver Størrelsen af alle Polygon-Vinklerne tilsammentagne udi samme Figur. Altsaa indbefatter alle Polygon-Vinklerne tilsammentagne udi en retlinet Femkant, 540° ; udi en Seskant, 720° ; udi en Syvkant 900° , og saa videre.

§. 46.

Da nu alle retlinede Figurer, som haver lige mange Kanter, bliver paa den bemeldte Maade alle deelte udi lige mange Triangler; og den anførte Læres Regel (§. 45.) anbelangende Størrelsen af alle Polygon-Vinklerne tilsammentagne udi en retlinet Figur, grundes paa Antallet af Trianglerne udi samme Figur; saa følger, at Størrelsen af alle Polygon-Vinklerne tilsammentagne udi de Figurer, som have lige mange Kanter, er bestandig lige stor, i hvad Skikkelse de end haver, enten de ere regulære, eller irregulære.

§. 47.

Man finder altsaa Størrelsen af en ubekendt Vinkel, udi enhver retlinet Figur, naar Størrelsen af alle de øvrige Vinkler tilsammentagne, udi Figuren,

Figuren, subtraheres fra den bekiendte Størrelse af alle Polygon-Vinklerne tilsammentagne, udi samme Figur: nemlig udi en retlined Femkant, subtraheres Størrelsen af de fire bekiendte Vinkler tilsammentagne, fra 540° ; udi en Sექant, subtraheres Størrelsen af de fem Vinkler tilsammentagne, fra 720° ; udi en Syvkant, subtraheres Størrelsen af de sex Vinkler tilsammentagne, fra 900° , og saa videre. Som for Exempel, dersom de fire Vinkler tilsammentagne udi en femkantet Figur, indeholder 459° , subtraheres samme fra 540° , saa udkommer Størrelsen af den femte Vinkel, udi den bemeldte Femkant, med 81° ; indbefatter de fem Vinkler tilsammentagne udi en Sექant, 677° , subtraheres samme fra 720° , saa bliver der igien 43° , hvilket er Størrelsen af den siette Vinkel udi Sექanten; dersom Størrelsen af sex Vinkler tilsammentagne, udi en retlined Syvkant, indeholder 850° , drages samme fra 900° , saa bliver der tilbage 50° , som er Størrelsen af den øvrige Vinkel udi Syvkanten, og saa fremdeles.

§. 48.

Til videre Bestyrkelse paa den Sandhed (§. 45.): At alle Polygon-Vinklerne tilsammentagne udi en retlined Figur, have lige Størrelse med det, som bliver tilovers, naar fire rette Vinkler, subtraheres fra dobbelt saa mange rette Vinkler, som Figuren haver Kanter, vil jeg endnu kortelig anføre noget, som ey allene stadfæster den bemeldte Lære-Regel, men giver og Anledning til en beqvem Maade, hvorved man i en Hast kan finde Summen af alle Polygon-Vinklernes Størrelser udi enhver retlined Figur. Enhver retlined Figur bliver ved Diagonallinier delet udi saa mange Triangler, som udi Antallet ere To mindre, end Antallet af Figurens Kanter: nemlig en Firekant udi to, en Femkant udi tre, en Sექant udi fire, en Syvkant udi fem Triangler, og saa fremdeles. Som for Exempel, naar vi udi den retlinede

sykkantede Figur $a b c d e f g$ (Fig. 29.) drager Diagonallinierne $a f$, $f b$, $b e$, og $e c$, bliver den hele Sykkant ved samme, delet udi fem Triangler $g a f$, $a b f$, $b e f$, $b e c$ og $c d e$. Nu seer man klarlig, at alle Vinklerne tilsammentagne udi de bemeldte fem Triangler, have lige Størrelse med alle Polygon-Vinklerne tilsammentagne udi Sykkanten $a b c d e f g$; hvorfra følger, at alle Polygon-Vinklerne tilsammentagne udi en Sykkant, have lige Størrelse med ti rette Vinkler, fordi alle Vinklerne tilsammentagne udi enhver Triangel ere saa store, som to rette Vinkler (§. 20.): altsaa er det her videre bekræftet, at alle Polygon-Vinklerne tilsammentagne udi en retlined Figur have lige Størrelse med det, som bliver tilbage naar fire rette Vinkler subtraheres fra dobbelt saa mange rette Vinkler, som Figuren haver Kanter. Dette giver os Anledning til en beqvem Maade i Hast at finde Størrelsen af alle Polygon-Vinklerne tilsammentagne udi enhver retlined Figur; thi eftersom alle Vinklerne tilsammentagne udi enhver Triangel indeholder 180° , og alle Polygon-Vinklerne tilsammentagne udi en retlined Figur have lige Størrelse med alle Vinklerne tilsammentagne, som udi alle Trianglerne udi samme Figur udkommer formedelst Diagonallinierne, efter det, som nu nylig blev lært, saa følger, at 180° multiplicerede med 3, giver os Størrelsen af alle Polygon-Vinklerne tilsammentagne udi en retlined Femkant; 180° multiplicerede med 4, giver Størrelsen af alle Polygon-Vinklerne tilsammentagne udi en Sykkant; 180° multiplicerede med 5, giver os Størrelsen af alle Polygon-Vinklerne tilsammentagne udi en Sykkant, og saa videre. Alle Polygon-Vinklerne tilsammentagne indbefatter altsaa udi en Firkant 360° , udi en Femkant 540° , udi en Sykkant 720° , udi en Sykkant 900° , udi en Ottekant 1080° , udi en Nisikant 1260° , udi en Tisikant 1440° , og saa fremdeles.

§. 49.

Naar man udi en retvinklet Triangel beskriver en Kvadrat paa enhver i sær af Siderne, saa haver allestider Kvadraten af den Side, som staaer imod den rette Vinkel, lige Størrelse med de tvende øvrige Quadrater tilsammentagne af de tvende Sider, som gjøre den rette Vinkel; thi dersom en ret Linie a b (Fig. 30.) deles udi tre lige store Dele, og paa samme Linie a b fra Punkten a, opreyses en Perpendicularlinie a c, som indbefatter fire af samme Dele, saa finder man, at den rette Linie b c, som sammensøyer Punkterne b og c, indeholder just fem af de bemeldte Dele. Lad nu b d e c være en Kvadrat, som er beskrevet paa b c, a c k h Kvadraten af a c, og a b f g Kvadraten af a b, saa udfordrer Lære-Reglen, at Kvadraten b d e c skal have lige Størrelse med de tvende Quadrater a c k h og a b f g tilsammentagne, hvilket og klarlig udvises naar alle Siderne udi de benævnte trende Quadrater deles paa den samme Maade, som Siderne a b, a c og b c af Trianglen a b c er inddelt, og de lige over for hinanden staaende Punkter udi enhver Kvadrat, sammensøyes med rette Linier; thi saa udkommer i alle tre Quadrater, 50 smaae Quadrater, som alle have lige Størrelse med hinanden, af hvilke Kvadraten b d e c haver 25, Kvadraten a c k h 16, og Kvadraten a b f g 9: da nu 9 og 16 er tilsammen 25, saa følger at Kvadraten b d e c, som er beskrevet paa den Side b c, der staaer imod den rette Vinkel b a c, haver lige Størrelse med de tvende Quadrater a c k h og a b f g tilsammentagne, som ere beskrevne paa de tvende Sider a c og a b der gjøre den rette Vinkel.

§. 50.

Lige skiftede Figurer, enten de ere retlinede, frumlinede, eller blandetlinede, enten de ere regulære, eller irregulære, forholde sig til hinanden, som Quadraterne af de til hinanden svarende Sider. Som for Exempel, de

tvende lige skiftede Figurer $a b c d e$ og $f g h k m$ (Fig. 21.) forholde sig til hinanden, som Quadraterne af de til hinanden svarende Sider $c d$ og $h k$: det er, saa mange gange, som Quadraten af $c d$, er større end Quadraten af $h k$, er og Figuren $a b c d e$ større end Figuren $f g h k m$: lad os sætte at $c d$ er dobbelt saa stor, som $h k$, og at $h k$ er delet udi tvende lige store Dele, saa indbefatter $c d$ fire af samme Dele; Quadraten $c o p d$, som er beskrevet paa $c d$, bekommer altsaa 16 smaae Quadrater, og Quadraten $h r s k$, som er beskrevet paa $h k$, bekommer 4; da nu 16 er fire gange saa meget, som 4, saa følger at Quadraten $c o p d$ er fire gange saa stor, som Quadraten $h r s k$; og da Figuren $a b c d e$ haver samme Forhold til Figuren $f g h k m$, som Quadraten $c o p d$, til Quadraten $h r s k$, saa følger, at Figuren $a b c d e$ er fire gange saa stor, som Figuren $f g h k m$. Man kan altsaa i en Hast finde tvende lige skiftede Figurers Størrelse imod hinanden, naar man maaler tvende Sider, som svarer til hinanden, og multiplicerer samme med dem selv: som for Exempel, dersom en af Siderne udi den ene Figur, indeholder 12 Tommer, og den til samme svarende Side udi den anden Figur, 2 Tommer, er den større Figur 36 gange saa stor, som den mindre; thi naar 12 multipliceres med sig selv, udkommer 144, 2 multipliceret med sig selv, giver 4, og 144 er 36 gange saa meget, som 4.

§. 51.

Da nu lige skiftede Figurer forholde sig til hinanden, som Quadraterne af de til hinanden svarende Linier (§. 50.), og Quadraten af en retvinklet Triangel's Hypothenusa haver lige Størrelse med Quadraterne af Benene udi samme Triangel (§. 49.); saa følger, at naar trende lige skiftede Figurer ere beskrevne paa de trende Linier, som indslutte en retvinklet Triangel, haver allestider den Figur, som er beskrevet paa Hypothenusen, lige Størrelse med de tvende Figurer tilsammentagne, som ere beskrevne paa Benene.

Det

Det andet Capitel.

De nødvendigste Instrumenter, som udkræves til Land-Maaling.

§. 52.

Foruden 18 til 20 Pæle, som bør at være spidse udi den ene Ende, paa det at de kan være bequemme til at stikke i Jorden, maa en Land-Maaler have Ti Slags Instrumenter, som ere: en Passer, en Linial, en Vinkelhage, en Parallellinial, en Maalestok, en Transporteure, en Vinkelhage med Sigthuller, en Vinkelmaaler, en Maalefiæde eller Maalesnoer, og en anden Snoer, som med Enderne er bundet omkring tvende Pæle. Passeren, Linialen, Vinkelhagen, Parallellinialen, Maalestokken og Transporteuren, bruges paa Papiir; men Vinkelhagen med Sigthullerne, Vinkelmaaleren, Maalefiæden eller Maalesnoeren, og den anden Snoer, som haver tvende Pæle ved Enderne, bruges paa Marken.

§. 53.

Passeren bruges til at affætte Linier, beskrive Cirkler og Cirkel-Buer; efter Linialen drages rette Linier; ved Hielp af Vinkelhagen kan man opreysse og lade falde Perpendicularlinier; efter Parallellinialen drages Parallellinier; med Maalestokken maaler man rette Linier; og med Transporteuren affættes og maales Vinkler; alt dette paa Papiir.

§. 54.

Ved Hielp af Vinkelhagen med Sigthullerne, kan man opreysse Perpendicularlinier, lade falde Perpendicularlinier, og drage Parallellinier; med
Vinkels

Vinkelmaaleren affættes og maales Vinkler; med Maalefiæden eller Maalesnoeren maaler man rette Linier, og efter samme drages rette Linier; men med den Snor der haver tvende Pæle ved Enderne, bliver Cirkler og Cirkel-Buer beskrevne; alt dette paa Marken.

§. 55.

En Passer (Fig. 31.) kalder man gemeenslig en Cirkel, hvilket Navn dette Instrument vel tilkommer; men da den runde Figur, som formedelst dette Instrument bliver beskrevet, kaldes en Cirkel, kan man ikke vel give baade Instrumentet, og den Figur, som beskrives med Instrumentet, et og det samme Navn: jeg mener da ikke at have Uret, naar jeg kalder det omtalte Instrument, en Passer, hvilket Navn og bruges af vores berømte Professor Peder Horrebow, udi hans Danske Skatkammer. De store Passere pleyer gjerne at være af Jern, og de smaae af Messing med Staal-Fodder: naar en Passer skal være god, maa for det første begge Fodderne være lige lange, gandske spidse, og gaae gandske tæt tilsammen, naar den sammenlukkes; og for det andet bør den at bevæges gandske trangt og tillige jævnt omkring Naglen udi Hovedet, naar den enten oplukkes eller sammenlukkes.

§. 56.

En Linial (Fig. 32.) bør enten at være af glat, håardt og tørt Træ, saasom Buxbom-Træ, Rødde-Træ, Pære-Træ, ic., eller af Messing, Elphenbeen, ic. Træ-Linialer haver den Fejl, at de kan let blive krumme; Messing-Linialer pleyer gjerne at gjøre Papiret skident; Elphenbeens-Linialer ere de beste, men de kostbareste. Estersom rette Linier drages efter en Linial (§. 53.) bør den skarpe Side være gandske jevn og lige.

§. 57.

§. 57.

En Vinkelhage (Fig. 36.) er et Instrument, som bestaaer af tvende Linialer $e c$ og $e f$, som ere saaledes sammensatte, at de gjøre en ret Vinkel $e c f$ med hinanden. Hoved-Sagen ved dette Instrument er altsaa denne, at den Vinkel, som de tvende Linialer $e c$ og $e f$ gjøre med hinanden, just er en ret Vinkel, hvilket kan forsøges paa følgende Maade: Man drager en ret Linie $d b$, og til samme beskriver en halv Cirkel $d c b$, derefter antages efter Behag en Punkt c udi Omkredsen, og fra samme Punkt drages de tvende rette Linier $c d$ og $c b$, hvilke alletider gjøre en ret Vinkel med hinanden: naar man nu legger Hjørnet af Vinkelhagen udi Punkten c , og den yderste Side af den ene Linial $e f$, lige udi den rette Linie $c b$, skal den yderste Side af den anden Linial $e c$ falde lige udi den rette Linie $c d$, naar Vinkelhagen er accurat; thi dersom Siden $e c$ falder enten inden eller uden for den rette Linie $c d$, er Vinkelhagen falsk.

§. 58.

En Parallellinial (Fig. 40.) er et Instrument, som bestaaer af tvende lange Linialer $a g$ og $f e$, og tvende korte h og k , som sammensøyer de lange. Naar dette Instrument skal være accurat, udfordres for det første, at de tvende korte Linialer h og k skal være lige lange; for det andet, at de fire Nagler, omkring hvilke de korte Linialer bevæges (naar de lange enten skydes til eller fra hinanden) skal være lige langt fra de skarpe Sider af de lange Linialer; og for det tredje, at de bemeldte Nagler skal alle fire have en og den samme Tykkelse.

§. 59.

En geometrisk Maalestok (Fig. 33.) forfærdiges paa efterfølgende Maade: Man drager en ret Linie $a d$, og paa samme assættes med Passeren, fra

Ⓔ

Punkten

Punkten a, ti lige store Dele efter Behag, saasom a 1, 1 2, 2 3, 3 4, og saa fremdeles indtil 9 d; derefter opreyses paa a d, fra Punkterne a og d, tvende Perpendicularinier a p og d q, efter en af de anviste Maader, udi det næst følgende Capitel, og paa de bemeldte Perpendicularinier fra Punkterne a og d, affættes paa enhver i sær ti lige store Dele af hvad Størrelse man behager, saasom a 90, 90 80, 80 70, *xc.* indtil 10 b, item d 90, 90 80, 80 70, *xc.* indtil 10 c, og hernæst sammensøyes de lige over for hinanden staaende Punkter, med rette Linier 90 90, 80 80, 70 70, indtil b c. Fremdeles affættes Distancerne a b og d c, fra Punkterne b og c, paa Perpendicularinierne a p og d q, saa mange gange, som Rummet tillader, saasom her fem gange, udi Punkterne e, g, k, n, og p, item f, h, m, o, og q, og de lige over for hinanden staaende Punkter, sammensøyes med rette Linier e f, g h, k m, n o og p q; den sidste Linie p q giver man de selv samme ti lige store Dele, som a d er inddelt udi, saasom p 9, 9 8, 8 7, *xc.* indtil 1 q, og de lige over for hinanden staaende Punkter udi de tvende Linier a d og p q, sammensøyes med rette Linier 1 9 9, 2 8 8, 3 7 7, og saa fremdeles indtil 9 1 1. Endelig drager man de skæffe Linier a 90, 90 80, 80 70, *xc.* indtil 10 c, saa er Maalestoffet færdig.

Udi Geometrien haver man en Lære-Regel, som lyder saaledes: Naar man udi en Triangel, saasom 10 b c (Fig. 33.) drager en ret Linie 1 r parallel med den ene Side 10 b af samme Triangel, haver 1 r samme Forhold til b 10, som c 1 til c b, det er, saa mange gange, som c 1 er mindre end c b, er og 1 r mindre end b 10; da nu c 1 er den tiende Deel af c b, og 1 r er parallel med b 10 efter Operationen, saa følger, at 1 r er saa stor, som den tiende Deel af b 10, 2 s saa stor, som to tiende Dele af b 10, 3 v saa stor, som tre tiende Dele af b 10, *xc.* Antager man da den korte Linie 1 r for Een, bliver

bliver 2 s To, 3 v Tre, og saa fremdeles; og da de ti Triangler 10 b c, 20 10 10, 30 20 20, &c. indtil a 90 90 kommer gandske overeens med hinanden udi alle Ting, saa indbefatter den første Parallellinie udi enhver Triangel, Een, den anden Parallellinie, To, den tredie, Tre, den fjerde, Fire, og saa videre indtil den niende, som indbefatter Ni. Enhver i sær af de Linier b 10, 10 20, 20 30, &c. indtil 90 a, item c 10, 10 20, 20 30, &c. indtil 90 d, indbefatter altsaa Ti; og enhver i sær af de Linier a b, b c, &c. indtil n p, item d c, c f, &c. indtil o q, Et Hundrede: og eftersom alle de lange Parallellinier a b p, 199, 288, &c. indtil d e q, bliver ved Overlinierne a d, 90 90, 80 80, &c. indtil b c, item a d, b c, c f, &c. indtil p q, skaaren udi lige store Stykker, saa følger, at alle Parallellinierne, som ligger imellem de tvende Overlinier b c og 10 10, indbefatter Ti; alle Parallellinierne, som ligger imellem de tvende Overlinier b c og 20 20, Tyve; alle Parallellinierne, som ligger imellem de tvende Overlinier b c og 30 30, Tredive, og saa fremdeles: item alle Parallellinierne, som ligger imellem de tvende Overlinier a d og b c, Et Hundrede; alle Parallellinierne, som ligger imellem de tvende Overlinier a d og e f, To Hundrede; alle Parallellinierne, som ligger imellem de tvende Overlinier a d og g h, Tre Hundrede, og saa videre: item alle Parallellinierne, som ligger imellem de tvende Overlinier e f og 10 10, Et Hundrede og Ti; alle Parallellinierne, som ligger imellem de tvende Overlinier e f og 20 20, Et Hundrede og Tyve; alle Parallellinierne, som ligger imellem de tvende Overlinier e f og 30 30, Et Hundrede og Tredive, og saa fremdeles: item alle Parallellinierne, som ligger imellem de tvende Overlinier g h og 10 10, To Hundrede og Ti; alle Parallellinierne, som ligger imellem de tvende Overlinier g h og 20 20, To Hundrede og Tyve; alle Parallellinierne, som ligger imellem de tvende

Overlinier g h og 30 30, To Hundrede og Tredive, *ic.* Vi seer altsaa, at de lange Parallellinier bliver formedest de skafte Overlinier a 90, 90 80, 80 70, *ic.* indtil 10 c, affkaarne udi lutter Enkelte; formedest de perpendicularare Overlinier b c, 10 10, 20 20, *ic.* indtil a d, affkaarne udi lutter Tier; og ved de perpendicularare Overlinier a d, b c, e f, *ic.* indtil p q, affkaarne udi lutter Hundreder. Man kan da i en Hast paa de lange Parallellinier finde hvad for en Længde man forlanger, i Henseende til den korte Linie i r: som for Exempel, dersom der begieres en Linie, som er Et Hundrede og Sex gange saa stor, som den korte Linie i r, bliver det, det Stykke af den lange Parallellinie 4 6 6, som ligger imellem den perpendicularare Overlinie e f, og den skafte Overlinie 10 c, hvilke tvende Skærings-Punkter jeg paa Maalestoffet haver betegnet med Kors; forlanges der en Linie Et Hundrede Halvtrediesindstyve og Sex gange saa stor, som i r, er det Stykket af den bemeldte Parallellinie, som ligger imellem den perpendicularare Overlinie e f, og den skafte Overlinie 60 50, som og er betegnet med Kors; item naar man vil have en ret Linie To Hundrede Fyrrerthoe og Fem gange saa stor, som i r, skal den have lige Størrelse med det Stykke af den lange Parallellinie 5 5 5, som ligger imellem den perpendicularare Overlinie g h, og den skafte 50 40, som Korsene her udviser, og saa videre. Denne kunstige og fuldkomne geometriske Maalestof, som den berømte TYCHO DE BRAHE tilskrives at være Opfindere af, kan man beskrive paa got tykt Papiir, eller og paa glat og reent Træ; vil man gjøre Beføstning derpaa, kan man hos en Instrumentmager lade den forfærdige af Messing eller Elphenbeen.

§. 60.

En Transporteur (Fig. 34.) er en halv Cirkel b c d, som er inddelet udi sine 180 Grader: dette Instrument kan man lade Instrumentmageren forfærdige

færdige af Messing, ligesom Figuren her udviser, eller og man beskriver den paa tykt og reent hvidt Papiir, efter følgende Maade. Man drager en ret Linie $b d$, som kaldes Transporteurens Grundlinie, paa samme beskrives en halv Cirkel $b e d$, lidet inden for samme, en anden halv Cirkel $m g o n$, atter inden for samme beskrives den tredie halv Cirkel $p q r$, og atter igien inden for denne, den fjerde halv Cirkel $s u v$, alle fire omkring en og den samme Middelpunkt a , som Figuren udviser. Med den samme Passer-Mabning, som den yderste halv Cirkel $b e d$ er beskrevet, affikkes udi Omkredsen af samme, fra Punkterne b og d , tvende Punkter, ved hvilke Omkredsen af den yderste halv Cirkel bliver delet udi tre lige store Dele; enhver i sær af samme Dele, deles udi tvende lige store Dele, og enhver i sær af disse, deles igien udi tre lige store Dele, saa er Omkredsen af den halv Cirkel $b e d$, indelet udi 18 lige store Dele, af hvilke, enhver Deel indbefatter 10° . Paa samme Maade deler man Omkredsen af den inderste halv Cirkel $s u v$ udi 18 lige store Dele, og de til hinanden svarende Punkter udi den yderste og inderste Omkreds, sammenføyes med rette Linier, saa bliver ved samme, de tvende mellemste Omkredser $m g o n$ og $p q r$ ligeledes deledede udi 18 lige store Dele. Fremdeles deler man enhver i sær af Delene udi de tvende Omkredser $b e d$ og $p q r$, udi tvende lige store Dele, og med rette Linier sammenføyer de til hinanden svarende Punkter, saa ere enhver i sær af de trende Omkredser $b e d$, $m g o n$, og $p q r$, delet udi 36 lige store Dele, af hvilke, enhver Deel indeholder 5° . Videre deles enhver i sær af Delene udi de tvende yderste Omkredser $b e d$ og $m g o n$, udi fem lige store Dele, og de til hinanden svarende Punkter sammenføyes med rette Linier, saa udkommer de forlangte 180° . Endelig betegner man hver tiende Grad dobbelt med sit behørigte Tal, saavel fra den høyre Haand til den venstre, som fra den venstre Haand til den høyre,

og indskrifer Tallene imellem de trende Omkredser $m\ g\ o\ n$, $p\ q\ r$, og $s\ u\ v$, som Figuren udviser, saa er Transporteuren færdig.

§. 61.

En Vinkelhage med Sigthuller (Fig. 42.) bestaaer af tvende Linialer $g\ c$ og $c\ h$, som ere saaledes sammensatte, at de gjøre en ret Vinkel $g\ c\ h$ med hinanden; og kommer altsaa overeens med Vinkelhagen $e\ c\ f$ (Fig. 36.), undtagen dette, at der ved Enderne paa den ene Linial $h\ c$ af Vinkelhagen $g\ c\ h$ (Fig. 42.) bør staae tvende smaae Planer k og m af Messing, Jern, Blik, Træ, ic., af hvilke, enhver i sær maa have et lidet Hul til at see igiennem. Naar de bemeldte tvende smaae Planer k og m , ere tvende lige store Quadrater, som haver enhver i sær af Siderne lige store med Bredden af Linialen $c\ h$, kan man udi enhver i sær drage tvende Tverlinier, som overfficerer hinanden udi Middelpunkten, og paa samme Punkt gjøre et lidet Hul: naar de sættes fast ved Enderne paa Linialen $c\ h$, haver man at iagttage dette; at enhver i sær for det første kommer at staae perpendicular paa Linialen $c\ h$; for det andet, gjøre rette Vinkler med de skarpe Sider af Linialen $c\ h$; og for det tredie, ikke kommer uden for de omtalte skarpe Sider, paa det at den rette Linie man kan forestille sig at gaae fra Sigthullet paa den ene Plan k , til Sigthullet paa den anden Plan m , staaer perpendicular paa begge Planerne k og m , og ligger parallel med de skarpe Sider af Linialen $c\ h$.

§. 62.

En Vinkelmaaler (Tab. II. Fig. 53.) kan man forfærdige paa følgende Maade: Paa et glat Bræt af haardt og tørt Træ, som er overalt omtrent en Tomme tykt, drages en ret Linie $b\ h$, midt udi samme antages en Punkt a , og til samme beskrives to eller tre halve Cirkler over Linien $b\ h$, saasom de tvende halve Cirkler $b\ c\ h$ og $e\ e\ f\ f\ g\ g$, hvilke deles udi deres 180° , ligesom

en Transporteur (§. 60.), som Figuren her udviser. Fremdeles beskrives til Middelpunkten a , ikke langt fra samme, en liden halv Cirkel $bb\ ee\ dd$, neden under den rette Linie $b\ h$, beskrives paa samme en Linial omtrent af samme Bredde, som Distancen imellem de tvende halve Omkredser $b\ c\ h$ og $ee\ ff\ gg$ er stor, og lige for Middelpunkten a beskrives en anden kort Linial $a\ o$ saaledes, at den staaer perpendicular paa den anden Linial $b\ h$. Derefter afficiæres Træet baade inden og uden fra den halve Cirkel-Ring $b\ c\ h\ gg\ ff\ ee$, den lange Linial $b\ h$, og den korte $a\ o$, og udi Middelpunkten a sættes en liden rund Nagle fast, perpendicular paa Linialen $b\ h$. Fremdeles forfærdiges en anden Linial $d\ g$ af samme Længde og Bredde, som Linialen $b\ h$; ved Enderne paa Linialen $d\ g$ fastsættes tvende smaae Planer $d\ e$ og $f\ g$ med Sigthuller, paa samme Maade, som (§. 61.) blev lært ved Vinkelhagen $g\ c\ h$ (Fig. 42.), og paa Middelpunkten af Linialen $d\ g$ gøres et liden Hul, som ikke maa være større, end at Naglen, som staaer udi Punkten a , neppe kan komme der igjennem. Endelig stikkes Linialen $d\ g$ paa den runde Nagle, som staaer udi Middelpunkten a , omkring hvilken den kan bevæges jævnt rundt omkring paa den halve Cirkel-Ring $b\ c\ h$, saa er Vinkelmaaleren færdig. Den rette Linie $b\ h$, kaldes Vinkelmaalerens Grundlinie; og Linialen $d\ g$ med Sigthullerne, den bevægelige Linial. Naar man nu med denne Vinkelmaaler vil affætte og maale Vinkler paa Marken, bør man at have et Stativ dertil saaledes indrettet, at Vinkelmaaleren i en Hast paa en beqvem Maade kan gøres fast ved samme, efter hvad for Kanter man forlanger; thi der forekommer undertiden Vinkler at maale, ved hvilke Vinkelmaaleren maa ligge parallel med Horisonten, undertiden Vinkler, ved hvilke den maa staae perpendicular paa Horisonten, og undertiden Vinkler, ved hvilke den maa gjøre skieve Vinkler med Horisonten. Efter mine Tanker kan det bemeldte Stativ beqvemmest være saaledes,

saaledes, som Figuren her uddrager: $k r s m$ forestiller den ene Side af en kort fire-sidede Stolpe, udi hvilken midt fra den ene Ende $k m$ maa være en dyb Skure, som den korte Linial $a o$ af Vinkelmaaleren kan gaae ned udi; n forestiller en Skrue, ved hvilken Vinkelmaaleren i en Hast kan skrues fast ved Stativet efter hvad for en Kant man begierer; og $p t$, $q v$, og $x u$ forestiller trede Fodder, som Stativet staaer paa. Høyden af dette Stativ bør være omtrent 5 til 6 Fodder.

§. 63.

At maale, er at antage en vis Størrelse for Een, og undersøge andre Størrelsers Forhold til samme; heraf seer man at den Ting man vil maale maa alletider være af en og den samme Art og Bessaffenhed, som Maalestokken, hvormed den skal maales, saasom man maa forestille sig det ene at være en Deel af det andet: altsaa kan en Linie ikke maales med en Plan, eller med et Corpus, en Plan ikke maales med en Linie, eller med et Corpus, og et Corpus ikke maales med en Linie, eller med en Plan; men en Linie skal udmaales med en anden Linie, en Plan skal udmaales med en anden Plan, og et Corpus skal udmaales med et andet Corpus. Til at maale rette Linier bør man da have en ret Linie til Maalestok, og antage samme for Een; men det staaer i vores egen Magt, enten vi vil antage denne Linie lang eller kort. I Almindelighed antager man til Maalestok en ret Linie omtrent af samme Længde, som en af Fodderne paa et fuldkommen voksen Menneske, og kalder samme En Fod; denne Længde deles udi 12 lige store Dele, af hvilke enhver Deel kaldes En Tomme. Dette omtalte Fodmaal er ikke paa alle Steder lige stort; thi dersom det Parisiske Fodmaal deles udi 1440 lige store Dele, er vores Danske Fodmaal saa stort, som $1403\frac{2}{3}$ af samme Dele (*), det Riin-

landske

(*) Dette er det gamle Danske Fodmaal; thi det nye Danske haver lige Størrelse med det Riinlandske.

landske Godmaal bekommer 1391 $\frac{2}{5}$ af samme Dele, det Rommerske 1320, det Londonske 1350, det Svenske 1320, det Venerianske 1540, det Constantinopolitanske 3140, det Strassborgiske 1282 $\frac{3}{4}$, det Nürnbergiske 1346 $\frac{1}{4}$, det Dantsigiske 1271 $\frac{1}{2}$, &c. I Steden for at det almindelige Godmaal deles udi 12 Sommer, er det bequemmere for en Landmaaler at inddele det geometriske Godmaal udi 10 Sommer, og antage en ret Linie, som er 10 gange saa stor, som en geometrisk Fod, for en geometrisk Rode; thi eftersom en geometrisk Rode indbefatter 10 Fodder, eller 100 Sommer, og Tallene udi vores almindelige Regning fra den høyre Haand til den venstre, gaaer fort udi denne geometriske Progression Een, Ti, Hundrede, &c., behøves for det første ingen Division naar man vil gjøre Sommer til Fodder og Roder; og for det andet, ingen Multiplication naar man vil gjøre Roder til Fodder og Sommer. Naar man vil gjøre Sommer til Fodder og Roder, affiæres det første Tal ved den høyre Haand, som bliver Sommer, dernæst affiæres det næst følgende Tal, som bliver Fodder, saa ere alle de øvrige Roder: som for Exempel, 24869 Sommer, bliver 248 Roder 6 Fodder og 9 Sommer. Naar man vil gjøre Roder til Fodder og Sommer, sættes et Null til Roderne, saa udkommer Fodder, og tvende Nuller til Roderne, giver os Sommer, som for Exempel, 82 Roder, bliver 820 Fodder, eller 8200 Sommer. Ligesom man for Korthed skriver Grader med °, Minuter med ', og Secunder med ", (S. 7.), saa betegnes Roder med °, ligesom Grader, Fodder med ', ligesom Minuter, og Sommer med ", ligesom Secunder: som for Exempel, 20 Roder 6 Fodder og 4 Sommer, skrives saaledes, 20° 6' 4". De, som ikke haver den rette Indsigt udi Geometrien, maatte snart beskylde Mathematici for at begaae en Fejl, naar de giver os de selv samme Tegn paa Roder, Fodder og Sommer, som paa Grader, Minuter og Secunder, og tænke at man

undertiden kunde fare vild og ikke vide hvilken af Delene der ved Tegnene menes; men jeg skal strax føre dem paa andre Tanker. Roder, Fodder og Sommer, ere Dele af en ret Linie, hvilke kan allestider beholde en og den samme Størrelse, som man engang haver givet dem; men Grader, Minuter og Secunder, ere Dele af en Cirkels Omkreds, hvilke ikke kan beholde nogen vis Størrelse, fordi Størrelsen maa nødvendig rettes efter Størrelsen af Cirkelens Omkreds; thi da Omkredsen af enhver Cirkel, enten den er stor eller liden, deles udi lige mange Grader, Minuter og Secunder (§. 7.), saa er det en vis Følge at Størrelsen af Grader, Minuter og Secunder er foranderlig, og dependerer af Størrelsen paa Cirkelens Omkreds, saa at en Grad udi Omkredsen af en liden Cirkel, kan undertiden ikke være større end Tykkelsen af et Haar; og udi Omkredsen af en stor Cirkel, undertiden mange tusinde Mile: fremdeles følger, at Størrelsen af Grader, Minuter og Secunder udi Cirkelers Omkredse, ere til hinanden, som Cirkelernes Middellinier, eller som Cirkelernes Omkredse; som for Exempel, dersom Middellinien udi den større Cirkel, er dobbelt saa stor, som Middellinien udi den mindre, er og en Grad udi Omkredsen af den større Cirkel, dobbelt saa stor, som en Grad udi Omkredsen af den mindre. Videre, Grader, Minuter og Secunder ere Maalet paa Vinkler (§. 8.); men Roder, Fodder og Sommer, ere Maalet paa Linier: altsaa følger, at naar der staaer saaledes, Vinklen indeholder $24^{\circ} 8' 5''$, er det Grader, Minuter og Secunder; men finder man disse Ord, Linien indbefatter $24^{\circ} 8' 5''$, bliver det Roder, Fodder og Sommer. Vi haver nu lært paa hvad Maade vores Maalestok skal inddeles, nemlig udi Roder, Fodder og Sommer, af hvilke, en Fod skal være saa stor, som den tiende Deel af en Rode, og en Somme saa stor, som den tiende Deel af en Fod; men her staaer endnu tilbage, af hvad Størrelse vi skal antage en af disse Dele, for

for Exempel en Fod; thi naar Størrelsen af den geometriske Fod er bekendt, maa Roderne og Tommerne rettes derefter. Nu staaer det vel til os selv, hvad for en Længde vi vil antage til en geometrisk Fod; thi i Henseende til Maalingen kan det være lige meget enten vi gjør den lang eller kort; men jeg holder det for beqvemmest at antage omtrent den samme Længde, som Mathematici foreskriver os, hvilken er saaledes beskaffen, at naar det Riinlandske Fodmaal deles udi 100 lige store Dele, bekommer en geometrisk Fod 192 af samme Dele. Eftersom nu det Riinlandske Fodmaal forholder sig til vores Danske Fodmaal, som $1391\frac{3}{10}$ til $1403\frac{7}{10}$, efter det, som nylig er lært, det er, som $\frac{13913}{10}$ til $\frac{14034}{10}$, eller 13913 til 14034, efter Lære-Reglerne udi Regne-Konsten, og vi for nylig antog det Riinlandske Fodmaal for at være delet udi 100 Dele; saa finder man ved Regula de tri, at det Riinlandske Fodmaal delet udi 100 lige store Dele, giver vores Danske Fodmaal omtrent 101 af samme Dele: da nu det Riinlandske Fodmaal forholder sig til det Danske, som 100 til 101, og til det geometriske, som 100 til 192; saa følger, at vores Danske Fodmaal forholder sig til det geometriske, som 101 til 192, det er omtrent, som 100 til 190, eller, som 10 til 19: heraf flyder nu denne Folge, at naar vores Danske Fodmaal deles udi 10 lige store Dele, bør man at give det geometriske 19 af samme Dele. Undersøger vi nu hvad for en Forhold at Størrelsen af en geometrisk Tomme, haver til Størrelsen af en Dansk Tomme, saa befinder man at en geometrisk Tomme er til en Dansk Tomme, som 57 til 25; hvoraaf man seer at en geometrisk Tomme er mere end dobbelt saa stor, som en Dansk Tomme. Mathematici vil derfor ikke have at de geometriske Tommer maa antages for at være de mindste Dele af Maalet, saasom man ikke vel kan bortkaste de Linier, som haver nogen merkelig Længde; og af samme findes mange, iblandt de der ere kortere end en geometrisk Tomme:

af denne Aarsag deler de en geometrisk Tomme udi 10 lige store Dele, og kaldes samme Gran, hvilke betegnes med ^{III}; enhver Gran deles igien udi 10 lige store Dele, som kaldes Scrupula prima, hvilke betegnes med ^{IV}; en Scrupulum primum deles atter udi 10 lige store Dele, som kaldes Scrupula secunda, og betegnes med ^V; en Scrupulum secundum deles fremdeles udi 10 lige store Dele, som kaldes Scrupula tertia, og betegnes med ^{VI}, og saa fremdeles. Delene maa altsaa tilsidst udkomme saa smaae, at de bliver mindre end Tykkelsen af et Hoved-Haar, dersfore behøves det ikke at gaae videre end til Gran, som ere tiende Dele af Tommer, hundrede Dele af Fodder, og tusinde Dele af Roder; ja jeg holder for at man uden merkkelig Fejl med lange Linier paa Marken, kan lade det allene blive ved Roder, Fodder og Tommer, og naar det undertiden kunde inddræffe at der blev noget tilovers, som var mindre end en heel Tomme, da at kaste samme bort naar det var mindre end en halv Tomme, og antage det for en heel Tomme, naar det overgik Størrelsen af en halv. Efter at vi nu haver betragtet baade paa hvad Maade vores Maalestof skal inddeles, og tillige hvad Størrelse Delene bør at have, da staaer endnu tilbage, hvorledes saadan en Maalestof bør at forfærdiges: hvad dette nu anbelanger, da kunde man vel betiene sig af en lang firesidet Stang, og inddele den udi de behørige Roder, Fodder og Tommer; men en Maalekæde eller Maalestroer er dog langt bedre og bequemmere.

En Maalekæde kan forfærdiges paa følgende Maade: Udsaf Messing eller Jern lader man gjøre 50 smaae runde Stange a 1, 12, 23, 34, 10. (Fig. 54.) omtrent af samme Tykkelse, som en Pennesfeder, hvilke alle omboyes ved Enderne, paa det at de kan sammensøyes og udgiøre en Kæde: fremdeles behøves 6 lige store Ringe, saasom a, I, II, 10, hvilke maa have saadan en Størrelse, at en maadelig Stav eller Pæl kan stikkes der igiennem. De

bemeldte

bemeldte 50 smaae runde Messing- eller Jern-Stange, og de 6 Ringe føyes nu tilsammen udi en Kiæde saaledes, at der for det første kommer en Ring ved hver Ende af Kiæden; og for det andet sættes de øvrige fire Ringe saaledes, at der imellem enhver Ring kommer ti Stykker af de smaae Stange. Den Længde, som er imellem enhver i sær af Ringene, saasom a I, I II, ic., bør accurat udgiøre en geometrisk Rode, og Længden paa enhver i sær af de smaae runde Stange a I, I 2, 2 3, ic., bør altsaa være saaledes indrettet, at enhver i sær indbefatter accurat en geometrisk Fod, efter at de ere ombøiede ved Enderne og sammenføiede. Eftersom vi til den hele Kiæde her haver antaget 50 Stykker af de smaae runde Stange, og enhver i sær af samme indeholder en geometrisk Fod, saa følger at Længden af Kiæden indbefatter 5 geometriske Roder, men her fremviser Figuren ifkun lidet mere end den halve Kiæde a b, som er 2 $\frac{1}{2}$ Rode, saasom Rummet ikke vilde tillade mere. Den første eller anden Fod af Kiæden, saasom her 1 2, kan man lade forfærdige med Kamme eller Taffer saaledes, at de samme deler den udi ti lige store Dele, saa indeholder enhver i sær af samme Dele, en geometrisk Tomme: vil man tillige have Gran, kan man dele den første af Tommerne udi ti lige store Dele ved smaae Skurer, saa indbefatter enhver i sær af samme Dele, en Gran.

En Maalesnoer forfærdiges af samme Længde, som Kiæden, nemlig 5 geometriske Roder, og bør at være noget tykkere end en fuldkommen Svane-feder: man kan give Maalesnoeren 6 store Ringe, ligesom en Maalekiæde, til at afdele Roderne; Fødderne kan betegnes med andre smaae Messing-Ringe; Tommer iligemaade med andre smaae Ringe, som ere mindre end de forrige; og Gran kan afdeles med smaae gule Søm. I Henseende til Snorens Forfærdigelse haver man for alting følgende Hoved-Regler at iagttage: for det første, at den maa forkeert snoes, og ikke paa den almindelige Maade, som

andre Kæb og Strikker; for det andet skal den kaages udi Liin:Olie; og for det tredie, efter at den er bleven tør, bør den rundt omkring paa alle Sider stærk gnies med Bøx, Beeg, og Harpix, saa tør man ikke frygte for at den enten uddeles, eller krymper sig sammen, eller og lader sig udrække over det Maal, som den er given, om den endogsaa en heel Dag havde ligget udi Band. Vi haver den Efterretning af SCHWENTER udi hans *Geometria practica*, at da han med en almindelig Snoer, som indbefattede 16 Fodder, maalede paa Marken udi en Tid da der faldt stærk Kiim:Frost, var Snoren næsten en heel Fod indkroben forend en Time var til Ende; men bemeldte SCHWENTER forsikrer, at den Snoer, som er snoet forkeert, kaagt udi Liin:Olie, og stærk strogen med Bøx, ikke merkkelig forandres om den og en heel Dag var bestandig udi Band. En Maalesnoer er bedre og bequemmere end en Maalekiæde; thi Jern:Kiæderne haver den Fejl at de ruste, og Messing:Kiæderne kan snart bøyes og blive krumme. Eftersom vi haver antaget en geometrisk Rode for at indbefatte ti geometriske Fodder, og hundrede geometriske Tommer; og Delene udi den geometriske Maalestof (Tab. I. Fig. 33.) ere saaledes proportionerede imod hinanden, at de lange Parallellinier a b p, 199, 288, ic. indtil d e q, bliver formedelst de skakke Tverlinier a 90, 90 80, 80 70, ic. indtil 10 c, affkaaren udi lutter Enkelte, formedelst de perpendiculare Tverlinier b c, 10 10, 20 20, ic. indtil a d, affkaaren udi lutter Tier, og ved de perpendiculare Tverlinier a d, b c, e f, ic. indtil p q, affkaaren udi lutter Hundreder (S. 59.); saa følger, at naar man lader de Enkelte udi Maalestofften, forestille geometriske Tommer, bliver Tierne geometriske Fodder, og Hundrederne geometriske Roder: som for Exempel, naar vi antager den korte Linie 1 r for en Tomme, bliver 2 s to Tommer, 3 v tre Tommer, ic., b 10 bliver en Fod, b 20 to Fodder, b 30 tre Fodder, og

saa

saa fremdeles, a b bliver en Rode, a e to Roder, a g tre Roder, og saa videre.

§. 64.

Den Snor, som med Enderne er bundet omkring tvende Pæle (Fig. 41.) kan man give omtrent samme Tykkelse, som Maalesnoren, men en Længde af 8 til 10 Fodder; den bør snoes forkeert, kaages udi Olie, og stryges med Bøx ligesom Maalesnoren, at den ikke skal uddeles, indkrybe, eller udrækkes. Den ene Pæl a b kan man give omtrent en geometrisk Fod til Længde, og den anden Pæl c d to til tre Fodder: omkring den korte Pæl a b skal den ene Ende af Snoren e f saaledes bindes udi Punkten e, at Snoren kan gandske uforhindret bevæges omkring Pælen a b naar den stikkes fast udi Jorden; men den anden Ende af Snoren vindes omkring den lange Pæl c d, saa man med samme kan gjøre Distancen imellem begge Pælene lang og kort ligesom Omstændighederne udkræver.

Det tredie Capitel.

Om Liniers og Vinklers Beskrivelse.

§. 65.

Paa Papiir, til en given Punkt a, bliver en Cirkels Omkreds beskrevet udi en given Distance a b (Fig. 8.), naar man sætter den ene Fod af Passeren udi Punkten a, den anden Fod udi Punkten b, og lader den Fod
udi

udi Punkten a staae bestandig udi samme Punkt, imedens man bevæger den anden God, som staaer udi Punkten b, gandske jevnt rundt omkring, indtil den igien kommer til Punkten b; thi saa bliver det Spoer, som Passerens bevægede God efterlader sig, Omkredsen til en Cirkel b c e h f d g b, der haver den givne Distance a b af lige Størrelse med enhver i sær af dens Radier.

§. 66.

Paa Marken, til en given Punkt b, udi en given Distance b d (Fig. 41.) bliver Omkredsen til en Cirkel beskrevet, naar den korte Pæl a b af den udi §. 64. omtalte Snor stikkes fast ned i Jorden udi Punkten b, den anden Pæl c d sættes med Spidsen udi Punkten d, og omdreyes saa længe udi samme Punkt indtil det Stykke e f af Snoren, som ligger imellem begge Pælene, bliver gandske stiv; derefter bevæger man Pælen c d tillige med Snoren e f rundt omkring den faste Pæl a b, indtil den igien kommer udi Punkten d, paa saadan Maade, at man for det første, udi hele Bevægelsen holder Snoren e f gandske stiv, for det andet ikke lader Pælen c d udi Bevægelsen omdreyes, paa det at det Stykke e f af Snoren, nemlig Distancen imellem Pælene, hverken bliver større eller mindre end Distancen b d, og for det tredje, trykker man Pælen c d noget haardt til Jorden, at Spidsen d kan efterlade en Ridse, som forestiller Cirkelns Omkreds udi blød Jord; thi haard Eng-Bund udkræver enten en Jern-Pæl, eller i det mindste at Spidsen af Pælen c d bør at være Jern saafremt Omkredsen skal være kiendelig. Rummet vilde ikke her tillade mere af den bemeldte Omkreds at komme tilsynne, end Cirkel-Buen h d g.

§. 67.

Paa Papiir kan man imellem tvende givne Punkter a og b (Fig. 1.) drage en ret Linie, naar man legger Linialen saaledes paa Papiret, at den skarpe

skarpe Side falder lige udi Punkterne a og b; derefter holder Linialen fast til Papiret, og efter den skarpe Side drager en Linie a b imellem Punkterne a og b, som bliver en ret Linie. Dersom de tvende Punkter a og b (Tab. II. Fig. 55.) ere noget langt fra hinanden, og man haver ifkun en kort Linial der ikke er saa lang, som Distancen imellem Punkterne, synes det ikke at være mueligt efter samme Linial at kunde drage en accurat ret Linie imellem de bemeldte Punkter; men jeg vil dog her fremsætte en gandske vis og utvilsom Maade, ved hvilken man endogsaa efter en Linial der ikke er længere end den tredie Deel af Distancen imellem Punkterne a og b, kan drage den forlangte rette Linie, hvilket skeer, som følger: Til enhver i sær af de tvende Punkter a og b, med en og den samme Passer-Åbning, som skal være større end den halve Distance imellem Punkterne a og b, beskrives tvende Cirkel-Buer, som overskiære hinanden udi tvende Punkter c og d, og ligeledes beskrives til enhver i sær af disse Punkter c og d, med en og den samme Åbning, tvende Cirkel-Buer, som overskiære hinanden udi Punkterne e og f, hvilke tvende sidst meldte Punkter kommer til at ligge udi en lige Linie med de tvende givne Punkter a og b, saa man efter den korte Linial kan drage enhver i sær af de trende rette Linier a e, e f, og f b, som kommer alle til at ligge udi en lige Linie med hinanden, og udgjøre den forlangte rette Linie a b.

§. 68.

Paa Marken kan man imellem tvende givne Punkter drage en ret Linie, efter følgende Maade: Efter at man haver stukket en Pæl igiennem Ringen ved den ene Ende af Maalesnoren, stikkes samme Pæl perpendicular ned i Jorden udi den ene givne Punkt, og en anden Pæl nedstikkes perpendicular udi den anden Punkt; dernæst udtrækkes Snoren gandske stiv og holdes til den sidst meldte Pæl, saa kan man med en spids Stav gjøre en Ridse i Jorden,

efter Maalesnoren imellem de tvende givne Punkter, som giver os den rette Linie, naar det er blød Jord; men er det Eng-Bund, nødes man til, med en Spade eller andet skarp Jern at giøre ligesom en liden smal Groft efter Snoren, imellem Pælene, som da maa forestille den forlangte rette Linie. Naar de tvende givne Punkter paa Marken ere saa langt fra hinanden, at Snoren ikke kan strække til, forholdes saaledes: Efter at man haver stukket en Stav perpendicular ned udi enhver i sær af de tvende givne Punkter, som nu nylig blev meldt, nedstikkes imellem disse tvende Stave, andre perpendicular Stave, paa denne Maade: for det første at Distancen imellem tvende Stave ikke overgaaer Længden af Snoren; og for det andet, at alle Stavene kommer til at staae saaledes, at den første skjuler alle de andre naar man staaer med Øyet udi en lige Linie med den første og sidste Stav; thi eftersom Øyet paa alle Kanter bestandig farer sort efter rette Linier, saa maa nødvendig Enden af en ret Linie, skjule den hele Linie, naar man staaer saaledes at Øyet og begge Enderne af Linien ere udi en lige Linie med hinanden, hvilken Forflaring PLATO haver og givet os over en ret Linie: altsaa følger, at naar Stavene staaer saaledes, at den første skjuler alle de andre for Øyet, maa de alle være udi en lige Linie med hinanden, saa man efter Snoren imellem Stavene kan drage rette Linier, som kommer alle til at ligge udi en lige Linie med hinanden, og udgiøre den forlangte rette Linie. Stavene bør altsaa at være gandske lige, og ikke have nogen Krumhed. Naar en Stav skal paa den enkelte Maade sættes udi en lige Linie med tvende andre, maa Sagen forrettes af tvende Personer, af hvilke, den ene Person maa staae bestandig stille med Øyet naar den første Stav haver skjulet den anden, imedens den anden Person med den tredje Stav udi den behørig Distance prøberer saa længe baade til den høyre og venstre Side at holde samme, indtil den første Person ikke kan

see samme formedelst den første Stav, da den første Person strax giver et Tegnetikende, naar den anden Person skal stikke Staven fast udi Jorden.

Omendskiønt denne anførte Maade at beskrive en ret Linie paa Marken, foreskrives os af adskillige store og berømte Mathematici, saa er den dog uinderkast nogen Banskelihood, som jeg her kortelig vil undersøge: Jeg siger dette, at Stavene kan vel staae saaledes, at den første skjuler alle de andre for Øyet, og dog ikke være udi en lige Linie med hinanden; thi da Enderne af tvende rette Linier, som gjøre en Vinkel med hinanden, gaae alt længere og længere fra hinanden, jo mere Linierne uddrages, saa følger at omendskiønt Enderne af tvende lige store rette Linier, som gjøre en Vinkel med hinanden, kan være saa nær sammen, at Distancen imellem dem udgjør ikkun en halv Tomme, kan dog Enderne af samme komme over 100de, 1000de og flere Tommer fra hinanden, naar Linierne uddrages. Lad os sætte at den Distance, som er imellem Øyet og den første Stav, indbefatter 30 Tommer, Distancen imellem den første og sidste Stav, 30 Roder, og Tykkelsen af den første Stav, ikkun en halv Tomme; saa lærer Geometrien os at naar de tvende rette Linier der gaaer fra Øyet og berører den første Stav ved begge Sider, uddrages udi samme Distance, som den sidste Stav staaer, kommer Enderne af samme saa mange gange længere end en halv Tomme fra hinanden, som den Distance der er imellem Øyet og den sidste Stav, er større end Distancen imellem Øyet og den første, det er, saa mange gange, som 30 Roder og 3 Fodder, er større end 3 Fodder eller 30 Tommer; hvoraf man finder ved Regula de tri, at der bliver en Distance imellem Enderne af de bemeldte Linier, som indbefatter 5 Fodder og en halv Tomme. Nu lærer man udi Optiken, at den første Stav skjuler det hele Rum paa den anden Side af samme, som ligger imellem de benævnte rette Linier der gaaer fra Øyet og berører den første

Stav paa begge Sider; altsaa følger, at den første Stav kunde skule en Stotte eller Pille, som var 5 Fodder og en halv Tomme tyk, naar den stod paa samme Sted, som den sidste Stav, og naar den sidste Stav havde lige Tykkelse med den første, kunde den ved hver Side have 50 Stave, enhver i før af samme Tykkelse, som dog alle maatte skules af den første Stav. Naar man altsaa overvejer og betragter dette, sees at Bredden af Rummet, som den første Stav skuler, bør ikke være fiendelig større end Tykkelsen af de baigeste Stave, naar man fast vil forlade sig paa den anviste Maade, og med Visshed drage den forlangte rette Linie: dette kan man da nogenledes efterkomme, naar Sagen for det første indrettes saaledes, at den første Stav haver den mindste Tykkelse, og de følgende Stave ere alt tykkere og tykkere indtil den sidste Stav, som bør at have den største Tykkelse; og for det andet, at man staaer saa langt fra den første Stav, at Distancen imellem Øyet og den første Stav er omtrent lige saa stor, som Distancen imellem den første og sidste Stav: som for Exempel, dersom trende Stave paa Marken, af hvilke den første er $\frac{1}{2}$ Tomme tyk, den anden $\frac{3}{4}$ Tomme, og den tredie 1 Tomme, staaer saaledes udi en lige Linie med hinanden, at Distancen imellem den første og anden Stav, er lige saa stor, som Distancen imellem den anden og tredie, og man staaer saa langt fra den første Stav, at Distancen imellem Øyet og den første Stav, haver lige Størrelse med Distancen imellem den første og tredie, saa indtager baade den anden og tredie Stav, den hele Bredde af det Rum, som den første Stav skuler; saa at de tvende rette Linier der i dette Tilfælde gaaer fra Øyet og berører den første Stav paa begge Sider, maa tillige berøre baade den anden og tredie Stav, naar de uddrages. Men nu kan det tit hændes sig, at man formodest Vand, Morads, Stubbe, &c., ikke kan komme saa langt bort fra den første Stav, som udkræves, derfor

holder

holder jeg det for bedre og beqvemmere at Stavenes nedslaaes saaledes udi Jorden, at naar man staaer ved den første Stav, og seer ud over Enden af samme, da tillige kan see Enden paa enhver i sær af alle de andre Stave; thi naar man for det første legger Vinkelhagen med Sigthullerne saaledes paa Enden af den første Stav, at man igiennem Sigthullerne kan see den sidste, og efter den Linie af Vinkelhagen hvorpaa Sigthullerne findes, drager en ret Linie paa Enden af den første Stav, hvilken Linie giver tilkiende, at begge Sigthullerne alletider ere udi en lige Linie med den sidste Stav, naar Vinkelhagen legges saaledes paa Enden af den første, at den omtalte Linie falder lige udi den selv samme skarpe Side hvorefter den er dragen; dernæst for det andet, efter at Vinkelhagen er lagt paa Enden af den første Stav, efter den benævnte Linie, man da ved at nedslaae enhver i sær af de mellemste Stave iagttager dette, at en Person udi den behørig Distance holder Staven og flytter den saa længe baade til høyre og venstre Side, indtil man kan see den igiennem Sigthullerne, saa kan man gandske sikkert forlade sig paa dette, at alle Stavenes kommer til at staae udi en lige Linie med hinanden. Naar man iblandt de mellemste Stave først nedslaaer den, som kommer til at staae nærmest ved den sidste, derefter den, som følger næst efter, og saa fremdeles indtil den sidste af de mellemste Stave, som iblandt samme kommer nærmest ved den første, og længst fra den sidste Stav, saa gøres det ikke fornødent at nedslaae Stavenes saa dybt udi Jorden, at man kan see Enderne af dem, naar man staaer ved den første.

§. 69.

Naar man paa Papiir vil uddrage den ene Ende b af en given ret Linie a b (Tab. I. Fig. 43.), forholdes saaledes: Til Punkten b med en Vasser-Nabning efter Behag, beskrives Cirkel-Buen c e d, og med samme Nabning til

Punkten c (hvor den bemeldte Cirkel-Bue overffierer den givne Linie a b) beskriveres Cirkel-Buen e b d, som overffierer den anden Cirkel-Bue udi Punkterne d og e; dernæst beskriveres til Punkterne d og e med en og den samme Nabning efter Behag, tvende smaae Cirkel-Buer, som ffierer hinanden udi Punkten g, saa kan man drage den rette Linie b g, som kommer udi en lige Linie med den givne rette Linie a b, saa at a b g bliver en ret Linie.

§. 70.

Paa Marken bliver en given ret Linie længere uddragen ved at sætte Stave udi en lige Linie med hinanden, hvilket udførlig er bleven afhandlet udi §. 68.

§. 71.

Jeg vil nu vende mine Tanker til Perpendicularlinier, og først anføre de bequemteste Maader paa Papiir at opreyse samme paa givne rette Linier. Ved Hielp af en Vinkelhage e c f (Fig. 36.) kan man paa en given ret Linie a b, fra en udi samme antagen Punkt c, opreyse en Perpendicularlinie, naar den skarpe Side af den ene Linial e f udi Vinkelhagen legges saaledes lige efter den givne Linie a b, at Kanten e af Vinkelhagen falder lige udi den givne Punkt, og efter den skarpe Side af den anden Linial e c drages en ret Linie fra den givne Punkt c; thi saa kommer samme til at staae perpendicular paa den givne rette Linie a b. Med Passer og Linial allene kan man paa den bemeldte givne Linie a b (Fig. 36.), fra den antagne Punkt c, opreyse en Perpendicularlinie paa følgende Maade: Oven over den givne Linie a b antages en Punkt k efter Behag, og til samme udi Distancen k c, beskriveres en Cirkel-Bue h b c d g noget større end til en halv Cirkel (§. 65.), som overffierer den givne Linie a b udi Punkten b; derefter drages fra Punkten b igiennem Punkten k, en ret Linie b k d (§. 67.) til Cirkel-Buen h b c d g, og de tvende
Punkter

Punkter d og e sammenføyes med en ret Linie d e, som staaer perpendicular paa den givne rette Linie a b. En anden Maade paa en given ret Linie a b (Fig. 37.), fra en antagen Punkt e, at opreysse en Perpendicularlinie, skeer saaledes: Efter at Passerens ene Fod er sat udi den givne Punkt e, giver man den en Abning efter Behag, og med samme udi den givne Linie a b afstikkes tvende Punkter m og n lige langt fra Punkten e; derpaa beskrives til de bemeldte Punkter m og n med en og den samme Abning efter Behag, tvende Cirkel-Buer f g og h k, som skære hinanden udi Punkten e, igiennem samme Punkt drages den rette Linie d e, som bliver en Perpendicularlinie paa den givne Linie a b. Dersom man fra den ene Ende a af en given ret Linie a b (Fig. 50.) skal opreysse en Perpendicularlinie, skeer det beqvemmest paa denne Maade: Til den givne Punkt a, udi en Distance a c efter Behag, beskrives Cirkel-Buen c d e, og med samme Passer-Abning affikeres udi Buen c d e de tvende lige store Cirkel-Buer c d og d e, nemlig den første affættes fra Punkten c til Punkten d, og den anden fra Punkten d til Punkten e; derefter beskrives til Punkterne d og e med en og den samme Abning efter Behag, tvende Cirkel-Buer, som skære hinanden udi Punkten f, og fra samme Punkt f drages den rette Linie f a, som kommer til at staae perpendicular paa a b. En anden Maade fra Enden b af en given ret Linie a b (Fig. 51.) at opreysse en Perpendicularlinie, skeer saaledes: Udi Linien a b antages en Punkt e, efter Behag, og til Punkterne b og c med en og den samme Distance b c beskrives tvende Cirkel-Buer, som skære hinanden udi Punkten d; derefter drages den rette Linie c d, hvilken længere uddrages indtil Punkten e, og d e gøres lige saa stor, som d c; saa kan man drage den rette Linie e b, hvilken staaer perpendicular paa a b.

§. 72.

Paa Marken kan man ved Hielp af Maalesnoren, paa en given ret Linie a b (Tab. II. Fig. 56.) fra en antagen Punkt c, opreyse en Perpendicular-
linie efter følgende Maade: Fra den givne Punkt c affiæres efter Behag, udi
Linien a b, tvende lige store Stykker e d og c e, og udi Punkterne d og e stik-
kes tvende Pæle; dernæst hænges de tvende Ringe, som ere ved Enderne af
Maalesnoren, paa disse Pæle, og hvor den Punkt er, som deler Snoren udi
tvende lige store Dele, tager man med Haanden og trækker Snoren gandske
stiv, saa kommer Snorens Middelpunkt f til at ligge paa det Sted hvor den
forlangte Perpendicularlinie skal drages; altsaa stikkes en Pæl udi Punkten f,
og fra samme drages en ret Linie til den givne Punkt c (§. 68.), som bliver
perpendicular paa a b. Er det en lang Perpendicularlinie man skal opreyse
paa Marken, er det beqvemmest at betiene sig af Vinkelhagen med Sigthul-
lerne, som følger: Den skarpe Side g c af Vinkelhagen g c h (Tab. I. Fig. 42.)
legges saaledes lige paa den givne rette Linie a b, at Sigthullerne paa Linialen
c h kommer udi en lige Plan med den givne Punkt c; derpaa seer man igien-
nem Sigthullerne og lader Vinkelhagen ligge gandske stille, imedens en Per-
son holder en Stav d udi den behørig Distance, paa de Steder man omtrent
kan slutte, at Perpendicularlinien kommer til at ligge, og flytter samme saa
længe baade til høyre og venstre Side, indtil man igiennem Sigthullerne kan
saae Staven at see: da man strax maa give et Tegn, at Staven d maa stik-
kes fast udi Jorden, saa kan man fra Staven d, til den givne Punkt c, dra-
ge den forlangte Perpendicularlinie d c. Det er bedre at bruge de Tegn,
som iagttages ved Synet, end de, som angaaer Hørelsen; thi omendffiont
Lyset ligesaavel udkræver Tid til at fare fort udi, som Lyden, saa er dog Lysets
Bevægelse saa overmaade hastig, at den endogsaa udi hele Miles Distancer
kan

kan ikke være mærkelig; da derimod Lyden udkræver omtrent 1 Secunde af
 Tiden, naar den skal gienneemlobe en Distance af 1000de Fodder. Vinkel-
 hagen $g c h$ bør ligge fast paa trende lige store Pæle, som hver i sær haver om-
 trent 4 Fodder til Længde; disse Stokke gøres saaledes fast paa Vinkelhagen,
 at de gjøre en ret Vinkel med hinanden, hvilket skeer, naar den ene Stok gø-
 res fast midt udi Bredden af Linialen $g c$, ude ved Enden g , den anden midt
 udi Bredden af den anden Linial $c h$, ved Enden h , og den tredie midt udi
 den fjerde Linie $c n$, hvor begge Vinkelhagens Linialer ere sammensøvede.
 Hoved-Sagen, som man haver at iagttage, naar man ved Hielp af Vinkel-
 hagen $g c h$ enten vil opreysse eller lade falde Perpendicularlinier, er denne, at
 de skarpe Sider af Linialen $g c$ maa alletider ligge parallelle med den givne Linie
 $a b$: for at efterkomme dette, stikker man tvende Stave a og b udi Enderne af
 den givne Linie, og sætter Vinkelhagen saaledes, at de tvende Stokke, som
 ere under Linialen $g c$, alletider staaer udi en lige Linie med de tvende Stave
 a og b ; thi saa kan man drage den begierte Perpendicularlinie, omendskiont
 der ingen Linie var at see inellem de tvende Stave a og b .

§. 73.

Fra givne Punkter at drage rette Linier, som staaer perpendicularare paa
 andre givne Linier, skeer i Almindelighed udi tvende Tilfælde; thi enten er den
 givne Punkt (hvorfra Perpendicularlinien skal drages) udi den givne Linie, eller
 uden for samme: ligger Punkten udi den givne Linie, hedder det at opreysse en
 Perpendicularlinie, hvilket nu for nylig blev lært; men er Punkten uden for
 den givne Linie, kaldes det at lade falde en Perpendicularlinie, hvilket her
 kortelig skal læres. Paa Papiir, ved Hielp af Vinkelhagen $e c f$ (Fig. 36.)
 kan man fra en givne Punkt m lade falde en ret Linie, som staaer perpendicu-
 lar paa en givne ret Linie $a b$, naar den skarpe Side $c f$ af den ene Linial udi

Vinkelhagen legges saaledes lige udi den givne Linie a b, at den skarpe Side e c af den anden Linial, falder lige udi den givne Punkt m; thi naar man da efter den skarpe Side c e drager den rette Linie c m, saa staaer samme perpendicular paa den givne rette Linie a b. Man kan og fra en givne Punkt d lade falde en ret Linie, som staaer perpendicular paa en givne ret Linie a b (Fig. 36.), efter følgende Maade: Fra den givne Punkt d drages en ret Linie d b efter Behag til den givne Linie a b, og paa Linien d b neden under samme, beskriveres Omkredsen til en halv Cirkel d c b; derefter drages fra den givne Punkt d, til Punkten c (hvor Cirkel-Buen d c b overskærer den givne Linie a b) en ret Linie d c, hvilken staaer perpendicular paa den givne rette Linie a b. En anden Maade fra en givne Punkt c (Fig. 38.) at lade falde en Perpendicularlinie paa en givne ret Linie a b, skeer saaledes: Til den givne Punkt c beskrives en Cirkel-Bue f e h g, som overskærer den givne Linie a b udi tvende Punkter e og h, og til disse Punkter e og h, med en og den samme Distance efter Behag, beskrives tvende Cirkel-Buer, som skære hinanden udi Punkten k; derefter drages den rette Linie c k, hvilken skærer a b udi rette Vinkler i Punkten d, saa at c d staaer perpendicular paa den givne Linie a b.

§. 74.

Paa Marken, kan man ved Hielp af Vinkelhagen med Sigthullerne, fra en givne Punkt d (Fig. 42.) lade falde en Perpendicularlinie paa en givne ret Linie a b, efter følgende Maade: Efter at man haver stukket en Stav udi den givne Punkt d, flytter man Vinkelhagen g c h saaledes frem og tilbage udi den givne Linie a b, at de tvende Stokke under Linialen g c bliver bestandig udi Linien, indtil man igiennem Sigthullerne kan see Staven, som staaer udi Punkten d; derefter drages en ret Linie d c fra Punkten d til den Fod af Vinkelhagen, som staaer under den skælle Linie c n, saa er samme perpendicular paa den givne Linie a b.

§. 75.

§. 75.

Førend jeg vender mine Tanker fra Perpendicularlinier, maa endnu dette erindres, at en Perpendicularlinie er alletider den korteste Bøi imellem tvende Stæder; thi man maa fra en given Punkt, enten til en ret eller krum Linie, item enten til en flad eller krum Figur, drage en ret Linie hoed for en man vil, saa er den alletider længere end den perpendiculare Linie, som der gaaer fra den bemeldte Punkt, til den givne Linie, eller til den givne Plan; ja ligesom en ret Linie giver os den korteste Bøi imellem tvende Punkter, saa giver Perpendicularlinien os den korteste Bøi baade imellem tvende parallelle Linier, og imellem tvende parallelle Planer. Fordi en Perpendicularlinie er den korteste Bøi imellem tvende Stæder, saa haver uden Tvivl dette været Aarsagen, hvorfors den berømte Mathematicus OZANAM paa hans Døds-Seng skal have sagt, at en Mathematicus gaaer efter en Perpendicularlinie udi Paradis. Professor KRÜGER udi hans Anmerkninger over Baron WOLFS Geometrie, taler herom saaledes: Die Mathematicker hätten gewiß Ursache die Perpendicularlinie höher zu halten, wenn man gewiß wüßte, daß die Worte des Ozanams eines berühmten Mathematickers und Mitgliedes der Parisischen Academie der Wissenschaften vollkommen gegründet wäre. Denn der Herr von Fontenelle erzehlet in seiner Lobrede, welche er bey der Academie auf diesen Mann gehalten, daß er ein Jude gewesen, und alle abergläubische Ceremonien dieser Religion mitgemacht hätte, ohngeachtet die Mathematicker gegen die übrigen Gelehrten nicht anders als die Männer gegen die Weiber zu betrachten wären. Diese Verwunderung aber sey verschwunden, da er auf seinem Todtenbette gesagt: Laßt die Sorbonne disputiren, und den Pabst die Decission geben. Genung, ich weiß, ein Mathematicus geht nach der Perpendicularlinie ins Paradis.

§. 76.

Jeg gaaer fra Perpendicularlinier til Parallellinier, og først vil anføre de beqvemmeste Maader, hvorledes man paa Papiir igiennem givne Punkter kan drage rette Linier parallele med andre givne rette Linier. Eftersom Parallellinier haver altid og allevegne en og den samme perpendicular Distance imellem hinanden (§. 5.); saa følger, at man igiennem en givne Punkt c kan drage en ret Linie, som bliver parallel med en givne ret Linie $a b$ (Fig. 44.), naar man først fra Punkten c lader falde en Perpendicularlinie $c d$ paa den givne Linie $a b$ (§. 73.); derefter fra en efter Behag udi Linien $a b$ antagen Punkt e , opreyser en Perpendicularlinie $e f$ paa $a b$, af lige Størrelse med $c d$ (§. 71.); altsaa drages igiennem Punkterne c og f den rette Linie $g h$, som bliver parallel med den givne Linie $a b$. Man kan og igiennem en givne Punkt c drage en ret Linie parallel med en givne ret Linie $a b$ (Fig. 45.) efter denne Maade: Fra den givne Punkt c drages tvende rette Linier $c d$ og $c e$ til Linien $a b$, og til Punkterne c og e beskrives tvende Cirkel-Buer, som staaer hinanden udi Punkten g , af hvilke, Cirkel-Buen til Punkten c skal beskrives udi en Distance saa stor, som $d e$, og Buen til Punkten e , udi en Distance saa stor, som Linien $c d$; derpaa drages igiennem Punkterne c og g den rette Linie $f h$, hvilken bliver parallel med $a b$. En anden Maade igiennem en givne Punkt c (Fig. 46.) at drage en Parallellinie til en givne Linie $a b$, skeer saaledes: Fra den givne Punkt c drages en ret Linie $c d$ til Linien $a b$, som gjør en stiev Vinkel med samme, og til Punkterne d og c udi en og den samme Distance $d c$, beskrives de tvende Cirkel-Buer $c e$ og $d f$; dernæst gøres Buen $d f$ lige saa stor, som Buen $c e$, og igiennem Punkterne c og f drages den forlangte Parallellinie $g h$ til den givne rette Linie $a b$. Ved Hielp af Parallellinialen $f a g e$ (Fig. 40.) kan man igiennem en givne Punkt c drage en ret Linie parallel med en givne

Linie

Linie a b, efter følgende Maade: Efter at den skarpe Side af den ene lange Linial a g er lagt gandske lige efter den givne Linie a g, holder man Linialen a g fast ved Papiret med den ene Haand, og imidlertid med den anden Haand skyder den anden lange Linial f e saa langt fra den første, at den skarpe Side af Linialen f e falder lige udi Punkten c; dernæst holder man Linialen f e fast til Papiret, og efter den skarpe Side af samme, drager den rette Linie d e, hvilken bliver parallel med a b. Er Punkten c saa langt fra Linien a b, at den ene Linial f e ikke kan naae samme, naar den anden Linial a g ligger paa Linien a b, skyder man først Linialen f e saa langt, som den kan komme fra Linialen a g, inedens denne ligger stille paa Linien a b; derefter holder man Linialen f e stille, og skyder den anden Linial a g hen til samme; saa holdes Linialen a g stille, og den anden Linial f e skydes fra samme, hvilket continues indtil den skarpe Side af Linialen f e haver opnaaet den givne Punkt c.

§. 77.

Paa Marken kan man ved Hielp af Vinkelhagen med Sigthullerne, igiennem en givne Punkt d (Fig. 42.) drage en ret Linie parallel med en givne ret Linie a b, efter følgende Maade: Fra den givne Punkt d lader man falde en Perpendicularlinie d e paa den givne Linie a b (§. 74.); dernæst oprejses paa Linien d e, fra Punkten d, en Perpendicularlinie d f (§. 72.), hvilken længere uddrages tilbage indtil Punkten e (§. 70.), saa bliver Linien e f parallel med den givne Linie a b.

§. 78.

Det kan undertiden foresalde at man skal beskrive en Cirkel-Bue, eller og Omkredsen til en Cirkel saaledes, at den gaaer igiennem tre givne Punkter a, b, og c (Fig. 47.), hvilket skeer, som følger: Til Punkterne a og b med en og den samme Passer-Nabning efter Behag, beskrives de tvende Cirkel-

Buer $f b g$ og $f a g$, som stikere hinanden udi Punkterne f og g , og til Punkterne b og c beskrives ligeledes med en og den samme Nabning efter Behag, tvende Cirkel-Buer $d c e$ og $d b e$, hvilke stikere hinanden udi de tvende Punkter d og e ; derefter drages igiennem Punkterne d og e , den rette Linie $d h$, og igiennem Punkterne f og g , den rette Linie $f g$: hvor de tvende Linier $d h$ og $f g$ nu overstikere hinanden, nemlig udi Punkten k , ligger den Punkt, som er lige langt fra enhver i sær af de tre givne Punkter a , b , og c ; naar man altsaa til Punkten k , udi Distancen $k a$, beskriver Omkredsen til en Cirkel $a b c m a$ (§. 65.), gaaer denne Omkreds igiennem de tre givne Punkter a , b , og c .

§. 79.

Naar en Cirkel-Bue $a b c$ (Fig. 47.) er given, til hvilken Middelpunkten vides ikke, og der begieres at den hele Omkreds skal fuldføres, hvoraf Buen $a b c$ er et Stykke, saa antages efter Behag trende Punkter a , b , og c , udi Cirkel-Buen $a b c$, og til disse Punkter søges den Punkt k , som er lige langt fra enhver i sær af dem (§. 78.); thi saa er Punkten k den Punkt til hvilken Cirkel-Buen $a b c$ er beskrevet, og altsaa kan man til Punkten k , udi Distancen $k a$, fuldføre den hele Omkreds $a b c m a$.

§. 80.

Naar man hverken veed Middelpunkten eller Middellinien udi en Cirkel $a b c m a$ (Fig. 47.), da findes baade Middelpunkten og Middellinien, efter følgende Maade: Udi Omkredsen af Cirklen $a b c m a$ antages efter Behag trende Punkter a , b , og c , og til samme Punkter søges den Punkt k , som er lige langt fra enhver i sær af dem (§. 78.), saa er den bemeldte Punkt k , Cirkelns Middelpunkt; og naar man igiennem Punkten k drager en ret Linie udi Cirklen $a b c m a$, bliver samme Cirkelns Middellinie. Baade Middellinien

linien og Middelpunkten udi en Cirkel $a b c$ (Fig. 48.) kan og findes paa følgende Maade: Udi Cirklen $a b c$ drages en ret Linie $a c$ efter Behag, og paa samme Linie $a c$ fra den ene Ende a , opreyses en Perpendicularlinie $a b$ (§. 71.), som bekommer saadan en Længde, at Enden b kommer til at ligge udi Omkredsen af Cirklen; derefter drages den rette Linie $b c$, som bliver en Middellinie udi Cirklen $a b c$: naar man nu til Punkterne b og c med en og den samme Nabning efter Behag, ved begge Sider af Linien $b c$, beskriver smaae Cirkel-Buer, som skære hinanden udi Punkterne d og e , og de bemeldte Punkter sammensøyes med en ret Linie $d e$, saa bliver Punkten h , hvor de tvende Linier $b c$ og $d e$ skære hinanden, Middelpunkten udi Cirklen $a b c$. Man kan og finde Middellinien tillige med Middelpunkten udi en Cirkel $a h b e$, (Fig. 49.), efter følgende Methode: Udi Omkredsen af Cirklen $a h b e$ antages tvende Punkter a og b efter Behag, og til samme med en og den samme Passer-Nabning efter Behag, beskrives tvende Cirkel-Buer, som skære hinanden udi Punkterne c og d ; igiennem samme Punkter drages den rette Linie $c e$, saa bliver det Stykke $h e$ af samme, som ligger udi Cirklen $a h b e$, den bemeldte Cirkels Middellinie: hvad Middelpunkten anbelanger, da findes den paa samme Maade, som udi det næst foregaaende blev lært, nemlig til Punkterne h og e med en og den samme Nabning efter Behag, ved begge Sider af Linien $h e$, beskrives smaae Cirkel-Buer, som skære hinanden udi Punkterne f og g , hvilke tvende Punkter sammensøyes med den rette Linie $f g$, som over-skærer Linien $h e$ udi Cirkelens Middelpunkt k .

§. 81.

Paa en given ret Linie $a c$, fra en antagen Punkt c (Fig. 37.), drages en ret Linie, som gjør en ret Vinkel med den givne Linie, efter følgende Maade: Paa Linien $a c$, fra Punkten c , opreyses en Perpendicularlinie $c d$ (§. 71.), saa er $a c d$ en ret Vinkel.

§. 82.

§. 82.

Begierer man, at der paa en given ret Linie $e a$ (Fig. 34.), fra en antagen Punkt a skal beskrives en Vinkel, som indeholder et vist Antal af Grader, forholdes, som følger: Transporteurens Grundlinie $b d$ legges saaledes paa den givne Linie $e a$, at Transporteurens Middelpunkt falder udi den antagne Punkt a ; dernæst afdækkes udi Transporteuren, fra Punkten b , det begierte Antal af Grader, som for Exempel 30 , hvilket Antal naaer indtil Punkten h , og samme Punkt h affikkes at den kan være kiendelig, saa borttages Transporteuren, og fra Punkten a , igiennem den bemeldte Punkt h , drages den rette Linie $a h$, saa gjør samme med den givne Linie $e a$, en Vinkel $e a h$, som indbefatter 30° . Ved Hjælp af en Transporteur, som er afregnet paa Papiir, ligesom Transporteuren $b c d$ (Fig. 34.), forrettes Sagen saaledes: Lad $o v$ (Fig. 35.) være den givne Linie, paa hvilken man fra Punkten v skal affætte en Vinkel, som indbefatter for Exempel 30° , saa beskrives til Punkten v udi en Distance $v p$ af lige Størrelse med Transporteurens halve Diameter $a b$, Cirkel-Buen $p q t$; dernæst gives Passeren en Abning, som udi Transporteurens Omkreds indeholder de forlangte 30° , saasom her Buen $b h$, og samme Distance affikkes udi Buen $p q t$ fra Punkten p , som strækker sig indtil Punkten q , saa kan man fra Punkten v igiennem Punkten q , drage den rette Linie $v n$, hvilken med den givne Linie $o v$ gjør en Vinkel $o v n$, som indbefatter 30° .

§. 83.

Uden nogen Transporteur kan man paa en given ret Linie $o v$, fra en antagen Punkt v (Fig. 35.) affætte en Vinkel af lige Størrelse med en given Vinkel $e a g$ (Fig. 34.), efter følgende Maade: Til Punkten a udi en Distance $a b$ efter Behag, beskrives Cirkel-Buen $b k$, og med samme Abning beskrives til

til Punkten v , Buen $p q r$; derefter sættes Passerens ene Fod udi Punkten b , og den anden udi Punkten k , med hvilken Nabning man til Punkten p befriser Buen su , som skærer Buen $p r$ udi Punkten r , saa skal den rette Linie $v m$, som drages fra Punkten v igiennem Punkten r , med den givne Linie $o v$ giøre en Vinkel $o v m$, der er lige saa stor, som den givne Vinkel $e a g$.

§. 84.

Paa Marken bliver der paa en given ret Linie $a b$ (Tab. II. Fig. 57.), fra en antagen Punkt a , affat en Vinkel, som bekommer en given Størrelse udi Grader, ved Hielp af Vinkelmaaleren paa følgende Maade: Efter at man haver stiftet en Stav perpendicular ned udi Punkten b , legges Vinkelmaalerens Grundlinie saaledes paa den givne Linie $a b$, at Vinkelmaalerens Middelpunkt falder lige udi den antagne Punkt a , og den bevægelige Linial $e f$ dreyes saa langt fra Grundlinien $c d$, at Buen $d f$ kan indbefatte det forlangte Antal af Grader, som Vinklen skal indeholde; dernæst lader man Linialen $e f$ være gandske stille, og seer igiennem Sigthullerne e og f , imedens en Karl med en Stav g gaaer lige ud for Sigthullerne, og flytter Staven saa længe indtil man faaer den i Synne igiennem Hullerne, da den stav skal stikkes fast, saa kan man borttage Vinkelmaaleren, og fra Staven g til Punkten a drage den rette Linie $a g$ (§. 68.), hvilken med den givne Linie $a b$ giør en Vinkel $b a g$, som haver den forlangte Størrelse.

§. 85.

Man kan over en given ret Linie $a b$ (Fig. 58.) beskrive en Cirkel-Bue saaledes, at enhver i sær af de Vinkler der med Spidsen ligger udi samme Bue, og med Enderne gaaer til Punkterne a og b , haver lige Størrelse med en given Vinkel $h i k$ (Fig. 59.), efter følgende Maade: Paa den givne Linie $a b$ fra Punkterne a og b affættes neden under samme, tvende Vinkler $b a s$

og $a b c$, som hver i sær haver lige Størrelse med den givne Vinkel $h i k$ (§. 83.); derefter opreyses paa $c b$ fra Punkten b , Perpendicularlinien $b d$ (§. 71.) og paa $c a$ fra Punkten a , Perpendicularlinien $a d$, saa bliver Punkten d , hvor de toende Perpendicularlinier møde hinanden, Middelpunkten til den forlangte Bue; man beskriver da til Punkten d , udi Distancen $d a$ eller $d b$, Cirkel-Buen $a f b$, som bliver den begierte, saa haver enhver i sær af alle de Vinkler der med Spidsen ligger udi Buen $a f b$, og med Enderne gaaer til Punkterne a og b , saasom her enhver i sær af de trende Vinkler $a e b$, $a f b$, og $a g b$, lige Størrelse med den givne Vinkel $h i k$.

Det fjerde Capitel.

Om Liniers og Vinklers Udmaaling.

§. 86.

Paa Papiir bliver en given ret Linie udmaalet med den geometriske Maalestok (Tab. I. Fig. 33.), som følger: Man giver Passeren en Abning saa stor, som den givne Linie, og med samme Abning forsøges paa Maalestoffet hvor mange Dele af samme, den indeholder, saa sees Linies Størrelse i Henseende til de smaae Roder, Fodder og Tommer, som findes paa Maalestoffet.

§. 87.

Paa Marken udmaales en given ret Linie med Maalekæden eller Maalestaven, efter følgende Maade: Ved begge Ender af den givne Linie $a b$

(Tab.

(Tab. II. Fig. 60.) stiftes en Pæl i Jorden, og Maalekæden eller Maalesnoren udtrækkes gandske stiv imellem samme, saa giver det Stykke af Maalesnoren, som er imellem begge Pælene, Liniens Længde. Er den givne Linie a b (Fig. 61.) saa lang, at Maalesnoren ikke kan strække til, forholdes saaledes: Efter at tvende Stave ere nedsatte udi Enderne a og b, hænges Maalesnorens yderste Ring paa den ene Stav a, og Snoren udtrækkes gandske stiv saa langt den kan række, saasom her indtil Punkten c; derefter stiftes en Stav udi Punkten c, hvorved det maa iagttages, at Staven c kommer udi en lige Linie med de tvende Stave a og b, hvilket udførlig blev lært udi §. 68.: Med denne Operation continueres indtil man med Snoren kommer til Punkten b, saa multipliceres Maalesnorens Længde med Antallet af Stavene der ere nedsatte imellem Punkterne a og b, saasom her med 3, og til det Udkommende adderes Længden af det øvrige Stykke c b, hvilket giver os Maalet paa den hele Linie a b.

§. 88.

Paa Papiir udmaales en given Vinkel e a f (Tab. I. Fig. 34.) med en Messing-Transporteur, efter følgende Maade: Man legger Transporteurens Middelpunkt a paa Vinklens Spidse, og Transporteurens Grundlinie a b, paa Linien e a; derefter eftersees hvor mange Grader paa Transporteuren, Linien f a affiærer, saa have Vinklens Størrelse; thi saa mange Grader, som Buen b h indbefatter, tilhører Vinklen e a f. Er det en Transporteur, som er aftegnet paa Papiir, kan man med samme udmaale en given Vinkel o v m (Fig. 35.), saaledes: Til Vinklens Spidse v, udi en Distance v p af lige Størrelse med Transporteurens halve Diameter a b (Fig. 34.), beskrives Cirkel-Buen p r; dernæst aabnes Passeren udi Distancen p r, og med samme Aabning, fra Transporteurens Grundlinie a b, affstiftes Punkten k udi

Transporteurens Omfreds, saa giver Antallet af de Grader, som Buen $b k$ indbefatter, Størrelsen af den givne Vinkel $o v m$.

§. 89.

Paa Marken udmaales en Vinkel $b a g$ (Tab. II. Fig. 57.) med Vinkelsmaaleren, efter følgende Methode: Efter at tvende Stave ere nedsatte udi Punkterne b og g , legges Vinkelmaalerens Middelpunkt a paa Spidsen af Vinklen, og Grundlinien $c d$, paa Linien $a b$; derefter drejes den bevægelige Linial $e f$ saa langt fra Grundlinien $c d$, indtil man igiennem Sigthullerne kan see Staven, som staaer udi Punkten g , saa er Antallet af Graderne udi Buen $d f$, Maalet paa Vinklen $b a g$.

§. 90.

Man kan altsaa paa Marken beskrive en Vinkel, som haver lige Størrelse med en given Vinkel, naar man maaler den givne Vinkel (§. 89.), og dernæst affætter en Vinkel (§. 84.), som bekommer den fundne Størrelse udi Grader.

§. 91.

Omendskiønt der paa Marken imellem tvende Stæder a og b (Fig. 62.) kan være adskillige Ting i Vejen, som forhindrer, at man ikke kan komme der imellem og drage en ret Linie, saa kan dog samme Distance gandske accurat og nøye findes, efter følgende Methode: Man udvælger et Sted c , fra hvilket kan drages tvende rette Linier $c a$ og $c b$ til de tvende Stæder a og b , og udi Punkten c sættes en Stav; derefter uddrages Linierne $a c$ og $b c$ imod Punkterne e og d , saa gøres $c e$ lige saa stor, som $a c$, og $c d$ lige saa stor, som $b c$; endelig stikker man tvende Stave udi Punkterne d og e , og drager Linien $d e$, hvilken haver lige Størrelse med den Distance, som er imellem de tvende Stæder a og b . Naar man altsaa udmaaler Linien $d e$ (§. 87.), haves

Maalet

Maaler paa den forlangte Distance imellem Stæderne a og b. Kan man ikke komme saa langt tilbage fra Staven c, at c d og c e kan bekomme lige Størrelse med e b og c a, kan man behjælpe sig med $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ic. af samme Distance: Som for Exempel, dersom c f kan ifkun blive saa stor, som den tredie Deel af b e, gøres c g saa stor, som den tredie Deel af a c, og dernæst drages Linien f g, saa bekommer man en Triangel c f g, som haver lige Skikkelse med Trianglen c b a, saa at f g er lige saa mange gange mindre end a b, som c f er mindre end b e, og c g mindre end a c: Da nu c f er her antagen for at være saa stor, som den tredie Deel af b e, og c g saa stor, som den tredie Deel af a c; saa følger, at Størrelsen af den Distance, som er imellem de tvende Stæder a og b, maa udfomme naar Linien f g (§. 87.) udmaales, og denne Størrelse multipliceres med 3. Dersom man ikke kan komme noget tilbage fra Staven c (Fig. 62.), betiener man sig af Vinkelmaaleren, som følger: Efter at de tvende Linier a c og b c ere udmaalede med Maalesnoren, maales og Vinklen a c b (§. 89.) med Vinkelmaaleren, dernæst beskrives paa Papiir en Vinkel h i k (Fig. 63.), som haver lige Størrelse med Vinklen a c b paa Marken (§. 82.), Linien i k paa Papiret gives lige saa mange af de smaae Roder, Fodder og Tommer, der findes paa den geometriske Maalestof, som Linien b c paa Marken indbefatter af de virkelige Roder, Fodder og Tommer, der findes paa Maalesnoren, og Linien i h paa Papiret, lige saa mange af de smaae Roder, Fodder og Tommer, som Linien a c paa Marken indeholder af de virkelige Roder, Fodder og Tommer: Naar man nu drager Linien h k, haver Trianglen h k i paa Papiret, lige Skikkelse med Trianglen a b c paa Marken, saa at Linien h k indbefatter lige saa mange af de smaae Roder, Fodder og Tommer, som Distancen a b af de virkelige. Altsaa udmaales Linien h k med den geometriske Maalestof (§. 86.),

som da giver tilkiende den begierte Distance imellem de tvende Stæder a og b.

§. 92.

Naar tvende Stæder a og b (Fig. 64.) paa Marken ligger saaledes, at man ey allene naturlig Viis kan komme til at maale deres Distance fra hinanden; men og fra den udvalgte Sted c, formedelst Vand, Morads, eller andre Forhindringer ikke kan komme til det ene Stæd, saasom her a, findes Størrelsen af Distancen a b, som følger: Efter at en Stav er nedsat udi den udvalgte Plads c, gaaer man udi en ret Linie imod Stæden a, saa langt man kan komme, saasom indtil Punkten d, og udi Punkten d stikkes en Stav saaledes, at den kommer udi en lige Linie med Stæden a og Staven c; derpaa drages Linierne c b og d b, hvilke uddrages indtil Punkterne e og f, og e b gøres lige saa stor, som b c, saa og f b lige saa stor, som b d: Fremdeles sætter man tvende Stave udi Punkterne e og f, og gaaer saa udi en ret Linie med disse Stave, saa langt bort fra samme, indtil man og kommer udi en ret Linie med Stæderne a og b, saasom her indtil Punkten g, saa bekommes en Triangel g b e, som baade haver lige Skikkelse og lige Størrelse med Trianglen a b c, udi hvilke Triangler de tvende Sider a b og b g ere lige store med hinanden. Man maaler da Linien b g (§. 87.), som er tillige Længden af den forlangte Distance a b. Med Vinkelmaaleren forrettes Operationen i dette Tilfælde, saaledes: Lad a og b (Fig. 65.) være de tvende Stæder, hvis Distance fra hinanden man begierer; og lad a være den Sted, som man ikke kan komme til: Først udvælges en Plads c, hvor begge Stæder a og b kan have i Oyesyn; dernæst maaler man Linien c b med Maalesnoeren (§. 87.), og de tvende Vinkler a c b og a b c med Vinkelmaaleren (§. 89.): Dernæst beskrives paa Papiir en ret Linie f e (Fig. 66.), som indbefatter lige saa mange af

af de smaae Roder, Fodder og Tommer paa den geometriske Maalestok, som Linien $c b$ paa Marken indeholder af de virkelige; Vinklen $d f e$ paa Papiret gives samme Størrelse, som Vinklen $a c b$ paa Marken, og Vinklen $d e f$ lige Størrelse med Vinklen $a b c$. Endelig lader man de tvende Linier $f d$ og $e d$ paa Papiret møde hinanden udi Punkten d , saa haver den liden Triangel $d e f$ paa Papiret, lige Skikkelse med den store Triangel $a b c$ paa Marken, og Linien $d e$ indeholder lige saa mange af de smaae Roder, Fodder og Tommer paa den geometriske Maalestok, som Distancen $a b$ indbefatter af de virkelige.

§. 23.

Derfom der paa Marken ere saadanne Forhindringer for tvende Stæder a og b (Fig. 67.), som forbyder, at man ikke kan komme til nogen af dem, kan deres Distance fra hinanden dog gandske nøye findes, efter følgende Anvisning: Her udvælges en Plads c , hvor begge Stæder a og b kan have sig i Øyeshyn, og udi Punkten c stikkes en Stav; dernæst antages en anden Plads d , hvor Stæden b kan sees, og udi Punkten d sættes en anden Stav: Fremdeles gaaer man fra Staven d , udi en lige Linie imod Stæden b , saa langt man kan komme, og nedsetter her den tredie Stav g , og udi en lige Linie med de tvende Stave c og d nedstikkes den fjerde Stav e saaledes, at $c e$ bliver lige saa stor, som $c d$; derpaa sættes den femte Stav h udi en lige Linie med de tvende Stave c og g saaledes, at Distancen $c h$ bekommer lige Størrelse med Distancen $c g$; og endelig stikkes den siette Stav i saaledes i Jorden, at den ey allene staaer udi en lige Linie med de tvende Stave e og h , men og tillige udi en lige Linie med Staven c og Stæden b , saa haver Distancen imellem de tvende Stave c og i , lige Størrelse med den Distance, som er imellem Stæden b og Staven c . Paa samme Maade, som nu $c i$ er giørt

saa

saa stor, som $e b$, gøres og $e l$ af lige Størrelse med $e a$, formedelst de trede nedsatte Stave f , k , og l , saa bekommer den firekantede Figur $e i l d$ baade lige Størrelse og lige Skikkelse med den firekantede Figur $d b a e$, og den Distance, som er imellem de tvende Stave i og l , bliver da lige saa stor, som Distancen imellem de tvende Stæder a og b . Man finder og den Distance, som er imellem tvende Stæder a og b paa Marken (Fig. 68.), hvilke ere saaledes beskafne, at man ikke kan komme til nogen af dem, efter følgende Methode: Man udvælger tvende Maalepladser c og d saaledes, at man udi enhver Plads kan see begge Stæderne a og b , og udmaaler Distancen, som er imellem c og d (§. 87.); dernæst tager man Vinkelmaaleren, og med samme udi Pladsen c maalet Størrelsen af de tvende Vinkler $a c b$ og $b c d$ (§. 89.), og udi Pladsen d , Størrelsen af de tvende Vinkler $b d a$ og $a d c$: siden drages paa Papiir en ret Linie $e f$ (Fig. 69.), hvilken man giver lige saa mange af de smaae Roder, Fodder og Tommer paa den geometriske Maalestok, som Linien $c d$ paa Marken indbefatter af de virkelige; derpaa gives Vinklen $f e h$ paa Papiret, lige Størrelse med Vinklen $d c b$ paa Marken, Vinklen $h e g$ lige Størrelse med Vinklen $b c a$, Vinklen $e f g$, lige Størrelse med Vinklen $e d a$, og Vinklen $g f h$ lige Størrelse med Vinklen $a d b$: Endelig lader man de tvende Linier $e g$ og $f g$ møde hinanden udi Punkten g , og de tvende Linier $f h$ og $e h$ møde hinanden udi Punkten h , og drager Linien $g h$, saa bekommer den paa Papiret beskrevne firekantede Figur $e f h g$, lige Skikkelse med den firekantede Figur $c d b a$ paa Marken; da nu Linien $g h$ paa Papiret svarer til Distancen $a b$ paa Marken, og Linien $e f$ paa Papiret er givet lige saa mange af de smaae Roder, Fodder og Tommer, som den til samme svarende Linie $c d$ paa Marken indeholder af de virkelige; saa følger, at Linien $g h$ skal indbefatte lige saa mange af de smaae Roder, Fodder og Tommer der findes

paa

paa Maalestokken, som Distancen imellem Stæderne a og b paa Marken indeholder af de virkelige.

§. 94.

Beed man hvor stor Distance der er imellem enhver i sær af trende Stæder, a, b, og c (Fig. 70.) paa Marken, det er Størrelsen paa enhver i sær af de trende Sider a b, a c, og b c udi Trianglen a b c, og man er paa den fjerde Stæd d, fra hvilket man formedelst Vand eller andre Forhindringer, udi rette Linier ikke kan komme til nogen af de bemeldte trende Stæder a, b, og c, kan den Distance, som er imellem Stæden d og enhver i sær af de trende givne Stæder, a, b, og c, paa en fordeelagtig Maade findes, (uden at man haver nødig at vige fra Stæden d) efter følgende Anvisning: Efter at de tvende Vinkler a d b og b d c ere maalede med Vinkelmaaleren, beskrives paa Papiir en ret Linie e f (Fig. 71.), som indeholder lige saa mange smaae Noder, Fodder og Tommer, som Distancen a b af de virkelige; dernæst gives Passeren en Abning, som paa Maalestokken indtager lige saa mange smaae Noder, Fodder og Tommer, som Distancen a c paa Marken indbefatter af de virkelige, og med samme Abning beskrives til Punkten e, Cirkel-Buen l m, ligeledes beskrives til Punkten f, med en Passer-Abning der paa Maalestokken indtager lige saa mange smaae Dele udi Noder, Fodder og Tommer, som Distancen b c paa Marken indeholder af de virkelige, Cirkel-Buen i k, som skærer den forrige Bue udi Punkten g, og fra Punkten g drages de tvende rette Linier g e og g f, saa haver Trianglen e f g paa Papiret, lige Skikkelse med Trianglen a b c paa Marken, saa at enhver i sær af de trende Sider e f, e g, og f g, som indslutter den liden Triangel e f g paa Papiret, haver lige saa mange smaae Noder, Fodder og Tommer, som de til samme svarende Sider der gjør den store Triangel a b c paa Marken, indeholder af

de virkelige. For nu at finde den Punkt paa Papiret, som i Henseende til de trede Kanter af Trianglen $e f g$, ligger ligesom Stæden d i Henseende til de trede givne Stæder a , b , og c paa Marken, saa beskrives under Linien $e f$, en Cirkel-Bue $e h f$, som indbefatter en Vinkel af lige Størrelse med Vinklen $a d b$ paa Marken (§. 85.), og under Linien $f g$, en Cirkel-Bue $f h g$ der kan indbefatte en Vinkel, som haver lige Størrelse med Vinklen $b d c$ paa Marken; saa bliver Punkten h , hvor de toende Cirkel-Buer $e h f$ og $f h g$ skjære hinanden, den begierte: Man drager da fra Punkten h de trede rette Linier $h e$, $h f$, og $h g$, som hver i sær indbefatter lige saa mange af de smaae Roder, Fodder og Sommer paa den geometriske Maalestok, som de dertil hørende Distancer $d a$, $d b$, og $d c$ paa Marken indeholder af de virkelige. Da den firekantede Figur $e f g h$ paa Papiret, haver lige Skikkelse med den store firekantede Figur $a b c d$ paa Marken, saa sees klarlig, at denne bekvemme og fordeelagtige Methode haver sin store Nytte udi den mathematiske Geographie, naar man vil forfærdige speciale Land-Kort.

§. 95.

Begierer man at vide Størrelsen af Omkredsen til en Cirkel $a c b d$ (Fig. 72.), findes samme efter følgende Methode: Er Cirkelns Middelpunkt ikke bekiendt, da søges og findes den efter §. 80.; dernæst drages Middellinien $a b$, og samme udmaales, saa findes Størrelsen af Omkredsen efter Regula de tri udi Regne-Konsten, saaledes: Som 100 er til Størrelsen af den givne Cirkels Middellinie $a b$, saa er 314 til Størrelsen af samme Cirkels Omkreds, fordi enhver Cirkels Middellinie forholder sig til samme Cirkels Omkreds, om trent, som 100 til 314. Som for Exempel, dersom Middellinien $a b$ indbefatter $2^{\circ}5'$, multipliceres samme med 314, saa udkommer $785^{\circ}0'$, hvilke dividerede med 100, giver Quotienten $7^{\circ}8'5''$, som er Maalet paa Omkredsen til den givne Cirkel $a c b d$, og staaer saaledes:

100

$$\begin{array}{r}
 100 \text{ --- } 2^{\circ} 5' \text{ --- } 314 \\
 \underline{314} \\
 100 \\
 25 \\
 75 \\
 100) \underline{785^{\circ} 0'} \\
 \underline{78^{\circ} 5''}
 \end{array}$$

§. 96.

Størrelsen af en given Cirkel-Bue a b (Fig. 73.) findes, som følger: Først søger man Middelpunktet c til den givne Bue a b (§. 79.), drager Linierne a c og b c, og udmaaler en af disse Linier, saasom a c; saa findes Størrelsen af den hele Omkreds a d b, hvoraf Buen a b er et Stykke, efter Regula de tri udi Regne-Konsten, saaledes: Som 50 er til Størrelsen af den halve Diameter a c, saa er 314 til Størrelsen af den hele Omkreds a d b, fordi enhver Cirkels Radie eller halve Middellinie, forholder sig til samme Cirkels Omkreds omtrent, som 50 til 314. Efter at Størrelsen af Omkredsen a d b nu er funden, udmaales Vinklen a c b, saa findes Størrelsen af den givne Bue a b, efter Regula de tri saaledes: Som Størrelsen af den hele Omkreds a d b udi Grader (nemlig 360°), er til Størrelsen af samme Omkreds udi Roder, Fodder og Tommer, saa er Størrelsen af Vinklen a c b, til Maalet paa Buen a b. Jeg vil sætte til et Exempel, at den halve Diameter a c indbefatter 10° , og Vinklen a c b 60° , saa skal for det første 10° multipliceres med 314, hvoraf udkommer 3140° ; og disse dividerede med 50, giver den hele Omkreds a d b $62^{\circ} 8'$: Dernæst for det andet, bliver $62^{\circ} 8'$ multipliceret med 60, og det Udkommende divideret med 360, saa udkommer Størrelsen af den givne Cirkel-Bue a b med $10^{\circ} 4' 6'' 6'''$, og staaer, som følger:

[illegible]

Det femte Capitel.

Den nødvendigste Kundskab om Proportion, som
udkræves at vide til Land-Maaling.

§. 97.

Naar jeg nævner Proportion, forestiller jeg mig den største og fornem-
ste Hoved-Hjørne-Steen, eller og Hoved-Pille, hvorpaa de største
og vigtigste Parter udi den hele Mathematique hviler og beroer; thi dersom
den Værdom om Proportioner blev borttaget fra de mathematiske Videnskaber,
maatte de høieste og dyrebareste Stykker udi disse ædle Videnskaber, som alle-
tider, paa alle Stæder, og udi mangfoldige Tilfælde sætter dem udi Priis og
Berømmelse, da gandske og aldeles falde og gaae til Grunde, saa der ikke
blev meget tilbage, som var af nogen synderlig Værdie; ja her maatte Ma-
thematiquen lide samme Skiebne, som en prægtig Bygning, fra hvilken blev
borttaget dens fornemteste Grund-Støtter og Hoved-Piller. Eftersom Pro-
portion

portion da er saa vigtig en Sag, kunde det ikke være for meget, om jeg om samme allene vilde skrive en heel Bog; men i det jeg taler om Proportion, maa jeg ihukomme hvad Proportion et Compendium i Henseende til Størrelsen af dets Dele og Capitler, omtrent udkræver, og her paa dette Sted indskrænke mine Tanker det meste mueligt er, at de kan blive inden for de snevre Grændser, som her ere givne: Imidlertid maa jeg dog i mueligste Korthed handle lidet om de vigtigste Stykker, som i dette Tilfælde udfordres til Land-Maalning, og saa vidt, som min ringe Evne strækker sig, ey allene udi denne Materie, men og udi alle de andre Parter, som jeg udi denne Tractat haver foretaget mig at afhandle, vil stræbe efter nogenledes at kunde træffe Middelvejen imellem en fiedsommelig Bidtlostighed, og uforstaaelig Korthed. Evende Størrelser kan ikke have en Forhold til hinanden, undtagen den ene af samme kan betragtes, som en Deel af den anden: Heraf maa altsaa følge, at tvende Størrelser, som haver en Forhold til hinanden, maa alletider være af en og den samme Art og Bessaffenhed, ligesom tilforn (§. 63.) blev meldt angaaende en Ting, som skal maales, og Maalestoffet hvormed samme skal maales; saa at en Linie kan ikke have nogen Forhold til en Plan, eller til et Corpus; en Plan ikke nogen Forhold til en Linie, eller til et Corpus; og et Corpus ikke nogen Forhold til en Linie, eller til en Plan: Men en Linie kan have en Forhold til en anden Linie; en Plan kan have en Forhold til en anden Plan; og et Corpus kan have en Forhold til et andet Corpus. Vi seer altsaa, at ved Forhold forstaaes den Bessaffenhed, som tvende Størrelser af et Slags haver til hinanden, i Henseende til deres Storhed. Til en Proportion udkræves i det mindste tre Størrelser; fire Størrelser udi en Proportion haver den største Nytte; men der kan og være flere end fire Størrelser. Man haver fornemmelig at iagttage tre Slags Proportioner, som ere, arithmetiske, geome-

triske, og harmoniske Proportioner. Naar trende Størrelser skal staae udi en arithmetisk Proportion, maa alletider Forskiellen imellem den første og anden Størrelse, være lige saa stor, som Forskiellen imellem den anden og tredie: Som for Exempel, de trende Tal 6, 9, og 12 staaer udi en arithmetisk Proportion, fordi Forskiellen imellem 6 og 9, er lige saa stor, som Forskiellen imellem 9 og 12; item 7, 5, og 3, fordi Forskiellen imellem 7 og 5, er lige saa stor, som Forskiellen imellem 5 og 3. Naar fire Størrelser skal staae udi en arithmetisk Proportion, maa Forskiellen imellem den første og anden Størrelse, være lige saa stor, som Forskiellen imellem den tredie og fjerde: Saa som de fire Tal 5, 8, 12, og 15 staaer udi en arithmetisk Proportion; thi naar 5 drages fra 8, bliver der lige saa meget tilbage, som naar 12 drages fra 15: Item 5, 4, 2, og 1; thi naar 4 subtraheres fra 5, bliver der 1 tilbage, og ligeledes bliver 1 tilbage, naar 1 subtraheres fra 2. Naar trende Størrelser skal staae udi en geometrisk Proportion, maa alletider den første Størrelse være lige saa mange gange større eller mindre end den anden, som den anden er større eller mindre end den tredie: Som for Exempel, de trende Tal 4, 8, og 16 staaer udi en geometrisk Proportion, fordi 8 er lige saavel dobbelt saa meget, som 4, som 16 dobbelt saa meget, som 8; item 27, 9, og 3, fordi 27 divideret med 9, giver lige saavel Quotienten 3, som naar 9 divideres med 3. Naar fire Størrelser skal staae udi en geometrisk Proportion, maa den første Størrelse være lige saa mange gange større eller mindre end den anden, som den tredie er større eller mindre end den fjerde: Saa som de fire Tal 2, 6, 8, og 24 staaer udi en geometrisk Proportion; thi naar 6 divideres med 2, udkommer der lige saa meget udi Quotienten, som naar 24 divideres med 8: Item 12, 3, 64, og 16; thi naar 12 divideres med 3, udkommer 4, og ligeledes udkommer 4, naar 64 divideres med 16. Trende

Stør:

Størrelser staaer udi en harmonisk Proportion, naar Forskiellen imellem den første og anden Størrelse, er lige saa mange gange større eller mindre end Forskiellen imellem den anden og tredie, som den første Størrelse er større eller mindre end den tredie: Saa som de trende Tal 4, 6, og 12 staaer udi en harmonisk Proportion, fordi Forskiellen imellem det andet og tredie Tal, nemlig 6, er lige saa mange gange større end Forskiellen imellem det første og andet, nemlig 2, som det tredie Tal 12 er større end det første Tal 4; Item 20, 8, og 5, fordi Forskiellen imellem det første og andet Tal, nemlig 12, divideret med Forskiellen imellem det andet og tredie, nemlig 3, giver lige saavel Quotienten 4, som naar det første Tal 20 divideres med det tredie Tal 5. Fire Størrelser staaer udi en harmonisk Proportion, naar Forskiellen imellem den første og anden Størrelse, er lige saa mange gange større eller mindre end Forskiellen imellem den tredie og fjerde, som den første Størrelse er større eller mindre end den fjerde: Som for Exempel, de fire Tal 3, 4, 6, og 9 staaer udi en harmonisk Proportion, fordi Forskiellen imellem det tredie og fjerde Tal, nemlig 3, er lige saa mange gange større end Forskiellen imellem det første og andet, nemlig 1, som det fjerde Tal 9 er større end det første Tal 3: Item 16, 8, 6, og 4; thi naar Forskiellen imellem det første og andet Tal, nemlig 8, divideres med Forskiellen imellem det tredie og fjerde, nemlig 2, udkommer Quotienten med 4, og ligeledes udkommer Quotienten med 4, naar det første Tal 16 divideres med det fjerde Tal 4. Iblandt disse trende Slags anførte Proportioner er den geometriske den vigtigste og fornemmeste; thi dens Nytte er ubestriktelig stor udi Arithmetiken, Geometrien, Trigonometrien, Astronomien og Mechaniken; ja med et Ord, udi alle mathematiske Videnskaber. Eftersom nu Land-Maalingen ikke er andet end en practisk Geometrie, saa haver de geometriske Proportioner og derudi sin overmaade store Nytte; men

hvad

hvad de arithmetiske og harmoniske Proportioner anbelanger, da haver man udi Land-Maaling ikke nodig at bekymre sig om samme, hvorfor jeg allene kortelig vil melde noget om Nytten af de geometriske Proportioner, saavidt, som Nødvendigheden udfordrer i Henseende til den Materie jeg udi dette Skrift haver foretaget mig at afhandle. Sjørend jeg gaaer videre maa nu dette erindres, at saa ofte, som herefter slet hen bliver nævnet Proportion, forstaaes ikke nogen anden end en geometrisk.

§. 98.

Er Proportioner Mathematikkens Grundstøtter, bliver Triangler Mathematikkens Grundstene; thi ligesom Grundstøtterne udi en Bygning staaer og hviler paa Grundstenene, saa beroer og dependerer Proportioner af Triangler; ja man kan med rette sige, at Proportioner udspringer og udspirer af Triangler, ligesom et Træ af sin Rod, som vi herefter klarlig faaer at see. En Triangel er vel i sig selv en ganske simpel Figur, som indsluttes allene ved trende Linier; men dens Nytte er ubeskrivelig stor udi alle mathematiske Videnskaber, naar man paa de rette Maader forstaaer at bruge og betjene sig af samme: haver man lært at beskrive en Triangel paa Papiir, af lige Skikkelse med en given Triangel paa Marken, kan man og bringe alle andre Figurer paa Papiir udi deres rette Form og Skikkelse, som de haver paa Marken, saasom enhver Figur kan betragtes, som en Sammensætning af lutter Triangler; og af samme Aarsag kan man og udmaale alle Slags Figurer, naar man veed at udmaale en Triangel; ved Triangler udfindes Distancerne, som er imellem Himmelens Corpora; ved Triangler udmaales Størrelserne af de himmelske Corpora, og saa fremdeles med mangfoldige andre Ting. En Triangel er altsaa den vigtigste og fornemteste iblandt alle Slags Figurer, og udi Børde bør skatteres for den største, omendskjønt den regulære Triangel

i Hen-

i Henseende til det indsluttede Rum, er den allermindste iblandt alle regulære Figurer der haver lige store Omkredser. At de gamle Mathematici høyt haver skatteret Triangler, og gjort dem stor Umage for at udfinde nyttige Lære-Regler om samme, det udvises tydelig nok af deres geometriske Skrifter, hvoraf den største Deel ere opfyldte med mangfoldige Lære-Regler angaaende de bemeldte trekantede Figurer. PYTHAGORAS, som vi haver at takke for den overmaade nyttige Lære-Regel angaaende Quadraterne der beskrives paa Siderne af en retvinklet Triangel, nemlig denne, at Quadraten af en retvinklet Triangels Hypothenusen, haver lige Størrelse med de tvende Quadrater tilsammentagne af Benene, som tilforn er bleven lært udi §. 49., blev saa fornøyet over denne lykkelige Opdagelse, at han allene for samme ofrede toode Stude til Gudinderne. De nyere Mathematici haver tilkiendt den bemeldte fortræffelige skionne Lære-Regel, dette Ære-Navn, Magister Matheos, og dette ikke uden Grund; thi dens Nytte er overmaade stor, ey allene udi Planimetrien i Henseende til alle lige stikkede Figurers Addition, Subtraction, Multiplication, og Division; men endogsaa udi Euthymetrien, Stereometrien, og Trigonometrien: nemlig udi Euthymetrien i Henseende til adskillige Distancers Udmaaling, naar de kan antages for en af Siderne til en retvinklet Triangel; udi Stereometrien i Henseende til Sammensættelse, Gradragelse, Formerelse, og Deling med Parallelepipeder, Prismer, Cylindrer, Pyramider, og Regler, naar de have lige store Højder, og lige stikkede Grundplaner, af den Årsag, at de bemeldte 5 Slags Corpora forholde sig til hinanden (nemlig et hvert Slags i sær), som deres Grundplaner, naar de have lige store Højder; ja i Almindelighed maa alle de Corpora, som haver overalt en og den samme Tykkelse, saasom de trende første Slags, nemlig Parallelepipeder, Prismer, og Cylindrer, enten de haver krumme eller flade Dm-

svøbe, forholde sig til hinanden indbyrdes, som deres Grundplaner, naar de have lige store Højder, og ligeledes de tvende sidste Slags, nemlig Pyramider, og Kegler, som haver dette tilfælles med hinanden, at de ere spidse oven til, forholde sig til hinanden indbyrdes, som deres Grundplaner, naar deres perpendiculære Højder ere lige store; og udi Trigonometrien haver den bemeldte Magister Matheseos sin store Nytte i Henseende til Sinus-Tavlernes Forfærdigelse, som frem for nogen anden Ting fornemmelig beroer paa samme, naar Radien udi en Cirkel først er antagen for at indeholde et vist Antal lige store Dele.

§. 99.

Bed enhver Triangel findes en besynderlig Egenffab angaaende de geometriske Proportioner; thi dersom man udi en Triangel drager en Linie parallel med en af dens Sider, skærer samme Linie de tvende andre Sider udi fire proportionale Størrelser. Som for Exempel, dersom vi udi Trianglen $a b c$ (Fig. 78.) drager en Linie $d e$ parallel med Siden $b c$, overffærer denne Linie de tvende andre Sider $a b$ og $a c$ udi fire proportionale Størrelser, saa at $a d$ forholder sig til $d b$, som $a e$ til $e c$: Foruden denne ommeldte bekommes her endnu mange Proportioner; thi $a d$ haver samme Forhold til $a e$, som $d b$ til $e c$; $a b$ samme Forhold til $d b$, som $a c$ til $e c$; $a b$ samme Forhold til $a e$, som $d b$ til $e c$; $a b$ samme Forhold til $a d$, som $a e$ til $a c$; $a b$ samme Forhold til $a c$, som $a d$ til $a e$; $a d$ samme Forhold til $d e$, som $a b$ til $b c$; $a d$ samme Forhold til $a b$, som $d e$ til $b c$; $a e$ samme Forhold til $e d$, som $a c$ til $c b$; og $a e$ samme Forhold til $a c$, som $e d$ til $c b$.

§. 100.

Enhver retvinklet Triangel haver og følgende Egenffab i Henseende til Proportioner: Naar man udi en retvinklet Triangel, fra Spidsen af
den

den rette Vinkel lader falde en Perpendicularlinie paa Trianglens Hypothenusa, bliver Perpendicularlinien alletider den mellemste proportionale Linie imellem Stykkerne af Hypothenusen. Som for Exempel, lad $a b c$ (Fig. 79.) være en retvinklet Triangel, og $a d$ den omtalte Perpendicularlinie, som fra Spidsen af den rette Vinkel $b a c$ er draget perpendicular paa Hypothenusen $b c$, saa er $a d$ den mellemste proportionale Linie imellem Stykkerne $b d$ og $d c$; thi $b d$ haver samme Forhold til $a d$, som $a d$ til $d c$. Naar man gjør en retvinklet Triangels Hypothenusa $b c$ til en Cirkels Middellinie, og beskriver samme Cirkel, maa alletider Spidsen a af den rette Vinkel $b a c$ falde lige udi Cirkelns Omkreds: Heraf maa altsaa udkomme denne Følge, at naar man udi Omkredsen af en Cirkel antager en Punkt efter Behag, og fra samme Punkt lader falde en Perpendicularlinie paa Cirkelns Middellinie, bliver Perpendicularlinien alletider den mellemste proportionale Linie imellem Stykkerne af Middellinien.

§. 101.

De nyere Mathematici haver udi deres Skrifter i Henseende til Mængden af Grundsaetninger og Lære-Regler ikke fulgt de Gamles Fodspor; thi i Steden for, at de Gamle haver frembragt saa mangfoldige Lære-Regler, af hvilke en stor Deel med deres overmaade vidtloefrige Demonstrationer gierne kan undværes, saa haver de Nyere derimod havt mere Hensigt til at anføre vigtige og faste Grunde, end til sammes Mængde; ja man maa og med rette tilstaae dette, at undertiden kan tre eller fire udsøgte Lære-Regler være allene vigtigere og nyttigere end et heelt Hundrede andre tilsammentagne. De nyere Mathematici haver altsaa stræbt efter at følge Naturens Fodspor paa det nøjeste; thi ligesom Naturen frembringer store Ting ved en gandske liden Møye, og haver nogle faae Regler hvorefter alle de Forandringer der udi samme skeer,

fig maa stikke og rette, saa haver de nyere verdslige Bise opført Mathematikkens Bygning paa nogle saa, men visse og faste Grundstene: En Bygning paa hvilken der nu haver været arbejdet udi tre til fire Tusinde Aar, og fornemmelig udi dette tilligemed næst forrige Seculo haver bekommet en meget prægtig Anseelse; men bliver dog aldrig gandske reent færdig, saa man kan sige disse Ord: Nu er den øverste Kugle paasat. Ligesom man iblandt geometriske Lære-Regler i Almindelighed maa holde de for de vigtigste, som angaaer Triangler; saa kan man og med Billighed iblandt Trianglers Lære-Regler i Særdeleshed holde de for at være de nyttigste, som angaaer lige stikkede Triangler: Den berømte Mathematicus Baron WOLF haver og havt samme Mening, som udvises af hans Geometrie, hvor han paa et Sted udi samme taler saaledes: Die Lehrsätze von der Aehnlichkeit der Triangel sind von den nützlichsten in der ganzen Mathematick, und dienen zu den meisten Erfindungen, die man in denselben haben kan. Auch die vornehmste Ausübung der Geometrie auf dem Felde beruhet auf denselben. Jeg vil her paa dette Sted anføre tvende Lære-Regler angaaende lige stikkede Triangler, som allene kan være tilstrækkelig nok at bevise baade det, som udi det næst foregaaende Capitel blev lært angaaende adskillige Distancers Udmaalning, og hvad, som herefter udi det syvende Capitel skal afhandles i Henseende til Figurers Beskrivelse paa Papiir, af lige Stikkelse med givne Figurer paa Marken. Den første Lære-Regel lyder saaledes: Dersom tvende Vinkler udi en Triangel ere lige saa store, som tvende Vinkler udi en anden Triangel, nemlig enhver Vinkel i sær saa stor, som den anden, saa ere samme Triangler lige stikkede med hinanden. Som for Exempel, dersom udi de tvende Triangler $a b d$ og $a c d$ (Fig. 79.) Vinklen $b a d$ udi Trianglen $a b d$, haver lige Størrelse med Vinklen $a c d$ udi Trianglen

len $a c d$, og Vinklen $a b d$ lige Størrelse med Vinklen $d a c$, saa ere de bemeldte tvende Triangler $a b d$ og $a c d$ lige skiftede med hinanden. Den anden Lære-Regel indbefatter disse Ord: Dersom en Vinkel udi en Triangel, haver lige Størrelse med en Vinkel udi en anden Triangel, og Siderne, som gjøre disse tvende lige store Vinkler, ere proportionale, saa haver samme Triangler lige Skiftelse med hinanden. Som for Exempel, dersom udi de tvende Triangler $a b d$ og $a c d$ (Fig. 79.) Vinklen $a d b$ udi Trianglen $a b d$, haver lige Størrelse med Vinklen $a d c$ udi Trianglen $a c d$, og Siderne, som gjøre disse lige store Vinkler, ere proportionale, saa at $b d$ haver samme Forhold til $d a$, som $a d$ til $d c$, saa skal de ommeldte tvende Triangler $a b d$ og $a c d$ være lige skiftede med hinanden. Da nu alle retlinede lige skiftede Figurer maa have dette tilsælles med hinanden, at de Sider udi samme, som gjøre lige store Vinkler, maa være proportionale; saa følger, at vi udi de tvende lige skiftede Triangler $a b d$ og $a c d$ maa bekomme følgende Proportioner: $b d$ maa have samme Forhold til $d a$, som $a d$ til $d c$; $d a$ samme Forhold til $a b$, som $d c$ til $c a$; og $a b$ samme Forhold til $b d$, som $c a$ til $a d$.

§. 102.

Ved enhver Cirkel findes iblandt andet denne merkvoerdige Egenskab angaaende Proportioner: Naar tvende rette Linier udi en Cirkel overskære hinanden, bliver Strykkerne fire proportionale Størrelser. Som for Exempel, dersom man udi Cirklen $a c e d$ (Fig. 80.) drager tvende rette Linier $a e$ og $c d$, som skære hinanden udi Punkten b , bekommer man fire proportionale Linier, saa at $a b$ haver samme Forhold til $b c$, som $b d$ til $b e$.

§. 103.

Man kan til treende givne rette Linier $a d$, $d b$, og $a e$ (Fig. 78.) finde den fjerde proportionale Linie, efter følgende Methode: Ved den ene Ende d af den første givne Linie $a d$, sættes den anden Linie $d b$ saaledes, at den hele sammensatte Linie $a d b$ bliver en ret Linie, og ved den anden Ende af den første, sættes den tredje Linie $a e$ saaledes, at den gjør en Vinkel $d a e$ med den første; dernæst drages Linien $d e$, og igiennem Punkten b drages Linien $b c$ parallel med $d e$ (§. 76.): Endelig uddrages Linien $a e$ indtil den møder Parallellinien $b c$ udi Punkten c , saa bliver $e c$ den forlangte fjerde proportionale Linie; thi $a d$ bekommer da samme Forhold til $d b$, som $a e$ til $e c$, efter §. 99.

Til treende givne rette Linier $a b$, $b c$, og $b d$ (Fig. 80.) kan man og finde den fjerde proportionale Linie, som følger: Efter at den anden og tredje af de givne Linier, saasom $b c$ og $b d$, ere satte udi en lige Linie $c b d$ med hinanden, sættes den første Linie $a b$ til Punkten b , at den efter Behag kan gjøre en Vinkel baade med den anden Linie $b c$, og med den tredje $b d$, derefter beskrives en Cirkel $a c e d$ saaledes (§. 78.), at Omkredsen til samme gaaer igiennem de treende Punkter c , a , og d , og Linien $a b$ uddrages indtil Omkredsen af den bemeldte Cirkel udi Punkten e , saa bliver $b e$ den fjerde proportionale Linie til de treende givne $a b$, $b c$, og $b d$, hvilket er klart af §. 102.

Arithmetisk kan man og til treende givne Linier finde den fjerde proportionale Linie, efter følgende Maade: Efter at enhver i sær af de tre givne Linier ere udmaalede, multipliceres Maalet paa den anden og tredje Linie med hinanden, og det Udkommende divideres med Maalet paa den første, saa bliver Quotienten Maalet paa den fjerde proportionale Linie. Som for Exempel, dersom den første Linie indbefatter $1^{\circ}6'$, den anden $2^{\circ}4'$, og den tredje $3^{\circ}2'$, multipliceres $2^{\circ}4'$ og $3^{\circ}2'$ med hinanden, saa udkommer $7^{\circ}6'8''$, hvilke dividerede med $1^{\circ}6'$, giver

Quotienten $4^{\circ}8'$, som er Størrelsen af den forlangte fjerde proportionale Linie, og kommer at staae, som følger:

$$\begin{array}{r} 8^{\circ}6' \quad 2^{\circ}4' \quad 3^{\circ}2' \\ 2 \quad 4 \quad 4 \\ 2) \quad 9^{\circ}6' \\ \quad \underline{4^{\circ}8'} \end{array}$$

§. 104.

Til tvende givne rette Linier b d og d a (Fig. 79.) kan søges den tredie proportionale Linie, efter følgende Methode: De tvende Linier b d og d a sættes saaledes tilfammen ved Enden, at de gjøre en ret Vinkel b d a med hinanden (§. 81.), og man drager Linien a b; derefter opreyses paa a b, fra Punkten a, en Perpendicularlinie a c (§. 71.), og Linien b d uddrages indtil den møder Perpendicularlinien a c udi Punkten c, saa bliver d c den begierte tredie proportionale Linie; thi efter §. 100. haver b d samme Forhold til d a, som d a til d c. Man kan og til tvende givne rette Linier a b og b c (Fig. 81.) finde den tredie proportionale Linie, efter følgende Maade: De tvende givne Linier a b og b c sættes udi en lige Linie med hinanden, og en anden Linie a d af lige Størrelse med den anden givne Linie b c, sættes saaledes til Enden a af den første, at den gjør en spids Vinkel b a d med samme; dernæst drages Linien b d, og igiennem Punkten c en anden Linie c e parallel med b d (§. 76.); Endelig uddrages Linien a d indtil den støder til den parallelle Linie c e udi Punkten e, saa bliver d e den forlangte tredie proportionale Linie til de tvende givne a b og b c, som haver §. 99. til Beviis. Paa en arithmetisk Maade findes til tvende givne Linier den tredie proportionale Linie, saaledes: Den anden af de givne Linier multipliceres med sig selv, og det Udkommende divideres med den første, saa udkommer Størrelsen af den tredie. Som for Exempel, om

den

den første Linie indeholder $1^{\circ}2'$, og den anden $1^{\circ}8'$, multipliceres $1^{\circ}8'$ med sig selv, hvoraf udkommer $3^{\circ}2'4''$, hvilke divideres med $1^{\circ}2'$, saa udkommer $2^{\circ}7'$ til den tredje proportionale Linie, og staaer saaledes:

$$\begin{array}{r} 1^{\circ}2' \quad - \quad - \quad - \quad 1^{\circ}8' \quad - \quad - \quad 1^{\circ}8' \\ \underline{1^{\circ}8'} \\ 1 \quad 4 \quad 4 \\ 1 \quad 8 \end{array}$$

alden med sig selv (og $1^{\circ}2'$) $3^{\circ}2'4''$: $2^{\circ}7'$.

§. 105. Imellem tvende givne rette Linier b d og d c (Fig. 79.) findes den mellemste proportionale Linie, som følger: Efter at de tvende givne Linier b d og d c ere satte udi en lige Linie med hinanden, beskrives over den hele sammensatte Linie b c, en halv Cirkel b a c, og fra Punkten d opreyses paa b c en Perpendicularlinie d a (§. 71.), som uddrages indtil Omkredsen af den halve Cirkel b a c, saa bliver d a den mellemste proportionale Linie imellem de tvende givne b d og d c; thi efter §. 100. haver b d samme Forhold til d a, som d a til d c. Efter en arithmetisk Maade findes imellem tvende givne Linier den mellemste proportionale Linie, saaledes: Naar enhver i sær af de tvende givne Linier ere udmaalede, multipliceres samme med hinanden, og af det Udkommende uddrages Kvadrat-Roden, som giver Størrelsen til den forlangte mellemste proportionale Linie. Som for Exempel, dersom den ene af de givne Linier indbefatter 4° , og den anden 16° , multipliceres 16 og 4 med hinanden, hvoraf udkommer 64, og af 64 uddrages Kvadrat-Roden, saa udkommer 8° til den mellemste proportionale Linie.

§. 106.

Naar fire rette Linier ere proportionale, saa haver de tvende lige skiftede Figurer, som ere beskrevne paa den første og anden Linie, samme Forhold til hinanden, som de tvende lige skiftede Figurer der ere beskrevne paa den tredie og fjerde: det er, den Figur, som er beskrevet paa den fjerde proportionale Linie, er lige saa mange gange større eller mindre end den Figur der af samme Skikkelse er beskrevet paa den tredie, som den Figur der er beskrevet paa den anden, er større eller mindre end den Figur der af samme Skikkelse er beskrevet paa den første. Som for Exempel, lad de fire rette Linier $a b$, $c d$, $e f$, og $g h$ (Fig. 74. 75. 76. og 77.) være proportionale, saa $a b$ forholder sig til $c d$, som $e f$ til $g h$, og lad A , B , C , og D være fire regulære Sækkanten, som ere beskrevne paa disse fire Linier, saa haver Sækkanten A samme Forhold til Sækkanten B , som Sækkanten C til Sækkanten D : det er, den regulære Sækkant A er lige saa mange gange mindre end den regulære Sækkant B , som Sækkanten C er mindre end Sækkanten D . Eller og, lad i Steden for de tvende Sækkanten C og D , tvende andre lige skiftede Figurer være beskrevne paa Linierne $e f$ og $g h$, saasom de tvende lige skiftede Triangler $i e f$ og $k g h$, saa er ligeledes Trianglen $k g h$ lige saa mange gange større end Trianglen $i e f$, som Sækkanten B er større end Sækkanten A . Denne Lære-Regel haver sin store Nytte i Henseende til lige skiftede Figurers Beskrivelse, som skal have en vis og given Forhold til hinanden: Jeg vil sætte til et Exempel, at der begieres en Triangel, som skal have lige Skikkelse med Trianglen $i e f$, og udi Størrelse overgaae samme Triangel lige saa mange gange, som den regulære Sækkant B overgaaer den regulære Sækkant A , saa søger man til de trende rette Linier $a b$, $c d$, og $e f$, den fjerde proportionale Linie $g h$ (§. 103.), og paa

D

samme

samme $g h$ beskriver en Triangel $k g h$ af lige Skikkelse med Trianglen $i e f$, som udi det syvende Capitel bliver lært, saa bliver Trianglen $k g h$ den forlangte. Dersom de fire rette Linier $a b$, $c d$, $e f$, og $g h$ ere saaledes proportionale, at $a b$ haver samme Forhold til $c d$, som $c d$ til $e f$, og $c d$ samme Forhold til $e f$, som $e f$ til $g h$, siges disse fire Størrelser, at være immersfort proportionale. Man kan altsaa til tvende givne Linier $a b$ og $c d$ finde tvende andre, som med de givne ere immersfort proportionale, naar man for det første, til de tvende givne Linier $a b$ og $c d$ søger den tredie proportionale Linie $e f$ (§. 104.); og dernæst for det andet, til de tre Linier $a b$, $c d$, og $e f$ søger den fjerde proportionale Linie $g h$ (§. 103.).

§. 107.

Dersom tre rette Linier ere proportionale, saa haver den Sigur, som er beskrevet paa den første Linie, samme Forhold til den Sigur der af samme Skikkelse er beskrevet paa den anden, som den første Linie til den tredie. Som for Exempel, lad $a b$, $c d$, og $e f$ (Fig. 74. 75. og 76.) være tre proportionale Linier, og lad A og B være tvende lige skikkede Figurer, som ere beskrevne paa $a b$ og $c d$, saa haver Figuren A samme Forhold til Figuren B , som Linien $a b$ til den tredie proportionale Linie $e f$: det er, Figuren B er lige saa mange gange større end Figuren A , som Linien $e f$ er større end Linien $a b$. Efter denne overmaade nyttige Lære-Regel kan man altsaa paa en beqvem Maade baade multiplicere og dividere alle lige skikkede Figurer; item finde alle lige skikkede Figurers Forhold og Størrelse imod hinanden, til hvilke tre nødvendige Stykker, jeg her kortelig vil give Anviisning. I Henseende til Multiplicationen, da forrettes samme saaledes: Jeg vil sætte, at der begieres en regular Sefkant der skal være dobbelt saa stor, som en given regular Sefkant A (Fig. 74.), saa tages en ret Linie $e f$ (Fig. 76.) der er dobbelt

saa

saa stor, som en af Siderne til den givne Sæxfant A, nemlig a b, og imellem de tvende Linier a b og e f søges (§. 105.) den mellemste proportionale Linie c d (Fig. 75.); dernæst beskrives paa Linien c d en regular Sæxfant B, som læres udi det syvende Capitel, saa er Sæxfanten B dobbelt saa stor, som den givne Sæxfant A. Dersom Figuren B skal være tre gange saa stor, som den givne Figur A, bliver den beskrevet paa den mellemste proportionale Linie, imellem Linien a b og en anden ret Linie der er tre gange saa stor, som a b; forlanger man en Figur fire gange saa stor, som den givne Figur A, bør den at beskrives paa den mellemste proportionale Linie, imellem Linien a b og en anden Linie der er fire gange saa stor, som samme a b; og saa videre. Divisionen kan skee saaledes: Dersom der for Exempel udkræves en med k g h (Fig. 77.) lige skiftet Triangel, som just skal være halv saa stor, som denne, saa søges imellem Linien g h og en anden ret Linie c d (Fig. 75.) der er halv saa stor, som g h, den mellemste proportionale Linie e f (Fig. 76.) efter §. 105., og paa Linien e f beskrives en Triangel i e f af lige Skikkelse med Trianglen k g h, som læres udi det syvende Capitel, saa er Trianglen i e f den begierte. Hvad lige skiftede Figurers Forhold og Størrelse imod hinanden er anbelangende, da kan samme findes, som følger: For Exempel, man begierer at vide hvor mange gange den regulære Sæxfant B (Fig. 75.) udi Størrelse overgaaer Sæxfanten A (Fig. 74.), saa søger man til Siderne a b og c d (§. 104.) den tredie proportionale Linie e f (Fig. 76.), og med en Plasser forsøger hvor mange gange Linien e f udi Størrelse overgaaer Linien a b; thi saa mange gange, som Linien e f er større end Linien a b, er og Sæxfanten B større end Sæxfanten A: Item, man forlanger at vide hvad Størrelse de tvende lige skiftede Triangler i e f og k g h (Fig. 76. og 77.) haver imod hinanden, saa søges til de tvende Linier g h og e f (§. 104.) den tredie proportionale Linie c d (Fig. 75.),

hvis Størrelse imod Linien $g h$, giver tilkiende hvad Størrelse Trianglen $i e f$ haver imod Trianglen $k g h$.

§. 108.

Naar fire rette Linier ere proportionale, saa haver den Rectangel, som haver den første Linie til Bredde, og den fjerde til Længde, lige Størrelse med den Rectangel der haver den anden Linie til Bredde, og den tredie til Længde. Heraf lærer man paa en given ret Linie $a c$ (Tab. III. Fig. 82.) at beskrive en Rectangel af lige Størrelse med en given Rectangel $a e f b$, hvilket kan skee saaledes: Den givne Linie $a c$ affikkes med Passeren udi en af Rectanglens Sider, fra den ene Ende af samme, saasom her udi Siden $a b$, fra Punkten a , og man drager Linien $c e$; derefter drages igiennem Punkten b (§. 76.) en ret Linie $b d$ parallel med $c e$, og Linien $a e$ uddrages indtil den møder $b d$ udi Punkten d ; dernæst fuldføres Rectangelen $c a d g$, som er befattet under de tvende Linier $c a$ og $a d$, hvilket læres udi det syvende Capitel, saa bliver denne Rectangel den forlangte; thi eftersom $a e$ haver samme Forhold til $a c$, som $a d$ til $a b$ (§. 99.), saa følger efter den anførte Lære-Regel, at de tvende Rectangler $a e f b$ og $c a d g$ haver lige Størrelse med hinanden.

§. 109.

Dersom tre rette Linier ere proportionale, saa haver den Quadrats, som beskrives paa den mellemste, lige Størrelse med den Rectangel der haver den første Linie til Længde og den tredie til Bredde. Af denne nyttige Lære-Regel lærer man altsaa baade at forvandle en given Rectangel $g c b a$ (Fig. 83.) udi en Kvadrat, og igjen en given Kvadrat $f d b e$ udi en Rectangel, hvis Længde $a b$ er given: thi naar en given Rectangel $g c b a$ skal forvandles udi en Kvadrat, søger man imellem Rectanglens

Længde

Længde $a b$ og Bredde $b c$, den mellemste proportionale Linie $b d$ (§. 105.), og paa samme $b d$ beskriver en Kvadrat $b d e f$, som bliver lært udi det syvende Capitel, saa maa samme Kvadrat $b d e f$ efter den anførte Lære-Regel have lige Størrelse med den givne Rectangel $g c b a$; og naar en given Kvadrat $b d e f$ skal forvandles udi en Rectangel, hvis Længde $a b$ er given, søger man til $a b$ og en af Kvadratens Sider, saasom $b d$, den tredie proportionale Linie $b c$ (§. 104.), og beskriver en Rectangel $g c b a$, der er besattet under $a b$ og $b c$, som læres udi det syvende Capitel, saa følger efter den bemeldte Lære-Regel, at Rectanglen $g c b a$ haver lige Størrelse med den givne Kvadrat $b d e f$.

§. 110.

Til Slutning udi dette Capitel vil jeg kortelig melde noget om Nytten af den udi §. 98. anførte Lære-Regel, nemlig den saa kaldede Magister Matheseos, saavidt Land-Maalning anbelanger, i Henseende til lige skiftede Figurers Addition, Subtraction, Multiplication, og Division. Lige skiftede Figurer kan adderes tilsammen paa denne Maade: Jeg vil sætte til et Exempel, at de trende ligesidede Triangler $a b c$, $b d e$, og $e f g$ (Fig. 84.) skal adderes tilsammen, det er, man skal beskrive en ligesidet Triangel, som haver lige Størrelse med de bemeldte trende givne Triangler tilsammentagne, saa sættes den ene Side $b e$ af Trianglen $b d e$, saaledes til Enden af den ene Side $c b$ udi Trianglen $a b c$ (§. 81.), at disse tvende Linier gjøre en ret Vinkel $c b e$ med hinanden, og man drager Linien $c e$; dernæst sættes den ene Side $e g$ af den tredie Triangel $e f g$, til Enden af Linien $c e$, at Vinklen $c e g$ bliver en ret Vinkel, ligesom den forbemeldte, og man drager Linien $c g$, paa hvilken beskrives en ligesidet Triangel $c g h$, som læres udi det syvende Capitel, saa er denne Triangel $c g h$ den begierte, som haver lige Størrelse med de trende

givne Triangler abc , bde , og efg tilsammentagne. Eftersom Quadraten af en retvinklet Triangels Hypothenuſa, haver lige Størrelſe med Quadraterne tilsammentagne af Benene (§. 49.), og alle lige ſkiftede Figurer forholde ſig til hinanden, ſom Quadraterne af de til hinanden ſvarende Sider (§. 50.), ſaa følger, at derſom der paa Linien ce var beſkreven en ligesidet Triangel, havde ſamme lige Størrelſe med de tvende Triangler abc og bde tilsammentagne; og af ſamme Aarſag maatte den ligesidede Triangel der var beſkreven paa ce , tillige med Trianglen efg , have lige Størrelſe med Trianglen egh : Hvorfore følger, at Trianglen egh haver lige Størrelſe med de tvende givne Triangler abc , bde , og efg tilsammentagne. Paa ſamme Maade kan og alle andre lige ſkiftede Figurer adderes tilsammen: Er det regulære Figurer kan det være lige meget hvilken af Siderne der ſættes til hinanden, ſaaſom enhver regular Figur maa have alle ſine Sider af lige Størrelſe med hinanden; men derſom det er irregulære Figurer bør det vel iagttages, at de ſammensatte Sider, der ſkal gjøre de rette Vinkler, ſaaſom her de tvende Vinkler cbe og $c eg$, maa alletider være de Sider af Figurerne, ſom ſvarer til hinanden.

Lige ſkiftede Figurer kan ſubtraheres fra hinanden, ſom følger: Man kan ſætte til et Exempel, at de tvende Quadrater B og C ſkal ſubtraheres fra Quadraten A (Fig. 85.), det er, man begierer at finde en Quadrat, ſom tillige med de tvende Quadrater B og C tilsammentagne, haver lige Størrelſe med Quadraten A , ſaa ſættes den ene Side bc af Quadraten C ſaaledes til Enden af den ene Side ab udi Quadraten B (§. 81.), at diſſe tvende Sider gjøre en ret Vinkel abc med hinanden, og man drager Linien ac ; derpaa beſkrives paa den ene Side ad af Quadraten A , en halv Cirkel acd , og udi Omkredſen af ſamme, fra Punkten a , afſtikkes Linien ac : Endelig drager man den rette Linie cd , paa hvilken beſkrives en Quadrat D , ſom læres udi

det syvende Capitel, saa er samme den forlangte. Eftersom $a b c$ er en ret Vinkel, maatte den Kvadrat, som var beskrevet paa $a c$, have lige Størrelse med de tvende Kvadrater B og C tilsammentagne; og af samme Aarsag haver Kvadraten D , tillige med den Kvadrat der var beskrevet paa $a c$, lige Størrelse med Kvadraten A : Altsaa haver da Kvadraten A lige Størrelse med de trende Kvadrater B , C , og D tilsammentagne; og folgelig er Kvadraten D Forskiellen imellem Størrelsen af Kvadraten A , og Størrelsen af de tvende Kvadrater B og C tilsammentagne. $\S$ Henseende til de lige skiftede irregulære Figurers Subtraction, da maa det samme erindres og iagttages, som for nylig blev meldt ved Additionen, nemlig dette, at de ved Enderne sammensatte Sider $a b$, $b c$, $c d$, og $d a$, maa alletider være de, som udi samme lige skiftede Figurer svarer til hinanden.

$\S$ Henseende til lige skiftede Figurers Multiplication, da giver den omtalte Magister Matheseos os Anledning til at forrette Multiplicationen paa følgende Maade: Her kan sættes til et Exempel, at der forlanges en regular Sექant der skal være fem gange saa stor, som en given regular Sექant A (Fig. 86.), saa opreyses paa en af Sექantens Sider, saasom $a b$, fra den ene Ende af samme, en Perpendicularlinie $a c$ (§. 71.), af lige Størrelse med $a b$, og man drager Linien $c b$; dernæst opreyses paa $c b$, fra den ene Ende af samme Linie, en anden Perpendicularlinie $c d$ af lige Størrelse med $a b$, og man drager Linien $d b$; fremdeles opreyses paa Linien $d b$, fra den ene Ende af samme, den tredie Perpendicularlinie $b e$ af den forbemeldte Størrelse, og man drager Linien $d e$; videre opreyses paa Linien $d e$, fra den ene Ende af samme, den fjerde Perpendicularlinie $e f$ af lige Størrelse med enhver i sær af de forrige, og man drager Linien $d f$: Naar man nu paa Linien $d f$ beskriver en regular Sექant B , som bliver lært udi det syvende Capitel, er Sექanten B

fem

fem gange saa stor, som den givne Sækkant A. Eftersom Perpendicularlinien a c er lige saa stor, som Siden a b af Sækkanten A, maatte den regulære Sækkant der var beskrevet paa Linien c b, være dobbelt saa stor, som Sækkanten A; da nu Perpendicularlinien c d er og lige saa stor, som a b, maatte den regulære Sækkant der var beskrevet paa Linien d b, være tre gange saa stor, som Sækkanten A: Af disse Aarsager maatte altsaa den regulære Sækkant der var beskrevet paa Linien d e, være fire gange saa stor, som Sækkanten A; og den regulære Sækkant B, som er beskrevet paa Linien d f, fem gange saa stor, som den givne Sækkant A. Dersom de tvende lige skiftede Figurer A og B ere irregulære, maa de tvende Sider a b og d f af samme endelig svare til hinanden. Det tiener til en vis Efterretning, at de lige store oprenste Perpendicularnier, saasom her a c, c d, b e, og e f, skal alletider være en mindre udi deres Antal, end Antallet af de gange, som den forlangte Figur udi Størrelse skal indbefatte den givne; thi den første Perpendicularlinie a c giver alletider en Figur, som er dobbelt saa stor, som den givne, naar Trianglens Hypothenusen a b bliver dragen; den anden Perpendicularlinie, en Figur tre gange saa stor, som den givne; den tredje Perpendicularlinie, en Figur fire gange saa stor, som den givne; den fjerde Perpendicularlinie, en Figur fem gange saa stor, som den givne; den femte Perpendicularlinie, en Figur sex gange saa stor, som den givne, og saa fremdeles.

Vi lærer af den fortræffelige Magister Matheseos, at forrette lige skiftede Figurers Division, som følger: Der begieres for Exempel en Cirkel der skal være saa stor, som den ottende Deel af en given Cirkel a d b (Fig. 87.), saa drages en Middellinie a b udi Cirklen a d b, fra Cirkelens Middelpunkt c opreyses paa Middellinien a b, en Perpendicularlinie c d (§. 71.), som støder til Cirkelens Omkreds udi Punkten d, og man drager Linien a d; dernæst beskrives

beskrives paa Linien $a d$ en halv Cirkel $a f d$, fra Middelpunkten e af den givne Cirkel lader man falde en Perpendicularlinie $e e$, paa $a d$ (§. 73.), hvilken uddrages indtil Omkredsen af den halve Cirkel $a f d$ udi Punkten f , og man drager Linien $f d$: Fremdeles lader man fra Punkten e falde en Perpendicularlinie $e g$ paa Linien $f d$, beskriver paa Linien $f d$ en halv Cirkel $f h d$, uddrager Perpendicularlinien $e g$ indtil Omkredsen af den halve Cirkel $f h d$ udi Punkten h , og drager Linien $f h$; derefter beskrives omkring Linien $f h$, en Cirkel $f g h$, hvilken er den forlangte, som haver lige Størrelse med den ottende Deel af den givne Cirkel $a d b$. Naar man drager den rette Linie $d b$, er Vinklen $a d b$ en ret Vinkel, fordi den staaer udi en halv Cirkel, og $a d$ er lige saa stor, som $d b$, fordi Perpendicularlinien $e d$ er dragen fra den Punkt e , som deler Linien $a b$ udi tvende lige store Dele: Altsaa er da Kvadraten af $a d$ halv saa stor, som Kvadraten af $a b$: Af samme Aarsag er Kvadraten af $f d$ halv saa stor, som Kvadraten af $a d$; og Kvadraten af $f h$ halv saa stor, som Kvadraten af $f d$: Hvorfore følger, at Kvadraten af $f d$ er saa stor, som den fjerde Deel af Kvadraten der bliver beskrevet paa $a b$; og Kvadraten af $f h$ saa stor, som den ottende Deel af Kvadraten af $a b$. Da nu Cirkler forholde sig til hinanden, som Kvadraterne af deres Middellinier, saasom deres Middellinier ere de Linier udi disse Figurer, som svarer til hinanden; saa følger, at Cirklen $f g h$ er saa stor, som den ottende Deel af den givne Cirkel $a d b$. Dersom der i Steden for de tvende Cirkler $a d b$ og $f g h$ vare paa Linierne $a b$ og $f h$ tvende lige stikkede irregulære Figurer beskrevne, bør det nøye at iagttages med den Figur der skal beskrives paa Linien $f h$, at de bemeldte Linier $a b$ og $f h$ bliver saadanne Sider af de lige stikkede Figurer, som kan svare til hinanden.

Det siette Capitel.

Om Liniers og Vinklers Deling.

§. III.

Vrapis udi Land-Maaling baade i Henseende til Linier, Vinkler, og Figurer, bestaaer fornemmelig udi Beskrivelse, Udmaaling, og Deling: Udi det tredie Capitel haver jeg nu lært hvorledes Linier og Vinkler beskrives, og udi det fjerde Capitel hvorledes Linier og Vinkler udmaales; hvorforsø jeg nu vil vende mine Tanker til Liniers og Vinklers Deling, og udi dette Capitel derom kortelig handle, som følger. En given ret Linie $a b$ (Tab. I. Fig. 39.) kan deles udi tvende lige store Dele, som følger: Til Enderne a og b af den givne Linie, med en og den samme Distance, som er større end Halvdelen af den givne Linie, beskrives tvende Cirkel-Buer, som skære hinanden udi Punkterne d og e , og Punkterne d og e sammenføyes med en ret Linie $d e$, hvilken skærer den givne Linie $a b$ udi tvende lige store Dele i Punkten c , saa at $a c$ er lige saa stor, som $c b$. Dersom den givne Linie $a b$ (Fig. 52.) er saa lang, at man med Passeren ikke kan giøre saa stor en Abning, som her udfordres, kan man først med Passeren efter Behag fra Enderne a og b affiære tvende lige store Stykker $a d$ og $b e$; og dernæst efter den forbemeldte Maade dele det mellemste Stykke $d e$ udi tvende lige store Dele i Punkten g , saa deler og Punkten g den hele Linie $a b$ udi tvende lige store Stykker $a g$ og $b g$.

§. II2.

Med een Passer-Abning kan en given ret Linie $a b$ (Tab. III. Fig. 88.) deles udi tre lige store Dele, efter følgende Methode: Efter at Passeren er given en Abning saa stor, som den givne Linie $a b$, beskrives til Enderne a og b ,
oven

oven over Linien tvende Cirkel-Buer, som skærer hinanden udi Punkten *e*, og nedan under Linien tvende større Cirkel-Buer *d e* og *e f*, som skærer hinanden udi Punkten *e*; dernæst beskrives til Punkten *e* en Cirkel-Bue *d g h f* noget større end Omkredsen til en halv Cirkel, som skærer Buerne *d e* og *e f* udi Punkterne *d* og *f*, og til Punkterne *d* og *f* tvende smaae Buer, som skærer den store Bue *d g h f* udi Punkterne *g* og *h*: Endelig drages de rette Linier *c g* og *c h*, som skærer den givne Linie *a b* udi tre lige store Stykker ved Punkterne *i* og *k*.

§. 113.

I Almindelighed kan en given ret Linie *a b* (Fig. 89.) deles i et vist Antal lige store Dele, efter følgende Anvisning: Fra den ene Ende *b* af den givne Linie drages en ret Linie *b c*, som efter Behag kan gøre en spids Vinkel *a b c* med Linien *a b*, og fra den anden Ende *a* drages en anden ret Linie *a d* parallel med *b c* (§. 76.); dernæst affikkes udi Linien *b c* fra Punkten *b*, efter Behag de lige store Stykker *b i*, *1*, *2*, *2*, *3*, og *3*, *4*, som udi Antallet alletider skal være een mindre end Antallet af de lige store Dele, som den givne Linie skal bekomme, som for Exempel fire udi Antallet, naar Linien *a b* skal deles udi fem Dele, og udi Linien *a d* fra Punkten *a* affættes de bemeldte fire lige store Dele *a i*, *1*, *2*, *2*, *3*, og *3*, *4*: Naar nu Punkterne *i* og *4*, *2* og *3*, *3* og *2*, *4* og *1* sammensøyes med fire rette Linier, som Figuren her udviser, skærer samme, den givne Linie *a b* udi fem lige store Stykker ved Punkterne *e*, *f*, *g*, og *h*. En given ret Linie *A B* (Fig. 90.) kan og deles udi et given Antal lige store Dele, efter følgende Maade: Til den ene Ende *A* af den givne Linie, sættes en kort Linie *A c* efter Behag, og fra Punkten *c* drages Linien *c d* parallel med *A B* (§. 76.); derefter affikkes udi Linien *c d* fra Punkten *c*, efter Behag saa mange lige store Dele *c i*, *1*, *2*, *2*, *3*, *3*, *4*, og *4*, *5*, som Linien *a b* skal

P 2

have,

have, som for Exempel fem Dele, naar den givne Linie skal deles udi fem Stykker, og man drager Linien B 5: Fremdeles uddrages Linierne A c og B 5 indtil de møde hinanden udi Punkten e, og fra Punkten e til Punkterne 1, 2, 3, og 4 drages de rette Linier e 1, e 2, 2c. Er nu den givne Linie A B større end dens parallelle Linie c 5, uddrages Linierne e 1, e 2, e 3, og e 4 indtil de støder imod Linien A B udi Punkterne f, g, h, og i, ved hvilke Punkter den givne Linie A B bliver delet udi de forlangte fem lige store Dele. Derimod dersom den givne Linie a b er mindre end dens parallelle Linie c 5, skeer ingen Uddragelse med Linierne e 1, e 2, 2c.; thi naar disse Linier ere dragne, haver de skaaen den givne Linie a b udi de begierte fem lige store Stykker, som Figuren her udviser. Videre kan en given ret Linie a b (Fig. 91.) deles udi et vist Antal lige store Stykker, som for Exempel udi fem lige store Dele, efter følgende Operation: Man sætter til den ene Ende a af den givne Linie, en ret Linie a c, som efter Behag kan gjøre en spids Vinkel c a b med Linien a b, og udi Linien a c, fra Punkten a, affikkes med Passeren de fem lige store Stykker a d, d 2, 2, 3, 3, 4, og 4 c af hvad Størrelse man behager; derefter drages Linien b c, og igiennem Punkten d en ret Linie d e parallel med b c (§. 76.), saa affikærer Linien d e den femte Deel a e af den hele Linie a b, som er klart af §. 99.: Altsaa kan man udi Distancen a e, fra Punkten e affikke de trende Punkter f, g, og h, hvorved den hele Linie a b bliver delet udi det antagne Antal lige store Dele. Er det en lang Linie paa Marken, som skal deles udi et given Antal lige store Dele, bliver det beqvemtest, at forrette Operationen efter følgende Anviisning: Først udmaales den givne Linie (§. 87.), og dette Maal divideres med Antallet af de lige store Dele, som Linien skal have, saa udkommer Quotienten med Størrelsen paa enhver i sær af de bemeldte lige store Dele; dernæst affættes disse lige store Stykker med Maalesnoeren, udi

den

den givne Linie, og udi Enden af enhver Deel nedstikkes en Pæl eller Stav. Som for Exempel, dersom den givne Linie indeholder 40° , og samme skal deles udi fem lige store Dele, dividerer man 40 med 5, saa udkommer 8 Røder til Størrelsen paa enhver i sær af de forlangte fem lige store Dele.

§. 114.

Naar tvende rette Linier $a b$ og $b c$ (Fig. 92.) ere givne, af hvilke den mindre Linie $b c$ ikke er saa stor, som Halvdelen af den større $a b$, kan den større Linie $a b$ saaledes deles udi tvende Parter, at den mindre Linie $b c$ bliver den mellemste proportionale Linie imellem Stykkerne af den større, efter følgende Anviisning: De tvende givne Linier $a b$ og $b c$ sættes ved Enden tilsammen under en ret Vinkel $a b c$ (§. 81.), og over den større Linie $a b$ beskrives en halv Cirkel $a d b$; derefter drages igiennem Punkten c en ret Linie $c d$ parallel med $a b$ (§. 76.), som støder til Omkredsen af den halve Cirkel udi Punkten d , og fra Punkten d lader man falde en Perpendicularlinie $d e$ paa $a b$ (§. 73.), saa bliver $b c$ den mellemste proportionale Linie imellem Stykkerne $a e$ og $e b$. Eftersom $a e$ forholder sig til $e d$, som $e d$ til $e b$ (§. 100.), og $e d$ er lige saa stor, som $b c$ (§. 27.); saa følger, at Stykket $a e$ haver samme Forhold til Linien $b c$, som $b c$ til Stykket $e b$.

§. 115.

En given ret Linie $a b$ (Fig. 93.) kan man dele saaledes udi tvende Dele, at den hele Linie $a b$ bekommer samme Forhold til det større Stykke, som det større Stykke til det mindre, efter følgende Maade: Efter at man paa Linien $a b$, fra den ene Ende a haver opreyst en Perpendicularlinie $a c$ (§. 71.) halv saa stor, som $a b$, drages Linien $b c$, til Punkten c udi Distancen $c a$, beskrives Cirkel-Buen $a d$, og til Punkten b , udi Distancen $b d$, Cirkel-Buen $d e$, saa er det færdigt; thi den hele Linie $a b$ haver da

samme Forhold til det større Stykke $b e$, som det større Stykke $b e$ til det mindre $e a$.

§. 116.

En ret Linie $a b$ (Fig. 94.) kan deles udi samme Proportion, som en given ret Linie $a c$ er delet, for Exempel udi de trende Stykker $a e$, $e d$, og $d c$, efter følgende Methode: Den rette Linie $a b$ sættes til den ene Ende a af den givne Linie $a c$, at disse tvende Linier efter Behag kan gjøre en spids Vinkel $e a b$ med hinanden, og man drager Linien $b c$; derefter drages igiennem Punkterne d og e de rette Linier $d g$ og $e f$ parallelle med $c b$ (§. 76.), hvilke deler Linien $a b$ udi de forlangte Punkter g og f , saa at Stykkerne $a f$, $f g$, og $g b$ bekommer samme Forhold til hinanden, som Stykkerne $a e$, $e d$, og $d c$ udi den givne Linie $a c$, hvilket er klart og tydelig af §. 99. Man kan ogsaa skiere en ret Linie $A B$ (Fig. 95.) udi samme Proportion, som en given ret Linie $c d$ er skaaren, for Exempel ved de tvende Punkter f og g , efter følgende Operation: Til den ene Ende A af Linien $A B$ sættes en fort Linie $A c$, som efter Behag gjør en Vinkel $c A B$ med Linien $A B$, og den skaarne Linie $c d$ sættes til Punkten c parallel med $A B$ (§. 76.); dernæst drages Linien $B d$, og de tvende Linier $A c$ og $B d$ uddrages indtil de møde hinanden udi Punkten e : Endelig drages fra Punkten e de rette Linier $e f$ og $e g$, hvilke uddrages indtil de støder imod Linien $A B$ udi Punkterne k og l , saa bekommer Stykkerne $A k$, $k l$, og $l B$ samme Forhold til hinanden, som Stykkerne $c f$, $f g$, og $g d$ udi den givne Linie $c d$. Er den uskaarne Linie $a b$ mindre end den skaarne $c d$, skeer ingen Uddragelse med Linierne $e f$ og $e g$; thi naar disse Linier ere dragne, haver de skaaren Linien $a b$ udi samme Proportion i Punkterne h og i , som den givne Linie $c d$ er delet ved Punkterne f og g . Paa Marken bliver det beqvemmest i dette Tilfælde, at forrette Operationen arithmetisk, efter følgende

følgende Anviisning: Først udmaales den ufskaarne Linie a b (Fig. 96.), den hele skaarne Linie e f, og et hvert i sær af Stykkerne udi den skaarne undtagen det ene, saasom h f (§. 87.); derpaa søges til Maalet paa den hele skaarne Linie e f, Maalet paa det ene Stykke af samme Linie, saasom e g, og Maalet paa den ufskaarne Linie a b, den fjerde proportionale Størrelse (§. 103.), som giver os Maalet paa det første Stykke a c af den ufskaarne Linie a b. Fremdeles søges til Maalet paa enhver i sær af de trende Stykker e g, g h, og a c, den fjerde proportionale Størrelse, som bliver Maalet paa det andet Stykke c d, saa giver det tredje og sidste Stykke d b sig selv. Som for Exempel, lad den ufskaarne Linie a b indbefatte $5^{\circ}4'$, den hele skaarne Linie e f $3^{\circ}6'$, det første Stykke e g af den skaarne Linie $8'$, og det andet Stykke g h $1^{\circ}2'$, saa findes Maalet paa det første Stykke a c af den ufskaarne Linie a b saaledes: $5^{\circ}4'$ og $8'$ multipliceres med hinanden, hvoraf udkommer $4^{\circ}3'2''$, hvilke dividerede med $3^{\circ}6'$, giver Kvotienten $1^{\circ}2'$, som er Maalet paa det første Stykke a c. Fremdeles findes Maalet paa det andet Stykke c d saaledes: Maalet paa Stykket g h, som indeholder $1^{\circ}2'$, multipliceres med Maalet paa det nylig fundne Stykke a c der ligeledes indtager $1^{\circ}2'$, hvoraf udkommer $1^{\circ}4'4''$, som divideres med Maalet paa Stykket e g der indbefatter $8'$, saa udkommer $1^{\circ}8'$ til Maalet paa det andet Stykke c d. Størrelsen af det tredje og sidste Stykke d b findes, naar Maalet paa de tvende Stykker a c og c d tilsammentagne, nemlig $3^{\circ}0'$ subtraheres fra Maalet paa den hele Linie a b, nemlig $5^{\circ}4'$; thi saa bliver de overblevne $2^{\circ}4'$ Størrelsen af Stykket d b. Dersom Størrelsen af Stykket h f, udi den skaarne Linie e f ikke er bekendt, findes Maalet paa samme Stykke ligesom nu nylig blev viist med Stykket d b; og da udkommer Størrelsen af Stykket h f med $1^{\circ}6'$.

§. 117.

En Cirkel-Bue $a b$ (Fig. 97.) bliver delat udi tvende lige store Dele, som følger: Til Enderne a og b af den givne Bue beskrives tvende Cirkel-Buer, som skære hinanden udi Punkterne c og d , og disse Punkter sammenføyes med den rette Linie $c d$, hvilken skærer den givne Bue $a b$ udi tvende lige store Dele ved Punkten e .

§. 118.

Cirkel-Buen $a b$ til en Quadrant $a b c$ (Fig. 98.) kan i en Hast deles udi tre lige store Dele, saaledes: Efter at Passeren er givet en Abning saa stor, som Quadrantens Radie $c a$ eller $c b$, beskrives til Punkten b Cirkel-Buen d , og til Punkten a Cirkel-Buen e , hvilke tvende Buer skærer Quadrantens Bue $a b$ udi tre lige store Stykker $a d$, $d e$, og $e b$.

§. 119.

I Almindelighed kan en Cirkel-Bue $a b$ (Fig. 99.) deles i et vist Antal lige store Dele, efter følgende Methode: Efter at Middelpunkten c til den givne Bue $a b$ er søgt og funden (§. 79.), drages Linierne $a c$ og $b c$, og Vinklen $a c b$ udmaales (§. 88.), saa haver man funden den givne Bues Størrelse udi Grader og Minuter, saasom Buen $a b$ er Maalet paa Vinklen $a c b$ (§. 8.); dernæst divideres denne fundne Størrelse udi Grader, med Antallet af de lige store Dele, som Buen skal indbefatte, saa udkommer Størrelsen til enhver Deel: Altsaa sættes paa Linien $a c$ fra Punkten c , en Vinkel $a c d$, som indeholder den udfomne Størrelse til enhver Deel (§. 82.), og Distancen $a d$ afstikkes med Passeren udi den givne Bue, fra Punkten d indtil Punkten b saa ofte, som Buens Størrelse tillader, saasom her udi Punkterne e , f , g , og h , hvorved den givne Bue $a b$ bliver delat udi det begierte Antal lige store Dele. Som for Exempel, dersom den givne Cirkel-Bue $a b$ skal deles udi

sex lige store Parter, og Vinklen $a c b$ indeholder 60° , dividerer man 60° med 6, saa udkommer 10° til enhver Deel; derfor giver man da Vinklen $a c d$ 10° , og siden affikker de øvrige Stykker $d e$, $e f$, $f g$, og $g h$, et hvert i sær af lige Størrelse med Stykket $a d$, saa giver det siette og sidste Stykke $h b$ sig selv.

§. 120.

Omkredsen til en Cirkel $a d b$ (Fig. 100.) bliver delet udi fire lige store Dele, naar man udi Cirklen drager tvende Middellinier $a b$ og $c d$, som overffære hinanden udi rette Vinkler (§. 81.); thi de bemeldte Middellinier $a b$ og $c d$ deler den hele Omkreds udi fire lige store Stykker $a d$, $d b$, $b c$, og $c a$. Deler man nu enhver i sær af disse fire lige store Buer udi tvende lige store Dele (§. 117.), haver man delet den hele Omkreds udi otte lige store Dele; og naar enhver i sær af de otte lige store Buer atter deles udi tvende lige store Stykker, er Cirkelns Omkreds delet udi sexten lige store Dele: Man kan altsaa efter denne anviste Maade dele Omkredsen til en Cirkel udi 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 2c. lige store Dele.

§. 121.

Paa en behændig Maade bliver Omkredsen til en Cirkel $b c d e f g$ (Fig. 101.) delet udi sex lige store Dele, som følger: Udi Omkredsen antages en Punkt b efter Behag, og fra samme drages til Cirkelns Middelpunkt a , en Radie $b a$; dernæst aabnes Passeren udi Distancen $b a$, og med samme Distance, fra Punkten b affikkes rundt omkring udi Omkredsen de sem Punkter c , d , e , f , og g , hvorved den hele Omkreds bliver delet udi sex lige store Buer $b c$, $c d$, $d e$, $e f$, $f g$, og $g b$. Dersom nu enhver i sær af disse Buer bliver delet udi tvende lige store Dele (§. 117.), haver man delet den hele Omkreds udi tolv lige store Stykker; og naar enhver i sær af disse

tolv lige store Buer, atter deles udi to lige store Dele, bliver Omkredsen delet udi fire og tyve lige store Parter. Efter denne Maade kan altsaa Omkredsen til en Cirkel deles udi 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, ic. lige store Stykker.

§. 122.

I Almindelighed kan Omkredsen til en Cirkel $a b c d$ (Fig. 102.) deles udi et vist Antal lige store Dele, efter følgende Anviisning: Jeg sætter til et Exempel, at den bemeldte Omkreds skal deles udi 36 lige store Dele, saa divideres 360° med Delenes Antal, som er 36, hvoraf udkommer 10° til enhver Deel; dernæst drages en Radie $c e$ udi den givne Cirkel, og paa samme Radie, fra Cirkelens Middelpunkt e , affættes en Vinkel $c e f$, som indbefatter 10° (§. 82.): Endelig affikkes Distancen $c f$ rundt omkring udi den hele Omkreds $a b c d$, i Punkterne f, g, h , og saa fremdeles rundt omkring, som Figuren her udviser, saa haver man delet Omkredsen udi de begierte 36 lige store Parter. At dele en Cirkels Omkreds udi 36 lige store Stykker, kan iblandt andet have sin Nytte, naar man vil forfærdige adskillige geometriske og astronomiske Instrumenter, som skal bruges til Vinklers Udmaalning, nemlig Quadranter, Transporteurer, Vinkelmaalere, Astrolabier, ic.; thi efter at Cirkelens Omkreds er delet udi 36 lige store Stykker, kan man siden dele et hvert i sær af disse Stykker udi 10 lige store Dele, saa haver man hele Omkredsen delet udi sine 360 Grader. Iligemaade udi den mathematisk Geographie forekommer det ofte, at Omkredsen til en Cirkel skal deles udi 36 lige store Dele, nemlig, naar man vil forfærdige universale Landkort; thi naar en given Cirkel skal forestille Jordens Equator, bruger man gemeenlig 36 halve Meridianer til at gaae igiennem hver tiende Grad udi Equator: Ligeledes naar en given Cirkel skal forestille en af Jordens Meridianer, drager man først tvende Middelslinier udi Cirklen, som overflære hinanden udi rette Vinkler, af hvilke den ene

ene maa forestille Equator, og den anden give Polerne tilkiende udi Omkreds; og dernæst haver man 16 krumme Buer at drage, som skal gaae igien: nem hver tiende Grad udi Meridianen, og forestille lutter Halv-Stykker af Equators Paralleler; hvorefter her og udi dette Tilfælde udfordres, at dele den givne Cirkels Omkreds udi 36 lige store Dele.

§. 123.

En given Vinkel $b a c$ (Fig. 103.) kan deles udi to lige store Dele, som følger: Til Vinklens Spidse a beskrives efter Behag Cirkel-Buen $d e$ imellem Linierne $b a$ og $c a$, og til Punkterne d og e med en og den samme Aabning beskrives tvende Buer, som staae hinanden udi Punkten f ; derpaa drages fra Punkten f til Vinklens Spidse a , den rette Linie $f a$, hvilken deler Vinklen $b a c$ udi tvende lige store Dele, saa at Vinklen $b a f$ haver lige Størrelse med Vinklen $c a f$.

§. 124.

En ret Vinkel $a c b$ (Fig. 98.) bliver delet udi tre lige store Dele, efter denne Maade: Med en Passer-Aabning efter Behag beskrives til Spidsen af den rette Vinkel, Cirkel-Buen $a b$, og denne Bue deler man udi tre lige store Dele ved Punkterne d og e (§. 118.); derefter drages de tvende Linier $d c$ og $e c$, hvilke deler den rette Vinkel $a c b$ udi tre lige store Vinkler $a c d$, $d c e$, og $e c b$.

§. 125.

I Almindelighed kan en given Vinkel $a c b$ (Fig. 99.) deles i et vist Antal lige store Dele, efter følgende Methode: Til Vinklens Spidse c beskrives en Cirkel-Bue $a b$, og denne Bue deler man udi saa mange lige store Dele, som Vinklen skal bekomme (§. 119.); dernæst drages rette Linier fra alle Delings-Punkterne til Spidsen af Vinklen, saa bliver den givne Vinkel ved disse

Linier delet udi det forlangte Antal lige store Dele. Som for Exempel, dersom Vinklen $a c b$ skal deles udi sex lige store Dele, deler man Cirkel-Buen $a b$ udi det bemeldte Antal lige store Parter ved Punkterne $d, e, f, g,$ og $h,$ og fra disse Punkter drages til Vinklens Spids $c,$ de rette Linier $d c, e c, f c,$ indtil $h c,$ ved hvilke Vinklen $a c b$ bliver delet udi de begierte sex lige store Dele.

Det syvende Capitel.

Om Figurers Beskrivelse.

§. 126.

Efter at jeg udi de foregaaende Capitler nu haver lært hvorledes Linier og Vinkler beskrives, udmaales, og deles, er det Tid at henvende mine Tanker paa Figurer, og ligeledes melde noget om deres Beskrivelse, Udmaaling, og Deling: Iblandt de bemeldte trende Hoved-Operationer ved Figurer, er det rimeligt, at det først bør læres hvorledes en Figur beskrives, førend man melder noget om dens Udmaaling, og Deling; hvorfor jeg vil lade dette Capitel indbefatte Figurers Beskrivelse, og siden udi de tvende øvrige Capitler handle om deres Udmaaling, og Inddeling. Paa en given ret Linie $a b$ (Fig. 104.) kan man beskrive en ligesidet Triangel, som følger: Til begge Enderne a og b af den givne Linie, med en og den samme Passer-Åbning af lige Størrelse med Linien $a b,$ beskrives tvende Cirkel-Buer, som skære hinanden udi

udi Punkten c , og fra samme Punkt c drages Linierne $c a$ og $c b$, saa erlanges den begierte ligesidede Triangel $c a b$.

§. 127.

Udfordres det, at man paa en given ret Linie $a b$ (Fig. 105.) skal beskrive en ligebenet Triangel, udi hvilken enhver i sær af dens tvende lige Sider skal have lige Størrelse med en given Linie $c d$, da kan samme skee saaledes: Man beskriver til Enderne a og b af Linien $a b$, udi en Distance af lige Størrelse med Linien $c d$, tvende Cirkel-Buer, som overskære hinanden udi Punkten e , og fra denne Punkt drages Linierne $e a$ og $e b$, hvilke tvende Linier til lige med den givne Linie $a b$, indslutter den forlangte ligebenede Triangel $e a b$.

§. 128.

At beskrive en Triangel, hvis trende Sider skal hver i sær have lige Størrelse med tre givne Linier $d e$, $f g$, og $h i$ (Fig. 106.), skeer saaledes: Man drager en ret Linie $a b$ saa stor, som den ene givne Linie $d e$, til Punkten a udi en Distance $a c$, saa stor, som den anden Linie $f g$, beskrives en Cirkel-Bue, og til Punkten b udi Distancen $b c$, af lige Størrelse med den tredje Linie $h i$, beskrives en anden Cirkel-Bue, som skærer den forrige udi Punkten c ; derefter drages Linierne $c a$ og $c b$, saa bliver $c a b$ den forlangte Triangel.

§. 129.

Naar man paa en given ret Linie $b c$ (Fig. 107.) vil beskrive en Triangel, af lige Skikkelse med en given Triangel $d e f$ (Fig. 108.), forrettes Sagen saaledes: Paa Linien $b c$ beskrives Vinklen $c b a$ af lige Størrelse med Vinklen $f e d$, og Vinklen $b c a$ saa stor, som Vinklen $e f d$ (§. 83.); dernæst lader man de tvende Linier $b a$ og $c a$ møde hinanden udi Punkten a , saa haver Trianglen $a b c$ samme Skikkelse, som den givne Triangel $d e f$ (§. 101.).

§. 130.

Vil man forfærdige et Parallelogramme, som skal bekomme tvende Sider, enhver i sær af lige Størrelse med en given ret Linie $a b$ (Fig. 109.), de andre to Sider enhver i sær saa stor, som en anden given Linie $c d$, og tvende Vinkler, enhver i sær af lige Størrelse med en given Vinkel $e f g$, da skeer Operationen efter denne Maade: Først drages en ret Linie $h i$ saa stor, som den ene givne Linie $a b$, og paa samme affættes en Vinkel $i h k$ af lige Størrelse med den givne Vinkel $g f e$ (§. 83.); derpaa gøres $h k$ saa stor, som den anden givne Linie $c d$, til Punkten k udi en Distance $k l$ af lige Størrelse med $h i$, beskrives en Cirkel-Bue, og til Punkten i udi Distancen $i l$ saa stor, som $h k$, beskrives en anden Cirkel-Bue der skærer den forrige udi Punkten l : Endelig drages Linierne $l k$ og $l i$, saa er $h i l k$ det forlangte Parallelogramme.

§. 131.

En Rectangel, hvis Længde skal være saa stor, som en given ret Linie $a b$ (Fig. 110.), og Bredde saa stor, som en anden given Linie $c d$, bliver beskrevet, efter følgende Maade: Man drager en ret Linie $e f$ af lige Størrelse med den ene givne Linie $a b$, og paa $e f$, fra den ene Ende e , opreyses en Perpendicularlinie $e g$ (§. 71.) af lige Størrelse med den anden givne Linie $c d$; hernæst beskrives til Punkten g udi Distancen $g h$ saa stor, som $e f$, en Cirkel-Bue, og til Punkten f udi en Distance saa stor, som $e g$, en anden Cirkel-Bue der skærer den forrige Bue udi Punkten h : Naar man nu drager Linierne $h g$ og $h f$, er $e f h g$ den begierte Rectangel.

§. 132.

Man kan paa en given ret Linie $a b$ (Fig. 111.) beskrive en Kvadrat, efter følgende Methode: Paa Linien $a b$, fra den ene Ende a , opreyses en Perpendicularlinie $a c$ af lige Størrelse med $a b$ (§. 71.), og til Punkterne c og b med

en og den samme Abning, som haver lige Størrelse med Linien a b, beskrives
 tvende Cirkel-Buer, som skære hinanden udi Punkten d; derefter drages de
 tvende Linier d c og d b, saa er a b d c den forlangte Kvadrat. Hvorledes
 man paa en given ret Linie a b (Fig. 112.) allene med een Passer-Abning af
 lige Størrelse med den givne Linie, kan beskrive en Kvadrat, læres af vores
 berømte Professor PEDER HORREBOW udi hans Danske Skatkammer, som
 følger: Til Punkterne a og b beskrives de tvende Cirkel-Buer b c og a d, som
 skære hinanden udi Punkten e, til Punkten e beskrives den store Bue c f g d,
 som skærer de tvende første Buer udi Punkterne c og d, og til Punkterne c
 og d beskrives tvende korte Buer, der skærer Buen c f g d udi Punkterne f
 og g; dernæst drages Linierne f a, g b, og h i, saa er a b i h den begierte
 Kvadrat.

§. 133.

Ligeledes haver den berømmelige Maler i Nürnberg ALBERTUS DÜRREUS
 viist hvorledes man paa en given ret Linie a b (Fig. 113.) allene med een Passer-
 Abning saa stor, som den givne Linie, kan beskrive en Femkant, efter følgende
 Operation: Til Punkterne a og b beskrives de tvende Cirkler b h f c og a i g e,
 som skære hinanden udi Punkterne d og e, og man drager Linien d e; der-
 næst beskrives til Punkten c Cirkel-Buen f e g, som møder de forrige Omkredse
 fer udi Punkterne f og g, og skærer Linien d e udi Punkten e, og man drager
 Linierne f e og g e, hvilke uddrages indtil de hele Omkredse, udi Punkterne
 h og i: Endelig beskrives til Punkterne h og i tvende Buer, som skære hinan-
 den udi Punkten k, og man drager de rette Linier k h, k i, a h, og b i,
 som tillige med den givne Linie a b indslutter Femkanten a b i k h. Denne
 ALBERTI DÜRREI Femkant kan ikke med rette fortjene Plads iblandt de regu-
 lare Figurer, saasom en regular Figur bør ey allene have alle sine Sider;
 men

men og alle sine Vinkler lige store med hinanden: Hvad Siderne udi denne Femkant anbelanger, da ere de uden Modsigelse lige store med hinanden; men jeg haver ved trigonometriske Regninger funden en liden Forskiel imellem Vinklernes Størrelser: Imidlertid naar man her vil afsøge noget fra de strænge mathematiske Love, kan den uden fiendelig Fejl antages for en regular Femkant, saasom Forskiellen imellem Vinklernes Størrelser er meget liden. Paa en given ret Linie $a b$ (Fig. 114.) bliver en accurat regular Femkant beskrevet, efter denne Operation: Efter at den givne Linie $a b$ er delet udi tvende lige store Dele ved Punkten c (§. 111.), opreyses paa $a b$, fra Punkten b , en Perpendicularlinie $b d$ af lige Størrelse med $a b$ (§. 71.), og man drager Linien $d c$; dernæst beskrives til Punkten c udi Distancen $c d$, Cirkel-Buen $d e$, og Linien $a b$ uddrages indtil den møder Buen $d e$ udi Punkten e : Fremdeles beskrives til Punkterne a og b med en og den samme Distance $a e$, tvende Buer, som skære hinanden udi Punkten f , til Punkterne a og f med en og den samme Distance $a b$, tvende Buer, som skære hinanden udi Punkten g , og til Punkterne b og f med den samme Distance, tvende Buer, som skære hinanden udi Punkten h . Naar nu de rette Linier $a g$, $b h$, $g f$, og $h f$ bliver dragne, udkommer en accurat regular Femkant $a b h f g$, som udaf geometriske Grunde kan bevises.

§. 134.

Man kan paa en given ret Linie $a b$ (Tab. IV. Fig. 115.) beskrive en regular Sexkant, som følger: Til Punkterne a og b , udi en og den samme Distance $a b$, beskrives tvende Cirkel-Buer, som skære hinanden udi Punkten c , og til Punkten c , med samme Aabning, beskrives den hele Omkreds $a b c$; med den bemeldte Aabning affikkes nu udi Omkredsen $a b c$, fra Punkten a , de fire Punkter g , f , e , og d , og man drager Linierne

ag,

a g, g f, f e, e d, og d b, saa udkommer den ommeldte regulære Sækkant a b d e f g.

§. 135.

Den beqvemmeste Maade paa en given ret Linie a b (Fig. 116.), at beskrive en regular Ottekant, er denne: Efter at den givne Linie a b er delet udi tvende lige store Dele ved Punkten c (§. 111.), oprejses paa Linien a b, fra Delings-Punkten c, en Perpendicularlinie c d (§. 71.), og c e gøres lige saa stor, som c a; derefter drages Linien a e, og til Punkten e, udi Distancen c a, beskrives Cirkel-Buen a d, som stikker Perpendicularlinien c d udi Punkten d: Naar man nu til Punkten d, udi Distancen d a eller d b, beskriver Omkredsen a h i b, og udi samme, fra Punkten a, affikker Distancen a b sex gange, saasom her udi Punkterne f, g, h, i, k, og l, skal de rette Linier a f, f g, g h, h i, i k, og k l, indtil l b, udgiøre en regular Ottekant a f g h i k l b.

§. 136.

I Almindelighed kan man paa en given ret Linie a b (Fig. 117.) beskrive en regular Figur, som skal indbefatte hvad for et Antal af Kanter, man forlanger, efter følgende Anvisning: Efter at man haver undersøgt og funden hvad Størrelse enhver i sær af Middelpunkts-Vinklerne udi den forlangte Figur bekommer (§. 43.), subtraheres denne Størrelse fra 180 Grader, og det Overblevne deles udi tvende lige store Dele; dernæst affættes paa den givne Linie a b, fra begge Ender a og b, tvende lige store Vinkler a b d og b a d, som hver i sær indbefatter saa stort et Antal af Grader, som her tilsidst ved Delingen udkom (§. 82.), og man lader Linierne a d og b d møde hinanden udi Punkten d: Fremdeles beskrives til Punkten d, udi Distancen d a eller d b, en Cirkel a c e f b, og rundt omkring udi Omkredsen af samme, fra Punkten a, affikkes Distancen a b, saa skal de rette Linier, som sammensøger disse Punkter,

R

indslutte

indslutte den forlangte regulare Figur. Som for Exempel, dersom der paa den givne Linie a b skal beskrives en regular Femkant, subtraheres 72° fra 180° (fordi enhver i sær af Middelpunkts-Vinklerne udi en regular Femkant indbefatter 72° , efter §. 43.), og de overblevne 108° deles udi to lige store Dele, saa bliver der 54° til enhver Deel: Derfore giver man enhver i sær af de tvende lige store Vinkler a b d og b a d 54° ; og efter at Linierne a d og b d haver mødt hinanden udi Punkten d, beskriver til Punkten d, udi Distancen d a, en Cirkel a c e f b, og udi Omkredsen af denne Cirkel, fra Punkten a, afstikker Distancen a b tre gange udi Punkterne c, e, og f, saa skal de rette Linier a c, c e, e f, og f b, som sammensøyer disse Punkter, tillige med den givne Linie a b, indslutte den omtalte Femkant a b f e c. Man kan og paa en givne ret Linie a b (Fig. 117.) beskrive en regular Figur med et givne Antal af Kanter, efter følgende Methode: Først undersøges og findes hvad Størrelse enver i sær af Polygon-Vinklerne udi den forlangte Figur tilkommer (§. 44.), og paa den givne Linie a b, fra den ene Ende a, affættes en Vinkel b a c, som indeholder denne Størrelse (§. 82.); derefter gøres a c lige saa stor, som a b, enhver i sær af Linierne a b og a c deles udi to lige store Dele ved Punkterne g og h (§. 111.), og fra Delings-Punkterne g og h opreyses paa a b og a c tvende Perpendicularlinier g d og h d (§. 71.), som man lader møde hinanden udi Punkten d: Endelig beskrives til Punkten d, udi Distancen d b, d a, eller d c, en Cirkel c e f b a, og rundt omkring udi Omkredsen af denne Cirkel affættes Distancen a b eller a c, fra Punkten c eller b, saa giver de rette Linier der sammensøyer disse Punkter, den begierte regulare Figur. Til et Exempel vil jeg sætte, at der paa den rette Linie a b skal beskrives en regular Femkant, saa beskrives paa Linien a b, fra Punkten a, en Vinkel b a c, som indeholder 108° , fordi enhver i sær af Polygon-Vinklerne udi en regular Fem-

kant

Kant haver denne Størrelse (§. 44.), og $a c$ gøres lige stor med $a b$: Naar nu $a b$ og $a c$ er delet udi to lige store Dele, og Perpendicularitinerne $g d$ og $h d$ ere dragne, som for nylig blev meldt, beskrives og den omtalte Cirkel $c e f b a$, og udi dens Omkreds, fra Punkten c , affættes Distancen $a c$ udi Punkterne e og f , saa maa de rette Linier $c e$, $e f$, og $f b$, som sammensøyer disse Punkter, tillige med de tvende Linier $a b$ og $a c$, udgiøre den ommeldte regulære Femkant $a b f e c$.

§. 137.

Efter at jeg nu haver lært hvorledes regulære Figurer kan beskrives paa givne rette Linier, maa her og meldes noget om de regulære Figurers Beskrivelse udi Cirkler; Cirklers Beskrivelse omkring regulære Figurer; regulære Figurers Beskrivelse omkring Cirkler; og Cirklers Beskrivelse udi regulære Figurer: Til hvilke fire Poster jeg her kortelig vil give Anvisning. Naar der forlanges, at en regular Figur skal beskrives udi en Cirkel, deler man Cirkelns Omkreds udi saa stort et Antal lige store Dele, som Figuren skal have Kanter (§. 122.), og dernæst sammensøyer Delings-Punkterne med rette Linier, saa erlanges det begierte. Som for Exempel, dersom man udi Cirklen $a c e f b$ (Fig. 117.) vil beskrive en regular Femkant, deler man denne Cirkels Omkreds udi fem lige store Dele, ved Punkterne a , c , e , f , og b , og sammensøyer disse Punkter med rette Linier $a c$, $c e$, $e f$, $f b$, og $b a$, hvilke indslutter den forlangte regulære Femkant $a b f e c$. At beskrive regulære Figurer udi Cirkler, haver iblandt andet sin store Nytte udi Fortificationen, i Henseende til de regulære Fæstninger; thi naar Protographien eller Hoved-Tegningen af en Fæstning, (der bestaaer af enkelte Linier, som tilkiendegiver Fæstningens Skikkelse) skal beskrives, maa man udi en Cirkel beskrive en regular Figur med saa mange Kanter, som Fæstningen skal have Bosverker.

Unbelangende Cirklers Beskrivelse omkring regulære Figurer, da kan samme skee saaledes: Udi den regulære Figur deler man enhver i sær af tvende ved hinanden staaende Sider udi to lige store Dele (§. 111.), saasom de tvende Sider $a b$ og $a c$ (Fig. 117.), og fra Delings-Punkterne g og h opreyses paa Linierne $a b$ og $a c$, tvende Perpendicularlinier $g d$ og $h d$ (§. 71.), som man lader møde hinanden udi Punkten d , saa er Punkten d en Middelpunkt udi den regulære Figur, hvilken er lige langt fra enhver i sær af alle Figurens Kanter: Naar man altsaa sætter Passerens ene Fod udi Punkten d , og til samme Punkt, udi Distancen $d a$, beskriver en Cirkel, gaaer Omkredsen af denne Cirkel igiennem alle Figurens Kanter. Som for Exempel, dersom man omkring den regulære Femkant $a b f e c$ (Fig. 117.) vil beskrive en Cirkel, deler man de tvende ved hinanden staaende Sider $a b$ og $a c$ udi to lige store Dele, og opreyses Perpendicularlinierne $g d$ og $h d$, som for nylig blev meldt, saa er Punkten d lige langt fra alle Kanterne a , b , f , e , og c af Femkanten, og de rette Linier $d a$, $d b$, $d f$, $d e$, og $d c$, som drages fra Punkten d til Figurens Hjørner, have alle lige Størrelse med hinanden: Heraf maa altsaa følge, at naar man til Punkten d , udi Distancen $d a$, beskriver en Cirkel $a c e f b$, maa Omkredsen af denne Cirkel gaae igiennem Femkantens øvrige Kanter c , e , f , og b .

§ Henseende til regulære Figurers Beskrivelse omkring Cirkler, da kan samme skee, efter denne Maade: Forst deler man Cirkelns Omkreds udi saa mange lige store Dele, som den forlangte Figur skal have Kanter (§. 122.), og fra alle Delings-Punkterne drages Radier til Cirkelns Middelpunkt; der- efter drages Perpendicularlinier til disse Radier, igiennem Enderne, som ligger udi Omkredsen (§. 71.), og alle disse Perpendicularlinier uddrages ved begge Sider indtil de møde hinanden, saa udgiøre de den forlangte Figur.

Som

Som for Exempel, dersom man omkring en Cirkel $a c b d$ (Fig. 118.) vil beskriver en Kvadrat, deler man Cirkelens Omkreds udi fire lige store Dele, ved Punkterne a, c, b , og d , og fra disse Punkter til Middelpunkten e , drager Radierne $a e, c e, b e$, og $d e$; derpaa drages til disse Radier, igiennem Punkterne a, c, b , og d , Perpendicularlinierne $h f, f g, g i$, og $i h$, som man lader møde hinanden udi Punkterne f, g, i , og h , saa udfommer den forlangte Kvadrat $h i g f$.

Cirklers Indskrivelse udi regulære Figurer, skeer efter følgende Methode: Udi den regulære Figur deler man enhver i sær af tvende ved hinanden staaende Sider udi tvende lige store Dele (§. 111.), og fra Delings-Punkterne oprejses paa disse Sider tvende Perpendicularlinier (§. 71.), som man lader møde hinanden, saa bliver Perpendicularliniernes Samlings-Punkt, Middelpunkten udi den forlangte Cirkel, og Perpendicularlinierne, dens Radier. Som for Exempel, dersom man udi Kvadraten $h i g f$ (Fig. 118.) vil indskrive en Cirkel, deler man tvende ved hinanden staaende Sider, saasom $h i$ og $h f$, udi to lige store Dele, ved Punkterne d og a , og fra disse Punkter oprejses paa Linierne $h i$ og $h f$, tvende Perpendicularlinier $d e$ og $a e$, som støde til hinanden udi Punkten e ; dernæst beskrives til Punkten e , udi Distancen $e d$ eller $e a$, den begierte Cirkel $d a c b$, hvis Omkreds gaaer igiennem alle de Punkter, som deler Kvadrats Sider udi tvende lige store Dele, saasom her Punkterne d, a, c , og b .

I Henseende til Kvadraters og Cirklers Bestrivelse udi og omkring hinanden, haver man iblandt andet dette at merke, at naar en Kvadrat er beskrevet omkring en Cirkel, og en anden Kvadrat er indskrevet udi samme Cirkel, saa er allestider den omkring Cirklen beskrevne Kvadrat dobbelt saa stor, som den Kvadrat der er indskrevet udi Cirklen: Ligeledes naar en Cirkel er

beskrevet omkring en Kvadrat, og en anden Cirkel er indskreven udi samme Kvadrat, er den omkring Kvadraten beskrevne Cirkel dobbelt saa stor, som den Cirkel der er indskreven udi Kvadraten. Altsaa er da den omkring Cirklen $a c b d$ (Fig. 118.) beskrevne Kvadrat $h i g f$ dobbelt saa stor, som den udi Cirklen indskrevne Kvadrat $a d b c$; og den omkring Kvadraten $h i g f$ beskrevne Cirkel $h f g i$ dobbelt saa stor, som den udi Kvadraten indskrevne Cirkel $a c b d$.

§. 138.

Hvad regulære retlinede Figurer, som haver lige mange Kanter, i Henseende til deres Beskrivelse udi og omkring hinanden, er anbelangende, da kan dette skee efter følgende Anviisninger: Naar man udi en regular Figur vil beskrive en anden med lige saa mange Kanter, deler man enhver i sær af Figurerens Sider udi tvende lige store Dele (§. 111.), og rundt omkring udi Figuren sammensøger Delings-Punkterne med rette Linier, saa er Sagen forrettet. Som for Exempel, dersom man udi den regulære Sექant $a b c d e f$ (Fig. 119.) vil indskrive en anden regular Sექant, deler man enhver i sær af Sექantens Sider $a b$, $b c$, $c d$, $d e$, $e f$, og $f a$ udi tvende lige store Dele ved Punkterne i , k , l , m , g , og h , og sammensøger disse Punkter med rette Linier $i k$, $k l$, $l m$, $m g$, $g h$, og $h i$, hvilke indslutter den indskrevne Sექant $i k l m g h$. Vil man omkring en given regular Figur, beskrive en anden med lige saa mange Kanter, deler man enhver i sær af tvende ved hinanden staaende Sider udi to lige store Dele (§. 111.), og fra Delings-Punkterne opreyses paa samme Sider tvende Perpendicularlinier (§. 71.), som man lader møde hinanden; derefter drages fra Perpendicularliniernes Samlings-Punkt, rette Linier til alle Kanterne udi Figuren, og til disse Linier, igiennem Figurerens Kanter, drages Perpendicularlinier, som man ved begge Sider lader møde

møde hinanden rundt omkring Figuren, saa udkommer den begierte regulære Figur. Som for Exempel, dersom man omkring den regulære Sækkant $ghiklm$ (Fig. 119.) vil beskrive en anden regular Sækkant, deler man tvende ved hinanden staaende Sider, saasom gm og gh , udi to lige store Dele ved Punkterne n og o , og fra disse Punkter n og o , oprenses paa gm og gh , tvende Perpendicularlinier np og op , som man lader møde hinanden udi Punkten p , saa er samme Punkt p , Middelpunkten udi Sækkanten $ghiklm$, og de rette Linier pm , pg , ph , pi , pk , og pl , som drages fra Punkten p til Sækkantens Hjørner, haver alle en og den samme Størrelse; hernæst drages til Linierne pi , pk , pl , pm , pg , og ph , igiennem Sækkantens Hjørner i , k , l , m , g , og h , Perpendicularlinierne ab , bc , cd , de , ef , og fa , som man ved begge Sider rundt omkring lader støde imod hinanden, udi Punkterne a , b , c , d , e , og f , saa udkommer den forlangte regulære Sækkant $abcdef$.

§. 139.

Paa en given ret Linie ab (Fig. 121.) kan man beskrive en retlined Figur, som haver lige Skikkelse med en given retlined Figur $cdefg$ (Fig. 120.), efter følgende Methode: Efter at den givne Figur $cdefg$ ved Tverlinierne cc og eg er inddelet udi lutter Triangler ceg , ced , og gef , beskrives paa den givne Linie ab , en Triangel aib , som haver lige Skikkelse med Triangelen ceg (§. 129.), paa Linien ai , en Triangel $aiah$, af lige Skikkelse med Triangelen ced , og paa Linien bi , en Triangel bik , af lige Skikkelse med Triangelen gef ; saa bekommer den hele retlinede Figur $ahikb$, lige Skikkelse med den givne Figur $cdefg$. Man kan og paa en given ret Linie ab (Fig. 121.) beskrive en Figur, som haver lige Skikkelse med en given retlined Figur $cdefg$ (Fig. 120.), efter denne Maade: Paa den givne Linie ab ,
fra

fra Punkten a , beskrives en Vinkel $b a h$ af lige Størrelse med Vinklen $g c d$ (§. 83.), og Linien $a h$ gives lige Størrelse med den fjerde proportionale Linie til de trede givne Linier $c g$, $c d$, og $a b$ (§. 103.); dernæst beskrives paa Linien $a h$, fra Punkten h , en Vinkel $a h i$, af lige Størrelse med Vinklen $c d e$, og Linien $h i$ gøres saa stor, som den fjerde proportionale Linie til $c d$, $d e$, og $a h$; fremdeles gøres Vinklen $h i k$ saa stor, som Vinklen $d e f$, og Linien $i k$ saa stor, som den fjerde proportionale Linie til $d e$, $e f$, og $h i$: Endelig gives Vinklen $i k b$ lige Størrelse med Vinklen $e f g$, og Linien $k b$ uddrages indtil den støder imod $a b$, udi Punkten b , saa haver Figuren $a h i k b$ samme Skikkelse, som den givne Figur $c d e f g$. Den første Methode er den beste og bequemste; thi efter den sidste Maade, at beskrive Figuren $a h i k b$, kan lettelig indsnige sig en liden Fejl, hvilken klarlig gives tilkiende naar Linien $k b$ falder enten inden eller uden for Punkten b .

§. 140.

Da vi nu udi dette Capitel haver hørt hvorledes Triangler, Parallelogrammer, Rectangler, og Quadrater bliver beskrevne; hvorledes regulare Figurer beskrives paa givne rette Linier; hvorledes regulare Figurer beskrives udi og omkring Cirkler; hvorledes Cirkler beskrives udi og omkring regulare Figurer; hvorledes regulare Figurer beskrives udi og omkring hinanden; og hvorledes alle Slags retlinede Figurer i Almindelighed, af lige Skikkelse med andre givne Figurer, bliver beskrevne; saa staaer endnu tilbage, hvorledes man paa Papiir kan beskrive Figurer af lige Skikkelse med givne Figurer paa Marken, hvilket er noget af det vigtigste udi den hele Land-Maaling; thi naar man paa Papiir haver beskrevet en Figur, som i alle Maader haver lige Skikkelse med et Stykke Jord paa Marken, kan man baade i Henseende til Udmaaling og Inddeling, paa Papiiret udi den liden Figur drage de fornødne Perpen-

Perpendicularslinier, Parallellinier, &c., og derved meget lettere og bekvemmere forrette Operationen paa Papiret, end paa Marken; ja da mange Stykker Jord paa Marken ere saaledes beskafte, at man formedelst Bierge og Dale, Tjørne-Stubbe, Bunde, Moradser, og andet mere, umueligt kan drage de fornødne Linier, som Udmaalingen udkræver, nødes man til at bringe Skikkelsen af lige Stykker Jord, paa Papiir: Det bliver altsaa uden Modsigelse en Hoved-Sag udi Land-Maalingen, at kunde bringe alle Slags Stykker Jord paa Marken, udi deres rette Form og Skikkelse, paa Papiir. Jeg vil da for det første lære, hvorledes man paa Papiir kan beskrive en Triangel af lige Skikkelse med en given Triangel $a b c$ (Fig. 122.) paa Marken, hvilket kan skee saaledes: Efter at trende Stave a , b , og c ere nedsatte udi Triangelns Hjørner, maalet man de tvende Vinkler $a b c$ og $a c b$ med Vinkelmaaleren (§. 89.); derefter drages paa Papiir en ret Linie $e f$ (Fig. 123.), paa hvilken man beskriver Vinklen $d e f$ af lige Størrelse med Vinklen $a b c$ paa Marken (§. 82.), og Vinklen $d f e$ af lige Størrelse med Vinklen $a c b$: Naar man nu paa Papiret lader Linierne $e d$ og $f d$ møde hinanden udi Punkten d , haver den paa Papiret beskrevne Triangel $d e f$, lige Skikkelse med den givne Triangel $a b c$ paa Marken (§. 101.). Dersom man tillige vil udmaale Triangelen $a b c$, maalet man Linien $b c$ med Maalesnoeren (§. 87.), og paa Papiret giver Linien $e f$ lige saa mange af de smaae Roder, Fodder og Tommer paa den geometriske Maalestok, som Linien $b c$ paa Marken indbefatter af de virkelige.

§. 141.

Er der en retlinet Figur paa Marken, som ved Tverlinier lader sig inddele udi lutter Triangler, saasom Figuren $a b c d e f$

S

(Fig. 124.)

(Fig. 124.) kan dens rette Skikkelse paa Papiir beskrives, som følger:

Naar man udi et hvert Hjørne af Figuren $a b c d e f$ haver nedsat en Stav, og Evertlinierne $a e$, $b e$, og $b d$ ere dragne, drages paa Papiir en ret Linie $g h$ (Fig. 125.); dernæst beskrives paa Linien $g h$, en Triangel $g l h$, af lige Skikkelse med Trianglen $a e b$ paa Marken (§. 140.); paa Linien $g l$, en Triangel $g m l$, af samme Skikkelse, som Trianglen $a f e$ paa Marken; paa Linien $h l$, en Triangel $h k l$, af lige Skikkelse med Trianglen $b d e$; og paa Linien $h k$, en Triangel $h i k$, der er lige skicket med Trianglen $b c d$, saa bekommer den hele Figur $g h i k l m$ paa Papiret, lige Skikkelse med den hele Figur $a b c d e f$ paa Marken. Skal Figuren udmaales, bør det iagttages førend Figuren $g h i k l m$ bliver beskrevet, at Linien $g h$ paa Papiret bekommer lige saa mange smaae Roder, Fodder og Tommer, som Linien $a b$ paa Marken indeholder af de virkelige.

§. 142.

Derfom en Figur $a b c d e f$ (Fig. 126.) paa Marken er saaledes beskaffen, at man ikke ved Evertlinier kan inddele den udi lutter Triangler, som den forrige; men fra en udi samme antagen Punkt kan drage rette Linier til alle dens Hjørner, kan Skikkelsen af samme Figur bringes paa Papiir, efter følgende Anvisning:

Først nedstikkes en Stav udi et hvert Hjørne af den givne Figur $a b c d e f$, og udi Figuren antages Punkten a , fra hvilken kan drages rette Linier $a a$, $a b$, $a c$, $a c$, indtil $a f$, til alle Figurens Kanter; dernæst maaler man enhver i sær af Vinklerne $a a b$, $b a c$, $c a d$, $d a e$, $e a f$, og $f a a$ omkring

Punkten

Punkten a , med Vinkelmaaleren (§. 89.), og enhver i sær af Linierne $a a$, $a b$, $a c$, ac indtil $a f$, med Maalesnoeren (§. 87.): Efter denne Operation drager man paa Papiir en ret Linie $g n$ (Fig. 127.), og paa samme Linie, fra Punkten g , beskrives Vinklen $n g m$ af lige Størrelse med Vinklen $f a e$ paa Marken (§. 82.); paa Linien $m g$, fra Punkten g , beskrives Vinklen $m g l$ af lige Størrelse med Vinklen $e a d$ paa Marken; og saa fremdeles gøres Vinklen $l g k$ saa stor, som Vinklen $d a c$; Vinklen $k g i$ saa stor, som Vinklen $e a b$, og Vinklen $i g h$ saa stor, som Vinklen $b a a$, saa giver den sidste Vinkel $h g n$ sig selv. Nu gives Linien $g n$ paa Papiret, lige saa mange af de smaa Roder, Fodder og Tommer paa den geometriske Maalestok, som Linien $a f$ paa Marken indeholder af de virkelige; Linien $g m$ det bemeldte formindskede Maal, som Linien $a e$ indtager af det virkelige; og saa fremdeles med det formindskede Maal paa Papiret gøres $g l$ lig $a d$ paa Marken; $g k$ lig $a c$; $g i$ lig $a b$; og $g h$ lig $a a$: Herpaa drages Linierne $n m$, $m l$, $l k$, $k i$, $i h$, og $h n$, saa udkommer en Figur $h i k l m n$, som er lige stikket med den giøne Figur $a b c d e f$ paa Marken, hvorpaa §. 101. bliver et Beviis. I Henseende til Steden, at beskrive Figuren $h i k l m n$, da er man just ikke forbunden til at gjøre dette paa Marken; thi efter at de omtalte Vinkler og Linier ere udmaalede udi Figuren $a b c d e f$, kan man udi en Tegnebog gjøre en liden Tabel og Optegnelse paa Størrelsen af enhver i sær af de udmaalede Linier og Vinkler, udi den Orden, som de følger efter hinanden; og siden hiemme i Huset efter den anførte Tabel beskrive den forlangte Figur $h i k l m n$. Den Orden, som Vinklerne og Linierne udi Figuren $a b c d e f$ bør staae udi, er saaledes: Naar man kalder Vinklen $f a e$ den første, bliver Vinklen $e a d$ den anden, Vinklen $d a c$ den tredie, og saa fremdeles med alle Vinklerne rundt omkring Punkten a , indtil Vinklen $a a f$, som her bliver

den siette og sidste, hvilket de omkring Punkten a beskrevne Tal giver tilkiende; og hvad Linierne udi dette Tilfælde anbelanger, da kan man kalde a f den første, a e den anden, a d den tredje, og saa videre rundt omkring indtil Linien a a, som her bliver den siette og sidste, som og gives tilkiende ved de Tal der ere beskrevne ved Figurens Hjørner.

§. 143.

Træffer man en Figur paa Marken, som formedelst adskillige Forhindringer, saasom Moser, Rier, Moradser, Bakker, Træer, ic., baade forbyder dens Inddeling udi Triangler ved Ewerlinier, og dens Inddeling udi Triangler fra en udi samme antagen Punkt; men er dog saaledes beskaffen, at der udi samme kan udvælges tvende Steder, hvor man paa et hvert i sær af samme Steder kan see alle de Stave man haver nedsat udi Figurens Hjørner, og tillige imellem de bemeldte tvende Steder kan drage en ret Linie, saasom Figuren c d e f g h i k l (Fig. 128.), kan Skikkelsen af denne Figur beskrives paa Papiir, som følger:

Naar man udi et hvert Hjørne af Figuren haver nedstuffedet en Stav, opsøges udi Figuren en Plads a, hvor alle de nedsatte Stave kan sees, og udi Punkten a sættes en Stav; dernæst opledes udi Figuren en anden Plads b, hvor man baade kan see Staven, som staaer udi Punkten a, og tillige alle de andre Stave, som staaer udi Kanterne, og udi Punkten b nedstikkes en anden Stav: De tvende opsøgte Steder a og b kan man kalde Maalepladserne; og den rette Linie a b, som drages imellem Stavene a og b, kan man kalde Grundlinien. Nu kan man forestille sig, at der fra alle Stavene, som staaer i Figu-

i Figurens Hjørner, gaaer rette Linier til de tvende Stave a og b, saa maa disse Linier tillige med Linien a b udgjøre lige saa mange Triangler, som Figuren haver Kanter, og Linien a b bliver en sælles Grundlinie til dem alle: Man gaaer da udi Pladsen a, og med Vinkelmaaleren maaler Størrelsen af Vinklen c a b (§. 89.), og udi Pladsen b, Størrelsen af Vinklen c b a; derefter drages paa Papiir en ret Linie m n (Fig. 129.), som skal forestille Grundlinien a b paa Marken, paa Linien m n, fra Punkten m, beskrives en Vinkel o m n af lige Størrelse med Vinklen c a b paa Marken (§. 82.), og fra Punkten n, en Vinkel o n m af lige Størrelse med Vinklen c b a; hernæst uddrages Linierne m o og n o, indtil de møde hinanden udi Punkten o, saa haver den paa Papiiret beskrevne Triangel m n o lige Skikkelse med Trianglen a b c paa Marken (§. 101.). Paa den selv samme Maade gøres Trianglen m n p, lige skicket med Trianglen a b d paa Marken; Trianglen m n q, lige skicket med Trianglen a b e; Trianglen m n r, lige skicket med Trianglen a b f; Trianglen m n s, lige skicket med Trianglen a b g; Trianglen m n t, lige skicket med Trianglen a b h; Trianglen m n u, lige skicket med Trianglen a b i; Trianglen m n v, lige skicket med Trianglen a b k; og Trianglen m n x, lige skicket med Trianglen a b l: Drager man nu de rette Linier o p, p q, q r, r s, s t, t u, u v, v x, og x o, udkommer paa Papiiret en Figur o p q r s t u v x, som er lige skicket med den givne Figur c d e f g h i k l paa Marken; thi eftersom enhver i sær af Trianglerne m n o, m n p, m n q, &c. indtil Trianglen m n x paa Papiiret, ere lige skikkede med de til samme svarende Triangler a b c, a b d, a b e, &c. indtil Trianglen a b l paa Marken, og de paa Papiiret beskrevne Triangler have alle en sælles Grundlinie m n, ligesom Trianglerne paa Marken der haver a b til deres sælles Grundlinie, saa maa de rette Linier der paa Papiiret sammensøyer Spidserne af de omtalte beskrevne

Triangler, uden Modsigelse indslutte en Figur af lige Skikkelse med den Figur, som de Linier indslutter der sammenføyer Spidserne af Trianglerne paa Marken. Naar Figuren $c d e f g h i k l$ skal udmaales, giver man den paa Papiret først beskrevne Linie $m n$ lige saa mange af de smaa Roder, Fodder og Tommer paa den geometriske Maalestof, som Grundlinien $a b$ paa Marken indtager af de virkelige. Dersom man vil beskrive Figuren $o p q r s t u v x$ hjemme i Huset, da haver man i Henseende til Tabellens Optegnelse udi Tegnebogen, følgende trende Stykker at iagttage, nemlig Ordenen af Trianglerne der haver $a b$ til deres fælles Grundlinie; hvilken af de tvende udmaalede Vinkler udi enhver Triangel, der horer til første, og hvilken der horer til anden Maaleplads; og hvilke Triangler der ere paa hiin Side, saa og hvilke der ere paa denne Side af Grundlinien $a b$: Som for Exempel, naar Tabellen skal indrettes efter de udmaalede Vinkler udi Figuren $c d e f g h i k l$, da kan man i Henseende til Trianglernes Orden, lade Triangelen $a b c$ være den første, Triangelen $a b d$ den anden, Triangelen $a b e$ den tredje, og saa fremdeles rundt omkring, indtil Triangelen $a b l$, som her bliver den niende og sidste; Fremdeles, naar man kalder a den første, og b den anden Maaleplads, horer den Vinkel udi enhver Triangel, som med Spidsen ligger i Punkten a , til den første, og den Vinkel udi enhver Triangel, der med Spidsen støder i Punkten b , til den anden Maaleplads; videre, sees, at de fem Triangler $a b c$, $a b d$, $a b e$, $a b f$, og $a b g$, ere paa hiin Side, og de øvrige fire Triangler $a b h$, $a b i$, $a b k$, og $a b l$, paa denne Side af Grundlinien $a b$, naar man staar saaledes, at den første Maaleplads er ved venstre, og den anden Maaleplads ved høyre Haand. Naar disse Stykker accurat og noye observeres og annoteres udi Tegnebogen, haver man en ordentlig og rigtig Optegnelse, at rette sig efter, saa man ikke tør frygte for at tage feyl eller fare vild, naar

Figuren

Figuren skal beskrives paa Papiir. Er der mere end en Figur paa Marken, som skal optages, giver man enhver Figur sin egen tilhørende Tabel over Vinklernes Størrelser, og oven over enhver Tabel kan man fortellig opskrive en eller anden Omstændighed, som ved dens tilhørende Stykke Jord befindes, hvorefter man og udi adskillige Tilfælde kan rette sig, naar Beskrivelserne skal gøres paa Papiret.

Derfor man forlanger, at den paa Papiret beskrevne Figur o p q r s t u v x skal legges saaledes med dens Kanter imod Verdens Hoved-Hjørner, ligesom Originalen ligger paa Marken, nemlig Figuren c d e f g h i k l, maa man have et Compas med sig paa Marken, og med samme forsøge hvor stor en Vinkel Grundlinien a b gjør med Middags-Linien, som man optegner ved Tabellen: Efter at Figuren nu er beskrevet paa Papiret, sættes Compasset derpaa, og Papiret tillige med Figuren omdrejes saa længe indtil Linien m n gjør lige saa stor en Vinkel med Magnet-Naalet, som Linien a b paa Marken, saa ligger omtrent Figuren paa Papiret, ligesom Figuren paa Marken. Sandstø accurat kan det ikke være, saasom Magnet-Naalets Afvigelse fra den rette og sande Middags-Linie, er saa foranderlig, ey allene paa adskillige Steder; men og paa et og det samme Sted udi adskillige Tider; ja i Henseende til Tiden saa fiendelig, at Forandringen kan mærkes hver Time paa Dagen, hvilket Professor AND. CELSIUS ved Experimenter nøyhaver erfaret, som sees af hans Anmerkninger over Magnet-Naalets stundelige Forandring i Missionen, der ere indførte udi det andet Bind, af det Svenske Videnskabs Academies Afhandlingar.

§. 144.

Kan man udi en given Figur c d e f g (Fig. 130.) paa Marken, ikke finde tvende Maalepladser, hvor man udi enhver Plads kan

kan have alle de udi Figurens Kanter nedsatte Stave, i Onsyn, kan man uden for Figuren udsøge tvende Maalepladser, og paa Papiir bringe Skikkelsen af den bemeldte Figur, som følger:

Udi et hvert Hjørne af den givne Figur $c d e f g$ nedstikkes en Stav, og uden for Figuren paa et beqvemt Sted udvælges de tvende Maalepladser a og b , hvor man udi enhver i sær kan see alle Stavene der staaer i Figurens Hjørner, og tillige kan drage en ret Linie $a b$ imellem Maalepladserne; dernæst nedstikkes tvende Stave udi Punkterne a og b , og man forestiller sig, at der ere dragne rette Linier fra alle Kanterne af Figuren til Maalepladserne a og b : Naar man nu med Vinkelmaaleren udi Pladsen a , maaler Størrelsen af Vinklen $b a c$ (§. 89.), og udi Pladsen b , Størrelsen af Vinklen $a b c$; dernæst paa Papiir drager en ret Linie $h i$ (Fig. 131.), paa samme Linie, fra Punkten h , beskriver en Vinkel $i h k$ af lige Størrelse med Vinklen $b a c$ paa Marken (§. 82.), og fra Punkten i , en Vinkel $h i k$ af lige Størrelse med Vinklen $a b c$ paa Marken, maa de tvende Linier $h k$ og $i k$, som man lader møde hinanden udi Punkten k , tillige med Linien $h i$, indslutte en Triangel $h i k$, som haver lige Skikkelse med Trianglen $a b c$ paa Marken (§. 101.). Paa den samme Maade gøres nu Trianglen $h i l$ paa Papiret, lige skicket med Trianglen $a b d$ paa Marken; Trianglen $h i o$, lige skicket med Trianglen $a b g$; Trianglen $h i n$, lige skicket med Trianglen $a b f$; og Trianglen $h i m$, lige skicket med Trianglen $a b e$: Endelig sammenføyes Spidserne af de paa Papiret beskrevne Triangler, med rette Linier $k l$, $l m$, $m n$, $n o$, og $o k$, saa udkommer en Figur $k l m n o$, som er lige skicket med den givne Figur $c d e f g$ paa Marken. Naar Figuren skal udmaales, giver man den paa Papiret først beskrevne Linie $h i$ lige saa mange af de smaae Roder, Sed-

der

der og Sommer paa den geometriske Maalestof, som Linien a b paa Marken indtager af de virkelige.

§. 145.

Dersom en Figur paa Marken er saaledes beskaffen, at man formedelst Skove, Bierge, ic., hverken inden eller uden for dens Omkreds kan søge tvende Maalepladser, hvor alle de nedsatte Stave kan sees, saasom Figuren a b c d e (Fig. 132.), bliver dens Stikkelse paa Papiir beskrevet, efter følgende Methode:

Efter at en Stav er nedsat udi et hvert Hjørne af den omtalte Figur, maaler man enhver i sær af dens Sider a b, b c, c d, d e, og e a med Maale-snoren (§. 87.), og enhver i sær af dens Vinkler a b c, b c d, c d e, d e a, og e a b med Vinkelmaaleren (§. 89.); dernæst drages paa Papiir en ret Linie f g (Fig. 133.) der indbefatter lige saa mange af de smaa Noder, Fodder og Sommer paa den geometriske Maalestof, som Linien a b paa Marken indeholder af de virkelige, og paa Linien f g, fra Punkten g, beskrives en Vinkel f g h, af lige Størrelse med Vinklen a b c (§. 82.): Fremdeles gives Linien g h paa Papiiret lige saa mange Noder, Fodder og Sommer af det formindskede Maal paa Maalestoffet, som Linien b c paa Marken indbefatter af det virkelige, og paa Linien g h, fra Punkten h, beskrives Vinklen g h i af lige Størrelse med Vinklen b c d paa Marken; Linien h i gives lige saa mange Noder, Fodder og Sommer af det formindskede Maal, som Linien c d indtager af det virkelige: Endelig beskrives paa Linien h i, fra Punkten i, en Vinkel h i k af lige Størrelse med Vinklen c d e paa Marken, paa Linien g f, fra Punkten f, en Vinkel g f k af lige Størrelse med Vinklen d e a, og Linierne f k og i k uddrages indtil de møde hinanden udi Punkten k, saa er

langes en Figur $f g h i k$ paa Papiret, som haver lige Skikkelse med Figuren $a b c d e$ paa Marken.

§. 146.

Er der en Figur paa Marken, som ligner et Cirkel-Stykke $a b c$ (Fig. 134.), kan Skikkelsen af samme beskrives paa Papiir, som følger:

Udi Enderne af det givne Cirkel-Stykke sættes tvende Stave a og b , og udi Buen nedstikkes den tredie Stav c , hvor man behager; dernæst drages paa Papiir en ret Linie $d e$ (Fig. 135.), og paa samme Linie beskrives en Triangel $d f e$ af lige Skikkelse med Trianglen $a c b$ paa Marken (§. 140.): Endelig drages igiennem de tre Punkter d , f , og e , en Cirkel-Bue $d f e$ (§. 78.), saa bekommer man paa Papiret et Cirkel-Stykke $d e f$, som haver lige Skikkelse med det givne Cirkel-Stykke $a b c$ paa Marken.

§. 147.

Alle krumlinede Figurer paa Marken kan uden merkelig Fejl enten antages, som en Sammensætning af lutter retlinede Figurer, eller som en Sammensætning af lutter Cirkel-Stykker, eller og, som en Sammensætning baade af retlinede Figurer og Cirkel-Stykker: Som for Exempel, den krumlinede Figur $a b c d e$ (Tab. V. Fig. 136.) er saaledes indsluttet med krumme Linier, at de trende Stykker $b c$, $c d$, og $e a$ af dens Omkreds, kan antages for Cirkel-Buer, og de tvende Stykker $a b$ og $e d$, som en Sammensætning af rette Linier. Naar altsaa denne Figur skal forestille et Stykke Jord paa Marken, og Skikkelsen af samme skal beskrives paa Papiir, sættes mange Stave tæt ved hinanden, udi de Stykker $a b$ og $e d$ af Figurens Omkreds, der skal betragtes, som en Sammensætning af rette Linier, paa det at Krumheden

heden af Omkredsen, som ligger imellem tvende næst ved hinanden staaende Stave, kan blive gandske liden og ukiendelig; og den krumlinede Figur bliver da anseet, som en retlined Figur med lige saa mange Kanter, som her ere Stave, dog Cirkel-Stykkerne $b c$, $c d$, og $e a$ undtagen. Efter de foregaaende Anviisninger, beskriver man da paa Papiret en retlined Figur $k i h g f$ (Fig. 137.), af lige Skikkelse med Figuren $e d c b a$ paa Marken. Hvad Cirkel-Stykkerne anbelanger, da beskrives et hvert i sær af lige Skikkelse med dets tilhørende Original paa Marken (§. 146.): Saaom, Cirkel-Stykket $k f$ beskrives af lige Skikkelse med Cirkel-Stykket $e a$ paa Marken; Cirkel-Stykket $g h$, af lige Skikkelse med Cirkel-Stykket $b c$; og Cirkel-Stykket $h i$, af lige Skikkelse med Cirkel-Stykket $c d$. Herved haver man nu tvende Stykker at iagttage: For det første, at et hvert Cirkel-Stykke sættes paa sit behørigte Sted, ved den retlinede Figur paa Papiret; og for det andet, om Cirkel-Buen skal falde inden eller uden for Omkredsen af den bemeldte Figur: Som for Exempel, Buene af de tvende Cirkel-Stykker $k f$ og $g h$ skal falde uden for Omkredsen af den retlinede Figur paa Papiret, fordi Buene af de til samme svarende Cirkel-Stykker $e a$ og $b c$ paa Marken, gjør det samme; og fordi Buen af Cirkel-Stykket $c d$ falder inden for Grændsefiellet af den retlinede Figur paa Marken, maa og Buen af det til samme svarende Cirkel-Stykke $h i$ paa Papiret gjøre det samme. Naar nu alle disse Stykker bliver nøye iagttaget, bekommer man paa Papiret en krumlined Figur $f g h i k$, som overalt bliver lige stikket med den krumlinede Figur $a b c d e$ paa Marken.

§. 148.

Jeg haver nu paa adskillige Maader tydelig viist, hvorledes alle Slags Stykker Jord paa Marken (enten de ere krumlinede, eller retlinede; enten de ere jevne og slette, eller haver Bierge, Dale, Skove, ic.; enten de ere over-

alt tørre, eller der udi samme befindes Moser, Rier, og andre moradsige Steder) udi deres rette Skikkelse kan beskrives paa Papiir: Dette staaer endnu tilbage at erindre, hvorledes man maa forholde sig naar enten et heelt Amt eller Herred skal optages; thi da samme nødvendig maa inddeles i mange smaae Stykker, af hvilke et hvert i sær for sig selv maa optages og beskrives paa Papiir, kan man lettelig tage feyl og bringe en falsk Copie paa Papiiret; deels kan Feylen begaaes paa Marken; og deels paa Papiiret: Paa Marken maa man fornemmelig vogte sig, at de Stykker, som allerede ere optagne og bragte paa Papiiret, bliver gandske frie, naar et nyt Stykke ved Siden skal optages, paa det man ikke lader nogen Deel, som er inden for Grændsefiellet af de forrige optagne Stykker, høre til det nye Stykke; thi naar dette indtræffede, forarsagede det en Forvirring udi Beskrivelsen paa Papiiret, og bragte en falsk Figur. Paa Papiiret maa det nøye iagttages naar en nye Figur skal sættes til en anden, som allerede er beskrevet, at den samme Side paa Papiiret kan blive tilfælles for begge Figurene, som svarer til den Side paa Marken der er tilfælles for Originalerne; ja en allene samme Side, men og de tilfælles Kanter kan blive de samme, som de dertil svarende tilfælles Kanter paa Marken. Bliver dette ikke nøye iagttaget paa Papiiret, kan den paa Papiiret sammensatte Figur umuelig have lige Skikkelse med den sammensatte Figur paa Marken, omendskiont et hvert i sær af Stykkerne paa Papiiret gandske accurat kan være lige dannet med de til samme svarende Stykker paa Marken. Hvorledes man nu udi dette Tilfælde paa en beqvem Maade kan tage sig vare for de ommeldte Forsælsninger, vil jeg her kortelig lære: Naar et stort Stykke A B O M (Fig. 138.) af et Land skal optages og beskrives paa Papiir, begynder man ved den ene Ende A B, og ved samme, fra det hele Stykke affiærer et Stykke Jord A B C D E, ved de nedsatte Stave A, B, C, D, og E;

der næst

derneft beskrives paa Papiir en Figur a b c d e (Fig. 139.) af lige Skikkelse med Figuren A B C D E paa Marken, som tilforn tydelig er lært. De nedfattede Stave A, B, C, D, og E maa nu ikke optages, men ſkal blive ſtaaende og give Grændſeffillet tilkiende imellem den Figur, ſom er optaget, og det øvrige af Pladsen, ſom endnu er tilbage: Ved den øverſte Ende af enhver Stav ſaſtſættes et firekantet Bræt, paa hvilket Stavene i den Orden de ſtaaer kan nummereres; paa den Stav, ſom ſtaaer i Punkten A ſkrives da No. 1.; paa den Stav der ſtaaer i Punkten B, No. 2.; paa Staven C, No. 3.; paa Staven D, No. 4.; og paa Staven E, No. 5.: De ſamme Tal, ſom nu ere ſkrevne paa Stavene, ſættes og ved Hjørnerne af Figuren a b c d e paa Papiret, nemlig et hvert Tal i ſit behørig Hjørne, der ſvarer til dets lignenavnige Hjørne paa Marken: Som for Exempel, ved Kanten a paa Papiret ſkrives 1, fordi denne Kant ſvarer til Kanten A paa Marken, og Staven der ſtaaer i ſamme Kant haver det bemeldte Nummer; ved Kanten b paa Papiret ſkrives 2, fordi den Stav, ſom ſtaaer i den til ſamme ſvarende Kant paa Marken, haver dette Tal; og ſaa videre ſkrives 3 ved Kanten c, 4 ved Kanten d, og 5 ved Kanten e. At Stavene ſkal blive ſtaaende udi Hjørnerne af den optagne Figur A B C D E paa Marken, ſkeer for at udmerke Grændſeffillet imellem det bemeldte Stykke Jord, og den øvrige Deel af Figuren A B O M: At Stavene ere nummererede, og de ſamme Tal ſkrevne ved Kantene af Figuren a b c d e paa Papiret, ſkeer fordi man ikke ſkal tage feyl og giøre en falſk Sammenſætning naar en nye Figur paa Papiret ſkal ſættes til den forrige. Fremdeles afſkiæres det andet Stykke C F G H D, fra den hele Figur A B O M paa Marken, og Skikkelsen af ſamme Stykke beskrives paa Papiret, ſom Figuren c f g h d her foreſtiller: Eſtersom nu Siden C D paa Marken er tiſſælles for de toende optagne Stykker A B C D E og C F G H D,

skal og den til samme svarende Side $c d$ paa Papiret være tilføjes for begge de smaae Figurer; og fordi Staven, som staaer i den tilføjes Kant C paa Marken, haver No. 3. ved Enden, skal og den til samme svarende Kant e , af Figuren $c f g h d$ paa Papiret falde udi den Kant af den forrige Figur $a b c d e$, hvor det Tal 3 staaer skreven. De trende Stave F , G , og H , som tillige med tvende af de forrige nemlig C og D , udmerker det andet optagne Stykke, bliver nu staaende, som tilforn blev meldt om de andre, og paa Brættene ved Enden skrives No. 6, 7, og 8; og iligemaade sættes de samme Tal ved de paa Papiret dertil svarende Kanter f , g , og h , som Figuren udviser: Den paa Papiret sammensatte Figur $a b c f g h d e$ er nu ey allene lige dannet med den sammensatte Figur $A B C F G H D E$ paa Marken; men man haver og ved en vis Regel beredet Bøgen for det følgende tredie Stykke der skal tilføjes. Videre gøres Figuren $e d h i k$ paa Papiret, lige skiftet med det tredie Stykke $E D H I K$ paa Marken; Figuren $k i l m n$ paa Papiret, lige dannet med det fjerde Stykke $K I L M N$ paa Marken; og Figuren $i h g o p l$, lige dannet med det femte og sidste Stykke $I H G O P L$. Sammensætningen skeer, som for nylig blev meldt ved det andet Stykke; Stavene nummereres i den Orden de efter hinanden bliver nedsatte; og et hvert Tal skrives ved sit behørigte Hjørne paa Papiret, hvilke tvende sidst meldte Stykker begge Figurerne $A B O M$ og $a b o m$ tydelig udviser, saa haver den hele sammensatte Figur $a b o m$ paa Papiret, lige Skikkelse med den hele Figur $A B O M$ paa Marken. Hvo, som nu noye vil iagttage hvad jeg her udi dette Capitel haver fremsfort om Figurers Beskrivelse paa Papiir, af lige Skikkelse med Figurer paa Marken, kan gierne fordrifte sig til at optage hele Herreder, Amter, og Lande, og udi deres rette Form og Skikkelse bringe paa Papiir: De samme kan og tillige udmaales efter de fremsatte Anviisninger i det følgende

Capitel,

Capitel, som handler om Figurers Udmaalning. Dersom man paa Papiret, efter at en Figur er beskrevet af lige Skikkelse med en given Figur paa Marken, vil erfare og udmaale Størrelsen af det bemeldte Stykke Jord paa Marken, maa det iagttages førend Beskrivelsen skeer, at man alletider giver den paa Papiret først beskrevne Linie lige saa mange af de smaae Roder, Fodder og Tommer paa den geometriske Maalestok, som den til samme svarende Linie paa Marken indbefatter af de virkelige, som jeg og tilforn adskillige gange har erindret. Som for Exempel, dersom man paa Papir vil undersøge og udmaale Størrelsen af det store Stykke Jord $ABOM$ (Fig. 138.) paa Marken, giver man den paa Papiret først dragne Linie $a b$ (Fig. 139.) lige saa mange smaae Roder, Fodder og Tommer af det formindskede Maal, som den til samme svarende Linie AB paa Marken indeholder af de virkelige; og efter at man paa Linien $a b$ haver beskrevet den hele Figur $abom$ af lige Skikkelse med Figuren $ABOM$ paa Marken, som nu nylig blev lært, udmaaler man Figuren $abom$ paa Papiret, efter de anførte Metoder i det følgende Capitel, saa haver man funden Størrelsen af Figuren $ABOM$ paa Marken; thi lige saa mange Roder, Fodder og Tommer af det formindskede Kvadrat-Maal, som Figuren $abom$ paa Papiret indeholder, indbefatter og Figuren $ABOM$ paa Marken af det virkelige Kvadrat-Maal.

§. 149.

Vil man paa Marken beskrive en Triangel af lige Skikkelse med en given Triangel fgh (Fig. 140.) paa Papir, kan dette skee efter følgende Anvisning:

Efter at man paa Papiret med Transporteuren haver udmaalet Størrelsen af de tvende Vinkler hfg og hgf (§. 88.), drager man paa Marken en ret Linie $a b$ (Fig. 141.), der skal forestille Linien fg paa Papiret, og udi

Enderne

Enderne af Linien $a b$ nedstikkes tvende Stave; derefter beskrives paa Marken en Vinkel $b a c$ af lige Størrelse med Vinklen $g f h$ paa Papiret (§. 84.), og en Vinkel $a b d$ af lige Størrelse med Vinklen $f g h$, som udmerkes ved tvende nedsatte Stave c og d : Endelig nedstikkes den femte Stav e saaledes, at den baade staaer udi en lige Linie med de tvende Stave d og b , og udi en lige Linie med Stavene c og a , og man drager Linierne $e a$ og $e b$, saa udkommer en Triangel $a b e$ paa Marken, som haver lige Skikkelse med den givne Triangel $f g h$ paa Papiret (§. 101.). Dersom Trianglen $a b e$ paa Marken skal indbefatte samme Størrelse af det virkelige Kvadrat-Maal, som Trianglen $f g h$ paa Papiret indeholder af det formindskede, gives den paa Marken først dragne Linie $a b$ lige saa mange af de virkelige Noder, Fodder og Tommer, som Linien $f g$ paa Papiret indbefatter af de smaae Noder, Fodder og Tommer paa den geometriske Maalestok.

§. 150.

I Almindelighed kan man paa Marken beskrive en retlined Figur, af lige Skikkelse med en given Figur $a b f e c d$ (Fig. 142.) paa Papiir, efter følgende Methode:

Efter at Figuren $a b f e c d$ paa Papiret ved Overlinierne $a c$, $c b$, og $b e$ er inddelet udi lutter Triangler, drages en ret Linie $A B$ (Fig. 143.) paa Marken, og paa Linien $A B$ beskrives en Triangel $A B C$, af lige Skikkelse med Trianglen $a b c$ paa Papiret (§. 149.): Fremdeles beskrives paa Linien $A C$ en Triangel $A C D$, af lige Skikkelse med Trianglen $a c d$ paa Papiret; paa Linien $B C$, en Triangel $B C E$, som er lige skicket med Trianglen $b c e$; og paa Linien $B E$, en Triangel $B E F$, der haver samme Skikkelse, som Trianglen $b e f$, saa bekommer den hele sammensatte Figur $A B F E C D$ paa Marken, lige Skikkelse med den givne Figur $a b f e c d$ paa Papiret.

Det



Det ottende Capitel.

Om Figurers Udmaalning.

§. 151.

Hvad det er at maale; hvorledes adskillige Europæiske Fodmaal forholde sig imod hinanden; hvorledes vores Danske Fodmaal forholder sig til det geometriske; hvorledes en Maalestok skal inddeles; hvad Størrelse enhver i sær af dens Dele bør at have; og hvorledes en Maalestok skal forfærdiges, haver jeg udførlig lært udi §. 63.: Det hedder udi samme §., at den Ting man vil maale, og Maalestokken, hvormed den skal maales, maa alletider være af en og den samme Art og Betskaffenhed; hvorfor følger, at en Figur kan ikke udmaales med en Linie, eller med et Corpus; men man maa nødes til at antage en Figur, til Figurerens Maalestok. Her maa nu for det første spørges, om Naturen haver bestemt nogen vis Figur til denne Maalestok, eller det staaer i vores egen Magt, at udvælge hvilken vi vil? Herpaa kan svares: Naar en Figur er udmaalet, haver man ikke gjort andet end undersøgt hvad Størrelse og Forhold samme Figur haver imod Størrelsen af den Figur hvormed den blev maalet, saa Maalestokken ansees, som en Deel af den udmaalede Figur: Efterdi nu alle Figurer hvad Stikkelse de end haver, enten de ere regulære, eller irregulære; enten de ere frumlinede, eller retlinede, i Henseende til deres Størrelse kan antages, som Dele af hinanden; saa følger, at Naturen haver ikke bestemt eller fastsat nogen vis Figur til den planimetricke Maalestok, men det staaer til os selv hvilken Figur vi vil udvælge.

Her spørges da for det andet, hvilken Figur man dertil skal udvælge? Det er rimeligt og billigt, at Vallet maa falde paa den Figur, som er be-

qvemmest til dette Arbejde: For at komme til Nymerket maa da videre spørges, hvilken Figur der er den beqvemmeste? Enten en Triangel, eller en Quadrat, eller en Rhombus, eller en Femkant, eller en Cirkel, ic.? Efter som alle Figurer i Almindelighed kan inddeles udi regulare, og irregulare, vil vi for det første undersøge enten en regular, eller en irregular Figur er beqvemmest til Figurers Maalestof: Efter som Figurer udfordrer baade større og mindre Maal, naar deres Størrelse accurat og noye skal findes, bliver uden Modsigelse en regular Figur langt beqvemmere til Figurerne Maalestof, end en irregular; thi da de mindre Maal maa alletider visse gange indeholdes i de større, og den Forhold, som tvende Figurer haver til hinanden, alletider langt lettere og beqvemmere kan findes, naar Figurerne haver en og den samme Skikkelse, end naar deres Skikkelse er adskillig; saa følger, at det er beqvemmest naar de mindre Maal ere lige skikkede med de større: Det er, en regular Figur er beqvemmere til Maalestof, end en irregular, fordi alle regulare Figurer af lige mange Kanter, som bliver beskrevne paa adskillige større og mindre rette Linier, ere alle lige skikkede med hinanden; men de irregulare Figurer derimod ikke lige skikkede, undtagen Vinklerne ere lige store, og Siderne proportionale, hvilket vilde give alt for mange Omstændigheder, naar Figurer skulde udmaales med samme.

Da de regulare Figurer i Almindelighed nu ere tvende Slags, nemlig retlinede og krumlinede, maa nu spørges, enten en regular retlined, eller en regular krumlined Figur er beqvemmest? Fornuften tilsiger os, at dersom vi udvælger en krumlined Figur til Figurerne Maalestof, ere de krumlinede Figurer lettere at udmaale, end de retlinede; og iblandt de krumlinede Figurer, den allerbeqvemmest at udmaale, som kommer nærmest overeens med den Figur der er antagen til Maalestof: Derimod dersom man antager en retlined

Figur

Figur til Maalestof, maa de retlinede Figurer være lettere at udmaale, end de frumlinede; og iblandt de retlinede Figurer, den allerlettest at udmaale, som allermest ligner Maalestoffet. For at undgaae videre Vidtøstighed, vil jeg nu gaae lige til Nymerket, og melde dette, at en Kvadrat bliver den beqvemste Figur til de retlinede Figurers Maalestof; og en Cirkel findes best beqvem til at udmaale de frumlinede Figurer.

Ved en Kvadrat-Rode forstaaes altsaa en Kvadrat, hvis fire Sider hver i sær indbefatter en Rodde udi Længde; ved en Kvadrat-God forstaaes en Kvadrat, hvis Sider hver i sær indeholder en God; ved en Kvadrat-Tomme forstaaes en Kvadrat, hvis Sider hver i sær indtager en Tomme, og saa fremdeles: Tilgemaade kan man kalde den Cirkel, en Cirkel-Rode, hvis Middellinie indbefatter en Rodde; den Cirkel, en Cirkel-God, hvis Middellinie indeholder en God; den Cirkel, en Cirkel-Tomme, hvis Middellinie indtager en Tomme, og saa videre. Iblandt de retlinede Figurer finder man nu ingen, som kommer nærmere overeens med Kvadraten, end en Rectangel; hvorfra følger, at Rectangelens Indhold i Kvadrat-Maal, er iblandt alle Figurer lettest at finde, hvilken Indhold findes, naar Rectangelens Længde multipliceres med dens Bredde, som vi siden saaer at høre: Tilsvarende i Henseende til de frumlinede Figurer, da finder man iblandt samme, at en Ellipsis kommer nærmest overeens med Cirklen; og altsaa følger, at Indholdet af en Ellipsis, udi Cirkel-Maal, er iblandt alle Figurer allerbeqvemst at finde, hvilket skeer naar den største Middellinie udi en Ellipsis multipliceres med den mindste.

Omsendfient man i Henseende til de frumlinede Figurers Udmaaling kunde have adskillige Fordele naar man allene antog Kvadraten til de retlinede Figurers Maalestof, og Cirklen til at udmaale de frumlinede Figurer, som nu nylig blev meldt; thi naar man forlangte at vide hvad Forhold retlinede

Figurer havde til krumlinede, kunde man i en Hast efter Regula de tri, enten forvandle Cirkel-Maalet til Kvadrat-Maalet, eller og Kvadrat-Maalet til Cirkel-Maalet, efter den bekiendte Forhold, som en Cirkel haver til Kvadraten af dens Middellinie, nemlig omtrent, som 785 til 1000; saa vil jeg dog ikke her giøre nogen Forandring, eller i dette Tilfælde afvige fra det samme Fodspor, hvorudi saa mange berømte Mathematici baade udi de nyere og ældre Tider bestandig have efterfulgt hinanden: De have alle været enige om at antage Kvadraten for en fælles Maalestok til alle Figurer, saavel de krumlinede, som de retlinede; og altsaa vil jeg ikke giøre nogen Forandring i denne gamle Skik og Brug.

At jeg her haver givet denne Betænkning tilkiende, er allene skeet for at give et tydelig Begreb om Maaalingen; thi der ere mange saa ukyndige, at de mener Figurer kan ikke udmaales med andet end Kvadrater, omendstiont de veed hvorledes Udmaalingen skal skee: De Fornuftige, som haver en fast Grund udi Maaalingen, kan med Billighed kalde dette en løs og vaskende Indsigt, som en liden Modvind kan kuldkaste. Naar enhver i sær af de fire Sider, som indslutter en Kvadrat-Rode a b c d (Tab. V. Fig. 144.) deles udi ti lige store Dele, og de lige imod hinanden staaende Punkter sammensøyes med rette Linier, bliver den hele Kvadrat-Rode inddelet udi 100 Kvadrat-Fodder, som Figuren tydelig udviser; ligeledes naar Siderne af en Kvadrat-Fod g b e f deles paa samme Maade, og de lige imod hinanden staaende Punkter sammensøyes med rette Linier, udkommer 100 Kvadrat-Tommer, som Figuren og her udviser: Det er da alletider en vis Folge, at naar Længde-Maalet inddeles udi 10 Dele, bekommer Plan-Maalet 100 Dele, saa at en Kvadrat-Rode indbefatter 100 Kvadrat-Fodder; en Kvadrat-Fod, 100 Kvadrat-Tommer; en Kvadrat-Tomme, 100 Kvadrat-Gran, og saa videre.

Heraf

§. 152.

Qvadrat-Roder betegnes med 0, Strimmel-Roder med I, Qvadrat-Fodder med II, Strimmel-Fodder med III, Qvadrat-Tommer med IV, Strimmel-Tommer med V, Qvadrat-Gran med VI, &c. For at giøre Forffiel imellem Længde-Maal, og Qvadrat-Maal, da pleyer man gemeenslig ved Enden af de Tal, som tilkiendegiver Qvadrat-Maal, at sætte dette Tegn $\square$: Som for Exempel, 4 Qvadrat-Roder, 5 Strimmel-Roder, 3 Qvadrat-Fodder, 8 Strimmel-Fodder, og 9 Qvadrat-Tommer, skrives saaledes, $4^{\circ} 5' 3'' 8''' 9^{IV} \square$.

§. 153.

Bed Figurers Udmaalning haver man i Almindelighed følgende Regler at iagttage:

I. Regel.

Naar Længde-Maal, adderes til Længde-Maal, udkommer Summen med Længde-Maal: Ligeledes naar Længde-Maal, subtraheres fra Længde-Maal, bliver der og Længde-Maal tilbage. Som for Exempel, naar $2^{\circ} 3'$ og $4^{\circ} 5'$ adderes tilsammen, udkommer Summen med $6^{\circ} 8'$; og naar $3^{\circ} 5'$ subtraheres fra $4^{\circ} 7'$, bliver der igien $1^{\circ} 2'$.

II. Regel.

Naar Qvadrat-Maal, adderes til Qvadrat-Maal, udkommer Summen med Qvadrat-Maal: Ligeledes naar Qvadrat-Maal, subtraheres fra Qvadrat-Maal, bliver der Qvadrat-Maal tilbage. Som for Exempel, naar $4' 8'' \square$ og $5' 7'' \square$ adderes tilsammen, udkommer Summen med $1^{\circ} 0' 5'' \square$; og naar $4' 1' \square$ subtraheres fra $9^{\circ} 6' \square$, bliver der tilbage $5^{\circ} 5' \square$.

III. Regel.

III. Regel.

Baade det, som skal adderes tilsammen, og subtraheres fra hinanden, maa allerider være et Slags Maal. Altsaa følger, at Længde-Maal, og Quadrats-Maal, kan hverken adderes tilsammen, eller subtraheres fra hinanden.

IV. Regel.

Naar Længde-Maal, multipliceres med Længde-Maal, udkommer Sactum med Quadrats-Maal. Som for Exempel, $1^{\circ}2'$ multiplicerede med $7'$, giver Sactum $8'4''$ □.

V. Regel.

Naar Quadrats-Maal, divideres med Længde-Maal, udkommer Quotienten med Længde-Maal. Som for Exempel, naar $9^{\circ}6'$ □ divideres med $1^{\circ}2'$, udkommer Quotienten med 8° .

VI. Regel.

Quadrats-Maal bliver ikke multipliceret med Quadrats-Maal; Quadrats-Maal bliver ikke divideret med Quadrats-Maal; Længde-Maal bliver ikke divideret med Længde-Maal; og Længde-Maal bliver ikke divideret med Quadrats-Maal.

Hvad Tegnene udi Additionen anbelanger, da tilkommer Summens sidste Tal ved den høyre Haand, det største Tegn af de adderede Tal, og derefter fortfares med de følgende nedstigende Tegn udi den Orden, som de følger efter hinanden, fra den høyre Haand til den venstre. Det maa og nøye iagttages, at de Tal, som haver lige Tegn, allerider kommer til at staae lige under hinanden: De ledige Pladser kan man opfylde med Nuller. Som for Exempel, naar $3^{\circ}4'5''6^V$ □ og $2^{\circ}4'3''5^V$ □ adderes tilsammen, udkommer Summen med $5^{\circ}4'4''8'''1^{IV}1^V$ □, og kommer at staae saaledes:

$$\begin{array}{r}
 3^{\circ} 0' 4'' 5''' 0^{IV} 6^V \square \\
 2 \ 4 \ 0 \ 3 \ 0 \ 5 \square \\
 \hline
 5^{\circ} 4' 4'' 8''' 1^{IV} 1^V \square
 \end{array}$$

Ved Tegnene udi Subtractionen haver man det selv samme at merke, som her er bleven meldt ved Additionen.

Hvad Multiplicationen angaaer, da sættes Tallene paa samme Maade under hinanden, som udi den almindelige Multiplication, uden nogen Hensigt til Tegnene; derefter multipliceres, som sædvanligt; og det sidste Tal ved den høyre Haand, af det udkommende Factum, tilhører et Tegn, som haver lige Størrelse med Summen der udkommer, naar det største Tegn udi Multiplikator, adderes til det største Tegn udi Multiplicando: De følgende Tal af det udkommende Factum, bekommer siden de nedstigende Tegn udi den Orden, som de følger efter hinanden, fra den høyre Haand til den venstre, som jeg for nylig erindrede ved Additionen. Dersom Tegnene, saavel udi Multiplikator, som udi Multiplicando, udi deres Orden ikke følger paa hinanden, suppleres de ledige Pladser med Nuller. Et Multiplications-Exempel vil jeg sætte, at $6^{\circ} 5' 5''$ skal multipliceres med $3 \ 2^{\circ} 5'$, saa udkommer Producten med $2 \ 1 \ 2^{\circ} 8' 7'' 5''' \square$, og kommer til at staae, som følger:

$$\begin{array}{r}
 6^{\circ} 5' 5'' \\
 3 \ 2^{\circ} 5' \\
 \hline
 3 \ 2 \ 7 \ 5 \\
 1 \ 3 \ 1 \ 0 \\
 1 \ 9 \ 6 \ 5 \\
 \hline
 2 \ 1 \ 2^{\circ} 8' 7'' 5''' \square
 \end{array}$$

I Henseende til Divisionen, da sættes Tallene under hinanden paa samme Maade, som udi den almindelige Division, uden Hensigt til Tegnene, og der opereres, som sædvanligt: Naar det nu indtræffer, at det givne Exempel

en gaaer lige op, sættes saa ofte et Nul ved Enden af de dividerede Tal, som Nødvendigheden i dette Tilfælde udkræver; det er saaledes at forstaae, man continuerer med Nullers Tilfætning saa længe, indtil det fremsatte Exempel enten gaaer lige op, eller der udi Quotienten udkommer saa smaae Dele, at de ey ere at regardere. De omtalte tilfattede Nuller betegnes med Tegnene udi deres Følge paa hinanden. Hvad Quotientens Tegn anbelanger, da subtraheres Divisors største Tegn fra det største Tegn udi Dividendo, saa bliver det Overblevne et Tegn, som hører til Quotientens sidste Tal ved den høyre Haand: De øvrige Tal udi Quotienten, betegnes bestandig med nedstigende Tegn, som tilforn er erindret. De ledige Steder, baade udi Divisor og Dividendo opfyldes med Nuller, naar Tegnene udi deres Orden ikke følger paa hinanden. Som for Exempel, naar $2\ 3^{\circ}\ 4''\ 5'''2^{\text{V}}\ 1^{\text{VI}}\ \square$ divideres med $2^{\circ}\ 3''$, udkommer Quotienten med $1\ 1^{\circ}\ 3'\ 5''\ 2'''2^{\text{IV}}$, og opsættes saaledes:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccccc}
 x & 0 & 4 & 4 & 5 & & & & \\
 2 & 7 & x & 6 & 8 & 6 & 5 & & \\
 2 & 3^{\circ} & 0' & 4'' & 5''' & 2^{\text{V}} & 1^{\text{VI}} & \square & \\
 2^{\circ} & 0' & 3'' & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & \\
 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & \\
 2 & 2 & 2 & 2 & & & & &
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{ccccccccc}
 x & 0 & 4 & 4 & 5 & & & & \\
 2 & 7 & x & 6 & 8 & 6 & 5 & & \\
 2 & 3^{\circ} & 0' & 4'' & 5''' & 2^{\text{V}} & 1^{\text{VI}} & \square & \\
 2^{\circ} & 0' & 3'' & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & \\
 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & \\
 2 & 2 & 2 & 2 & & & & &
 \end{array}} \right\} 1\ 1^{\circ}\ 3'\ 5''\ 2'''2^{\text{IV}}.
 \end{array}$$

§. 154.

De Dele af Regne-Konsten, som fornemmelig forefalder ved Figurers Udmaaling, ere Addition, Subtraction, Multiplication, Division, og Kvadrat-Rodens Extraction: Hvorledes Additionen, Subtractionen, Multiplikationen, og Divisionen nu forrettes, det er gemeenslig de fleste bekiendt, saa jeg holder det for unødvendigt paa dette Sted, at give Anviisning til de saa kaldede fire Species udi Regningen; men da Kvadrat-Rodens Extraction er ikke saa almindelig for enhver, saasom ikkun gandske saa iblandt de der haver

lært at regne, haver Indsigt derudi, saa holder jeg det her for tienligt, at give en kort Underviisning, hvorledes man uddrager Kvadrat-Roden af et given Tal. Naar man af givne Tal der ere betegnede med deres behørig Tegn angaaende Kvadrat-Maal, vil uddrage Kvadrat-Roden, haver man følgende Stykker at iagttage:

- 1) Naar Tegnene udi deres Orden følger paa hinanden, gives Agt paa det største Tegn, om det er lige, eller ulige: Er det største Tegn lige, inddeler man strax Tallene udi Classer, fra den høyre Zaand til den venstre saaledes, at enhver Classe bekommer to Tal, indtil den sidste Classe ved den venstre Zaand, hvor der ogsaa kan staae et Tal; men er det største Tegn ulige, sættes et Null ved Enden af Tallene, fordi det sidste Tal ved den høyre Zaand, alletider skal have et lige Tegn, førend Tallene inddeles udi Classer. Dersom Tegnene udi deres Orden ikke følger paa hinanden, suppleres de manglende Pladser med Nuller, hvilket iligemaade maa iagttages førend Inddelingen skeer.
- 2) Tages nærmeste Kvadrat-Rod af Tallet, som staaer udi den første Classe ved den venstre Zaand: Samme Rod skrives udi Qvotienten; dernæst multipliceres Roden med sig selv, og subtraheres fra det ovenstaaende.
- 3) Dupleres Qvotienten, og skrives under det første Tal udi den følgende Classe, og saa fort frem til den venstre Zaand, om den bestaaer af mere end et Tal; og derefter forsøges hvor mange gange samme Tal indeholdes udi de lige over samme staaende

staaende Tal: Denne Qvotient er den anden Part af Roden, som skrives ved Siden af den forrige.

- 4) Skal den sidste Qvotient ogsaa skrives under det sidste Tal paa den høyre Zaand af Classen hvor man er udi; og da multipliceres baade Divisoren og Qvotienten, med den nye Qvotient, og det Udkommende subtraheres fra de ovenstaaende Tal.
- 5) Continuerer man efter den tredie og fjerde Regel, naar der ere flere Classer tilbage, indtil alle Classerne ere gaaene igiennem.
- 6) Indtræffer det, at det givne Exempel ey gaaer lige op, sætter man tvende Nuller, som udgiøre en Classe, ved Enden af Qvadrat-Tallet, og betegner samme med deres behørige Tegn: Gaaer det endnu ey lige op, sættes endnu to Nuller dertil; og dette vedholdes saa længe, indtil det givne Exempel enten gaaer lige op, eller der udi Qvadrat-Roden tilsidst udkommer saa smaae Dele, at de ey ere at regardere.
- 7) Endelig hvad Tegnene anbelanger, som hører til Qvadrat-Roden, da gives det sidste Tal ved den høyre Zaand, et Tegn, som just er halv saa stort, som det største Tegn der findes ved Qvadrat-Tallet: De øvrige Tal betegnes med de følgende nedstigende Tegn, som tilforn (§. 153.) adskillige gange er bleven erindret.

Som for Exempel, naar man af $5'' 3''' 9^{IV} 9^V \square$ vil uddrage Qvadrat-Roden, udkommer samme med $2' 3'' 2''' 3^{IV}$, og kommer at staae, som følger:

x	x	ø	2	6	7	I	$(2' 3'' 2''' 3^{IV} \text{ Quadrat-Roden.})$
8''	2'''	ø ^{IV}	ø ^V	ø ^{VI}	ø ^{VII}	ø ^{VIII}	
4	4	3					
x	ø	ø					
	4	3					
		ø	ø				
		4	6	2			
		ø	ø	4			
		4	6	4	3		
	x	ø	ø	ø	ø		

§. 155.

Nu maa man ikke tænke, at til Figurerens Udmaalning just udkræves virkelige Quadrater og Rectangler til Maalestofke, udi større og mindre Maal: Nej, de selv samme Maalestofke, som man betiener sig af til at udmaale Linier, kan man og bruge til Figurerens Udmaalning; thi naar en Figur skal udmaales, maaler man nogle visse Linier udi Figuren, med Længde-Maalet, eller de sædvanlige Maalestofke, saa udspringer siden Quadrats-Maalet, nemlig Figurens Størrelse eller Indhold, naar de udmaalede Linier multipliceres med hinanden, som vi herefter klarlig saaer at see.

Man maa ikke heller indbilde sig, at man ved Figurerne Omkredser kan slutte Figurerne Størrelse imod hinanden; thi ved Størrelsen af en Figur, forstaaes ikke Størrelsen af Linierne tilsammentagne, som indslutter Figuren; men Størrelsen af den Plads, som Linierne indslutter. Det er langt fra, at Figurerne Størrelse retter sig efter Størrelsen af deres Omkredser; thi iblandt tvende Figurer, kan undertiden den mindre Figur have større Omkreds end den større. Som for Exempel, lad enhver i sær af de fire Sider der indslutter en Kvadrat, indbefatte 8° , saa indtager Størrelsen af samme Kvadrat

Qvadrat 64° $\square$; og Størrelsen af Qvadratens Omkreds, 32° : Fremdeles lad en Rectangel have 16° til Længde, og 2° til Bredde, saa indeholder Størrelsen af denne Rectangel, 32° $\square$; og Størrelsen af Rectangelens Omkreds, 36° . Vi seer altsaa, at omendskiont Qvadraten indtager en Plads der er dobbelt saa stor, som Rectangelen, saa er dog Rectangelens Omkreds større end Qvadratens.

§. 156.

Da jeg nu ved en tydelig og klar Forberedelse haver banet Veyen til Figurerne Udmaaling, er det Tid, at skride til Udmaalingen i sig selv. Dette haver jeg endnu at erindre: Er det en jevn og slet Figur paa Marken, som skal udmaales, er det beqvemmest, at man i den bemeldte Figur, paa Marken drager de fornødne Perpendicularslinier og andre rette Linier, som Udmaalingen udfordrer; dernæst udmaaler disse Linier med Maalesnoeren, og formes desst deres Multiplication med hinanden, strax finder Figurens Indhold og Størrelse i det virkelige Qvadrat-Maal: Derimod naar en Figur paa Marken haver Bierge, Dale, Moser, Buske, Stubbe, og andet mere, som forhindrer at drage de fornødne rette Linier Udmaalingen udfærdiger, nodes man til, at bringe Skikkelsen af saadan en Figur, paa Papiir, hvilket udførlig og tydelig er bleven lært i det næst foregaaende Capitel; derefter udi Copien paa Papiret drage de fornødne Linier, udmaale samme med den geometriske Maalestof, og multiplicere deres Størrelser med hinanden, saa udkommer Størrelsen og Indholden af Copien paa Papiret, med det selv samme formindskede Qvadrat-Maal, som Originalen paa Marken indbefatter af det virkelige.

Jeg vil da nu fortælle lære hvorledes Figurerne udmaales, uden nogen Hensigt til visse Steder, og gøre Begyndelsen med en Qvadrat $a b c d$ (Fig. 145.),

hvilken udmaales, som følger: Man maaler en af Kvadrats Sider, saa som $a b$, og multiplicerer samme med sig selv, saa udkommer Kvadrats Indhold. Som for Exempel, lad Siden $a b$ indeholde $1^{\circ} 1'$, saa indbefatter Kvadraten $a b c d$ $1^{\circ} 2' 1'' \square$; thi naar $1^{\circ} 1'$ multipliceres med sig selv, udkommer $1^{\circ} 2' 1'' \square$, og staaer saaledes:

$$\begin{array}{r}
 a b \ 1^{\circ} 1' \\
 \quad 1^{\circ} 1' \\
 \hline
 \quad 1 \ 1 \\
 \quad 1 \ 1 \\
 \hline
 1^{\circ} 2' 1'' \square.
 \end{array}$$

Indholden af Kvadraten $a b c d$.

Vi vil forestille os, at enhver i sær af Kvadrats Sider er delet i elleve lige store Dele, og de lige imod hinanden staaende Punkter ere sammensføjede med rette Linier, saa bliver den hele Kvadrat $a b c d$ derved inddelet i 121 Kvadrat-Fodder, som Figuren her tydelig udviser: Det er $1^{\circ} 2' 1'' \square$; thi naar man fra Punkten a , udi Linierne $a b$ og $a d$, affætter en Node, som strækker sig indtil Punkterne k og h , og igiennem Punkterne k og h drager Linierne $k e$ og $h g$ parallelle med Kvadrats Sider, bliver Kvadraten $a b c d$ ved disse Linier delet udi 1 Kvadrat-Node $a k f h$, 2 Strimle-Noder $k b g f$ og $h d e f$, og 1 Kvadrat-Fod $f g c e$, som Figuren og klarlig udviser.

§. 157.

Naar man vil udmaale en Rectangel $a b c d$ (Fig. 146.), forrettes Sagen efter følgende Anvisning: Man multiplicerer Rectanglens Længde $a d$, med dens Bredde $a b$, saa udkommer Rectanglens Indhold. Som for Exempel, lad Længden $a d$ indbefatte $1^{\circ} 5'$, og Bredden $a b$ $9'$, saa multipliceres $1^{\circ} 5'$ med $9'$, og de udkommende $1^{\circ} 3' 5'' \square$ bliver Rectanglens Størrelse og Indhold i Kvadrat-Maal, hvilket staaer saaledes:

$$a d \ 1^{\circ} 5'$$

$$\begin{array}{r} a d \ 1^{\circ} 5' \\ a b \ 9' \end{array}$$

$1^{\circ} 3' 5'' \square$. Indholden af Rectanglen $a b c d$.

Derfom man udi den bemeldte Rectangel $a b c d$, deler enhver i sær af de tvende lige store Sider $a b$ og $d c$ udi 9 lige store Dele, og enhver i sær af de to andre lige store Sider $a d$ og $b c$ udi 15 lige store Dele; dernæst sammenføyer de lige imod hinanden staaende Punkter med rette Linier, bliver den hele Rectangel ved samme Linier inddelet i 135 Kvadrat-Fodder, (som tydelig udvises udi Figuren) hvilket er det samme, som $1^{\circ} 3' 5'' \square$.

§. 158.

Naar en Rectangel og en Triangel haver en og den samme, eller lige store Grundlinier, og en og den samme perpendiculare Høyde, saa er Trianglen alletider halv saa stor, som Rectanglen. Som før Exempel, lad enhver i sær af de tre Triangler $a b c$, $e b c$, og $f b c$ (Tab. VI. Fig. 147.) have en sælles Grundlinie $b c$, og en og den samme perpendiculare Høyde; og lad Rectanglen $a b c d$ staae paa samme Grundlinie $b c$, og have lige Høyde med enhver i sær af de bemeldte trende Triangler: Jeg siger da, at enhver i sær af Trianglerne er halv saa stor, som Rectanglen $a b c d$. At den retvinklede Triangel $a b c$ er halv saa stor, som Rectanglen $a b c d$, det er øyensynlig klart, saasom Tverlinien $a c$ deler Rectanglen $a b c d$ udi to lige store Dele, og Trianglen $a b c$ indtager den ene af samme Dele. Naar man fra Punkten e lader falde en Perpendicularlinie $e g$, paa Grundlinien $b c$, kan man bevise, at den spidsvinklede Triangel $e b c$ ligeledes er halv saa stor, som Rectanglen $a b c d$, efter denne Maade: Eftersom Tverlinien $b e$ deler Rectanglen $a b c d$ udi tvende lige store Dele, saa følger, at Trianglen $e b c$ er halv saa stor, som Rectanglen $a b c d$; og af samme Aarsag er Trianglen $e g c$ ligeledes

ligeledes halv saa stor, som Rectanglen $e g c d$: Følgelig ere de tvende Triangler $e b g$ og $e g c$ tilsammentagne, det er den hele spidsvinklede Triangel $e b c$, halv saa stor, som de to Rectangler $a b g e$ og $e g c d$ tilsammentagne, det er den hele Rectangel $a b c d$. Fremdeles naar man drager Linien $d f$, uddrager Linien $b c$ indtil Punkten h , og fra Punkten f lader falde en Perpendicularlinie $f h$, paa $b h$, kan man iligemaade bevise, at den stumpvinklede Triangel $f b c$ er halv saa stor, som Rectanglen $a b c d$, som følger: Da Everlinien $b f$ deler Rectanglen $a b h f$ i to lige store Dele, er Trianglen $f b h$ halv saa stor, som Rectanglen $a b h f$; og af samme Aarsag er Trianglen $f c h$ halv saa stor, som Rectanglen $d c h f$: Naar man altsaa borttager Trianglen $f c h$, fra den hele Triangel $f b h$, og Rectanglen $d c h f$, fra den hele Rectangel $a b h f$, bliver og den øvrige stumpvinklede Triangel $f b c$ halv saa stor, som den øvrige Rectangel $a b c d$.

§. 159.

Alle de Triangler, som staae paa en og den samme, eller lige store Grundlinier, og have en og den samme perpendiculare Høyde, ere lige store med hinanden. Som for Exempel, de tre Triangler $a b c$, $e b c$, og $f b c$ (Fig. 147.) ere lige store med hinanden, fordi de have en og den samme perpendiculare Høyde, og staae paa en fælles Grundlinie $b c$; thi eftersom enhver i sær af de bemeldte Triangler er halv saa stor, som Rectanglen $a b c d$ (§. 158.), saa følger, at de maa være lige store med hinanden.

§. 160.

Alle de Parallelogrammer, som staae paa en og den samme, eller lige store Grundlinier, og have en og den samme perpendiculare Høyde, ere lige store med hinanden. Som for Exempel, de tvende Parallelogrammer $a b c d$ og $e b c f$ (Fig. 147.) ere lige store med hinanden, fordi de have

have en og den samme perpendicularare Høyde, og staae paa en fælles Grundlinie $b c$; thi da Evertlinien $b f$ deler Parallelogrammet $e b c f$ i to lige store Dele, og Trianglen $f b c$ indtager den ene af samme Dele, er Trianglen $f b c$ halv saa stor, som Parallelogrammet $e b c f$: Da nu Trianglen $f b c$ er og halv saa stor, som Parallelogrammet $a b c d$ (§. 158.); saa følger, at de tvende Parallelogrammer $a b c d$ og $e b c f$ ere lige store med hinanden.

§. 161.

Vi seer altsaa, at Størrelserne imod hinanden, baade af Triangler og Parallelogrammer, som have en og den samme perpendicularare Høyde, dependerer af deres Grundliniers Størrelser: Det er, Triangler og Parallelogrammer, som have en og den samme perpendicularare Høyde, forholde sig til hinanden, som deres Grundlinier. Som for Exempel, de tvende Triangler $f b c$ og $f c h$ (Fig. 147.) der have en og den samme perpendicularare Høyde $f h$, forholde sig til hinanden, som deres Grundlinier $b c$ og $c h$; og ligeledes maa de tvende Parallelogrammer $a b c d$ og $d c h f$, som have en og den samme perpendicularare Høyde, forholde sig til hinanden, som deres Grundlinier $b c$ og $c h$: Det er, Trianglen $f b c$ er lige saa mange gange større end Trianglen $f c h$, som Grundlinien $b c$ er større end Grundlinien $c h$; item Parallelogrammet $a b c d$ er lige saa mange gange større end Parallelogrammet $d c h f$, som Grundlinien $b c$ er større end Grundlinien $c h$. Fremdeles udspringer her denne Lære-Regel: Triangler og Parallelogrammer, som have en og den samme, eller lige store Grundlinier, forholde sig til hinanden, som deres perpendicularare Høyder. Som for Exempel, de tvende Triangler $c h f$ og $b h f$ (Fig. 147.), som staae paa en fælles Grundlinie $h f$, forholde sig til hinanden, som deres perpendicularare Høyder $c h$ og $b h$; og ligeledes haver de tvende Parallelogrammer $d c h f$ og $a b h f$,

som staae paa en og den samme Grundlinie $f h$, samme Forhold til hinanden, som deres perpendiculare Høyder $d f$ og $a f$: Det er, Trianglen $b h f$ er lige saa mange gange større end Trianglen $c h f$, som den perpendiculare Højde $b h$ er større end den perpendiculare Højde $c h$; item Parallelogrammet $a b h f$ er lige saa mange gange større end Parallelogrammet $d c h f$, som den perpendiculare Højde af Parallelogrammet $a b h f$, nemlig Linien $a f$, er større end den perpendiculare Højde af Parallelogrammet $d c h f$, nemlig Linien $d f$.

§. 162.

Efterføm nu Triangler og Parallelogrammer, som have en og den samme perpendiculare Højde, forholde sig til hinanden, som deres Grundlinier (§. 161.); og ere lige store, naar de staae paa en og den samme, eller lige store Grundlinier (§. 159. og 160.); saa kan vi heraf drage følgende Slutning: Alle de Triangler og Parallelogrammer, som staae imellem en og de samme parallelle Linier, forholde sig til hinanden, som deres Grundlinier; og de bemeldte Triangler og Parallelogrammer maa være lige store, naar de staae paa en og den samme, eller lige store Grundlinier, fordi parallelle Linier have allestider og allevegne overalt en og den samme perpendiculare Distance imellem hinanden (§. 5.). Som for Exempel, de tvende Triangler $a b c$ og $f c h$ (Fig. 147.), som staae imellem de parallelle Linier $a f$ og $b h$, forholde sig til hinanden, som deres Grundlinier $b c$ og $c h$; de tvende Parallelogrammer $a b c d$ og $d c h f$, som staae imellem de omtalte parallelle Linier, forholde sig til hinanden, som deres Grundlinier $b c$ og $c h$; de tvende Triangler $a b c$ og $f b c$, som staae imellem Parallellinierne $a f$ og $b h$, og have en fælles Grundlinie $b c$, ere lige store med hinanden; og ligeledes have de tvende Parallelogrammer $a b c d$ og $e b c f$, som staae imellem samme Parallellinier, og have en fælles Grundlinie $b c$, lige Størrelse med hinanden.

§. 163.

§. 163.

Da en Triangel allestider er Halvdelen af den Rectangel, som haver en fælles Grundlinie med Trianglen, og samme perpendicularare Høyde (§. 158.); saa kan man heraf lære, baade at forvandle en Rectangel udi en Triangel, og en Triangel udi en Rectangel, hvortil jeg gandske kortelig vil give Anvisning, som følger: Naar en Rectangel $f b c g$ (Fig. 148.) skal forvandles i en Triangel, opreyses paa Rectanglens Grundlinie $b c$, en Perpendicularlinie $d a$ (§. 71.) dobbelt saa stor, som Rectanglens Høyde $b f$, og man drager Linierne $a b$ og $a c$, saa haver Trianglen $a b c$ lige Størrelse med den givne Rectangel $f b c g$. Eller og man forvandler en Rectangel $a d e e$ (Fig. 148.) udi en Triangel, efter denne Maade: Udi Rectanglen drages Evertlinien $a e$, Rectanglens Grundlinie $c d$ uddrages saa langt indtil Punkten b , at $d b$ bekommer lige Størrelse med $c d$, og man drager Linien $a b$, saa haver Trianglen $a b c$ samme Størrelse, som Rectanglen $a d e e$.

Man kan forvandle en given Triangel $a b c$ (Fig. 148.) udi en Rectangel, saaledes: Fra Spidsen a af Trianglen lader man falde en Perpendicularlinie $a d$, paa Grundlinien $b c$ (§. 73.), og paa samme Perpendicularlinie $a d$, fra Punkten a , opreyses en Perpendicularlinie $a e$ (§. 71.) halv saa stor, som Trianglens Grundlinie $b c$; dernæst fuldføres Rectanglen $e a d e$ (§. 131.), saa haver denne Rectangel lige Størrelse med Trianglen $a b c$. Eller og man forvandler en Triangel $a b c$ (Fig. 148.) udi en Rectangel, efter denne Methode: Efter at man fra Spidsen a af den givne Triangel, haver ladet falde en Perpendicularlinie $a d$, paa Grundlinien $b c$ (§. 73.), opreyses paa Grundlinien $b c$, en Rectangel $b f g c$ af halv saa stor en Høyde, som Perpendicularlinien $a d$ (§. 131.), saa haver den bemeldte Rectangel samme Størrelse, som den givne Triangel $a b c$. At disse anførte Maader til at forvandle Rectangler

udi Triangler, og igien Triangler udi Rectangler, nu ere rigtige, er saa klart og tydelig af de foregaaende Lære-Regler, at dertil intet videre Beviis udfræves. Man kan da forvandle en given Triangel $a b c$ (Fig. 148.) i en Kvadrat, naar man først efter foregaaende Anvisning, forvandler Trianglen $a b c$ udi en Rectangel $f b c g$; dernæst forvandler Rectanglen $f b c g$ udi en Kvadrat (§. 109.).

§. 164.

Fremdeles eftersom en Triangel er Halvdelen af en Rectangel, der haver samme Grundlinie og perpendicular Høyde, som Trianglen (§. 158.), kan den udi §. 108. anførte Lære-Regel angaaende lige store Rectangler, tillige passe sig paa Triangler, og komme til at lyde saaledes: Fire proportionale Linier, giver den Triangel, som haver den første Linie til Grundlinie, og den fjerde til perpendicular Høyde, lige Størrelse med den Triangel, der haver den anden Linie til Grundlinie, og den tredie til perpendicular Høyde. Som for Exempel, dersom de fire rette Linier $c d$, $c b$, $c g$, og $d a$ (Fig. 148.) ere proportionale, saa at $c d$ haver samme Forhold til $c b$, som $c g$ til $d a$, saa skal Trianglen $a d c$, der haver den første Linie $c d$ til Grundlinie, og den fjerde $d a$ til perpendicular Høyde, have lige Størrelse med Trianglen $g b c$, der haver den anden Linie $c b$ til Grundlinie, og den tredie $c g$ til perpendicular Høyde. Af denne meget nyttige Lære-Regel kan man altsaa lære hvorledes man paa en given ret Linie $c d$ kan beskrive en Triangel af lige Størrelse med en given Triangel $g b c$ (Fig. 148.), hvilket skeer, som følger: Fra Spidsen g af den givne Triangel, lader man falde en Perpendicularlinie $g c$, paa Triangelens Grundlinie $b c$ (§. 73.), og paa den givne Linie $c d$, fra den ene Ende d , opreyses en Perpendicularlinie $d a$ (§. 71.); dernæst giver man Perpendicularlinien $d a$ lige Størrelse med den fjerde pro-
portionale

portionale Linie, til den givne Linie $c d$, Grundlinien $c b$ af den givne Triangel $g b c$, og den perpendicularare Høyde $g c$ af samme Triangel (§. 103.), og drager Linien $a c$, saa haver man paa den givne Linie $c d$ beskrevet en retvinklet Triangel $a d c$, af lige Størrelse med den givne Triangel $g b c$, hvilket den anførte Lære-Regel klarlig stadfæster.

§. 165.

Bidere efterdi en Triangel er Halvparten af en Rectangel, der haver samme Grundlinie og perpendicularare Høyde, som Trianglen (§. 158.), og en Rectangels Indhold i Kvadrat-Maal udkommer, naar Rectanglens Grundlinie multipliceres med dens Høyde (§. 157.); saa følger, at en Triangels Størrelse og Indhold i Kvadrat-Maal maa udkomme, naar Trianglens Grundlinie multipliceres med den halve Deel af den perpendicularare Høyde; eller og naar den hele perpendicularare Høyde, multipliceres med den halve Grundlinie; item naar den hele Grundlinie multipliceres med den hele perpendicularare Høyde, og det Udkommende deles i to lige store Dele. Som for Exempel, dersom Grundlinien $b c$ af Trianglen $e b c$ (Fig. 147.) indbefatter $12^{\circ} 3'$, og den perpendicularare Høyde $e g$ $17^{\circ} 3'$, udkommer samme Triangels Indhold med $106^{\circ} 3' 9'' 5'''$ □, og efter den første Methode kommer til at staae saaledes:

$$\begin{array}{r} b c \text{ } 12^{\circ} 3' \\ \frac{1}{2} e g \text{ } 8^{\circ} 6' 5'' \\ \hline 6 \text{ } 1 \text{ } 5 \\ 7 \text{ } 3 \text{ } 8 \\ 9 \text{ } 8 \text{ } 4 \\ \hline \end{array}$$

$106^{\circ} 3' 9'' 5'''$ □. Indholden af Trianglen $e b c$.

Efter den anden Methode saaledes:

$$\begin{array}{r}
 e g \ 1 \ 7^{\circ} 3' \\
 \frac{1}{2} b c \ 6^{\circ} 1' 5''}{8 \ 6 \ 5} \\
 \frac{1 \ 7 \ 3}{1 \ 0 \ 3 \ 8} \\
 1 \ 0 \ 6^{\circ} 3' 9'' 5''' \square. \text{ Indholden af Trianglen } e b c.
 \end{array}$$

Og efter den tredje Methode saaledes:

$$\begin{array}{r}
 e g \ 1 \ 7^{\circ} 3' \\
 b c \ 1 \ 2^{\circ} 3' \\
 \hline
 5 \ 1 \ 9 \\
 3 \ 4 \ 6 \\
 1 \ 7 \ 3 \\
 2) \ 2 \ 1 \ 2^{\circ} 7' 9'' \\
 \hline
 1 \ 0 \ 6^{\circ} 3' 9'' 5''' \square. \text{ Indholden af Trianglen } e b c.
 \end{array}$$

Det udvises klart af Figuren, at naar det er en spidsvinklet Triangel $e b c$ (Fig. 147.), falder Perpendicularlinien $e g$ inden for Enderne af Grundlinien $b c$. Naar det er en retvinklet Triangel $a b c$, og man gjør en af de tvende Sider der gjøre den rette Vinkel, til Grundlinie, saasom $b c$, falder Perpendicularlinien $a b$ lige i den anden Side af den rette Vinkel. Og naar man udi en stumpvinklet Triangel $f b c$ antager en af de tvende Sider, som gjøre den stumpede Vinkel, til Grundlinie, saasom $b c$, falder Perpendicularlinien $f h$ uden for Enden af Grundlinien.

§. 166.

Naar en Triangels Indhold i Kvadrat-Maal, divideres med Størrelsen af den halve Grundlinie, udkommer Quotienten med Trianglens perpendiculare Højde; og naar Trianglens Indhold, divideres med den halve perpendiculare Højde, udkommer Quotienten med Størrelsen af Trianglens Grundlinie.

Grundlinie. Som for Exempel, lad Trianglen $e b c$ (Fig. 147.) indbefatte $106^{\circ}3'9''5''' \square$, og Grundlinien $b c$ $12^{\circ}3'$, dividerer man Trianglens Indhold $106^{\circ}3'9''5''' \square$ med den halve Grundlinie $6^{\circ}1'5''$, saa udkommer Quotienten med $17^{\circ}3'$, som er Størrelsen af den perpendicularare Højde $e g$, og staaer saaledes:

$$\begin{array}{r} x \\ 2 \ 8 \\ 4 \ x \ x \\ 4 \ 8 \ 8 \ 4 \\ x \ 0 \ 6^{\circ}3'9''5''' \square \\ 6^{\circ}1'5'' \ 8 \ 8 \\ 6 \ x \ x \\ 6 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} x \\ 2 \ 8 \\ 4 \ x \ x \\ 4 \ 8 \ 8 \ 4 \\ x \ 0 \ 6^{\circ}3'9''5''' \square \\ 6^{\circ}1'5'' \ 8 \ 8 \\ 6 \ x \ x \\ 6 \end{array}} \right\} 17^{\circ}3'. \text{ Perpendiculararlinien } e g.$$

Item, naar man dividerer Trianglens Indhold $106^{\circ}3'9''5''' \square$ med den halve Deel af Perpendiculararlinien $e g$, som indeholder $8^{\circ}6'5''$, udkommer Quotienten med $12^{\circ}3'$, der er Størrelsen af Trianglens Grundlinie $b c$, og staaer, som følger:

$$\begin{array}{r} 2 \ x \\ 3 \ 8 \\ x \ 9 \ 6 \\ 2 \ 0 \ 8 \ x \\ x \ 0 \ 6^{\circ}3'9''5''' \square \\ 8^{\circ}6'5'' \ 8 \ 8 \\ 8 \ 6 \ 6 \ 8 \\ 8 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 2 \ x \\ 3 \ 8 \\ x \ 9 \ 6 \\ 2 \ 0 \ 8 \ x \\ x \ 0 \ 6^{\circ}3'9''5''' \square \\ 8^{\circ}6'5'' \ 8 \ 8 \\ 8 \ 6 \ 6 \ 8 \\ 8 \end{array}} \right\} 12^{\circ}3'. \text{ Grundlinien } b c.$$

Ligeledes, naar en Rectangels Indhold i Kvadrat-Maal, divideres med Størrelsen af Rectanglens Længde, udkommer Quotienten med Rectanglens Bredde; og naar den bekiendte Indhold divideres med Bredden, udkommer Quotienten med Længden. Som for Exempel, lad Rectanglen $a b c d$ (Tab. V. Fig. 146.) indbefatte $1^{\circ}3'5'' \square$, og Længden $a d$ $1^{\circ}5'$, dividerer man

man Rectanglens Indhold $1^{\circ} 3' 5'' \square$ med Længden a d $1^{\circ} 5'$, saa udkom-
mer Quotienten med $9'$, som er Størrelsen af Rectanglens Bredde a b, og
staaer, som følger:

$$\begin{array}{r} 4 \\ 1^{\circ} 3' 5'' \square \\ 1^{\circ} 5' \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 9' \text{ Bredde a b.} \end{array} \right.$$

Item, naar man dividerer Rectanglens Indhold $1^{\circ} 3' 5'' \square$ med
Bredde a b, som indeholder $9'$, udkommer Quotienten med $1^{\circ} 5'$, der er
Størrelsen af Rectanglens Længde a d, og staaer saaledes:

$$\begin{array}{r} 4 \\ 1^{\circ} 3' 5'' \square \\ 9' 9 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 1^{\circ} 5' \text{ Længde a d.} \end{array} \right.$$

§. 167.

Indholden af et Parallelogramme a b c d (Tab. VI. Fig. 149.) findes,
som følger: Efter at en af Siderne, saasom b c, er antagen til Grundlinie,
lader man fra den ene Ende af den med Grundlinien parallelle Side a d, saa-
som fra Punkten a, falde en Perpendicularlinie a e, paa Grundlinien b c
(§. 73.); dernæst multiplicerer man de tvende Linier b c og a e med hinanden,
saa udkommer Producten med Parallelogrammets Indhold. Som for Exem-
pel, lad Grundlinien b c indbefatte $1^{\circ} 7' 8''$, og Perpendicularlinien a e $9^{\circ} 1'$,
saa indeholder Parallelogrammet a b c d $1^{\circ} 6' 1^{\circ} 9' 8'' \square$; thi naar $1^{\circ} 7' 8''$
multipliceres med $9^{\circ} 1'$, udkommer $1^{\circ} 6' 1^{\circ} 9' 8'' \square$, og staaer saaledes:

$$\begin{array}{r} b c \ 1^{\circ} 7' 8'' \\ a e \ 9^{\circ} 1' \\ \hline 1 \ 7 \ 8 \\ 1 \ 6 \ 0 \ 2 \\ \hline 1 \ 6 \ 1^{\circ} 9' 8'' \square. \text{ Indholden af Parallelogrammet a b c d.} \end{array}$$

Følger

Guldfører man Rectanglen $a e f d$ (§. 131.), saa haver samme lige Størrelse med Parallelogrammet $a b c d$ (§. 162.), fordi disse tvende Parallelogrammer staae paa en fælles Grundlinie $a d$, og imellem en og de samme parallelle Linier $a d$ og $b f$: Da nu Indholden af Rectanglen $a e f d$ udfommer, naar $a d$ multipliceres med $a e$ (§. 157.); saa følger, at Indholden af Parallelogrammet $a b c d$ maa udfomme, naar $a d$ eller $b c$ multipliceres med Perpendicularslinien $a e$.

§. 168.

Eftersom et hvert Trapezium ved en Ewerlinie lader sig inddele udi tvende Triangler, findes Indholden af samme Figur, naar man søger enhver Triangel's Indhold (§. 165.), og siden sammenlegger Indholden af de bemeldte tvende Triangler. Man finder altsaa Indholden af det Trapezium $a b c d$ (Fig. 150.), naar man ved en Ewerlinie $b d$ inddeler samme i de tvende Triangler $a b d$ og $b d c$, udmaaler enhver i sær af disse Triangler (§. 165.), og adderer deres Indhold tilsammen.

Da de omtalte tvende Triangler $a b d$ og $b d c$ haver en fælles Grundlinie $b d$, kan og Indholden af et Trapezium $a b c d$ paa engang findes, naar man enten multiplicerer den hele Ewerlinie $b d$ med den halve Deel af Perpendicularslinierne $a e$ og $c f$ tilsammentagne, eller og multiplicerer Perpendicularslinierne $a e$ og $c f$ tilsammentagne med den halve Ewerlinie $b d$, fordi de Triangler, som staae paa en fælles Grundlinie, forholde sig til hinanden, som deres perpendiculare Højder (§. 161.). Som for Exempel, lad Ewerlinien $b d$ indeholde 2° , Perpendicularslinien $a e$ $6^{\circ} 7'$, og Perpendicularslinien $c f$ $1^{\circ} 0' 7'$, saa multiplicerer man 2° med Halvdelen af $1^{\circ} 0' 7'$, og $6^{\circ} 7'$ tilsammentagne, nemlig $8^{\circ} 7'$; eller og man multiplicerer $1^{\circ} 0' 7'$ og $6^{\circ} 7'$ tilsammentagne, nemlig $1.7^{\circ} 4'$ med Halvdelen af 2° , nemlig 1° :

3

Den

Den forlangte Indhold af det Trapezium $a b c d$ udkommer da med $174^{\circ}0'$ □, og efter den første Methode staaer saaledes:

$$\begin{array}{r} cf \ 1 \ 0^{\circ} 7' \\ ae \ 6 \ 7 \\ \hline 2) \ 1 \ 7^{\circ} 4' \ cf \ og \ ae \ tilssammentagne. \\ \quad 8^{\circ} 7' \\ bd \ 2 \ 0^{\circ} \\ \hline 1 \ 7 \ 4^{\circ} 0' \square. \text{ Indholden af det Trapezium } a b c d \end{array}$$

Efter den anden Methode saaledes:

$$\begin{array}{r} cf \ 1 \ 0^{\circ} 7' \\ ae \ 6 \ 7 \\ \hline 1 \ 7^{\circ} 4' \ cf \ og \ ae \ tilssammentagne. \\ \frac{1}{2} bd \ 1 \ 0^{\circ} \\ \hline 1 \ 7 \ 4^{\circ} 0' \square. \text{ Indholden af det Trapezium } a b c d \end{array}$$

§. 169.

Da enhver regular retlinet Figur, ved rette Linier der drages fra Figurens Middelpunkt til alle Kanterne, bliver inddelet udi lige saa mange lige store og ligebenede Triangler, som Figuren haver Kanter, udkommer Indholden i Kvadrat-Maal af enhver regular Figur, naar man udmaaler Størrelsen paa en af de bemeldte ligebenede Triangler (§. 165.); og dernæst multiplicerer samme Triangels Indhold med Antallet af Figurens Kanter. Den regulære Sæxfant $a b c d e f$ (Fig. 151.) indbefatter altsaa sex lige store og ligebenede Triangler $g c d$, $g d e$, $g e f$, $g f a$, $g a b$, og $g b c$: Altsaa følger, at naar man udmaaler en af disse Triangler, saasom Trianglen $g c d$, og multiplicerer denne Triangels Indhold med 6, udkommer den forlangte Indhold af Sæxfanten $a b c d e f$. Som for Exempel, lad Grundlinien $c d$, af Trianglen $g c d$, indbefatte $8^{\circ} 3'$, og Perpendiculararlinien $g h$ $7^{\circ} 1' 9''$, saa multiplicerer

multipliserer man $7^{\circ} 1' 9''$ med den halve Grundlinie, som er $4^{\circ} 1' 5''$, hvoraf udkommer $2 9^{\circ} 8' 3'' 8''' 5^{IV}$ □, som er Indholden af Trianglen g c d; dernæst multipliceres de $2 9^{\circ} 8' 3'' 8''' 5^{IV}$ □ med 6, saa udkommer Indholden af den hele Sæxfant a b c d e f med $1 7 9^{\circ} 0' 3'' 1''' 0^{IV}$ □, og staaer, som følger:

$$\begin{array}{r}
 \text{g h } 7^{\circ} 1' 9'' \\
 \frac{1}{2} \text{ c d } 4^{\circ} 1' 5'' \\
 \hline
 3 \ 5 \ 9 \ 5 \\
 7 \ 1 \ 9 \\
 2 \ 8 \ 7 \ 6 \\
 \hline
 2 \ 9^{\circ} 8' 3'' 8''' 5^{IV} \text{ □. Indholden af Trianglen g c d.} \\
 6 \text{ Kanter.} \\
 \hline
 1 \ 7 \ 9^{\circ} 0' 3'' 1''' 0^{IV} \text{ □. Indholden af den hele Sæxfant a b c d e f.}
 \end{array}$$

Man kan og udmaale en regular retlined Figur, som for Exempel, en regular Femkant a b c d e (Fig. 152.), efter denne Methode: En af Femkantens Sider, saasom c d, uddrages ved den ene Ende d saa langt, at c g bliver fem gange saa stor, som c d, det er, den rette Linie c g skal have lige Størrelse med den hele Omfærd af den regular Figure a b c d e; derefter dragges fra Figurens Middelpunkt f, de rette Linier f c og f g, saa haver man en Triangel f c g af lige Størrelse med Femkanten a b c d e, hvilket kan bevises saaledes: Naar man fra Femkantens Middelpunkt f, til Kanterne drager de rette Linier f d, f e, f a, og f b, er den hele Femkant inddelet i fem lige store og ligebenede Triangler f c d, f d e, f e a, f a b, og f b c; og altsaa ere disse fem Triangler tilsammentagne, det er den hele Femkant a b c d e fem gange saa stor, som Trianglen f c d: Da nu c g er fem gange saa stor, som c d, efter Operationen, og Trianglen f c g forholder sig til Trianglen f c d, som c g til c d (§. 161.); saa følger, at Trianglen f c g er fem gange saa stor,

som Trianglen $f e d$; og altsaa haver Trianglen $f e g$ lige Størrelse med den regulære Femkant $a b c d e$. Fremdeles forvandler man Trianglen $f e g$ udi en Rectangel $g h i k$ (§. 163.), og Rectanglen $g h i k$ udi en Kvadrat $k l m n$ (§. 109.); saa følger, at Kvadraten $k l m n$ haver og lige Størrelse med den regulære Figur $a b c d e$. Naar man altsaa multiplicerer en af Kvadratens Sider med sig selv, saasom $k n$, udkommer Indholden af den regulære Femkant $a b c d e$ (§. 156.). Som for Exempel, lad $k n$ indbefatte $1\ 3^{\circ} 4' 5''$, saa udkommer Indholden af den regulære Femkant $a b c d e$ med $1\ 8\ 0^{\circ} 9' 0'' 2''' 5^{IV}$ □; thi naar $1\ 3^{\circ} 4' 5''$ multipliceres med sig selv, udkommer $1\ 8\ 0^{\circ} 9' 0'' 2''' 5^{IV}$ □, og staaer saaledes:

$$\begin{array}{r}
 k n\ 1\ 3^{\circ} 4' 5'' \\
 1\ 3^{\circ} 4' 5'' \\
 \hline
 6\ 7\ 2\ 5 \\
 5\ 3\ 8\ 0 \\
 4\ 0\ 3\ 5 \\
 1\ 3\ 4\ 5 \\
 \hline
 1\ 8\ 0^{\circ} 9' 0'' 2''' 5^{IV}\ \square.
 \end{array}$$

Indholden af den regulære Femkant
 $a b c d e$.

§. 170.

Saasom enhver irregular retlined Figur ved Overlinier kan inddeles udi lutter Triangler, finder man en irregular retlined Figurs Indhold i Kvadrat-Maal, naar man for det første drager Overlinierne, som inddeler Figuren i Triangler; for det andet udmaaler enhver i sær af disse Triangler (§. 165.); og for det tredie adderer Trianglernes Indhold tilsammen. Naar man altsaa vil udmaale en irregular Figur $a b c d e f$ (Fig. 153.), drages først Overlinierne $c a$, $c f$, og $f d$, ved hvilke den bemeldte Figur bliver inddelt i de fire Triangler $a b c$, $a c f$, $f c d$, og $f d e$; dernæst lader man fra Figurens Kanter falde

falde de fornødne Perpendicularlinier bg , ah , ek , og di , paa Evertlinierne (§. 73.): Endelig udmaales enhver i sær af Trianglerne abe , acf , fcd , og fde (§. 165.), som tilsammen adderet giver Indholden af den hele Figur $abcdef$.

Som for Exempel, lad Grundlinien ac , af Trianglen abc , indbefatte $2^{\circ}9'$, og Perpendicularlinien bg $7^{\circ}5'$, saa multiplicerer man $2^{\circ}9'$ med $3^{\circ}7'5''$ (som er Størrelsen af den halve Perpendicularlinie bg), hvoraf udkommer $7^{\circ}8'3'7''5''' \square$, som er Indholden af Trianglen abc . Fremdeles lad Grundlinien fd , af Trianglen fde , indeholde $1^{\circ}6'5'$, og Perpendicularlinien ek $8^{\circ}3'$, saa multiplicerer man $1^{\circ}6'5'$ med Størrelsen af den halve Perpendicularlinie ek , nemlig $4^{\circ}1'5''$, hvoraf udkommer $6^{\circ}8'4'7''5''' \square$, som er Indholden af Trianglen fde . Nu haver man tilbage de tvende Triangler acf og fcd , hvis Indhold tilsammentagne paa engang kan findes, som udi §. 168. er forevist, saasom de bemeldte Triangler haver en fælles Grundlinie fc : Lad da Perpendicularlinien ah indbefatte $9^{\circ}7'$, Perpendicularlinien di $1^{\circ}0'9'$, og den fælles Grundlinie fc $2^{\circ}3'6'$, saa multiplicerer man $9^{\circ}7'$ og $1^{\circ}0'9'$ tilsammentagne, nemlig $2^{\circ}0'6'$, med Halvdelen af $2^{\circ}3'6'$, som er $1^{\circ}1'8'$, hvoraf udkommer $2^{\circ}4'3'0'8'' \square$, som er Indholden af de tvende Triangler acf og fcd tilsammentagne, det er Indholden af det Trapezium $acdf$. Endelig adderer man tilsammen de tre fundne Størrelser af Trianglen abc , Trianglen fde , og det Trapezium $acdf$, nemlig $7^{\circ}8'3'7''5''' \square$, $6^{\circ}8'4'7''5''' \square$, og $2^{\circ}4'3'0'8'' \square$, saa udkommer Indholden af den hele irregulære retlinede Figur $abcdef$ med $3^{\circ}8'9'9'3'' \square$, og staaer, som følger:

$$\begin{array}{r}
 a c 2^{\circ} 0' 9'' \\
 \frac{1}{2} b g 3^{\circ} 7' 5'' \\
 \hline
 1 \ 0 \ 4 \ 5 \\
 1 \ 4 \ 6 \ 3 \\
 6 \ 2 \ 7
 \end{array}$$

$7^{\circ} 8' 3'' 7''' \square$. Indholden af Trianglen a b c.

$$\begin{array}{r}
 f d 1^{\circ} 6' 5'' \\
 \frac{1}{2} e k 4^{\circ} 1' 5'' \\
 \hline
 8 \ 2 \ 5 \\
 1 \ 6 \ 5 \\
 6 \ 6 \ 0
 \end{array}$$

$6^{\circ} 8' 4'' 7''' \square$. Indholden af Trianglen f d e.

$$\begin{array}{r}
 a h 9^{\circ} 7' \\
 d i 1^{\circ} 0' 9'' \\
 \hline
 2 \ 0^{\circ} 6' \ a h \ og \ d i \ tilssammentagne. \\
 \frac{1}{2} f c 1^{\circ} 1' 8'' \\
 \hline
 1 \ 6 \ 4 \ 8 \\
 2 \ 0 \ 6 \\
 2 \ 0 \ 6
 \end{array}$$

$2 \ 4 \ 3^{\circ} 0' 8'' \square$. Indholden af det Trapezium a c d f.

$6^{\circ} 8' 4'' 7''' \square$. Indholden af Trianglen f d e.

$7^{\circ} 8' 3'' 7''' \square$. Indholden af Trianglen a b c.

Tilsammen $\therefore 3 \ 8 \ 9^{\circ} 9' 3'' \square$, som er Indholden af den hele Figur a b c d e f.

Man kan og finde Indholden i Kvadrat-Maal, af en irregular ret-lined Figur a b c d e f g h (Fig. 154.), efter denne Methode: Udi den givne Figur indskrives en Rectangel b d f h saa stor, som Figuren vil tillade; dernæst udmaales samme Rectangel b d f h (S. 157.), og ligeledes de øvrige Triangler

Triangler $a b h$, $b c d$, $d e f$, og $f g h$ (§. 165.), saa giver Summen af de bemeldte Trianglers Indhold, tillige med Indholden af Rectanglen $b d f h$, den forlangte Indhold af Figuren $a b c d e f g h$. Som for Exempel, lad enhver i sær af Rectanglens tvende lige store Sider $d f$ og $b h$ indbefatte 18° , og enhver i sær af de tvende andre lige store Sider $b d$ og $f h$ $10^\circ 3'$; item lad Perpendicularlinien $a i$ indeholde $7^\circ 4'$, Perpendicularlinien $e k$ $7^\circ 8'$, Perpendicularlinien $e l$ $7^\circ 8'$, og Perpendicularlinien $g m$ $12^\circ 1'$: Saa indtager Rectanglen $b d f h$ $185^\circ 4' \square$; Trianglen $a b h$ $66^\circ 6' \square$; Trianglen $b c d$ $40^\circ 1' 7'' \square$; Trianglen $d e f$ $70^\circ 2' \square$; og Trianglen $f g h$ $62^\circ 3' 1'' 5''' \square$, hvilke tilsammen adderede giver Indholden af den hele irregulære retlinede Figur $a b c d e f g h$ $424^\circ 6' 8'' 5''' \square$, og udi Udregningen kommer at staae saaledes:

$$\begin{array}{r} b d \quad 10^\circ 3' \\ d f \quad 18^\circ \\ \hline 824 \\ 103 \end{array}$$

$185^\circ 4' \square$. Indholden af Rectanglen $b d f h$.

$$\begin{array}{r} b h \quad 18^\circ \\ \frac{1}{2} a i \quad 3^\circ 7' \\ \hline 126 \\ 54 \end{array}$$

$66^\circ 6' \square$. Indholden af Trianglen $a b h$.

$$\begin{array}{r} b d \quad 10^\circ 3' \\ \frac{1}{2} e k \quad 3^\circ 9' \\ \hline 927 \\ 309 \end{array}$$

$40^\circ 1' 7'' \square$. Indholden af Trianglen $b c d$.

$d f \quad 18^\circ$

$$\begin{array}{r}
 d f \quad 1 \ 8^{\circ} \\
 \frac{1}{2} e l \quad 3^{\circ} 9' \\
 \hline
 1 \ 6 \ 2 \\
 5 \ 4 \\
 \hline
 7 \ 0^{\circ} 2' \square. \text{ Indholden af Trianglen } d e f.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 f h \quad 1 \ 0^{\circ} 3' \\
 \frac{1}{2} g m \quad 6^{\circ} 0' 5'' \\
 \hline
 5 \ 1 \ 5 \\
 6 \ 1 \ 8 \ 0 \\
 \hline
 6 \ 2^{\circ} 3' 1'' 5''' \square. \text{ Indholden af Trianglen } f g h. \\
 7 \ 0^{\circ} 2' \square. \text{ Indholden af Trianglen } d e f. \\
 4 \ 0^{\circ} 1' 7'' \square. \text{ Indholden af Trianglen } b c d. \\
 6 \ 6^{\circ} 6' \square. \text{ Indholden af Trianglen } a b h. \\
 1 \ 8 \ 5^{\circ} 4' \square. \text{ Indholden af Rectanglen } b d f h.
 \end{array}$$

Tilfammen = $4 \ 2 \ 4^{\circ} 6' 8'' 5''' \square.$, som er Indholden af den hele Figur
a b c d e f g h.

Formedelst Forvandling kan og en irregular retlined Figur a b c d e f (Fig. 155.) udmaales, som følger. Man kan i Almindelighed forvandle alle retlinede Figurer i Triangler ved meget lette og bequemme Maader, som skeer saaledes, at man først forvandler en given retlined Figur i en anden retlined Figur, som haver 1 mindre udi Antallet af Sider, eller Kanter, end den givne; og atter igien paa samme Maade forvandler den udkomne Figur udi en anden, som ligeledes haver 1 mindre udi Antallet af Kanter end den forrige, hvilket continueres saa længe indtil man haver faaet en Femkant, som siden forvandles i en Triangel: Som for Exempel, naar en irregular ottekantet Figur skal forvandles i en Triangel, forvandler man først Ottekanten i en Syv- kant; dernæst Syvkanten i en Seskant; siden Seskanten i en Femkant; og Femkanten i en Triangel.

Naar

Naar altsaa den givne irregulære retlinede Sækkant $a b c d e f$ skal forvandles i en Triangel, bringer man først Sækkanten i en Femkant; og dernæst Femkanten i en Triangel, hvilket meget beqvemt kan skee efter følgende Anvisning: Efter Behag antages en af Siderne, som indslutter den givne Figur $a b c d e f$, til en Grundlinie, som for Exempel Siden $c d$, og samme uddrages ved begge Ender imod Punkterne h og i ; dernæst drages fra Punkten d til Kanten f , en Linie $d f$, som fra Figuren $a b c d e f$ affiærer en Triangel $d e f$: Naar man nu igiennem Punkten e drager Linien $e g$ parallel med $d f$ (§. 76.), og drager Linien $f g$, haver man forvandlet den givne Sækkant $a b c d e f$ i en Femkant $a b c g f$, hvilket kan bevises saaledes:

Efterfom Triangeln $d e f$ haver lige Størrelse med Triangeln $d g f$ (§. 162.), og Triangeln $d k f$ er et sælles Stykke til disse tvende lige store Triangler; saa følger, at naar den sælles Triangel $d k f$ bliver borttagen, haver den øvrige Triangel $d k g$ lige Størrelse med den øvrige Triangel $f k e$; og naar man til enhver i sær af de sidst meldte lige store Triangler legger den sækantede Figur $a b c d k f$, saa følger uden Modsigelse, at den hele Femkant $a b c g f$ haver lige Størrelse med den hele Sækkant $a b c d e f$.

Fremdeles forvandles Femkanten $a b c g f$ i en Triangel, efter den selv samme Maade: Fra Punkterne g og c , til Kanten a , drages Linierne $g a$ og $c a$, som fra Femkanten affiærer de tvende Triangler $g f a$ og $c b a$; hernæst drages igiennem Punkten f , Linien $f i$ parallel med $g a$ (§. 76.), $f i$ uddrages indtil den ffiærer den uddragne Grundlinie i Punkten i , og man drager Linien $a i$; ligeledes drages igiennem Punkten b , Linien $b h$ parallel med $c a$, $b h$ uddrages indtil den støder imod Grundlinien i Punkten h , og man drager Linien $a h$; saa er Femkanten $a b c g f$ forvandlet i en Triangel $a h i$, som paa følgende Maade kan bevises:

$A a$

Triangeln

Trianglen $g f a$ haver lige Størrelse med Trianglen $g i a$ (§. 162.); og naar den sælles Triangel $g l a$ borttages, ere de tvende overblevne Triangler $g l i$ og $a l f$ lige store. Paa samme Maade bliver det og beviist, at Triangeln $c m h$ haver lige Størrelse med Trianglen $a m b$. Altsaa haver Trianglerne $a l f$ og $a m b$ tilsammentagne, lige Størrelse med de tvende Triangler $g l i$ og $c m h$ tilsammentagne; og naar man til enhver i sær af disse lige store Dele, legger den sælles Femkant $a m c g l$, maa nødvendig Trianglen $c m h$, Femkanten $a m c g l$, og Trianglen $g l i$ tilsammentagne, det er den hele Triangel $a h i$, have lige Størrelse med Trianglen $a m b$, Femkanten $a m c g l$, og Trianglen $a l f$ tilsammentagne, det er den hele Femkant $a b c g f$: Da nu denne Femkant $a b c g f$ for nylig blev beviist, at have lige Størrelse med Sepskanten $a b c d e f$; saa følger, at man haver forvandlet den givne Sepskant $a b c d e f$, udi en Triangel $a h i$.

Dette maa nu nøye ihukommes, og tiene, som en general og almindelig Methode til alle retlinede Figurers Forvandling i Triangler, hvilket haver en overmaade stor Nytte, i Henseende til alle retlinede Stykker Jords Deling, ey allene i lige store Parter; men og udi hvad for en Proportion man forlanger, som jeg tydelig og klarlig vil vise i det følgende Capitel. Efter at vi nu haver forvandlet den givne Figur $a b c d e f$ i en Triangel $a h i$, vil vi forvandle Trianglen $a h i$ i en Rectangel $h n o i$ (§. 163.), og Rectangeln $h n o i$ i en Kvadrat $i p q r$ (§. 109.); saa følger, at Kvadraten $i p q r$ haver lige Størrelse med den irregulære retlinede Figur $a b c d e f$: Da nu Indholden af en Kvadrat udkommer, naar en af Kvadratens Sider multipliceres med sig selv (§. 156.); saa følger, at Indholden af Figuren $a b c d e f$ maa udkomme, naar Linien $i r$ (der er en Side af Kvadraten $i p q r$) multipliceres med sig selv. Lad da Linien $i r$ indeholde $18^{\circ} 9' 9''$, saa udkommer

Kommer $36^{\circ} 6' 2'' 0'''$ $1^{\text{IV}} \square$, naar $1^{\circ} 8' 9''$ med sig selv bliver multipliceret, hvilket er Indholden i Kvadrat-Maal af den irregulare retlinede Figur a b c d e f, og staaer, som følger:

$$\begin{array}{r}
 1^{\circ} 8' 9'' \\
 \times 1^{\circ} 8' 9'' \\
 \hline
 1^{\circ} 7' 0'' 9''' \\
 1^{\circ} 7' 0'' 9''' \\
 1^{\circ} 5' 1'' 9''' \\
 1^{\circ} 8' 9'' \\
 \hline
 36^{\circ} 6' 2'' 0''' 1^{\text{IV}} \square.
 \end{array}$$

Indholden af den irregulare retlinede Figur a b c d e f.

§. 171.

Forvandling og Udmaaling, som man billig maa antage for tvende af Geometriens vigtigste og fornemmeste Hoved-Dele, ere tvende Ting, som saaledes med hinanden ere forbundne, at deres Preis og Værdie bestandig ved hinandens Hielp formeres. Som for Exempel, i Henseende til Figurers Udmaaling, da haver Forvandlingen den Nytte, at alle Figurer kan udmaales, som en Kvadrat, naar man forstaaer at forvandle alle Slags Figurer i Kvadrater (hvortil jeg nu nylig udi §. 170. gav Anviisning), hvilket er et let Arbejde naar Forvandlingen er skeet, saasom der paa denne Maade til alle Figurers Udmaaling udkræves ikke anden Regning, end at multiplicere Størrelsen af en ret Linie med sig selv. I Almindelighed bliver da Figurernes Udmaalinger tvende Slags, nemlig arithmetiske og geometriske: En arithmetisk Udmaaling kalder jeg den, som skeer, naar man udi en Figur drager de fornødne Linier til Udmaalingen, udmaaler samme, og paa den behørig Maade multiplicerer Linierne Størrelser med hinanden (hvilket angaaende alle retlinede Figurer nu tydelig er lært og bevist i dette Capitel), uden at forandre

Figurens Skikkelse i nogen Maade; og ved en geometrisk Udmaalning forstaaer jeg den, som skeer, naar man først ved geometriske Kunstgreb forvandler en Figur i en Triangel, Rectangel, eller Kvadrat, og dernæst arithmetisk udmaaler den med den givne Figur lige store Triangel, Rectangel, eller Kvadrat.

J Henseende til Figurers Forvandling, da haver Udmaalningen den Nytte, at alle Figurer formedelst Udmaalning kan forvandles i Quadrater, Rectangler, og Triangler: Som for Exempel, naar man paa denne Maade vil forvandle en Figur i en Kvadrat, udmaaler man Figuren, og af den bekiendte Indhold i Kvadrat-Maal uddrager Kvadrat-Roden (§. 154.), saa udkommer Størrelsen paa enhver i sær af Siderne til den Kvadrat, som haver lige Størrelse med den givne Figur; vil man have den givne Figur forvandet i en Rectangel, antager man en ret Linie til Rectangelens Længde, og dividerer Figurens Indhold med Størrelsen af den bemeldte Linie, saa udkommer Quotienten med Størrelsen af Rectangelens Bredde; og dersom den givne Figur skal forvandles i en Triangel, antages en ret Linie til Triangelens Grundlinie, og Figurens Indhold i Kvadrat-Maal divideres med Størrelsen af den halve Grundlinie, saa giver Quotienten, Triangelens perpendiculare Højde. Dette kan have sin store Nytte, naar man paa Marken vil afflikke et Stykke Jord, som skal have lige Størrelse med mange smaae Stykker (af adskillige Skikkelser) tilsammentagne: Dette kan altsaa skee, naar man udmaaler enhver i sær af de smaae Stykker Jord, adderer deres Indhold i Kvadrat-Maal tilsammen; og dernæst efter den nu nylig anviste Maade beskriver en Kvadrat, eller en Rectangel, eller en Triangel, som indtager den bemeldte Indhold. Figurerne's Forvandlinger bliver da i Almindelighed tvende Slags, nemlig arithmetiske og geometriske: En arithmetisk Forvandling, falder jeg den, naar man paa den ommeldte Maade, efter at en Figur er udmaalet,

udmaalet, ved Regning frembringer en Kvadrat, Rectangel, Triangel, eller og en anden Figur, som med den givne haver lige Indhold; og en geometrisk Forvandling, er den, som skeer, naar man formedelst geometriske Kunstgreb, uden nogen Regning, beskriver en Figur af hvad Skikkelse man forlanger, som med en given Figur haver lige Størrelse og Indhold, hvilket er den rette og egentlige Forvandling.

§. 172.

Jeg haver nu tydelig og klarlig paa adskillige Maader lært, hvorledes alle Slags retlinede Figurer udmaales, saavel irregulare, som regulare; men alle Figurer paa Marken ere ikke indsluttede med rette Linier: Derfor maa her og tales lidet om de krumlinede Figurers Udmaaling, saavidt, som Nødvendigheden i denne Tractat udcræver, hvorom jeg til Slutning i dette Capitel nu gandske kortelig vil handle. Cirklen haver adskillige Fortrin, ey allene for alle krumlinede Figurer, men og for alle Figurer i Almindelighed, saavel de retlinede, som de krumlinede; thi en Cirkel er iblandt alle Figurer ey allene den allerregulareste, men den allerfuldkomneste Figur, foruden utallige andre Ting, som paa dette Sted blev for meget at opregne.

For at faae et tydelig Begreb om en Cirkels Udmaaling, og hvorledes man kan finde dens Indhold i Kvadrat-Maal, vil jeg vejlede Læseren, som følger: Lad os forestille os en regular retlined Figur $abcde$ (Fig. 152.) at være indskreven udi en Cirkel $edcba$, hvis Middelpunkt f er tillige Middelpunkten udi den retlinede Figur; og lad fo være en ret Linie, som fra Middelpunkten f er dragen perpendicular paa en af Figurens Sider, saasom cd : Nu er det opensynlig klart, at jo flere Kanter den udi Cirklen indskrevne regular retlinede Figur bekommer, jo mindre bliver Forskiellen imellem Størrelsen af Cirklen, og Størrelsen af den retlinede Figur; imellem Størrelsen af Cirk-

lens Omkreds, og Størrelsen af Omkredsen til den retlinede Figur; og imellem Størrelsen af Cirkelens Radie $f c$, og Perpendicularlinien $f o$ udi den retlinede Figur. Dersom altsaa den udi Cirklen $e d c b a$ indskrevne regulare Figur havde et overmaade stort Antal af Kanter, maatte Forskiellen imellem Cirkelens Størrelse, og Størrelsen af den indskrevne retlinede Figur, imellem Størrelsen af Cirkelens Omkreds, og Størrelsen af Omkredsen til den retlinede Figur, og imellem Størrelsen af Cirkelens Radie $f c$, og Perpendicularlinien $f o$ udi den retlinede Figur, være saa overmaade liden, at man uden merkelig Fejl kunde antage Perpendicularlinien $f o$ for Cirkelens Radie, Omkredsen af den retlinede Figur, for at udgiøre Cirkelens Omkreds, og den retlinede Figur, for at indtage det hele Cirkel-Rum.

Da nu den Triangel $f c g$, hvis Grundlinie $c g$ haver lige Størrelse med Omkredsen af en regular retlinet Figur $a b c d e$, og perpendiculare Højde $f o$ lige Størrelse med den rette Linie, som fra Middelpunkten udi den regulare Figur, falder perpendicular paa en af Siderne, er lige saa stor, som den omtalte regulare Figur (§. 169.); saa følger, at en Cirkel haver lige Størrelse med den Triangel, hvis Grundlinie er saa stor, som Cirkelens Omkreds, og perpendiculare Højde saa stor, som Cirkelens Radie: Altsaa maa en Cirkels Indhold i Kvadrat-Maal udkomme, naar man multiplicerer den hele Omkreds med den fjerde Deel af Middellinien, eller multiplicerer den halve Omkreds med den halve Middellinie, eller og multiplicerer den hele Omkreds med den halve Middellinie, og deler det Udkommende i to lige store Dele (§. 165.). Som for Exempel, lad Middellinien $a b$ udi en Cirkel $a c b d$ (Tab. II. Fig. 72.) indbefatte $2^{\circ} 5'$, saa søges først Størrelsen af Cirkelens Omkreds efter §. 95., hvilken udkommer med $7^{\circ} 8' 5''$; dernæst multipliceres $7^{\circ} 8' 5''$ med den fjerde Deel af Middellinien $a b$, som indeholder

holder $6' 2'' 5'''$, saa udkommer $4^{\circ} 9' 0'' 6''' 2^{IV} 5^V \square$, som bliver Indholden i Kvadrat-Maal af den givne Cirkel a c b d, og staaer, som følger:

Omkredsen d b c a $7^{\circ} 8' 5''$

$\frac{1}{4}$ a b $6' 2'' 5'''$

3 9 2 5

1 5 7 0

4 7 1 0

$4^{\circ} 9' 0'' 6''' 2^{IV} 5^V \square$. Indholden af Cirklen a c b d.

Da en Cirkel forholder sig til Kvadraten der beskrives paa Cirkelens Middellinie, som 785 til 1000 (§. 151.); saa følger, at en Cirkels Indhold i Kvadrat-Maal kan og findes, naar man til 1000, 785, og Kvadraten af Cirkelens Middellinie, søger det fjerde proportionale Tal, som bliver Cirkelens Indhold. Som for Exempel, lad Middellinien udi en Cirkel, ligesom tilforn, indeholde $2^{\circ} 5'$, hvilke multiplicerede med sig selv, giver Kvadraten af Cirkelens Middellinie $6^{\circ} 2' 5'' \square$ (§. 156.): Altsaa multipliceres $6^{\circ} 2' 5'' \square$ med 785, hvoraf udkommer $4906^{\circ} 2' 5'' \square$, og disse dividerede med 1000, giver Cirkelens Indhold $4^{\circ} 9' 0'' 6''' 2^{IV} 5^V \square$, ligesom tilforn, og staaer saaledes:

1000 - - 785 - - $2^{\circ} 5'$ Cirkelens Middellinie.

$2^{\circ} 5'$

1 2 5

5 0

$6^{\circ} 2' 5'' \square$. Kvadraten af Cirkelens Middellinie.

7 8 5

3 1 2 5

5 0 0 0

4 3 7 5

1000) $4906^{\circ} 2' 5'' \square$.

$4^{\circ} 9' 0'' 6''' 2^{IV} 5^V \square$. Cirkelens Indhold i Kvadrat-Maal.

Bed

Ved Forvandling kan en Cirkel geometrisk udmaales, efter følgende Anvisning: Udi den givne Cirkel $b c d e$ (Tab. VI. Fig. 157.) drages en Radien $a b$ efter Behag, og paa Radien $a b$, fra Punkten b , opreyses en Perpendicularlinie $b q$ (§. 71.); dernæst gjøres Perpendicularlinien $b q$ lige stor med Omkredsen til Cirklen $b c d e$, hvilket skeer, naar man til en ret Linie paa den geometriske Maalestof, som indeholder 50 lige store Dele, en anden ret Linie paa samme Maalestof, som indbefatter 314 af de bemeldte Dele, og Radien $a b$, søger den fjerde proportionale Linie (§. 103.), og giver Perpendicularlinien $b q$ lige Størrelse med samme, fordi en Cirkels Radii forholder sig alletider til samme Cirkels Omkreds, omtrent, som 50 til 314: Naar man nu drager Linien $a q$, bekommer man en Triangel $a b q$ der er lige saa stor, som Cirklen $b c d e$, hvilket er klart og tydelig af det foregaaende.

Fremdeles forvandler man Triangelen $a b q$ udi en Rectangel $a b p o$ (§. 163.); og denne Rectangel i en Kvadrat $o z æ ö$ (§. 109.), saa følger, at Kvadraten $o z æ ö$ haver lige Størrelse med Cirklen $b c d e$: Altsaa udkommer Cirkelns Indhold, naar en af Kvadratens Sider, som for Exempel Siden $o ö$, multipliceres med sig selv. Lad da den rette Linie $o ö$ indeholde $1\ 5^{\circ} 3' 4''$, saa multipliceres samme med sig selv, hvoraf udkommer $2\ 3\ 5^{\circ} 3' 1'' 5''' 6^{iv}$ □, som er Indholden i Kvadrat-Maal af den givne Cirkel $b c d e$, og staar saaledes:

$$\begin{array}{r}
 o\ ö\ 1\ 5^{\circ} 3' 4'' \\
 \underline{1\ 5^{\circ} 3' 4''} \\
 6\ 1\ 3\ 6 \\
 4\ 6\ 0\ 2 \\
 7\ 6\ 7\ 0 \\
 \underline{1\ 5\ 3\ 4} \\
 2\ 3\ 5^{\circ} 3' 1'' 5''' 6^{iv}\ \square.
 \end{array}$$

Indholden af Cirklen $b c d e$.

§. 173.

Efter som en Cirkel nu haver lige Størrelse med en Triangel, hvis Grundlinie er saa stor, som Cirkelns Omkreds, og perpendiculare Høyde saa stor, som Cirkelns Radie (§. 172.); saa følger: At et Cirkel-Skaar $abce$ (Fig. 156.) er saa stort, som en Triangel, hvis Grundlinie er saa stor, som Cirkel-Buen abc , og perpendiculare Høyde saa stor, som en af Radierne ea eller ec : Altsaa udkommer Cirkel-Skaarets Indhold i Kvadrat-Maal, naar Buen abc multipliceres med den halve Deel af den ene Radie, som for Exempel ea (§. 165.). Lad da Radien ea indtage $15^{\circ}3'$, og Vinklen aec indeholde 60 Grader, saa søger man først Størrelsen af Buen abc (§. 96.), som her udkommer med $16^{\circ}0'1''4'''$; derefter multipliceres $16^{\circ}0'1''4'''$ med $7^{\circ}6'5''$, som er den halve Deel af Radien ea , saa udkommer $122^{\circ}5'0''7'''1^{IV}$ □ til Indholden i Kvadrat-Maal af Cirkel-Skaaret $abce$, og staaer, som følger:

$$\begin{array}{r} \text{Buen } abc \quad 16^{\circ}0'1''4''' \\ \frac{1}{2} ea \quad \quad 7^{\circ}6'5'' \\ \hline 80070 \\ 96084 \\ \hline 112098 \end{array}$$

$122^{\circ}5'0''7'''1^{IV}$ □. Indholden af Cirkel-Skaaret $abce$.

§. 174.

Da Cirkel-Stykket $abcd$ er Forskiellen imellem Størrelsen af Cirkel-Skaaret $abce$ og Størrelsen af Trianglen $eaec$; saa følger, at naar man subtraherer Indholden af Trianglen $eaec$, fra Indholden af Cirkel-Skaaret $abce$, bliver det Overblevne Indholden af Cirkel-Stykket $abcd$. Altsaa kan man finde Indholden i Kvadrat-Maal af et given Cirkel-Stykke $abcd$ (Fig. 156.) efter følgende Methode: Først søges Middelpunkten e til

Bb

Buen

Buen $a b c$ (§. 79.), og man drager Linierne $e a$ og $e c$; for det andet udmaales Størrelsen af Cirkel-Skaaret $a b c e$ (§. 173.); for det tredje udmaales Trianglen $e a c$ (§. 165.), og Trianglens Indhold subtraheres fra Indholden af Cirkel-Skaaret $a b c e$, saa bliver det øvrige Indholden i Kvadrat-Maal af det givne Cirkel-Stykke $a b c d$. Som for Exempel, lad Cirkel-Skaaret $a b c e$ indbefatte $122^{\circ}5'0''7'''1^{IV}\square$, og Trianglen $e a c$ $100^{\circ}9'8''\square$, saa subtraherer man $100^{\circ}9'8''\square$ fra $122^{\circ}5'0''7'''1^{IV}\square$, og de overblevne $21^{\circ}5'2''7'''1^{IV}\square$ bliver Indholden af det givne Cirkel-Stykke $a b c d$.

§. 175.

En Cirkel-Ring $b c d e f g h i$ (Fig. 157.) haver lige Størrelse med en Rectangel $b f t u$, hvis Bredde $t u$ er lige saa stor, som Cirkel-Ringens Bredde $b f$, og Længde $f t$ saa stor, som Omkredsen $k l m n$, der udi Ringen gaaer igiennem den Punkt k , som deler Bredden $b f$ i to lige store Dele. For at bevise dette vil vi fra Ringens Middelpunkt a drage en Radie $a f$ til den yderste Omkreds $f g h i$, paa Radien $a f$, fra Punkten f , oprejsse en Perpendicularlinie $f r$ (§. 71.), og give Linien $f r$ lige Størrelse med Omkredsen $f g h i$ (§. 172.); dernæst drage Linien $a r$, og igiennem Punkterne b og k drage Linierne $b q$ og $k s$ parallelle med $f r$ (§. 76.). Eftersom nu Radien $a b$ haver samme Forhold til Omkredsen $b c d e$, som Radien $a f$ til Omkredsen $f g h i$, og $a b$ forholder sig til $b q$, som $a f$ til $f r$ (§. 99.); saa følger, at $b q$ haver samme Forhold til $f r$, som Omkredsen $b c d e$ til Omkredsen $f g h i$; og da $f r$ haver lige Størrelse med Omkredsen $f g h i$, efter Operationen, saa maa og $b q$ være lige saa stor, som Omkredsen $b c d e$: Af den selv samme Årsag haver og $k s$ lige Størrelse med Omkredsen $k l m n$. Fremdeles maa da altsaa følge (§. 172.), at Trianglen $a b q$ haver

haver lige Størrelse med det Cirkel-Rum, som Omkredsen $b c d e$ indslutter; og Trianglen $a f r$ lige Størrelse med den Cirkel der indsluttes af Omkredsen $f g h i$: Efterdi det Trapezium $b f r q$ nu er Forskiellen imellem Størrelsen af de omtalte tvende Triangler, og Cirkel-Ringen $b c d e f g h i$ Forskiellen imellem Størrelsen af de tvende ommeldte Cirkler; saa følger, at det Trapezium $b f r q$ er lige saa stort, som Cirkel-Ringen $b c d e f g h i$.

Lader man nu fra Punkten s , paa Linien $f r$, falde en Perpendicular-linie $s t$ (§. 73.), og uddrager Linierne $t s$ og $b q$ indtil de møde hinanden i Punkten u , bliver det Trapezium $b f r q$ forvandlet i en Rectangel $b f t u$; thi eftersom de tvende retvinklede Triangler $s t r$ og $s u q$ haver baade deres Perpendicular-linier $s t$ og $s u$ (fordi $k f$ er lige saa stor, som $k b$), og deres Hypothenuser $s r$ og $s q$ (fordi $k s$ er parallel med enhver i sær af de tvende parallelle Linier $b q$ og $f r$, og $k f$ haver lige Størrelse med $k b$) lige store, maa og Grundlinierne $t r$ og $u q$ have lige Størrelse med hinanden; og altsaa er Trianglen $s u q$ lige saa stor, som Trianglen $s t r$: Naar man da til enhver i sær af disse lige store Triangler legger den femkantede Figur $b f t s q$, haver Figuren $b f t s q$ og Trianglen $s u q$ tilsammmentagne, det er den hele Rectangel $b f t u$, lige Størrelse med Figuren $b f t s q$ og Trianglen $s t r$ tilsammmentagne, det er det hele Trapezium $b f r q$.

Altsaa haver da Rectanglen $b f t u$ (hvis Bredde $t u$ er saa stor, som Cirkel-Ringens Bredde $b f$, og Længde $f t$ eller $k s$ saa stor, som Omkredsen $k l m n$, der gaaer igiennem den Punkt k , som deler Bredden $b f$ i to lige store Dele) lige Størrelse med Cirkel-Ringen $b c d e f g h i$. Da nu en Rectangels Indhold udkommer, naar Rectanglens Længde multipliceres med dens Bredde (§. 157.); saa følger, at Indholden i Kvadrat-Maal af en Cirkel-Ring $b c d e f g h i$ maa udkomme, naar Størrelsen af den Omkreds $k l m n$

udi Ringen, der gaaer igiennem den Punkt k , som deler Ringens Bredde i to lige store Dele, multipliceres med Størrelsen af Ringens Bredde $b f$.

En Cirkel-Ring $b c d e f g h i$ (Fig. 157.) kan og udmaales, efter følgende Methode: Man søger Indholden af den Cirkel, som den inderste Omkreds $b c d e$ indslutter (§. 172.), og ligeledes Indholden af den Cirkel, som den yderste Omkreds $f g h i$ indslutter; dernæst subtraherer man den mindre Cirkels Indhold, fra Indholden af den større, saa bliver det Overblevne Indholden i Kvadrat-Maal af Cirkel-Ringen $b c d e f g h i$. Som for Exempel, lad den Cirkel, som den inderste Omkreds $b c d e$ indslutter, indbefatte $2\ 3\ 5^{\circ} 3' 1'' 5''' 6^{IV}$ $\square$, og den Cirkel, som indsluttes af den yderste Omkreds $f g h i$, $5\ 3\ 3^{\circ} 9' 1'' 4'''$ $\square$, saa subtraherer man de første fra de sidste, og de overblevne $2\ 9\ 8^{\circ} 5' 9'' 8''' 4^{IV}$ $\square$ bliver Indholden i Kvadrat-Maal af den givne Cirkel-Ring $b c d e f g h i$.

Formedelst Forvandling kan en Cirkel-Ring $b c d e f g h i$ (Fig. 157.) geometrisk udmaales, efter følgende Maade: Fra Ringens Middelpunkt a drages en Radie $a f$ til den yderste Omkreds $f g h i$, saa bliver Stykket $b f$ af denne Radie, Ringens Bredde, paa Linien $b f$, fra Punkten f , opreyses en Perpendicularlinie $f t$ (§. 71.), som man giver lige Størrelse med den Omkreds $k l m n$, som deler Ringens Bredde allevegne i to lige store Dele (§. 172.), og man fuldfører Rectanglen $b f t u$ (§. 131.); saa følger efter foregaaende Undersøgning, at Rectanglen $b f t u$ haver lige Størrelse med Cirkel-Ringen $b c d e f g h i$: Naar man altsaa forvandler Rectanglen $b f t u$ i en Kvadrat $u v x y$ (§. 109.), haver denne Kvadrat samme Størrelse, som Cirkel-Ringen; og altsaa maa Cirkel-Ringens Indhold i Kvadrat-Maal udkomme, naar en af Kvadratens Sider multipliceres med sig selv (§. 156.). Som for Exempel, lad Linien $x y$, som er en Side til Kvadraten $u v x y$, indbefatte

indbefatte $1\ 7^{\circ} 2' 8''$, saa giver samme med sig selv multiplicerede $2\ 9\ 8^{\circ} 5' 9'' 8''' 4^{IV} \square$, som er Indholden af Cirkel-Ringen b c d e f g h i.

§. 176.

Undertiden kan det indtræffe, at en krumlined Figur er saaledes indsluttet med Cirkel-Buer, at man udi samme kan drage saadanne rette Linier, der indslutter en retlined Figur af lige Størrelse med den krumlinede. Som for Exempel, naar man i den krumlinede Figur A B C D (Fig. 158.) drager de rette Linier a b, b c, c d, e f, f g, g h, h i, i k, k l, og l a, udkommer en retlined Figur a b c d e f g h i k l af lige Størrelse med den krumlinede Figur A B C D, saasom de omtalte rette Linier legger lige saa meget til den krumlinede Figur paa nogle Steder, som de igien borttager paa andre Steder. Naar man altsaa udmaaler den retlinede Figur a b c d e f g h i k l (§. 170.), haver man tillige funden Indholden i Kvadrat-Maal af den krumlinede Figur A B C D.

§. 177.

Naar en krumlined Figur, som er indsluttet med Cirkel-Buer, er saaledes beskaffen, at de rette Linier der drages udi samme, indslutter en retlined Figur, som udi Størrelse afvoiger fra den krumlinede, kan den krumlinede Figurs Indhold ikke saa behændig findes, som for nylig udi §. 176. blev lært; men her maa først den retlinede Figur udmaales, og dernæst enhver i sær af Cirkel-Stykkerne: Da nu alle de Cirkel-Stykker, som ligger uden for den retlinede Figur, ere Dele af den krumlinede, som ved den retlinede Figur ere fratagne, og alle de Cirkel-Stykker, som ligger inden for Grændsefiellet af den retlinede Figur, ere Dele af den retlinede Figur, som ere lagde til den krumlinede; saa følger, at saadan en krumlined Figurs Indhold i Kvadrat-Maal maa udkomme, naar man subtraherer Indholden af alle de Cirkel-

B b 3

Stykker

Stykker tilsammentagne, som ligger inden for Omkredsen af den retlinede Figur, fra den retlinede Figurs Indhold, og til det Overblevne adderer Indholden af alle de Cirkel-Stykker tilsammentagne, som er uden for Grændsefiellet af den retlinede Figur.

Som for Exempel, lad $a b c d e f g h i k l m n o$ (Fig. 159.) være en krumlined Figur, som er indsluttet med Cirkel-Buer, udi hvilken man haver draget de rette Linier $a c$, $c i$, $i l$, og $l a$, som indslutter en retlined Figur $a c i l$, saa findes Indholden af den bemeldte krumlinede Figur, efter denne Maade: Først udmaales den retlinede Figur $a c i l$, og ligeledes enhver i sær af de syv Cirkel-Stykker $a c b$, $c e d$, $e g f$, $g i h$, $i k l$, $l n m$, og $n a o$; dernæst subtraherer man Indholden af de tre Cirkel-Stykker $n a o$, $i k l$, og $e g f$ tilsammentagne fra Indholden af den retlinede Figur $a c i l$ (fordi disse tre Cirkel-Stykker ligger inden for Grændsefiellet af den retlinede Figur), saa bliver det Overblevne Indholden af den blanderlinede Figur $a c e f g i k l n o$, og hertil adderer man Indholden af de fire Cirkel-Stykker $a c b$, $c e d$, $g i h$, og $l n m$ tilsammentagne (fordi disse fire Cirkel-Stykker ligger uden for Omkredsen af den retlinede Figur), saa udkommer Indholden i Kvadrat-Maal af den hele krumlinede Figur $a b c d e f g h i k l m n o$.

§. 178.

I Almindelighed kan alle krumlinede Figurer uden merkkelig Fejl enten antages, som en Sammensætning af luttet retlinede Figurer; eller, som en Sammensætning af luttet Cirkel-Stykker; eller og, som en Sammensætning baade af retlinede Figurer og Cirkel-Stykker, som jeg og tilforn haver meldt i §. 147.: Da her nu er givet en klar og tydelig Underretning saavel om Cirkel-Stykkers, som alle Slags retlinede Figurers Udmaaling; saa følger, at man derefter kan udmaale alle irregulære krumlinede Figurer; og dermed maa det denne gang være nok talt om Figurers Udmaaling.

Det

Det niende Capitel.

Om Figurers Deling.

§. 179.

Naar en Ting skal deles i visse Parter, udkræves noget til Grændsestiel, som kan adskille Delene fra hinanden: Da nu en Linie, haver Punkter, en Plan, Linier, og et Corpus, Planer til Grændsestiel; saa følger, at en Linie kan ikke deles ved Linier, Planer, eller Corpora, en Plan ikke deles ved Punkter, Planer, eller Corpora, og et Corpus ikke deles ved Punkter, Linier, eller Corpora; men et Corpus maa deles ved Planer, en Plan eller Figur deles ved Linier, og en Linie deles ved Punkter.

Baade Linier, Figurer, og Corpora kan deles i uendelige mange Dele, som jeg her tydelig vil bevise: Lad $a b c d$ (Tab. VII. Fig. 160.) være en Rectangel, og lad de tvende imod hinanden staaende Sider $a d$ og $c b$ uddrages imod Punkterne m og e ; dernæst vil vi forestille os, at Linien $a d$ er delet i et vist Antal lige store Del, som for Exempel udi to Dele, ved Punkten f , og disse Dele ere affrukne udi den uddragne Linie $a m$, fra Punkten d , udi Punkterne g , h , i , k , x , og fra Punkten e til alle Punkterne udi Linien $a m$, ere dragne rette Linier $e f$, $e d$, $e g$, $e h$, $e i$, x . Eftersom de tvende parallelle Linier $a m$ og $e c$ aldrig kan stode tilsammen, om de og in infinitum bleve uddragne; saa følger, at alle de rette Linier, som drages fra Punkten e til Delings-Punkterne i Linien $a m$, maa gaae igiennem Rectanglen $a b c d$, og aldrig kan falde i Grundlinien $b c$, omendstient $a m$ uendelig langt var uddragen, og overalt inddeler i de ommeldte Dele $d g$, $g h$, $h i$, x . Da nu de rette Linier $e f$, $e d$, $e g$, $e h$, x . med Delene $f d$, $d g$, $g h$, x . af

af Linien $a m$, gjøre lutter Triangler $f e d$, $d e g$, $g e h$, π , saa følger, at ingen af de rette Linier $e f$, $e d$, $e g$, π . kan paa nogen Steder berøre hinanden, end i den fælles Punkt e ; og altsaa bliver Rectanglen $a b c d$ paa saadan Maade, ved disse Linier $e f$, $e d$, $e g$, $e h$, π . delet i uendelige mange Dele. Fremdeles, eftersom Linierne $e f$, $e d$, $e g$, π . allesammen maa overskære Linien $a b$, bliver og den bemeldte Linie ved disse Skærings-Punkter delet i uendelige mange Dele. Videre, naar Rectanglen $a b c d$ skal forestille Grundplanen af et Parallelepipedum, og der paa alle Grundplanens Delings-Linier $e f$, $e d$, $e g$, π . vare opreyste lutter Rectangler, som alle vare perpendicularare paa Grundplanen $a b c d$, blev det bemeldte Parallelepipedum ved de opreyste Rectangler delet udi lige saa mange Dele, som Grundplanen $a b c d$ var delet ved Linierne $e f$, $e d$, $e g$, π .: Da nu Grundplanen $a b c d$ ved Linierne $e f$, $e d$, $e g$, $e h$, π . kan deles i uendelige mange Dele, som for nylig blev beviist; saa følger, at det paa Grundplanen $a b c d$ opreyste Parallelepipedum kan og deles i uendelige mange Dele, ved de paa Linierne $e f$, $e d$, $e g$, π . opreyste Planer.

§. 180.

Figurers Deling paa Marken, kan i Almindelighed skee paa tvende Maader: Den ene af disse Maader bestaaer derudi, at man udi en given Figur paa Marken drager Linier paa de behørigte Steder, som kan stille de forlangte Parter fra hinanden; og den anden Maade er saaledes beskaffen, at man paa Papiir beskriver en Figur af lige Skikkelse med den Figur paa Marken, som skal deles, (hvilket kan skee efter de anviste Metoder i det syvende Capitel), dernæst deler Figuren paa Papiret, i de forlangte Parter, paa samme Maade, som Originalen paa Marken skal deles, og siden gjør Originalens Parter paa Marken, lige skikkede med Delene af Copien paa Papiret (§. 150).

Enten

Enten det nu er paa Marken, eller paa Papiret, saa kan Figurers Deling i Almindelighed igien ssee paa tvende Maader, nemlig geometrisk, og arithmetisk: Geometrisk forrettes Delingen, naar man ved geometriske Kunstgreb, uden nogen Regning, drager saadanne Linier i en Figur, som kan adskille de forlangte Dele fra hinanden; og derimod kan Delingen siges, at ssee arithmetisk, naar den givne Figur udmaales, efter de anførte Maader i det næst foregaaende Capitel, denne Indhold i Kvadrat-Maal bliver delet i de forlangte Dele, og man siden ved Division finder hvad Størrelse de perpendicularare Højder af de Triangler, som i Figuren indbefatter Delenes Indhold, kan tilkomme.

Fremdeles, enten det er paa Marken, eller paa Papiir; enten det er geometrisk, eller arithmetisk, da ssee Figurers Deling i Almindelighed, atter i tvende Tilfælde: Det ene Tilfælde er, naar en Figur skal deles i et vist Antal lige store Dele; og det andet Tilfælde, naar Delene ikke skal være lige store, men staae i en vis given Proportion.

§. 181.

En Triangel kan deles i to lige store Dele, efter følgende Maader:

I. Om Delings-Linien skal drages fra en af Triangelens Hjørner.

Lad abc (Fig. 161.) være en Triangel der skal saaledes deles i to lige store Dele, at Delings-Linien skal drages fra Kanten a . Man deler den Side bc af Trianglen, som staaer lige imod Kanten a , i to lige store Dele ved Punkten d (§. 111.), og drager Linien ad , saa bliver Trianglen abc ved Linien ad delet i to lige store Dele; thi Trianglen abd haver lige Størrelse med Trianglen adc (§. 159.).

$E c$

II. Om

II. Om Delings-Linien skal drages fra en i Trianglens Sider antagen Punkt.

Lad $a b c$ (Fig. 162.) være en Triangel der skal saaledes deles i tvende lige store Dele, at Delings-Linien skal drages fra en i Siden $b c$ antagen Punkt d . Den samme Side $b c$ af Trianglen, hvorudi den antagne Punkt d findes, deler man i to lige store Dele, ved Punkten f (§. 111.), og fra Kantens a drages en ret Linie $a d$ til den antagne Punkt d ; dernæst drages igiennem Punkten f Linien $f g$ parallel med $a d$ (§. 76.), og man drager Linien $d g$, hvilken deler Trianglen $a b c$ i to lige store Dele, saa Trianglen $g b d$ haver lige Størrelse med det Trapezium $g d c a$.

For at bevise dette, drager man Linien $a f$: Eftersom Trianglen $f a d$ er lige saa stor, som Trianglen $g a d$ (§. 162.), saa følger, at naar man til enhver i sær af disse lige store Dele, legger Trianglen $a d c$, haver de tvende Triangler $g a d$ og $a d c$ tilsammentagne, det er det hele Trapezium $g d c a$, lige Størrelse med de tvende Triangler $f a d$ og $a d c$ tilsammentagne, det er Trianglen $a f c$; og da Trianglen $a f c$ er Halvdelen af den hele Triangel $a b c$ (§. 159.), saa følger, at det Trapezium $g d c a$ ligeledes indtager den halve Deel af Trianglen $a b c$.

III. Om Delings-Linien skal være parallel med en af Trianglens Sider.

Lad $a b c$ (Fig. 163.) være en Triangel, som saaledes skal deles i to lige store Dele, at Delings-Linien kommer til at ligge parallel med en af Siderne. En af Trianglens Sider, saasom $c b$, uddrages ved den ene Ende b , hen imod Punkten d , og $b d$ gøres halv saa stor, som $b c$; dernæst søges imellem $b c$ og $b d$ den mellemste proportionale Linie $b e$ (§. 105.), og $b f$ gøres lige saa stor, som $b e$: Endelig drages igiennem Punkten f en ret Linie $f g$ parallel med

med

med $c a$ (§. 76.), saa deler samme, Trianglen $a b c$ i to lige store Dele, saa det Trapezium $g f c a$ haver lige Størrelse med Trianglen $g b f$.

Demonstrationen herpaa, er, som følger: Eftersom $g b$ haver samme Forhold til $b f$, som $a b$ til $b c$ (§. 99.), og Vinklen $a b c$ er tilsælles for de tvende Triangler $a c b$ og $g f b$, saa følger (§. 101.), at disse tvende Triangler ere lige stikkede med hinanden; og altsaa haver Trianglen $b c a$ samme Forhold til Trianglen $b f g$, som $b c$ til $b d$ (§. 107.): Da nu $b c$ er dobbelt saa stor, som $b d$, efter Operationen, saa følger, at Trianglen $b c a$ ligeledes er dobbelt saa stor, som Trianglen $b f g$; og altsaa deler Linien $f g$ den hele Triangel $b c a$ i to lige store Dele.

IV. Om Delingen skal skee fra en inden i Trianglen antagen Punkt.

Lad $a b c$ (Fig. 164.) være en Triangel, som skal saaledes deles i to lige store Dele, at Delingen skal skee fra en inden i Trianglen antagen Punkt d . En af Trianglens Sider, saasom $b c$, deler man i to lige store Dele, ved Punkten e (§. 111.), og drager Linien $d e$; derefter drages fra Punkten a Linien $a f$ parallel med $d e$ (§. 76.), og man drager Linierne $d a$ og $d f$, hvilke deler Trianglen $a b c$ i to lige store Dele, saa de tvende firekantede Figurer $a d f b$ og $a d f c$ haver lige Størrelse med hinanden.

For at bevise dette, drages Linien $a e$: Naar man til enhver i sær af de tvende Triangler $d a f$ og $e a f$, som (§. 162.) ere lige store, legger Trianglen $a f c$, haver de to Triangler $d a f$ og $a f c$ tilsammentagne, det er det Trapezium $a d f c$, lige Størrelse med de to Triangler $e a f$ og $a f c$ tilsammentagne, det er Trianglen $a e c$; og da Trianglen $a e c$ er halv saa stor, som den hele Triangel $a b c$ (§. 159.), saa maa og det Trapezium $a d f c$ indtage den halve Part af Trianglen $a b c$.

V. Om Delingen skal skee ved rette Linier, som bliver parallelle med alle Trianglens Sider.

Lad $a b c$ (Fig. 165.) være en Triangel, som saaledes skal deles i to lige store Dele, at de rette Linier, som adskiller de bemeldte Dele fra hinanden, bliver parallelle med Siderne $a b$, $b c$, og $c a$. Udi Trianglen $a b c$ antages en Punkt d efter Behag, og fra samme drages rette Linier $d a$, $d b$, og $d c$ til Trianglens Hjørner, saa bliver Trianglen $a b c$ ved disse Linier inddelt i tre Triangler $a d c$, $a d b$, og $b d c$; dernæst deler man en af disse Triangler, som for Exempel Trianglen $a d c$, i to lige store Dele ved en Linie $e f$, som drages parallel med Siden $a c$, og tilforn i det tredie Tilfælde er lært: Endelig drages fra Punkten e , Linien $e g$ parallel med $a b$ (§. 76.), og Punkterne g og f sammenføyes med en ret Linie $g f$, saa er Sagen forrettet.

Beviset herpaa lyder saaledes: Eftersom Trianglen $e d f$ er lige stikket med Trianglen $a d c$, og Trianglen $e d g$ lige stikket med Trianglen $a d b$, som i det tredie Tilfælde blev beviist, og $a d$ haver samme Forhold til $e d$, som $b d$ til $g d$ (§. 99.); saa følger, at Trianglen $a d c$ haver samme Forhold til Trianglen $e d f$, som Trianglen $a d b$ til Trianglen $e d g$ (§. 106.): Da nu Trianglen $e d f$ er Halvdelen af Trianglen $a d c$, maa og Trianglen $e d g$ indtage den halve Deel af Trianglen $a d b$. Paa samme Maade kan det og bevises, at Trianglen $d g f$ er halv saa stor, som Trianglen $d b c$; og folgelig indtager de trende Triangler $e d f$, $e d g$, og $d g f$ tilsammentagne, det er den hele Triangel $e g f$, Halvdelen af Trianglen $a b c$.

§. 182.

En Triangel kan deles i et vist Antal lige store Dele, efter følgende Anviisninger:

I. Om

I. Om Delings-Linierne skal alle drages fra en af Trianglens
Sider.

Lad abc (Fig. 166.) være en Triangel, som saaledes skal deles i et vist Antal lige store Dele, for Exempel udi fem Dele, at alle Delings-Linierne skal drages fra Kanten a . Den Side bc af Trianglen, som staaer imod Kanten a , deler man i fem lige store Dele, ved Punkterne d, e, f, g , (§. 113.), og til disse Punkter, fra Kanten a , drages Linierne ad, ae, af , og ag , ved hvilke den givne Triangel abc bliver delet i fem lige store Dele; og af §. 159. er saa klart og tydelig, at dertil intet videre Bevis udkræves.

II. Om Delings-Linierne skal allesammen drages fra en i Trianglens
Sider antagen Punkt.

Lad abc (Fig. 167.) være en Triangel, som saaledes skal deles i fem lige store Dele, at alle Delings-Linierne kommer til at støde sammen udi en Punkt d , som er antagen i en af Trianglens Sider. Efter at man i Trianglen abc haver draget Linien ad , deler man den Side bc , hvorudi Punkten d befindes, udi saa mange lige store Dele, som Trianglen skal deles udi, nemlig her i fem Dele, ved Punkterne e, f, g, h (§. 113.), og fra Punkterne e, f, g, h drages Linierne ei, fk, gl , og hm , enhver i sær parallel med Linien ad (§. 76.); derpaa drages fra den antagne Punkt d , Linierne di, dk, dl , og dm , hvilke deler Trianglen abc i de forlangte fem lige store Dele.

Herpaa gives dette Bevis: Naar man drager Linien ae , haver Trianglen ead lige Størrelse med Trianglen iad (§. 162.); og altsaa følger, at naar man fra disse lige store Triangler borttager den fælles Triangel nad , ere de overblevne Triangler ina og end lige store; og naar man til enhver i sær af disse lige store Dele, legger den firekantede Figur $ineb$, haver Tri-

anglen i $n a$ og den firekantede Figur i $n e b$ tilsammmentagne, det er Trianglen $a e b$, lige Størrelse med Trianglen $e n d$ og den firekantede Figur i $n e b$ tilsammmentagne, det er Trianglen $b d i$: Da nu Trianglen $a e b$ indbefatter den femte Deel af Trianglen $a b c$ (§. 161.); saa følger, at Trianglen $b d i$ ligeledes indtager den femte Deel af den hele Triangel $a b c$. Drager man nu Linien $a h$, saa kan det paa den selv samme Maade bevises, at Trianglen $e d m$ indtager den femte Deel af den hele Triangel. Fremdeles, efter som $b i$ forholder sig til $i k$, som $b e$ til $e f$ (§. 99.), og $b e$ er lige saa stor, som $e f$, efter Operationen, saa maa og $b i$ være lige saa stor, som $i k$; og altsaa haver Trianglen $i d k$ lige Størrelse med Trianglen $b d i$ (§. 159.): Da nu Trianglen $b d i$ indbefatter den femte Deel af den hele Triangel $a b c$, som for nylig blev beviist; saa maa og Trianglen $i d k$ indtage den femte Deel af den hele Triangel. Paa samme Maade kan det og bevises, at Trianglen $m d l$ indeholder den femte Deel af den hele Triangel; og altsaa maa det overblevne Trapezium $a k d l$ ligeledes indtage den femte Deel af Trianglen; hvorfra følger, at Trianglen $a b c$ paa den bemeldte Maade er deelt i fem lige store Dele.

III. Om Delings-Liniærne ikke alle maa drages fra en fælles Punkt.

Lad $a b c$ (Fig. 168.) være en Triangel der skal saaledes deles i fem lige store Dele, at Delings-Liniærne ikke alle maa drages fra en og den samme Punkt. Naar man fra en af Triangelens Sider, saasom $b c$, affikærer den femte Deel $b d$ (§. 113.), og drager Linien $a d$, indtager Trianglen $a b d$ den femte Deel af den hele Triangel $a b c$ (§. 161.); og folgelig indbefatter den øvrige Triangel $a d c$ fire femte Dele af den hele Triangel: Skæres nu fra Linien $a c$ den fjerde Deel $a e$, og man drager Linien $d e$, maa af den selv samme Åarsag, Trianglen $a d e$ indtage den fjerde Deel af Trianglen $a d c$; og folgelig den femte Deel af den hele Triangel. Fremdeles, da Trianglen $e d c$

nu indeholder tre femte Dele af den hele Triangel, stikkes fra Linien $d e$, den tredie Deel $d f$, og man drager Linien $e f$, saa indeholder Triangelen $e d f$ den tredie Deel af Triangelen $e d c$; og folgelig den femte Deel af den hele Triangel: Den øvrige Triangel $e f c$ indtager altsaa to femte Dele af den hele; og altsaa deler man Linien $e c$ i to lige store Dele, ved Punkten g (§. 111.), og drager Linien $f g$, saa følger klarlig, at man paa den bemeldte Maade haver delet den hele Triangel $a b c$ i de forlangte fem lige store Dele.

IV. Om Delings-Linierne skal alle være parallelle med en af Triangelens Sider.

Lad $a b c$ (Fig. 169.) være en Triangel der skal saaledes deles i fem lige store Dele, at Delings-Linierne bliver alle parallelle med en af Triangelens Sider. En af Triangelens Sider, saasom $b c$, deler man i det forlangte Antal lige store Dele, nemlig her i fem Dele, ved Punkterne d, e, f , og g (§. 113.), og neden under Linien $b c$ beskrives en halv Cirkel $b i k c$; derefter oprenses paa Linien $b c$, fra Punkterne d, e, f , og g , Perpendicular-linierne $d h, e i, f k$, og $g l$ (§. 71.), som møder Omkredsen af den halve Cirkel, i Punkterne h, i, k , og l , og man drager Linierne $e l, c k, c i$, og $c h$: Endelig gøres $c p$ lige saa stor, som $c l$, $c o$ saa stor, som $c k$, $c n$ saa stor, som $c i$, og $c m$ saa stor, som $c h$, og fra Punkterne m, n, o , og p , drages Linierne $m q, n r, o s$, og $p r$, enhver i sær parallel med $a b$ (§. 76.), saa bliver Triangelen $a b c$ ved de bemeldte parallelle Linier delet i de begierte fem lige store Dele.

Naar dette skal bevises, drages Linierne $b h, b i, b k$, og $b l$: Efter som Vinklen $b c l$ er tilføjet for de tvende Triangler $l c b$ og $g e l$, og Vinklen $b l c$ er lige saa stor, som Vinklen $l g c$, fordi enhver i sær er en ret Vinkel, saa følger (§. 101.), at de tvende Triangler $l c b$ og $g e l$ ere lige stikfede med hinanden; og altsaa haver $e b$ samme Forhold til $c l$ eller $c p$, som $c p$ til $c g$:

Da

Da nu Trianglen $c p r$ er lige stikket med den hele Triangel $a b c$, haver Trianglen $a b c$ samme Forhold til Trianglen $c p r$, som $c b$ til den tredje proportionale Linie $c g$ (§. 107.); og efterdi $c g$ indbefatter den femte Deel af Linien $c b$, efter Operationen, maa og Trianglen $c p r$ indtage den femte Deel af den hele Triangel $a b c$. Paa samme Maade kan det og bevises, at Trianglen $c o s$ indtager to femte Dele; at Trianglen $c n r$ indtager tre femte Dele; og at Trianglen $c m q$ indtager fire femte Dele af den hele Triangel: Altsaa følger da, at man her formedest lutter parallelle Linier haver deelt den hele Triangel $a b c$ i de begierte fem lige store Dele.

V. Om Delingen skal skee ved rette Linier, som bliver parallelle med alle Trianglens Sider.

Lad $a b c$ (Fig. 170.) være en Triangel, som skal saaledes deles i fem lige store Dele, at Delings-Linierne bliver parallelle med alle Trianglens Sider. Udi Trianglen antages en Punkt d efter Behag, og fra samme drages rette Linier $d a$, $d b$, og $d c$ til alle Trianglens Kanter; dernæst deler man en af disse Triangler, saasom Trianglen $a d c$, i fem lige store Dele, ved rette Linier der alle bliver parallelle med Siden $a c$, efter den Altvinding, som i det næst foregaaende Tilfælde blev givet: Endelig drages fra Enderne af disse parallelle Linier, andre rette Linier, udi de tvende Triangler $a d b$ og $b d c$, parallelle med Siderne $a b$ og $b c$ (§. 76.), som Figuren tydelig udviser, saa er Delingen gjort. Bevist herpaa bliver af samme Art og Bessæenhed, som det Beviis der er givet i det femte Tilfælde udi §. 181.

VI. Om Delings-Linierne skal alle staae perpendicularare paa en af Trianglens Sider.

Lad $a b c$ (Fig. 171.) være en Triangel der skal saaledes deles i et vist Antal lige store Dele, for Exempel udi fem Dele, at alle Delings-Linierne skal

skal være perpendicularare paa en af Trianglens Sider, saasom $b c$. Fra den Kant a af Trianglen, som staaer imod den Linie paa hvilken Delings-Linierne skal staae perpendicularare, lader man falde en Perpendiculararlinie $a d$ (§. 73.), og nedent under Stykkerne $b d$ og $d e$, af Linien $b c$, beskrives de to halve Cirkler $b l d$ og $d m e$; dernæst deler man den hele Linie $b c$ i det begierte Antal lige store Dele, nemlig her i fem Dele, ved Punkterne $e, f, g, \text{ og } h$ (§. 113.), og fra disse Punkter drages rette Linier $e l, f k, g m, \text{ og } h n$, som alle bliver perpendicularare paa $b c$ (§. 71.), og møder Omkredserne til de tvende halve Cirkler, i Punkterne $l, k, m, \text{ og } n$: Endelig drages Linierne $b l, b k, c n, \text{ og } c m$; $b o$ gøres lige saa stor, som $b l$, $b i$ saa stor, som $b k$, $c q$ saa stor, som $c n$, og $c p$ saa stor, som $c m$; og fra Punkterne $o, i, p, \text{ og } q$ oprejses paa Linien $b c$, de perpendicularare Linier $o r, i s, p t, \text{ og } q u$ (§. 71.), hvilke deler den giorte Triangel $a b c$ i de forlangte fem lige store Dele.

Drager man den rette Linie $d n$, haver Trianglen $d n e$ lige Skikkelse med Trianglen $n h e$, og $c d$ samme Forhold til $c n$ eller $c q$, som $c q$ til $c h$, som tilforn i det fjerde Tilfælde er bleven beviist; og da Trianglen $u q e$ er lige skicket med Trianglen $a d e$, fordi $u q$ er parallel med $a d$, haver Trianglen $a d e$ samme Forhold til Trianglen $u q e$, som $c d$ til den tredie proportionale Linie $c h$ (§. 107.): Da nu den hele Triangel $a b c$ forholder sig til Trianglen $a d e$, som $c b$ til $c d$ (§. 161.); saa følger, at den hele Triangel $a b c$ haver samme Forhold til Trianglen $u q e$, som $c b$ til $c h$; og eftersom $c h$ indeholder den femte Deel af $c b$, efter Operationen, maa og Trianglen $u q e$ indtage den femte Deel af den hele Triangel $a b c$. Paa samme Maade kan man og bevise, at Trianglen $r o b$ indtager den femte Deel af den hele Triangel: Tilgemaade, at enhver i sær af de tvende Triangler $t p c$ og $s i b$ indeholder

to femte Dele af den hele Triangel; hvorfra følger, at enhver i sær af de tvende Trapezier $tpqu$ og $sior$ indbefatter den femte Deel af den hele Triangel. Da nu de tvende Triangler uqc og rob , og de tvende Trapezier $tpqu$ og $sior$ tilsammentagne, indeholder fire femte Dele af den hele Triangel, saa maa den øvrige femkantede Figur $sipta$ og indtage den femte Deel af Trianglen; og altsaa er den givne Triangel abc ved de fire Perpendicularitætslinier ro , si , tp , og uq delet i de begierte fem lige store Dele.

§. 183.

En Triangel abc (Fig. 172.) kan deles i en vis given Proportion, efter følgende Methode:

Til et Exempel vil jeg sætte, at Trianglen abc skal saaledes deles i tre Stykker, at Stykkerne kommer udi denne Proportion 3, 5, og 9 med hinanden. Man tager tre rette Linier, bd , de , og ef , der forholde sig til hinanden, som 3, 5, og 9, (af hvilke den første antagne Linie bd kan være af hvad Størrelse man behager), og sætter dem saaledes tilsammen, at de udgjøre en ret Linie bef ; dernæst deler man en af Trianglens Sider, saasom bc , i samme Proportion ved Punkterne g og h , som den sammensatte Linie bef er delet ved Punkterne d og e (§. 116.), og saa drages de tvende Linier ag og ah , ved hvilke den hele Triangel abc bliver delet i den forlangte Proportion; og haver §. 161. til Beviis.

Dersom Delingen skal ske ved Linier alle dragne fra en fælles Punkt, som er antagen i en af Trianglens Sider; ved rette Linier, som alle ere parallelle med en af Trianglens Sider; ved Linier parallelle med alle Trianglens Sider; eller og ved Linier, som alle bliver perpendicularare paa en af Trianglens Sider, da forholdes i alle Maader, som udi §. 182. er lært; Forskiellen

er allene denne, at i Steden for en af Linierne udi §. 182. bliver delet i det samme Antal lige store Dele, som Trianglen skal deles udi, saa bliver her de samme Linier delet i den forlangte Proportion, som Trianglens Stykker skal staae udi.

§. 184.

Begierer man fra en Triangel at afficere et Stykke, som skal indbefatte en given Indhold i Kvadrat-Maal, da kan dette skee, efter følgende Anviisninger:

I. Om Stykket skal afficeres ved en Linie dragen fra en af Triangelens Hjørner.

Lad abc (Fig. 173.) være en Triangel, fra hvilken skal afficeres et Stykke, som indbefatter en given Indhold i Kvadrat-Maal, ved en Linie der skal drages fra Kanten a . Efter at man fra Kanten a haver ladet falde en Perpendicularlinie ad paa den modstaaende Side bc (§. 73.), dividerer man den givne Indhold i Kvadrat-Maal med Størrelsen af den halve Perpendicularlinie, saa udkommer Quotienten med Størrelsen af Grundlinien til den Triangel, som haver ad til perpendicular Høyde, og indbefatter den givne Indhold (§. 166.); altsaa sættes da Størrelsen af denne Grundlinie udi Siden bc , fra Punkten b , som naaer for Exempel til Punkten e , og man drager Linien ae , saa maa Trianglen abe indtage den bemeldte Indhold i Kvadrat-Maal.

II. Om Stykket skal afficeres ved en Linie dragen fra en Punkt, som er antagen i en af Triangelens Sider.

Lad abc (Fig. 174) være en Triangel, fra hvilken man skal afficere et Stykke, som indtager en given Indhold i Kvadrat-Maal, ved en Linie

dragen fra en i Trianglens Sider antagen Punkt d. Fra Punkten d lader man falde en Perpendicularlinie d e paa en af de tvende Sider a b eller a c, som for Exempel paa a c (§. 73.), og den givne Indhold divideres med den halve Deel af Perpendicularlinien d e, saa giver Quotienten Størrelsen af den søgte Grundlinie c f (ligesom tilforn i det første Tilfælde), som da affættes i Linien c a, fra Punkten c, indtil Punkten f, og man drager Linien d f, som affiærer det sørgte Stykke d f c.

Derfor den udfomne Grundlinie bliver større end Siden a c, drager man fra Punkten d, til Kanten a, en Linie, og udmaaler den Triangel, som samme Linie tillige med de tvende Linier c a og c d indslutter (§. 165.); dernæst subtraheres denne Triangels Indhold fra den givne Indhold i Kvadrat-Maal, og den overblevne Indhold divideres med Halvdelen af den perpendiculære Linie, som man fra Punkten d lader falde paa Siden a b, saa udfommer Quotienten med Størrelsen af Grundlinien til den Triangel, som tillige med den nylig omtalte udmaalede Triangel indtager den givne Indhold i Kvadrat-Maal: Derfor affættes Størrelsen af denne Grundlinie udi Siden a b, fra Punkten a, og fra Punkten d til Enden af Grundlinien drages den sørgte Linie, hvilken fra den givne Triangel a b c affiærer et Trapezium, som indtager den givne Indhold i Kvadrat-Maal.

III. Om Stykket skal affiæres ved en Linie dragen parallel med en af Trianglens Sider.

Lad a b c (Fig. 175.) være en Triangel, hvorfra skal affiæres et Stykke, som indtager en given Indhold i Kvadrat-Maal, ved en Linie dragen parallel med en af Trianglens Sider, saasom b c. Efter at man fra Punkten a haver ladet falde en Perpendicularlinie a d paa Siden b c (§. 73.), udmaales Trianglen a b c (§. 165.), og Perpendicularlinien a d multipliceres med sig selv; dernæst

der næst søges til Indholden af Trianglen $a b c$, Kvadraten af Perpendicular-linien $a d$, og den givne Indhold i Kvadrat-Maal, det fjerde proportionale Tal, efter Regula de tri i Regne-Konsten, og af samme uddrages Kvadrat-Roden (§. 154.), hvilken affættes udi Perpendicular-linien $a d$, fra Punkten a , som strækker sig for Exempel til Punkten f : Endelig drages igiennem Punkten f Linien $e g$ parallel med $b c$ (§. 76.), saa indbesatter Trianglen $a e g$ den givne Indhold i Kvadrat-Maal.

For at bevise dette, kan man forestille sig, at der paa Perpendicular-linien $a d$ er beskrevet en Kvadrat $a d i h$, og paa $a f$ en anden Kvadrat $a f l k$: Da Trianglen $a e g$ er lige skiftet med den hele Triangel $a b c$, fordi $e g$ er parallel med $b c$, saa haver Trianglen $a b c$ samme Forhold til Kvadraten $a d i h$, som Trianglen $a e g$ til Kvadraten $a f l k$ (§. 50.); og eftersom Trianglen $a b c$ her forestiller det første, Kvadraten $a d i h$ det andet, og Kvadraten $a f l k$ det fjerde proportionale Tal i Operationen, saa maa Trianglen $a e g$ nødvendig forestille det tredie: Efterdi vi nu til det tredie proportionale Tal antog den givne Indhold i Kvadrat-Maal; saa følger, at Trianglen $a e g$ er den begierte, som indtager den fremsatte Indhold i Kvadrat-Maal.

§. 185.

En Rectangel $a b c d$ (Fig. 176.) kan deles i to lige store Dele, efter følgende Maader:

Der som Delings-Linien skal drages fra en af Rectanglens Kanter, som for Exempel fra Kanten b , drager man fra Kanten b til den modstaaende Kant d , en ret Linie $b d$, hvilken deler Rectanglen i to lige store Triangler $a b d$ og $b d c$. Naar Delings-Linien skal være parallel med tvende af Rectanglens lige imod hinanden staaende Sider, som for Exempel $a b$ og $d c$,

$D d 3$

delar

delel man enhver i sær af de tvende andre Sider $a d$ og $b c$ i to lige store Dele ved Punkterne l og m (§. 111.), og man drager Linien $l m$, hvilken deler den hele Rectangel i to lige store Rectangler $a b m l$ og $l m c d$. Skal Delings Linien drages fra en i Rectangelns Sider antagen Punkt e , giorer man $b f$ lige saa stor, som $d e$, eller og $c f$ lige saa stor, som $a e$, og drager Linien $e f$, ved hvilken Rectanglen bliver delet i to lige store Trapezier $a b f e$ og $e f c d$.

Begieres der, at Delings Linien skal drages igiennem en inden i Rectanglen antagen Punkt g , drages først i Rectanglen tvende Diagonallinier $b d$ og $a c$, som overskiære hinanden i Middelpunkten h ; dernæst sammenføyes Punkterne g og h med en ret Linie $g h$, som ved begge Ender uddrages indtil Punkterne i og k , saa bliver Rectanglen ved Linien $i k$ delet i to lige store Trapezier $a i k d$ og $i b c k$.

Endelig, dersom Delingen skal skee ved Linier parallelle med alle Rectangelns Sider, drages tvende Diagonallinier $b d$ og $a c$, ved hvilke Rectanglen bliver delet i fire lige store Triangler $a h b$, $b h c$, $c h d$, og $d h a$; hernæst delel man en af disse Triangler, som for Exempel Triangelen $a h b$, i to lige store Dele, ved en Linie $n o$ dragen parallel med Siden $a b$ (§. 181.), og $h q$ saa og $h p$ giorer hver i sær lige saa stor, som $h n$ eller $h o$: Endelig drages Linierne $n q$, $q p$, og $p o$, saa udkommer en Rectangel $n o p q$, som indtager den halve Deel af den hele Rectangel $a b c d$. Dette er nu altsammen saa klart og tydelig, at dertil intet Beviis udfordres.

§. 186.

En Rectangel $a b c d$ (Fig. 177.) kan deles i et vist Antal lige store Dele, som for Exempel udi fem Dele, efter følgende Methode:

Enhver

Enhver i sær af de tvende imod hinanden staaende Sider $a d$ og $b c$ deles man i fem lige store Dele (§. 113.), og de lige imod hinanden staaende Punkter sammensøyes med rette Linier $e i$, $f k$, $g l$, og $h m$; saa følger (§. 160.), at de bemeldte rette Linier deler Rectanglen $a b c d$ i de forlangte fem lige store Dele.

§. 187.

Skal en Rectangel $a b c d$ (Fig. 178.) deles i en vis given Proportion, som for Exempel udi tre Stykker, hvis Størrelser ere til hinanden, som 4, 5, og 6, da kan dette skee efter følgende Anviisning:

Til en af Rectanglens Kanter b sættes en ret Linie $b e$ saaledes, at den efter Behag kan gjøre en spids Vinkel med en af Rectanglens længste Sider, saasom $b c$, og udi Linien $b e$, fra Punkten b , affættes først en Distance $b f$, som paa en Maalestok indeholder fire lige store Dele af hvad Størrelse man behager; fra Punkten f affættes den anden Distance $f g$, som indbefatter fem af de samme Dele; og fra Punkten g affættes den tredie Distance $g e$, som indtager sex af de bemeldte Dele: Eftersom nu Linien $b e$ ved Punkterne f og g er skaaren i den forlangte Proportion, skærer man Rectanglens Side $b c$ i samme Proportion ved Punkterne h og i (§. 116.), hvilket meget beqvemt kan skee, naar man drager Linien $e c$, fuldfører Parallelogrammet $b e c m$ (§. 130.), gjør $m n$ saa stor, som $b f$, $n o$ saa stor, som $f g$, og drager de tvende Linier $f n$ og $g o$; thi disse Linier maa nødvendig overstigere $b c$ i samme Proportion ved Punkterne h og i , som $b e$ er delet ved Punkterne f og g (§. 99.). Naar man altsaa gjør $a k$ saa stor, som $b h$, $k l$ saa stor, som $h i$, og drager Linierne $h k$ og $i l$, bliver Rectanglen $a b c d$ ved disse Linier delet i den forlangte Proportion (§. 161.).

§. 188.

§. 188.

Hvad, som nu udi §. 185. 186. og 187. er bleven lært angaaende Rectanglers Deling, kan og have Sted i Henseende til Quadrater, Rhomber, og Rhomboider, fordi disse fire Slags firekantede Figurer ere alle Parallelogrammer.

§. 189.

Naar man udi en regular Sexkant $a b c d e f$ (Fig. 179.) fra en af Kanterne, som for Exempel fra Kanten b , drager en Linie $b e$ til den lige imodstaaende Kant e , bliver Sexkanten ved denne Linie delet i to lige store Trapezier $a b e f$ og $c b e d$; fremdeles naar man udi Sexkanten deler enhver i sær af tvende lige imod hinanden staaende Sider, som for Exempel $a f$ og $c d$, i to lige store Dele ved Punkterne h og i (§. 111.), og sammenføyer disse Punkter med en ret Linie $h i$, bliver den hele Sexkant delet i to lige store femkantede Figurer $a b c i h$ og $d e f h i$; item naar man udi en regular Sexkant sammenføyer hver anden Kant med rette Linier $a c$, $c e$, og $e a$, udkommer en ligesidet Triangel $a c e$, som indtager den halve Deel af Sexkanten, saa den hele Sexkant paa denne Maade bliver og delet i to lige store Dele. Der-
som man fra Middelpunkten g udi en regular Sexkant, til hver anden Kant drager rette Linier $g a$, $g c$, og $g e$, bliver den hele Sexkant ved samme Linier inddelet i tre lige store Rhomber $a b c g$, $g c d e$, og $g e f a$. Naar man udi Sexkanten drager en Linie $b e$, som sammenføyer tvende lige imod hinanden staaende Kanter b og e , og igiennem Middelpunkten g , drager en anden Linie $h i$ perpendicular paa $b e$ (§. 71.), bliver Sexkanten ved disse to Linier delet i fire lige store Trapezier $a b g h$, $h g e f$, $b e i g$, og $g i d e$. Drager man fra Middelpunkten g i en regular Sexkant, til alle Kanterne, rette Linier $g a$, $g b$, $g c$, $g d$, $g e$, og $g f$, bliver Sexkanten ved samme Linier inddelet

i sex

i sex lige store ligesidede Triangler agb , bgc , cgd , dge , egf , og fga ; fremdeles, naar enhver i sær af tvende lige imod hinanden staaende Sider, saasom af og cd , deles i fire lige store Dele, ved Punkterne k , h , l , m , i , og n (§. 113.), og Linierne ac , km , hi , ln , og fd bliver dragne, er Sæxfanten inddelet i sex lige store Dele, som ere fire Rectangler $acmk$, $kmih$, $hinl$, og $ln df$, og to Triangler abc og fed ; item, naar man udi Sæxfanten sammenføyer tvende lige imod hinanden staaende Kanter b og e , med en ret Linie be , igiennem Middelpunkten g drager en anden Linie hi perpendicular paa be (§. 71.), og drager Linierne ac og fd , bliver Sæxfanten iligemaade inddelet i sex lige store Dele, som ere fire Rectangler $aug h$, $hgyf$, $ucig$, og $gid y$, og to Triangler abc og fed . Naar man udi en regulær Sæxfant sammenføyer tvende lige imod hinanden staaende Kanter b og e , med en ret Linie be , igiennem Middelpunkten g drager en anden Linie hi perpendicular paa be (§. 71.), og drager de sex Linier ac , fd , bf , ea , hd , og ec , bliver den hele Sæxfant inddelet i tolv lige store Dele, som ere otte Trapezier, $a oth$, $ougt$, $htsf$, $tgys$, $upqg$, $pci q$, $gqry$, og $qid r$, og fire Triangler abu , ebu , fey , og dey ; item, naar man udi Sæxfanten deler enhver i sær af tvende lige imod hinanden staaende Sider, saasom af og cd , i fire lige store Dele, ved Punkterne k , h , l , m , i , og n (§. 113.), drager Linierne ac , km , hi , ln , og fd , og sammenføyer de tvende Kanter b og e med en ret Linie be , som skærer de forrige Linier i rette Vinkler, er den hele Sæxfant og delet i tolv lige store Dele, som ere otte Rectangler $auvk$, $kvgh$, $hgxl$, $lxyf$, $ucmv$, $vmig$, $ginx$, og $xndy$, og fire Triangler abu , ebu , fey , og dey .

§. 190.

I Almindelighed kan enhver regular retslined Figur deles i et vist Antal lige store Dele, efter følgende Regel:

Man deler enhver i sær af Figurens Sider i det samme Antal lige store Dele, som Figuren skal deles udi, og fra Figurens Middelpunkt drages en ret Linie til en af Delings-Punkterne i Omkredsen; dernæst drages og alle de øvrige Linier fra Middelpunkten saaledes, at der rundt omkring i Figuren imellem tvende næst ved hinanden staaende Linier, bestandig kommer til at ligge lige saa mange Dele af Omkredsen, som Figuren haver Kanter, saa bliver den regulare Figur ved de bemeldte Linier delet i det forlangte Antal lige store Dele. Som for Exempel, dersom den regulare Femkant $a b c d e$ (Fig. 180.) skal deles i tre lige store Dele, deler man enhver i sær af dens Sider $a b$, $b c$, $c d$, $d e$, og $e a$ i tre lige store Dele (§. 113.), saa bekommer hele Omkredsen $a e d c b a$ femten lige store Dele; dernæst drages fra Middelpunkten f til en af Delings-Punkterne, en ret Linie $f k$, og siden de tvende andre Linier $f i$ og $f d$, fra Middelpunkten f , til hver femte Punkt udi Omkredsen, fordi Figuren haver fem Kanter, saa bliver den hele regulare Femkant $a b c d e$ ved de tre Linier $f k$, $f i$, og $f d$ delet i tre lige store Dele, som ere tvende Trapezier $f k e d$ og $f i c d$, og en femkantet Figur $a b i f k$.

Dette kan kortelig bevises saaledes: Dersom der fra Middelpunkten f til alle Delings-Punkterne i Omkredsen vare dragne rette Linier, var den hele Femkant inddelet i femten lige store Triangler (§. 159.), fordi disse Triangler havde alle lige store Grundlinier efter Operationen, og en og den samme perpendicularare Høide, nemlig den rette Linie, som man fra Middelpunkten f lod falde perpendicular paa en af Figurens Sider; og eftersom enhver i sær af de tre

rende Dele her i Femkanten indbefattede fem af de bemeldte lige store Triangler, maa nødvendig samme Dele være lige store.

Hvorledes Middelpunkten udi enhver regular Figur i Almindelighed kan findes, haver jeg tilforn lært udi det syvende Capitel §. 137. Hvad en regular Femkant i Særdeleshed udi dette Tilfælde anbelanger, da kan Middelpunkten i samme paa en beqvem Maade findes saaledes: Efter at enhver i sær af tvende Sider udi Femkanten, saasom $b c$ og $c d$, er delet i to lige store Dele ved Punkterne g og h (§. 111.), drages tit disse Punkter, fra de lige imod samme staaende Kanter a og e , de tvende rette Linier $a h$ og $e g$, som overskære hinanden i en Punkt f , der er Figurens Middelpunkt.

§. 191.

Et Trapezium $a b c d$ (Fig. 181.) kan deles i to lige store Dele, efter denne Methode:

Efter at man i det givne Trapezium haver draget tvende Tverlinier $a c$ og $d b$, deler man en af disse Tverlinier, saasom $d b$, i to lige store Dele ved Punkten e (§. 111.), og fra Punkten e drages en Linie $e f$ parallel med den anden Tverlinie $a c$ (§. 76.), saa maa den rette Linie $a f$, der sammensøger Punkterne a og f dele det bemeldte Trapezium i to lige store Dele. For at bevise dette, drages Linierne $e a$ og $e c$: Eftersom $d e$ er lige saa stor, som $e b$, efter Operationen, haver Trianglen $c d e$ lige Størrelse med Trianglen $c b e$, og Trianglen $a d e$ lige Størrelse med Trianglen $a b e$ (§. 159.); hvorfra følger, at de tvende Triangler $c b e$ og $a b e$ tilsammentagne, det er det Trapezium $e a b c$, haver lige Størrelse med de tvende Triangler $c d e$ og $a d e$ tilsammentagne, det er den firekantede Figur $d a e c$, saa det Trapezium $e a b c$ indtager den halve Deel af det hele Trapezium $a b c d$. Fremdeles, eftersom

E 2

Trianglen

Trianglen $e a c$ er lige saa stor, som Trianglen $f a c$ (§. 162.), saa følger, at naar man til enhver i sær af disse lige store Dele legger Trianglen $e a b$, haver de tvende Triangler $f a c$ og $e a b$ tilsammentagne, det er det Trapezium $f a b c$, lige Størrelse med de tvende Triangler $e a c$ og $e a b$ tilsammentagne, det er det Trapezium $e a b c$: Da det nu for nylig blev beviist, at det Trapezium $e a b c$ indtager den halve Deel af det hele Trapezium $a b c d$, saa maa det Trapezium $f a b c$ og indbefatte den halve Part af det hele Trapezium; og altsaa deler Linien $a f$ det hele Trapezium $a b c d$ i to lige store Dele.

§. 192.

I Almindelighed kan et hvert Trapezium deles i et vist Antal lige store Dele, efter følgende Maader:

I. En geometrisk Maade, hvor alle Delings-Linierne bliver dragne fra en af Kanterne.

Lad $a b c d$ (Tab. VIII. Fig. 182.) være et Trapezium, som skal deles i et vist Antal lige store Dele, for Exempel udi tre Dele. Naar man udi det givne Trapezium haver draget tvende Overlinier $a c$ og $b d$, deler man en af disse Overlinier, som for Exempel $a c$, i det forlangte Antal lige store Dele (§. 113.), nemlig her i tre Dele ved Punkterne e og f , fra hvilke Punkter man drager Linierne $e g$ og $f h$, enhver i sær parallel med den anden Overlinie $b d$ (§. 76.), og tilsidst drages de rette Linier $b g$ og $b h$, ved hvilke det hele Trapezium $a b c d$ bliver delt i de begierte tre lige store Dele, som ere to Triangler $a b g$ og $b c h$, og en firekantet Figur $g b h d$.

Dette kan bevises saaledes: Naar man drager de tvende Linier $b f$ og $f d$, indbefatter Trianglen $d f c$ den tredie Deel af Trianglen $d a c$, og Trianglen $b f c$ den tredie Deel af Trianglen $b a c$ (§. 161.), fordi $f c$ er den tredie

Deel

Deel af $a c$, efter Operationen; og altsaa indtager de tvende Triangler $d f c$ og $b f c$ tilsammentagne, det er den firekantede Figur $b f d c$, den tredie Deel af de to Triangler $d a c$ og $b a c$ tilsammentagne, det er det hele Trapezium $a b c d$. Fremdeles, eftersom de tvende Triangler $b f d$ og $b h d$ ere lige store (§. 162.); saa følger, at naar man borttager den fælles Triangel $b i d$, haver den øvrige Triangel $b i f$ lige Størrelse med den øvrige Triangel $d i h$: Heraf følger da videre, at naar man fra den firekantede Figur $b f d c$ borttager Triangeln $d i h$, og i Steden tillegger Triangeln $b i f$, udkommer en Triangel $b c h$ af lige Størrelse med den firekantede Figur $b f d c$; og da det for nylig blev beviist, at den firekantede Figur $b f d c$ indtager den tredie Deel af det hele Trapezium $a b c d$, saa maa Triangeln $b c h$ ligeledes indtage den tredie Deel af det hele Trapezium. Paa samme Maade kan det og bevises, at Triangeln $b a g$ indtager den tredie Deel af det hele Trapezium $a b c d$; og altsaa maa den øvrige firekantede Figur $g b h d$ og indbefatte den tredie Deel.

II. En geometrisk Maade, hvor Delings-Liniærne findes formedelsk
Forvandling.

Lad $a b c d$ (Fig. 183.) være et Trapezium, som skal deles i tre lige store Dele. En af Siderne, saasom $b c$, uddrages ved den ene Ende c , henimod Punkten e , og man drager Linien $a c$; dernæst drages fra Punkten d Linien $d e$ parallel med $a c$ (§. 76.), og man drager Linien $a e$, saa bekommer man en Triangel $a b e$ af lige Størrelse med det givne Trapezium $a b c d$, og kan bevises saaledes: Etersom Triangeln $a d c$ er lige saa stor, som Triangeln $a e c$ (§. 162.); saa følger, at naar man til enhver i sær af disse lige store Triangler, legger Triangeln $a b c$, haver de tvende Triangler $a b c$ og $a e c$ tilsammentagne, det er den hele Triangel $a b e$, lige Størrelse med de tvende Triangler $a b c$ og $a d c$ tilsammentagne, det er det hele Trapezium $a b c d$.

Fremdeles skæres fra Linien $b e$ den tredie Deel $b f$ (§. 113.), og man drager Linien $a f$, saa indbefatter Trianglen $a b f$ den tredie Deel af den hele Triangel $a b e$ (§. 161.); og folgelig indtager og Trianglen $a b f$ den tredie Deel af det hele Trapezium $a b c d$. Videre opreyses paa Linien $a f$ en Triangel $f a h$ af lige Størrelse med Trianglen $a b f$ (§. 164.), hvilket skeer, naar man fra Punkten a opreyses en Perpendicularlinie $a h$ paa $a f$ (§. 71.), og lader falde en Perpendicularlinie $a g$ paa $b f$ (§. 73.); dernæst giver $a h$ lige Størrelse med den fjerde proportionale Linie til $a f$, $b f$, og $a g$ (§. 103.), og drager Linien $f h$. Naar man nu fra Punkten h drager Linien $h i$ i parallel med $a f$ (§. 76.), og drager Linien $f i$, haver Trianglen $f a i$ lige Størrelse med Trianglen $f a h$ (§. 162.); og folgelig er Trianglen $f a i$ og lige saa stor, som Trianglen $a b f$. Da nu Trianglen $a b f$ indtager den tredie Deel af det hele Trapezium $a b c d$, saa maa Trianglen $f a i$ ligeledes indtage den tredie Deel af det hele Trapezium; og altsaa er det overblevne Trapezium $i f c d$ ligeledes den tredie Deel af det hele, saa det givne Trapezium $a b c d$ ved de tvende Linier $a f$ og $f i$ er delet i de forlangte tre lige store Dele.

Efter at den første Part, nemlig Trianglen $a b f$, er funden, kan de tvende øvrige Dele og findes efter denne Maade: Udi det Trapezium $a f c d$ drages Evertlinierne $a c$ og $f d$, den ene af disse Evertlinier, saasom $a c$, deles i to lige store Dele ved Punkten k (§. 111.), fra Punkten k drages Linien $k l$ parallel med $f d$ (§. 76.), og man drager den rette Linie $d l$, som tilforn er lært og beviist udi §. 191., saa er det hele Trapezium $a b c d$ og paa denne Maade, ved de tvende Linier $a f$ og $d l$ delet i tre lige store Dele.

III. En arithmetisk Methode, hvor alle de inddelede Stykker, undtagen det sidste, bliver luttet Triangler.

Lad $a b c d$ (Fig. 184.) være et Trapezium, som skal deles i et vist Antal lige store Dele, for Exempel udi tre Dele. Først udmaales det givne Trapezium (§. 168.), og den fundne Indhold i Kvadrat-Maal deles i det forlangte Antal lige store Dele, nemlig her i tre Dele; dernæst antages en af Siderne, saasom $b c$, til en Grundlinie, og den tredie Deel af den hele Indhold i Kvadrat-Maal, divideres med Størrelsen af den halve Grundlinie, saa udkommer Quotienten med Størrelsen til den perpendicularare Linie $b e$, som man fra Punkten b opreyser paa Grundlinien $b c$ (§. 71.): Naar man altsaa fra Punkten e drager Linien $e f$ parallel med Grundlinien $b c$ (§. 76.), og drager Linien $f c$, indtager Trianglen $f b c$ den tredie Deel af det hele Trapezium $a b c d$ (§. 166.).

Fremdeles lader man $f c$ være en Grundlinie til den næst følgende Triangel, og dividerer den tredie Deel af den hele Indhold med den halve Deel af Grundlinien $f c$, saa udkommer Quotienten med Størrelsen til den perpendicularare Linie $c g$, som man fra Punkten c opreyser paa Linien $f c$: Naar man derfor fra Punkten g drager Linien $g h$ parallel med $f c$, og drager den rette Linie $f h$, bliver Trianglen $h f c$ den anden Tredie-Deel af det hele Trapezium $a b c d$; og altsaa maa den øvrige firekantede Figur $a f h d$ indtage den tredie og sidste Deel.

IV. En geometrisk Methode, hvor alle de inddelede Parter bliver firekantede Figurer.

Lad $a b c d$ (Fig. 185.) være et Trapezium, som skal deles i tre lige store Dele. Efter at det givne Trapezium er forvandlet i en Triangel $a b e$, som i den anden Methode er lært, skæres fra Linien $b e$ den sierte Deel $b f$ (§. 113.), og man drager Linien $a f$, saa er Trianglen $a b f$ den sierte Deel af den hele Triangel $a b e$ (§. 161.); og da Trianglen $a b e$ haver lige Størrelse med det Trapezium $a b c d$, saa følger, at Trianglen $a b f$ indtager den sierte Deel af det hele Trapezium.

Fremdeles

Fremdeles opreyses paa Linien $a f$ en Triangel $a f i$ af lige Størrelse med Trianglen $a b f$ (§. 164.), hvilket skeer, naar man fra Punkten a opreyses en Perpendicularlinie $a h$ paa $a f$ (§. 71.), og lader falde en Perpendicularlinie $a g$ paa $b e$ (§. 73.); dernæst giver Perpendicularlinien $a h$ lige Størrelse med den fjerde proportionale Linie til $a f$, $b f$, og $a g$ (§. 103.), fra Punkten h drager Linien $h i$ parallel med $a f$ (§. 76.), og drager Linien $f i$. Videre opreyses paa Linien $f i$ den anden Triangel $f l i$, og paa Linien $l i$, den tredje Triangel $l n i$, enhver i sær af lige Størrelse med Trianglen $a b f$.

Eftersom enhver i sær af de tvende Triangler $a b f$ og $a f i$ nu indeholder den fjerde Deel af det hele Trapezium; saa følger, at de bemeldte tvende Triangler tilsammentagne, det er den firekantede Figur $a b f i$, indtager to Siette-Dele eller den tredje Deel af det givne Trapezium $a b c d$: Af samme Aarsag maa den firekantede Figur $i f l n$ indtage den anden Tredie-Deel; og altsaa indeholder den øvrige firekantede Figur $n l c d$ den tredje og sidste Deel.

V. En arithmetisk Methode, hvor Delene ligesom i den næst forrige, bliver lutter firekantede Stykker.

Lad $a b c d$ (Fig. 186.) være et Trapezium, som skal deles i et vist Antal lige store Dele, som for Exempel udi tre Dele. Efter at det givne Trapezium er udmaalet (§. 168.), deler man denne Indhold i Kvadrat-Maal i sex lige store Parter, og en af samme Parter divideres med den halve Deel af Linien $b c$, saa udkommer Quotienten med Størrelsen til den perpendiculare Linie $b c$, som man fra Punkten b opreyses paa $b c$ (§. 71.); dernæst drages fra Punkten e , Linien $e f$ parallel med $b c$ (§. 76.), og man drager Linien $f c$, saa indtager Trianglen $b f c$ den fjerde Deel af det hele Trapezium $a b c d$ (§. 166.).

Fremdeles divideres den fjerde Deel af den hele Indhold i Kvadrat-Maal med den halve Deel af $f c$, saa udkommer Quotienten med Størrelsen til den perpendiculare

perpendiculare Linie cg , som man fra Punkten c opreyser paa Linien fc , fra Punkten g drages Linien gh parallel med fc , og man drager Linien fh , saa indtager Trianglen fhe den anden Sierte-Deel af det hele Trapezium; og altsaa indeholder de tvende Triangler bfc og fhe tilsammentagne, det er den firekantede Figur $bfeh$, to Sierte-Dele eller den tredie Deel af det hele Trapezium.

Bidere dividerer man den sierte Deel af den hele Indhold, med den halve Deel af fh , saa udkommer Quotienten med Størrelsen til den perpendiculare Linie fi , som man fra Punkten f opreyser paa Linien fh , fra Punkten i drages Linien ik parallel med fh , og man drager Linien kh , saa indtager Trianglen fkh den tredie Sierte-Deel af det hele Trapezium.

Endelig divideres den sierte Part af den hele Indhold med den halve Deel af kh , saa udkommer Quotienten med Størrelsen til den perpendiculare Linie hl , som man fra Punkten h opreyser paa Linien kh , fra Punkten l drages lm parallel med kh , og man drager Linien km , saa indtager Trianglen kml den fjerde Sierte-Deel af det hele Trapezium; folgelig indeholder de to Triangler fkh og kml tilsammentagne, det er den firekantede Figur $fkml$, den anden Tredie-Deel af det hele Trapezium; og altsaa maa den overblevne firekantede Figur $aklm$ indtage den tredie og sidste Deel.

§. 193.

Almindelighed kan et hvert Trapezium deles i en vis given Proportion, efter følgende Maader:

I. En geometrisk Methode.

Lad $abcd$ (Fig. 187.) være et firekantet Stykke Jord paa Marken, som skal saaledes deles i tre Dele, at Delene kommer til at forholde sig til hinanden, for Exempel, som 7, 5, og 3: Det er, det bemeldte Stykke Jord skal

ff

saaledes

saaledes deles til tre Personer CAJUS, TITUS, og SEMPRONIUS, at saa ofte, som CAJUS bekommer 7 Kvadrat-Fodder Jord, skal TITUS have 5, og SEMPRONIUS 3 Kvadrat-Fodder. Det givne Stykke Jord forvandler man i en Triangel $a b e$, som udi den anden Maade i §. 192. er lært, og deler Linien $b e$ i den forlangte Proportion ved Punkterne f og g (§. 183.), saa at $b f$ forholder sig til $f g$, som 7 til 5, og til $g e$, som 7 til 3; dernæst drages Linierne $a f$ og $a g$, saa følger (§. 161.), at Trianglen $a b e$ ved de tvende Linier $a f$ og $a g$ er delet i den forlangte Proportion: Efterdi Trianglen $a b e$ nu haver lige Størrelse med den givne firekantede Figur, og Trianglen $a b f$ er tilfælles baade for den firekantede Figur og Trianglen $a b e$, saa følger, at Trianglen $a b f$ bliver det Stykke Jord, som CAJUS tilkommer.

Fremdeles da TITUS skal have et Stykke Jord af den firekantede Figur, som skal have lige Størrelse med Trianglen $a f g$, saa opreyses paa Linien $a f$ en Triangel $a k f$ af lige Størrelse med Trianglen $a f g$ (§. 164.), hvilket skeer, naar man fra Punkten a opreyses en Perpendicularlinie $a i$ paa $a f$ (§. 71.), og lader falde en Perpendicularlinie $a h$ paa $b e$ (§. 73.); dernæst giver Perpendicularlinien $a i$ lige Størrelse med den fjerde proportionale Linie til $a f$, $f g$, og $a h$ (§. 103.), fra Punkten i drager Linien $i k$ parallel med $a f$ (§. 76.), og drager Linien $f k$, saa bliver Trianglen $a k f$ den Deel, som TITUS tilhører.

Eller og vi kan meget beqvemmere finde TITI Part, efter denne Maade: Efterfom de tvende Triangler $a f g$ og $a k f$, som staae paa den sælles Grundlinie $a f$, skal have lige Størrelse med hinanden, saa følger (§. 162.), at TITI Stykke Jord $a k f$ maa udkomme, naar man fra Punkten g drager Linien $g k$ parallel med $a f$ (§. 76.), og drager den rette Linie $f k$; og altsaa bliver da det øvrige firekantede Stykke Jord $k f c d$ SEMPRONII Deel.

II. En arithmetisk Methode.

Lad $a b c d$ (Fig. 188.) være et firekantet Stykke Jord, som til de trende Personer CAJUS, TITUS, og SEMPRONIUS, skal deles i den antagne Proportion 7, 5, og 3. Først udmaales det givne Trapezium $a b c d$ (§. 168.), og denne Indhold i Kvadrat-Maal deler man i den forlangte Proportion 7, 5, og 3; hvilket efter Regulam Societat. simplicem i Regne-Konsten skeer, naar man til Summen af de trende Tal 7, 5, og 3, nemlig 15, det første af samme Tal, nemlig 7, og den hele Indhold i Kvadrat-Maal, søger det fjerde proportionale Tal, som bliver Indholden i Kvadrat-Maal af CAJI Part; item, naar man til 15, det andet Tal 5, og den hele Indhold, søger det fjerde proportionale Tal, bliver samme Indholden af TITI Part; og naar man dernæst subtraherer Summen af CAJI og TITI Part tilsammentagne, fra den hele Indhold, bliver det Overblevne Indholden af SEMPRONII Deel:

Som for Exempel, lad Indholden i Kvadrat-Maal af det hele Stykke Jord være $1343^{\circ}9'2''5''' \square$, saa søger man til 15, 7, og $1343^{\circ}9'2''5''' \square$, det fjerde proportionale Tal $627^{\circ}1'6''5''' \square$, som er Indholden i Kvadrat-Maal af den Deel CAJUS tilkommer; Fremdeles søges til 15, 5, og $1343^{\circ}9'2''5''' \square$, det fjerde proportionale Tal $447^{\circ}9'7''5''' \square$, som giver os Indholden af den Part TITUS tilhører; og naar Summen af disse tvende fundne Parter, nemlig $1075^{\circ}1'4'' \square$, subtraheres fra den hele Indhold, som er $1343^{\circ}9'2''5''' \square$, bliver de overblevne $268^{\circ}7'8''5''' \square$ Indholden i Kvadrat-Maal af SEMPRONII Deel.

Efter at vi nu haver funden hvad Indhold og Størrelse enhver i sær af de trende forlangte Dele tilkommer; da staaer endnu tilbage, paa hvad Maade man i det givne Stykke Jord kan finde tvende rette Linier, som adskiller de for-

langte Parter fra hinanden. Lad os først ved den Side $b c$ af Figuren, afskære Caji Deel; og til den Ende dividerer man Indholden af Caji Part, som er $6\ 2\ 7^{\circ}\ 1' 6'' 5''' \square$, med Halvdelen af Siden $b c$, som for Exempel indeholder $2\ 3^{\circ}\ 7' 5''$, saa udkommer Quotienten med $2\ 6^{\circ}\ 4' 0'' 6'''$, der bliver Størrelsen til den perpendicularare Linie $b e$, som man fra Punkten b oprejsker paa $b c$ (§. 71.): Naar man altsaa fra Punkten e drager Linien $e f$ parallel med $b c$ (§. 76.), og drager Linien $f c$, indeholder Trianglen $f b c$ $6\ 2\ 7^{\circ}\ 1' 6'' 5''' \square$ (§. 166.); og følgelig bliver Trianglen $f b c$ den Deel af det hele Stykke Jord, som CAJUS skal have.

Fremdeles lad Siden $f c$ af Caji Stykke indeholde $4\ 4^{\circ}\ 9'$, saa divideres Indholden af Titi Part, nemlig $4\ 4\ 7^{\circ}\ 9' 7'' 5''' \square$, med Halvdelen af $f c$, som er $2\ 2^{\circ}\ 4' 5''$; thi den udkommende Quotient, som bliver $1\ 9^{\circ}\ 9' 5'' 4'''$, giver Størrelsen til den perpendicularare Linie $c g$, som man fra Punkten c oprejsker paa Linien $f c$: Naar man derfor fra Punkten g drager $g h$ parallel med $f c$, og sammensøger Punkterne f og h med en ret Linie $f h$, bliver samme Linie Grændseffillet imellem TITI og SEMPRONII Deel, saa at TITUS tager Trianglen $f h c$, og SEMPRONIUS bekommer den overblevne firekantede Figur $a f h d$.

§. 194.

Enhver irregular retlined Figur kan i Almindelighed deles i et vist Antal lige store Dele, efter følgende Anviisninger:

I. En geometrisk Methode.

Lad $a b c d e$ (Tab. IX. Fig. 191.) være en irregular retlined Figur, der skal deles i et vist Antal lige store Dele, for Exempel udi fire Dele. Den givne Figur inddeles i Triangler ved Overlinierne $a c$ og $a d$, og den hele Figur forvandles

vandles i en Triangel $ffgg h$ (Fig. 192.), som tydelig er bleven lært udi §. 170.; dernæst beskrives paa Linien $ffgg$ en Triangel $ffggpp$ af lige Størrelse med Trianglen abc (§. 164.), hvilket skeer, naar man fra Punkten f lader falde en Perpendicularlinie ffm paa Linien $gg h$ (§. 73.), fra Punkten b lader falde en anden Perpendicularlinie bn paa Linien ac , giver Linien $ggpp$ lige Størrelse med den fjerde proportionale Linie til Perpendicularlinien ffm , Perpendicularlinien bn , og Grundlinien ac (§. 103.), og drager Linien $ffpp$: Ligeledes gøres Trianglen $ffppqq$ lige saa stor, som Trianglen acd ; og skeer, naar man fra Punkten d lader falde en Perpendicularlinie do paa Linien ac , giver Grundlinien $ppqq$ lige Størrelse med den fjerde proportionale Linie til Perpendicularlinien ffm , Perpendicularlinien do , og Grundlinien ac , og drager den rette Linie $ffqq$: Da nu den hele Triangel $ffgg h$ haver lige Størrelse med den givne irregulære Figur $abcde$, Trianglen $ffggpp$ lige Størrelse med Trianglen abc , og Trianglen $ffppqq$ lige Størrelse med Trianglen acd ; saa følger, at den overblevne Triangel $ffqq h$ maa og have lige Størrelse med den overblevne Triangel ade .

Fremdeles deler man Linien $gg h$ i det forlangte Antal lige store Dele, nemlig her i fire Dele, ved Punkterne i, k , og l (§. 113.), og drager Linierne ffi , ffk , og ffl , saa bliver Trianglen $ffgg h$ ved disse Linier delat i fire lige store Dele (§. 159.), saa at enhver i sær af de fire Triangler $ffggi$, $ffik$, $ffkl$, og $fflh$ indtager den fjerde Deel af den hele Triangel $ffgg h$. Altsaa beskriver man paa Linien bc en Triangel bce af lige Størrelse med Trianglen $ffggi$ (§. 164.); og skeer, naar man fra Punkten b paa Linien bc oprejsner en Perpendicularlinie bf (§. 71.), giver Perpendicularlinien bf lige Størrelse med den fjerde proportionale Linie til Grundlinien bc , Grundlinien ggi , og Perpendicularlinien ffm (§. 103.), fra Punkten f drager Linien fg

parallel med $b c$ (§. 76.), og tilsidst drager den rette Linie $e g$. Eftersom Trianglen $f f g g i$ indtager den fjerde Deel af den hele Triangel $f f g g h$, som for nylig blev bevist, og den hele Triangel er saa stor, som den irregulare Figur $a b c d e$; saa følger, at Trianglen $f f g g i$ er saa stor, som den fjerde Deel af den irregulare Figur $a b c d e$; og da Trianglen $b c g$ haver lige Størrelse med Trianglen $f f g g i$, saa maa Trianglen $b c g$ indtage den fjerde Deel af den givne Figur $a b c d e$.

Fremdeles, naar man fra de to lige store Triangler $a b c$ og $f f g g p p$ borttager de tvende lige store Triangler $b c g$ og $f f g g i$, maa nødvendig de tvende overblevne Triangler $g c a$ og $f f i p p$ have lige Størrelse med hinanden. Nu beskrives paa Linien $a c$ en Triangel $a c q$ af lige Størrelse med Trianglen $f f p p k$ (§. 164.); hvilket skeer, naar man fra Punkten c , paa Linien $a c$, opreyser en Perpendicularlinie $c p$, af lige Størrelse med den fjerde proportionale Linie til $a c$, $p p k$, og $f f m$, fra Punkten p drager Linien $p q$ parallel med $a c$, og drager den rette Linie $a q$. Da nu Trianglen $g c a$ er lige saa stor, som Trianglen $f f i p p$, og Trianglen $a c q$ saa stor, som Trianglen $f f p p k$, saa haver de tvende Triangler $g c a$ og $a c q$ tilsammentagne, det er den firekantede Figur $g c q a$, lige Størrelse med de tvende Triangler $f f i p p$ og $f f p p k$ tilsammentagne, det er Trianglen $f f i k$; men nu er Trianglen $f f i k$ saa stor, som den fjerde Deel af den irregulare Figur $a b c d e$, hvorefter følger, at det firekantede Stykke $g c q a$ indtager den fjerde Deel af den hele Figur $a b c d e$.

Bidere beskrives paa Linien $a q$ en Triangel $a q s$ af lige Størrelse med Trianglen $f f k l$ (§. 164.), saa indtager samme den tredie Fjerde Deel af den hele Figur; og altsaa maa den overblevne firekantede Figur $s q d e$ indeholde den fjerde og sidste Deel.

II. En arithmetisk Methode.

Lad $a b c d e$ (Fig. 193.) være en irregular retlined Figur paa Marken, som skal deles i et vist Antal lige store Dele, for Exempel udi fire Dele. Efter at man haver udmaalet den givne Figur $a b c d e$ (§. 170.), deler man denne Indhold i Kvadrat-Maal udi det forlangte Antal lige store Dele, nemlig her i fire Dele; dernæst dividerer man den fjerde Deel af Figurens Indhold, med Halvdelen af Linien $c d$, saa udkommer Quotienten med Størrelsen til den perpendicularare Linie $d f$, som man fra Punkten d opreyser paa Linien $c d$ (§. 71.): Naar man altsaa fra Punkten f drager Linien $f g$ parallel med $c d$ (§. 76.), og drager den rette Linie $c g$, indtager Trianglen $c d g$ den første Fjerde-Deel af den hele Figur $a b c d e$ (§. 166.)

Fremdeles dividerer man den fjerde Deel af den hele Indhold, med Halvparten af $c g$, saa udkommer Quotienten med Størrelsen til den perpendicularare Linie $c h$, som fra Punkten c bliver opreyst paa Linien $c g$; og altsaa drages fra Punkten h Linien $h i$ parallel med $c g$, saa maa den rette Linie $g i$, som sammenføyer Punkterne g og i , affikere den anden Fjerde-Deel, som er Trianglen $c g i$.

Videre drages Linien $i e$, og fra Punkten g lader man falde en Perpendiculararlinie $g k$ paa $i e$ (§. 73.); dernæst udmaales Trianglen $i g e$ (§. 165.), og dens Indhold i Kvadrat-Maal subtraheres fra den fjerde Deel af den hele Figurs Indhold, saa bliver den overblevne Indhold i Kvadrat-Maal, Størrelsen til en Triangel $i e m$, som man opreyser paa Linien $i e$: Dette skeer altsaa naar man dividerer den bemeldte overblevne Indhold med den halve Deel af Linien $i e$, og antager den udkomne Quotient for Størrelsen til den perpendicularare Linie $e l$, som man fra Punkten e opreyser paa Linien $i e$; dernæst fra Punkten l drager Linien $l m$ parallel med $i e$, og drager den rette Linie $i m$.

De

De tvende Triangler $ig e$ og $ie m$ tilfammientagne, det er den firekantede Figur $ig em$, maa altsaa indtage den tredie Fierde-Deel af den hele Figur $ab c d e$; og folgelig indeholder den overblevne firekantede Figur $ab i m$ den sidste Fierde-Deel: Vi haver da ved de tre rette Linier cg , ig , og im , paa en arithmetisk Maade delet den givne irregulare Figur $ab c d e$ i de forlangte fire lige store Dele, som ere tvende Triangler cdg og cgi , og tvende firekantede Figurer $ig em$ og $ab im$.

§. 195.

I Almindelighed kan enhver irregular retlined Figur deles i en vis given Proportion, efter folgende Maader:

I. En geometrisk Maade.

Lad $ab c d e$ (Fig. 194.) være en given irregular retlined Figur, som skal deles i en vis given Proportion, som for Exempel udi fire Dele, der kommer til at forholde sig til hinanden, som disse fire Tal 9, 7, 5, og 4: Det er, lad den bemeldte Figur forestille et Stykke Jord paa Marken, der skal saaledes deles i fire Dele til de fire Personer CAJUS, TITUS, SEMPRONIUS, og CLAVIUS, at saa ofte, som CAJUS bekommer 9 Kvadrat-Fodder Jord, skal TITUS have 7, SEMPRONIUS 5, og CLAVIUS 4 Kvadrat-Fodder. Den givne Figur $ab c d e$ forvandler man i en Triangel fgh (Fig. 195.), efter den Anvisning, som er given udi §. 170., og denne Triangel deler man i den forlangte Proportion ved Linierne fi , fk , og fl (§. 183.), saa skal Caji Part have lige Størrelse med Trianglen fgi , Titi Part lige Størrelse med Trianglen fik , SEMPRONII Part lige Størrelse med Trianglen $fk l$, og CLAVII Deel lige Størrelse med Trianglen $fl h$; dernæst inddeles den givne Figur $ab c d e$ i Triangler ved Hverlinierne ac og ad , paa Linien fg beskrives Trianglen $f g p$ af lige Størrelse med

med Trianglen abc (§. 164.), og paa Linien fp beskrives Trianglen fpq af lige Størrelse med Trianglen acd , saa maa den overblevne Triangel fqh og have lige Størrelse med den overblevne Triangel ade : Naar man nu paa Linien ac beskriver en Triangel acs af lige Størrelse med Trianglen fpi (§. 164.), haver de tvende Triangler abc og acs tilsammentagne, det er den firekantede Figur $abcs$, lige Størrelse med de tvende Triangler fqp og fpi tilsammentagne, det er Trianglen fqi ; og altsaa bliver det firekantede Stykke Jord $abcs$ den Part, som CAJUS tilkommer.

Fremdeles beskrives paa Linien as en Triangel asu af samme Størrelse, som Trianglen fik , saa bliver Trianglen asu TITI Part. Eftersom Trianglen acd nu haver lige Størrelse med Trianglen fpq , Trianglen acs lige Størrelse med Trianglen fpi , og Trianglen asu lige Størrelse med Trianglen fik ; saa følger, at den overblevne Triangel aud maa være lige saa stor, som den overblevne Triangel fkq : Naar man altsaa paa Linien ad beskriver en Triangel adx af lige Størrelse med Trianglen fqh , haver de tvende Triangler aud og adx tilsammentagne, det er den firekantede Figur $audx$, lige Størrelse med de tvende Triangler fkq og fqh tilsammentagne, det er Trianglen fkq ; og folgelig bliver den firekantede Plads $audx$ den Deel, som SEMPRONIUS tilhører, og CLAVIUS tager den overblevne Triangel axe .

II. En arithmetisk Maade.

Lad $abcde$ (Fig. 196.) være en given irregular retlined Figur, der skal saaledes deles i fire Dele til de fire Personer CAJUS, TITUS, SEMPRONIUS, og CLAVIUS, at saa tit, som CAJUS tager 9 Kvadrat-Fodder af Pladsen, skal TITUS have 7, SEMPRONIUS 5, og CLAVIUS 4 Kvadrat-Fodder. Den givne Figur $abcde$ udmaales (§. 170.), og dens Indhold i Kvadrat-Maal deles i den forlangte Proportion, som jeg tilforn haver lært udi §. 193.; Derefter

dividerer man Indholden i Kvadrat-Maal af CAJI Part med den halve Deel af Linien $c d$, saa udkommer Quotienten med Størrelsen til den perpendicularare Linie $d f$, som man fra Punkten d opreyser paa Linien $c d$ (§. 71.): Naar man nu fra Punkten f drager Linien $f g$ parallel med $c d$ (§. 76.), og drager den rette Linie $c g$, bliver Trianglen $c d g$ det Stykke Jord, som CAJUS tilkommer (§. 166.)

Fremdeles naar Indholden af TITI Part divideres med Halvdelen af Linien $c g$, udkommer Quotienten med Størrelsen til den perpendicularare Linie $c h$, som man fra Punkten c opreyser paa Linien $c g$; og naar man fra Punkten h drager Linien $h i$ parallel med $c g$, maa den rette Linie $i g$, som sammensætter Punkterne i og g , afficere TITI Deel, som bliver Trianglen $c g i$.

Bidere, vil vi dividere Indholden i Kvadrat-Maal af CLAVII Part med Halvparten af Linien $a b$, saa udkommer Quotienten med Størrelsen til den perpendicularare Linie $a k$, som man fra Punkten a opreyser paa Linien $a b$: Drager man nu fra Punkten k Linien $k l$ parallel med $a b$, og drager den rette Linie $b l$, bliver Trianglen $a b l$ CLAVII tilhørende Stykke; og altsaa maa den øvrige femkantede Figur $b i g e l$ være SEMPRONII Deel.

§. 196.

En Cirkel kan deles i et vist Antal lige store Dele, efter følgende Anvisning:

Man deler Cirkelns Omkreds i det forlangte Antal lige store Dele (§. 122.), og drager rette Linier fra Cirkelns Middelpunkt til alle Delings-Punkterne udi Omkredsen, saa bliver Cirklen ved disse Linier delet i det begierte Antal lige store Dele. En Cirkel $b l u$ (Tab. VIII. Fig. 189.) kan og deles i et vist Antal lige store Dele, for Exempel udi fem Dele, efter denne Maade:

Efter

Efter at man i den givne Cirkel haver draget en Radie $a b$, deler man samme i det forlangte Antal lige store Dele, ved Punkterne c, d, e , og f (§. 113.), og paa Radien $a b$ beskrives en halv Cirkel $a g k b$; dernæst opreyses paa Radien $a b$, fra Delings-Punkterne c, d, e , og f , Perpendiculararlinierne $c g, d h, e i$, og $f k$ (§. 71.), som møder Omkredsen til den halve Cirkel, i Punkterne g, h, i , og k , og fra Middelpunkten a udi den givne Cirkel, drages Linierne $a g, a h, a i$, og $a k$. Naar man nu til Middelpunkten a , udi Distancerne $a g, a h, a i$, og $a k$, beskriver de fire Omkredser $g p q, h o r, i n s$, og $k m t$, deler disse Omkredser den givne Cirkel $b l u$ i de forlangte fem lige store Dele.

Beviset herpaa, er, som følger: Drager man den rette Linie $g b$, haver Trianglen $a g b$ lige Skikkelse med Trianglen $a c g$, og $a b$ samme Forhold til $a g$, som $a g$ til $a c$, som i det fjerde Tilfælde udi §. 182. er bleven beviist: Altsaa haver da den hele Cirkel $b l u$ samme Forhold til Cirklen $d p q$, som Radien $a b$ til den tredie proportionale Linie $a c$ (§. 107.); og eftersom $a c$ er den femte Deel af Radien $a b$, efter Operationen, saa maa og Cirklen $d p q$ indtage den femte Deel af den hele Cirkel $b l u$. Naar man nu fra Punkterne h, i , og k , drager rette Linier til Punkten b , saa kan det paa den selv samme Maade bevises, at Cirklen $h o r$ indtager to Femte-Dele, Cirklen $i n s$ tre Femte-Dele, og Cirklen $k m t$ fire Femte-Dele af den hele Cirkel $b l u$; hvorefter følger, at den givne Cirkel ved Omkredserne $g p q, h o r, i n s$, og $k m t$ er bleven delet i de begierte fem lige store Dele, som ere en Cirkel, og fire Cirkel-Ringe, den ene uden omkring den anden.

§. 197.

Man kan dele en Cirkel i en vis given Proportion, efter følgende Maade:

G g 2

Først

Først bliver 360 (som er Størrelsen af den hele Omkreds udi Grader) delet i den forlangte Proportion; dernæst drages en Radie udi den givne Cirkel, og paa samme, fra Cirkelens Middelpunkt, affættes en Vinkel, som indeholder den første Størrelse af den inddelede Proportion udi Grader, saa udkommer et Cirkel-Skaar, som indtager den første Deel af den givne Cirkel. Paa samme Maade findes enhver i sær af de øvrige Parter, indtil den sidste, som giver sig selv. Som for Exempel, dersom en Cirkel skal deles saaledes udi tre Dele, at Delene kommer til at forholde sig til hinanden, som 2, 3, og 4, deles 360° i den bemeldte Proportion, saa udkommer 80° til den første Deel, 120° til den anden, og 160° til den tredje; dernæst drages en Radie udi Cirklen, og paa samme, fra Middelpunkten, affættes en Vinkel, som indeholder 80° (§. 82.), saa udkommer et Cirkel-Skaar, som indtager den første af de forlangte Dele. Fremdeles affættes paa den sidst dragne Radie, fra Middelpunkten, en Vinkel, som indeholder 120°, saa udkommer et Cirkel-Skaar, som indtager den anden Deel; den tredje og sidste Deel giver sig selv. En Cirkel *b l u* (Fig. 189.) kan og deles i en vis given Proportion, efter denne Maade: Efter at man i den givne Cirkel haver draget en Radie *a b*, og paa samme beskrevet en halv Cirkel *a g k b*, deler man Radien *a b* i den forlangte Proportion (§. 116.); dernæst forholdes i alle Maader, som udi §. 196. er lært, saa bliver den givne Cirkel *b l u* ved parallelle Omkredse delet i den begierte Proportion.

§. 198.

Begierer man at dele et Cirkel-Skaar *a b c* (Tab. III. Fig. 99.) i et vist Antal lige store Dele, som for Exempel udi sex Dele, kan dette skee, efter følgende Maade:

Man

Man deler Cirkel-Buen $a b$ i det forlangte Antal lige store Dele, ved Punkterne $d, e, f, g,$ og h (§. 119.), og fra Punkten c , til Delings-Punkterne udi Buen $a b$, drager Linierne $c d, c e, c f, c g,$ og $c h$, saa bliver Cirkel-Skaaret $a b c$ ved de bemeldte Linier deelt i de forlangte sex lige store Dele. Et Cirkel-Skaar $b l a$ (Tab. VIII. Fig. 189.) kan og deles i et vist Antal lige store Dele, for Exempel udi fem Dele, efter denne Methode: Den ene Radie, saasom $a b$, deler man i det forlangte Antal lige store Dele, ved Punkterne $c, d, e,$ og f (§. 113.), og paa $a b$ beskrives den halve Cirkel $a g k b$; dernæst oprejses paa $a b$, fra Delings-Punkterne $c, d, e,$ og f , Perpendicular-linierne $c g, d h, e i,$ og $f k$ (§. 71.), og man drager Linierne $a g, a h, a i,$ og $a k$: Naar man nu til Middelpunkten a , udi Distancerne $a g, a h, a i,$ og $a k$, beskriver Cirkel-Buerne $g p, h o, i n,$ og $k m$, deler samme Buer det givne Cirkel-Skaar $b l a$ i de forlangte fem lige store Dele. Bevist herpaa bliver af samme Beskaffenhed, som udi §. 196.

§. 199.

Forlanger man, at et Cirkel-Skaar skal deles i en vis given Proportion, kan dette skee, som følger:

Efter at man haver udmaalet hvor mange Grader Buen af Cirkel-Skaaret indeholder, der er Størrelsen af den Vinkel, som Radierne gjøre med hinanden (§. 88.), deler man disse Grader i den forlangte Proportion; dernæst sættes paa en af de tvende Radier (som tillige med Buen indslutter det givne Cirkel-Skaar), fra Middelpunkten, en Vinkel, som indeholder den første Størrelse af den inddelede Proportion udi Grader (§. 82.), saa udkommer et Cirkel-Skaar, som indtager den første Deel af det hele. Paa samme Maade findes og enhver i sær af de øvrige Dele, indtil den sidste, som giver

sig selv. Som for Exempel, dersom et Cirkel-Skaar, hvis Bue indeholder 60° , skal deles saaledes i tre Stykker, at Stykkerne kommer til at forholde sig til hinanden, som disse tre Tal 2, 3, og 5, deler man 60° i den bemeldte Proportion, efter Regulam Socierat., og udi §. 193. er lært, saa udkommer 12° til den første Deel, 18° til den anden, og 30° til den tredje; dernæst afsættes paa en af Radierne, fra Middelpunkten, en Vinkel, som indbefatter 12° (§. 82.), saa udkommer et Cirkel-Skaar, som indtager den første af de begierte Dele.

Fremdeles afsættes nu paa den udi det givne Cirkel-Skaar dragne Radii, fra Middelpunkten, en Vinkel, som indeholder 18° , saa udkommer et Cirkel-Skaar, som af det hele indtager den anden af de forlangte Dele; og den overblevne Part af det hele Cirkel-Skaar, maa da blive den tredje og sidste Deel.

Et Cirkel-Skaar abc (Fig. 190.) kan og deles i en vis given Proportion, efter denne Methode:

Jeg vil sætte til et Exempel, at abc er et Stykke Jord paa Marken, der ligner et Cirkel-Skaar, hvilket skal saaledes deles i tre Dele til tre Personer CAJUS, TITUS, og SEMPRONIUS, at saa ofte, som CAJUS bekommer 6 Quadrat-Fodder af den givne Plads, skal TITUS have 7, og SEMPRONIUS 8. Naar man paa en af Radierne, saasom bc , haver beskrevet en halv Cirkel $efgb$, deler man Radien bc i den forlangte Proportion, ved Punkterne d og e (§. 116.), saa at cd forholder sig til de , som 6 til 7, og de til eb , som 7 til 8; dernæst oprejses paa bc , fra Delings-Punkterne d og e , Perpendicularlinierne df og eg (§. 71.), som møder Omkredsen til den halve Cirkel i Punkterne f og g , og man drager Linierne cf og cg : Naar man nu til Middelpunkten c , udi

Distancerne

Distancerne $e f$ og $e g$, beskriver Cirkel-Buerne $f h i$ og $g k l$, deler disse Buer det givne Cirkel-Skaar $a b c$ i den begierte Proportion, saa at CAJUS bekommer Cirkel-Skaaret $i h e$, TITUS Ring-Stykket $l k h i$, og SEMPRONIUS det overblevne Ring-Stykke $a b k l$.

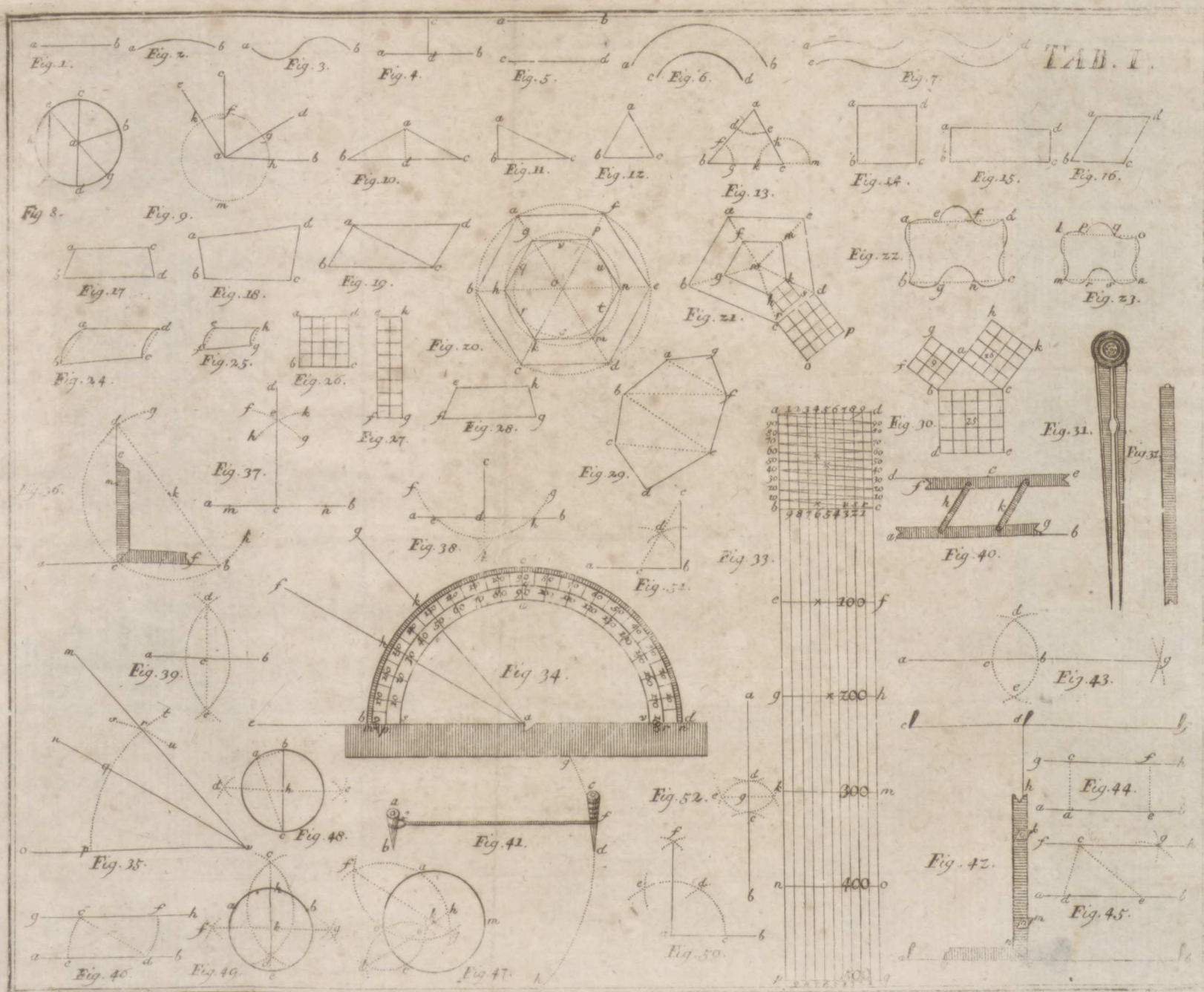
Naar man drager de tvende Linier $b f$ og $b g$, bliver Demonstrationen, som følger: Trianglen $c d f$ er lige skicket med Trianglen $c f b$, og $b c$ haver samme Forhold til $c f$ eller $c h$, som $c h$ til $c d$, efter det, som i det fjerde Tilfælde udi §. 182. er bleven beviist; og efterdi Cirkel-Skaaret $i h e$ haver lige Skikkelse med det hele Cirkel-Skaar $a b c$, fordi Radierne der tillige med Buerne indslutter de bemeldte Cirkel-Skaarer, giøre en fælles Vinkel $a c b$ med hinanden, saa følger, at Cirkel-Skaaret $a b c$ maa have samme Forhold til Cirkel-Skaaret $i h e$, som $b c$ til den tredie proportionale Linie $c d$ (§. 107.): Da nu $b c$ forholder sig til $c d$, som 21 til 6, efter Operationen; saa haver og det hele Cirkel-Skaar $a b c$ samme Forhold til Cirkel-Skaaret $i h e$, som 21 til 6. Ligeledes bliver det beviist, at det hele Cirkel-Skaar $a b c$ forholder sig til Cirkel-Skaaret $l k c$, som 21 til 13; og folgelig staaer Cirkel-Skaaret $i h e$, Ring-Stykket $l k h i$, og Ring-Stykket $a b k l$ udi denne Proportion 6, 7, og 8: Det er, saa mange gange, som Cirkel-Skaaret $i h e$ indeholder 6 Kvadrat-Fodder, indbefattes 7 Kvadrat-Fodder udi Ring-Stykket $l k h i$, og 8 Kvadrat-Fodder udi Ring-Stykket $a b k l$; og altsaa maa følge, at CAJUS tilhører Cirkel-Skaaret $i h e$, TITUS Ring-Stykket $l k h i$, og SEMPRONIUS Ring-Stykket $a b k l$.

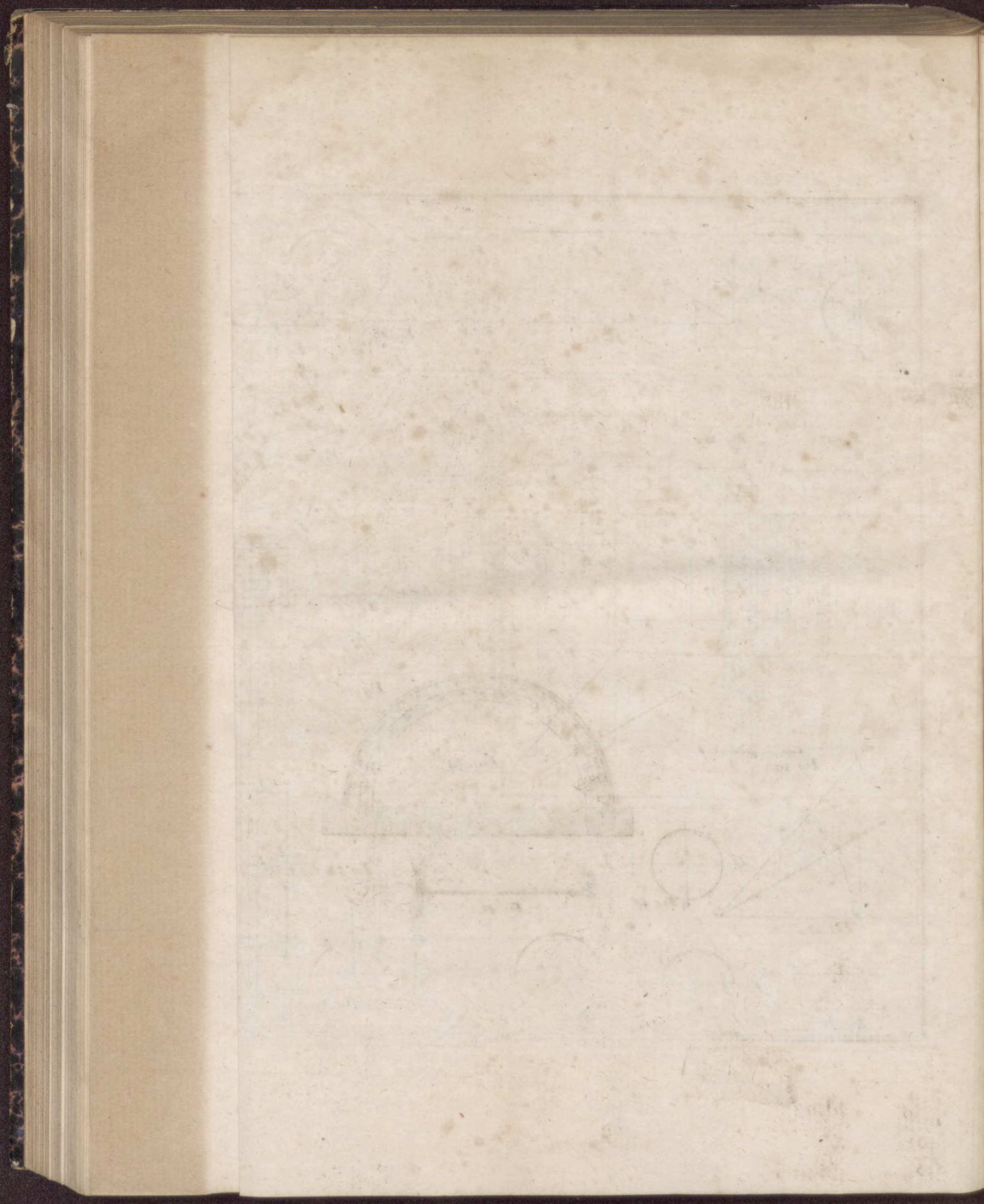
§. 200.

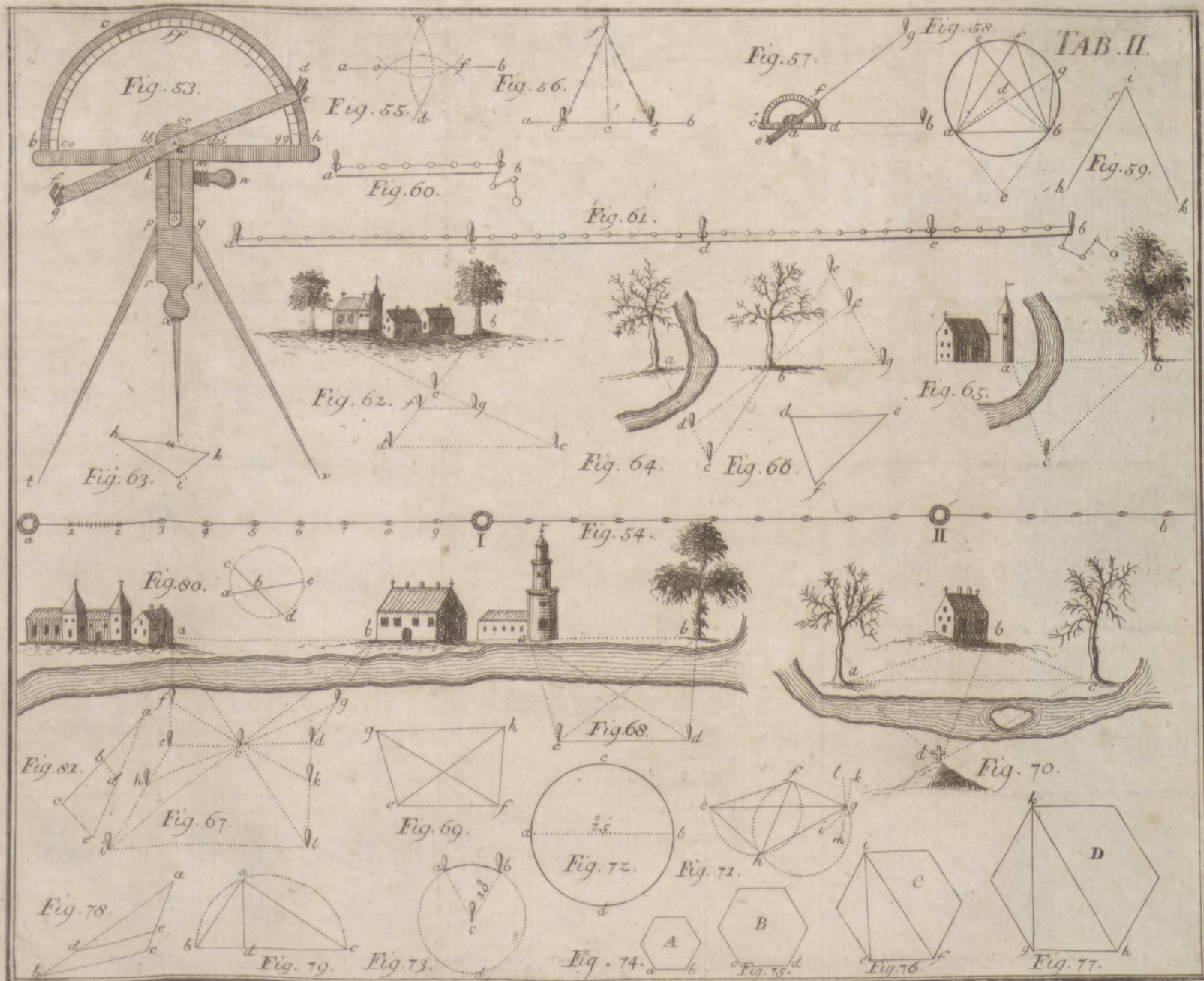
Vil Slutning vil jeg melde dette, at alle krumlinede Figurer paa Marken, hvis Omkredser afviger fra Cirkel-Buer, kan inddeles baade efter geometriske og arithmetiske Maader, saavel udi en vis given Proportion, som i et
vist

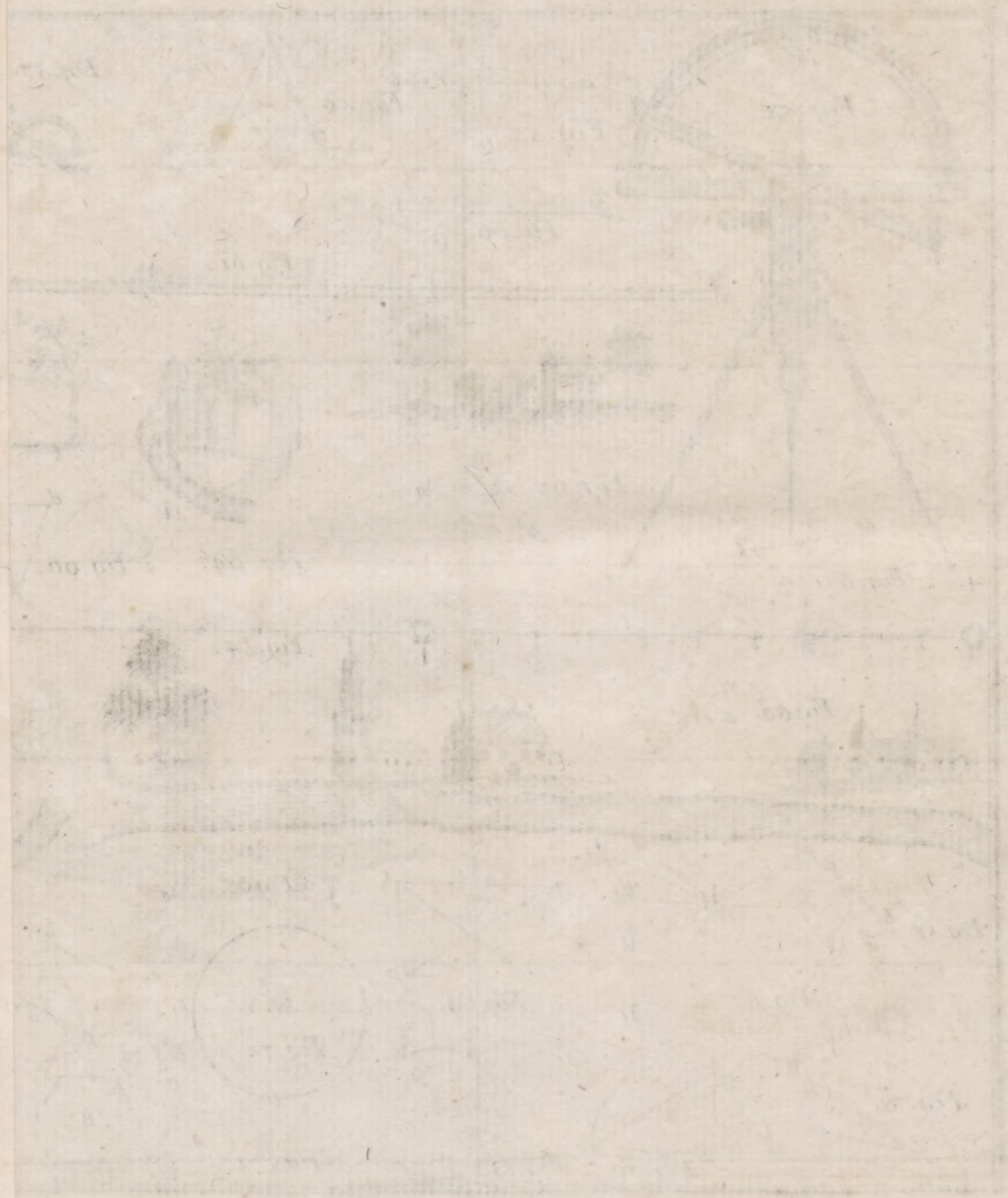
vist Antal lige store Parter, efter de selv samme Maader, som udi §. 194. og 195. er anført; thi alle saadanne krumslinede Figurer kan uden merkelig Besvær antages, som mange kantede irregulære retslinede Figurer, som jeg og tilførn, baade udi det syvende Capitel (§. 147.), og udi det ottende Capitel (§. 178.) haver erindret; og dermed vil jeg ende denne Tractat angaaende Land-Maalning.

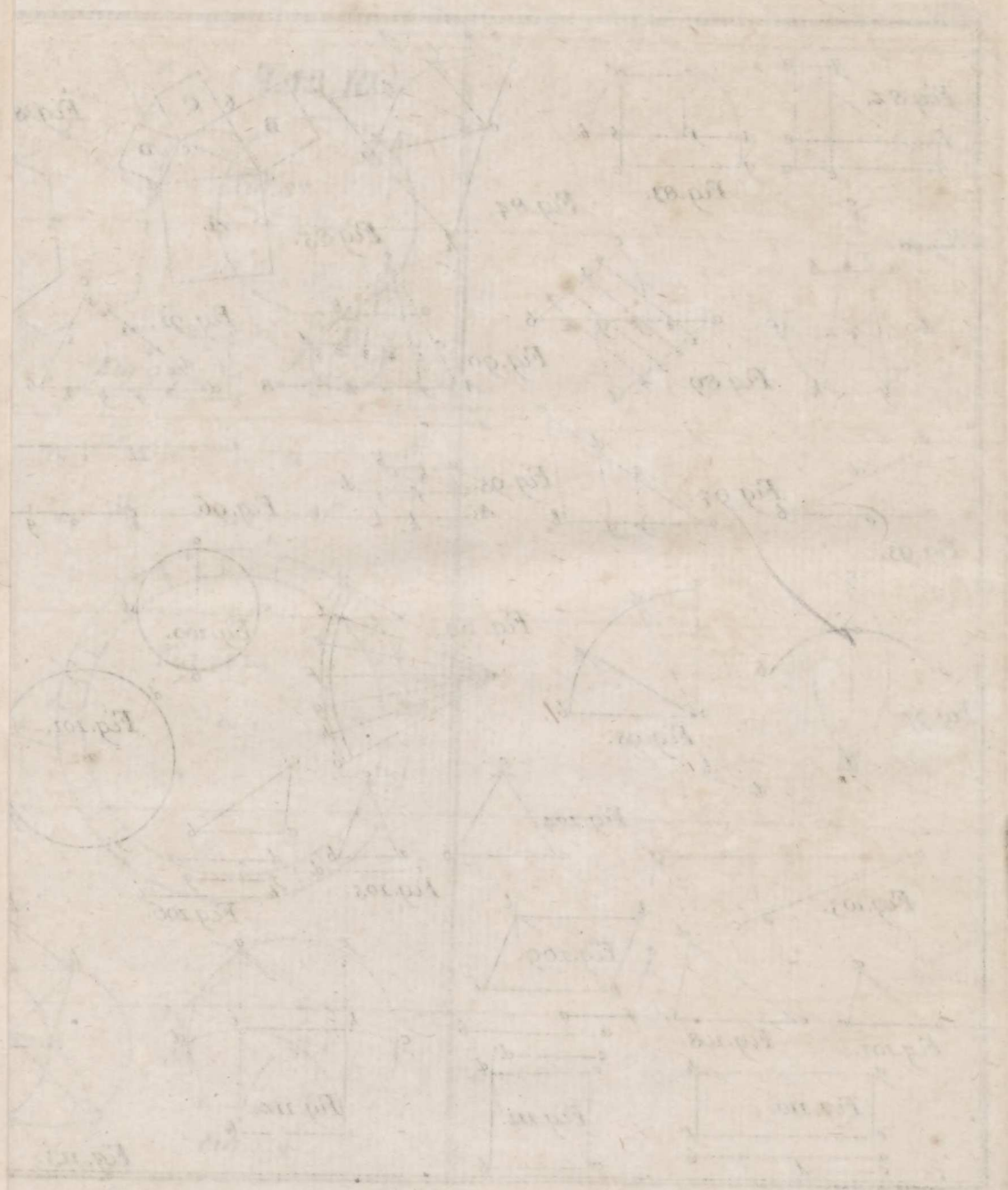












TAB. IV.



Fig. 115.

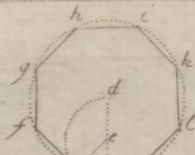


Fig. 116.



Fig. 117.

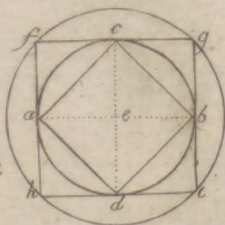


Fig. 118.

Fig. 119.

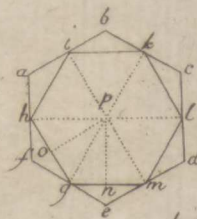


Fig. 120.

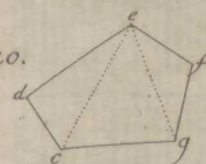


Fig. 121.

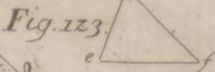


Fig. 124.

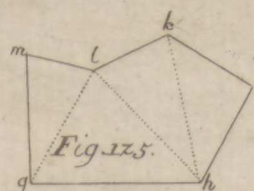


Fig. 127.

Fig. 128.

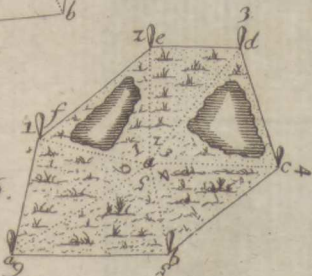


Fig. 130.

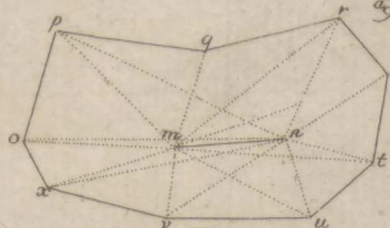


Fig. 132.

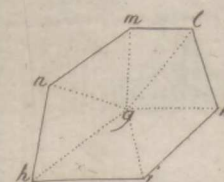


Fig. 134.

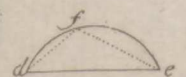


Fig. 136.

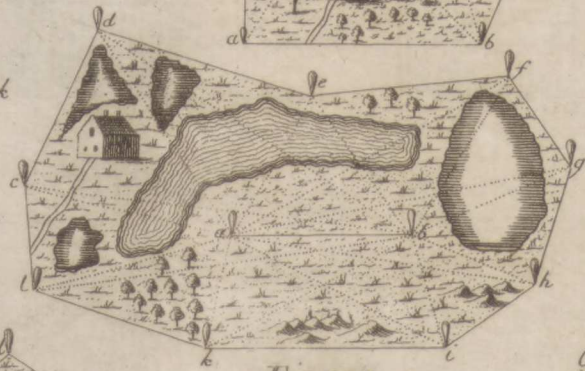


Fig. 138.

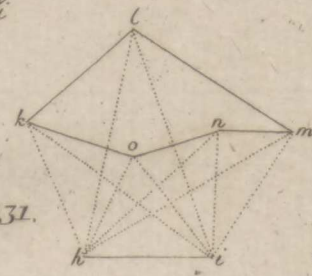


Fig. 140.



Fig. 142.

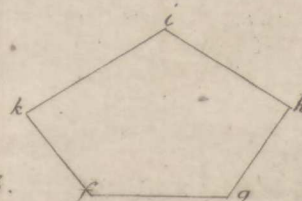


Fig. 144.

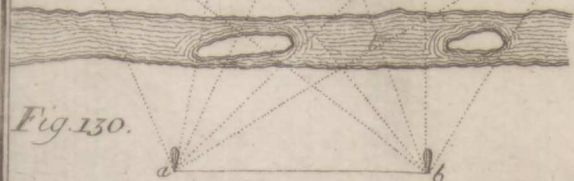


Fig. 146.

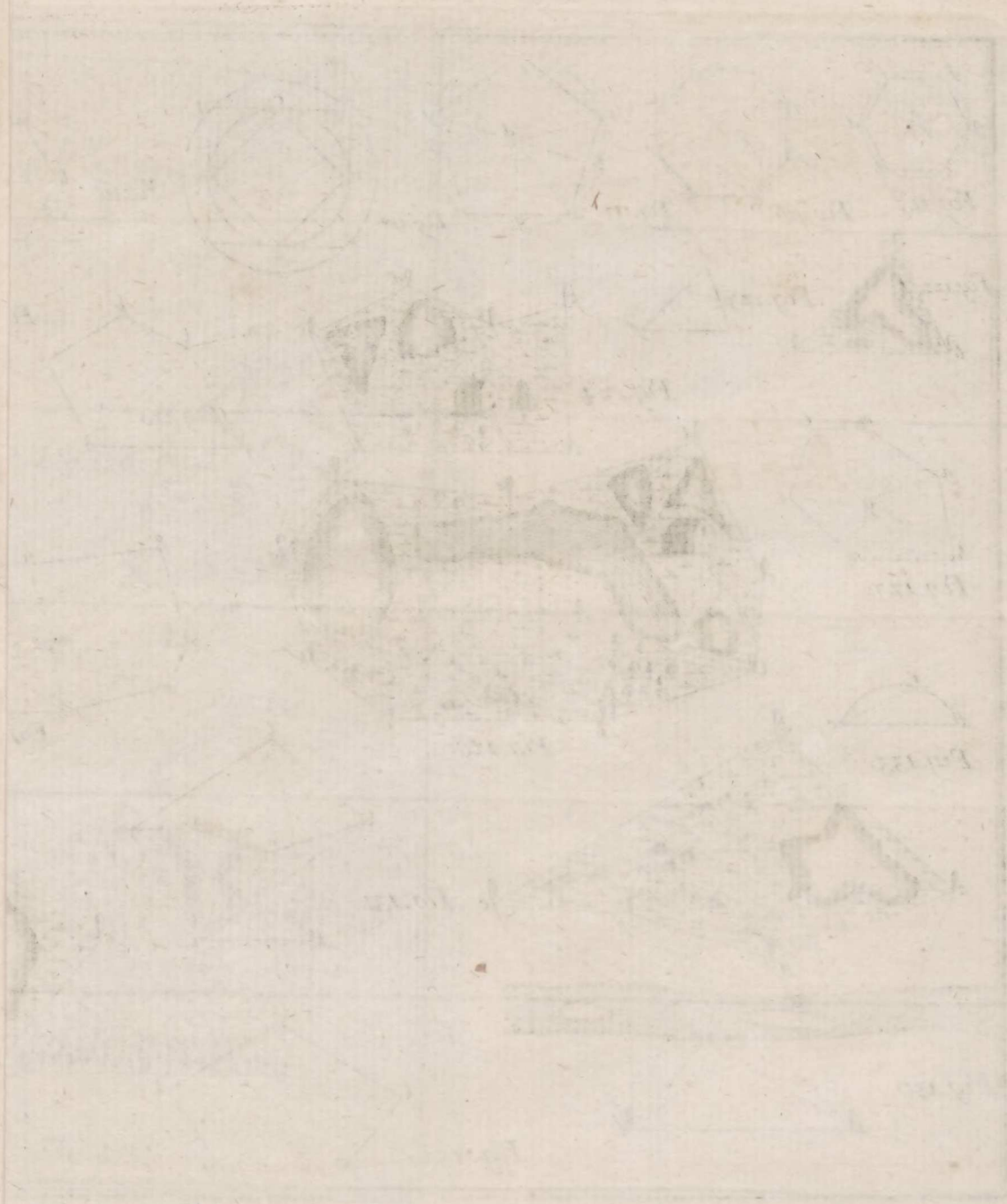


Fig. 136.

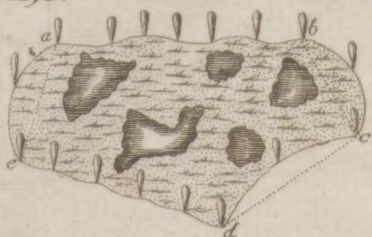


Fig. 137.



Fig. 138.

Fig. 139.

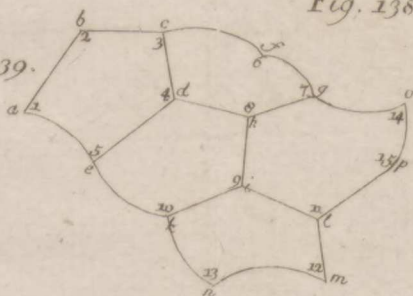


Fig. 141.

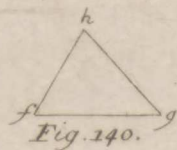
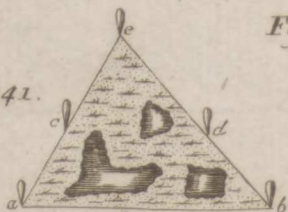


Fig. 140.

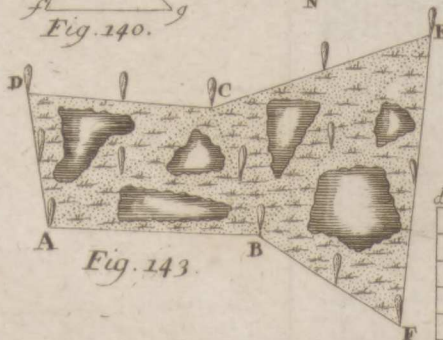


Fig. 143.

Fig. 142.

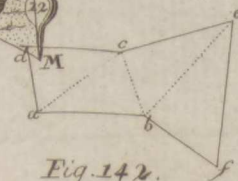


Fig. 144.

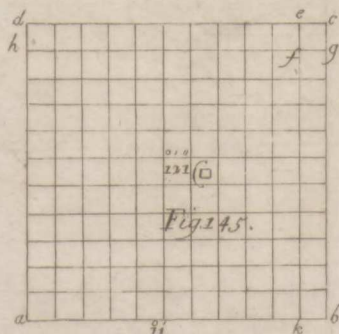
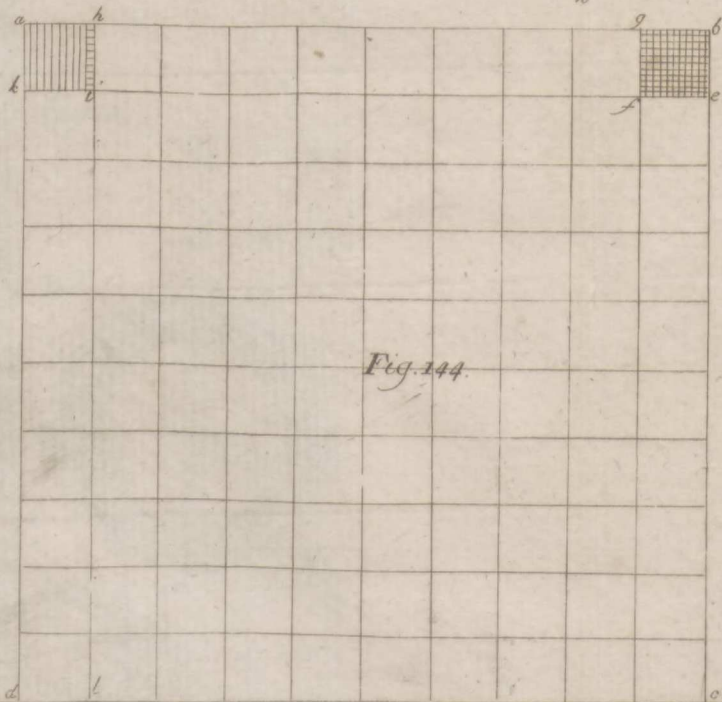


Fig. 145.

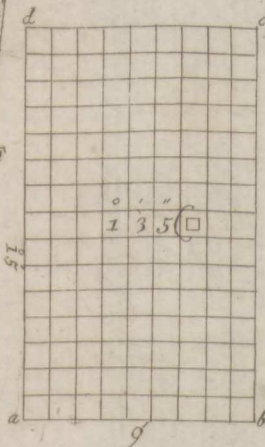
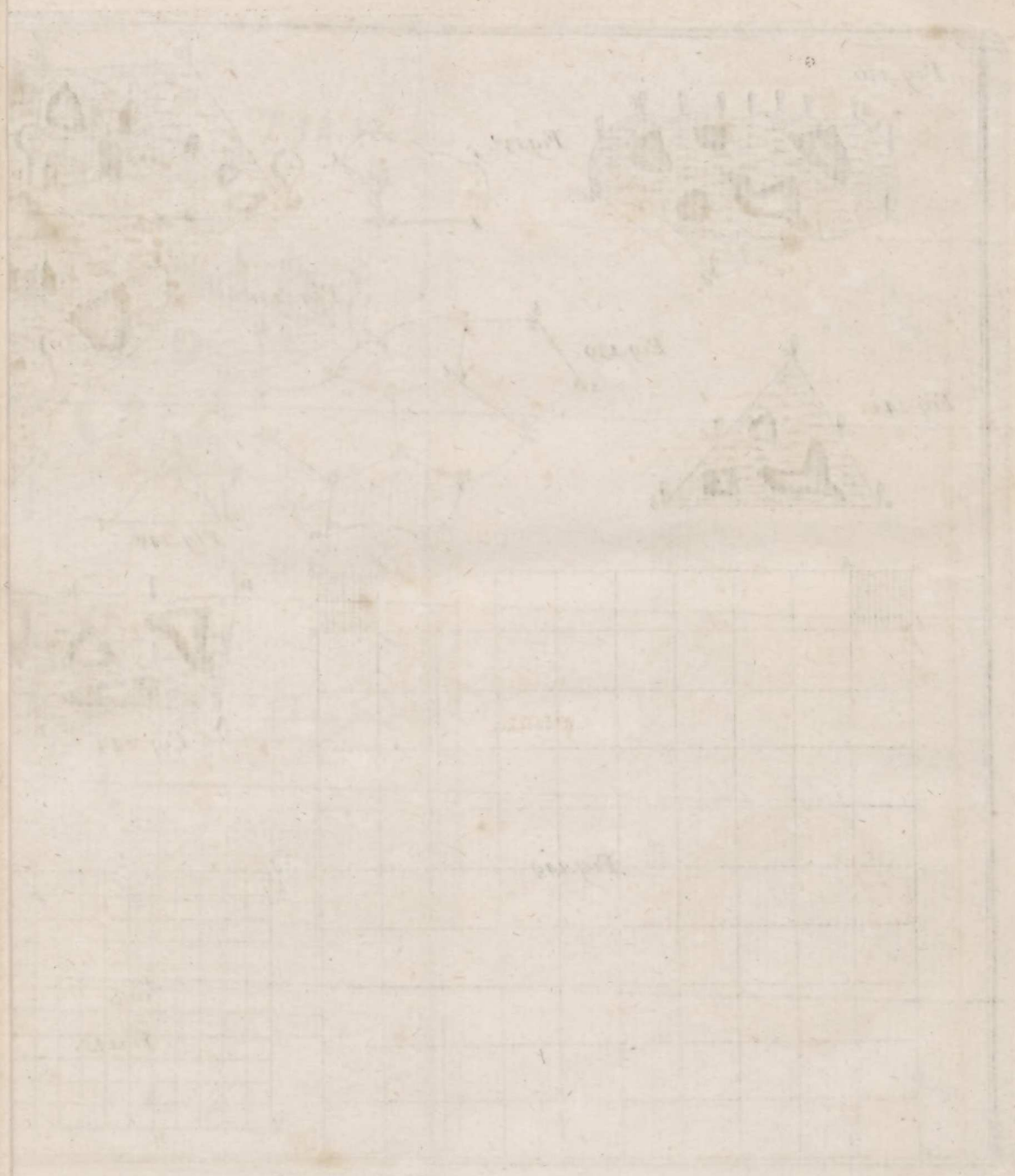


Fig. 146.

TAB. V.





TAB. VI.

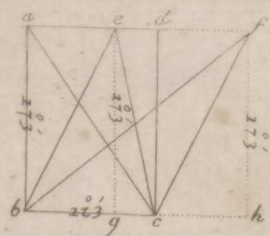


Fig. 147.

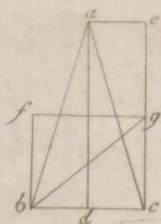


Fig. 148.

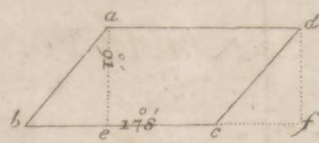


Fig. 149.

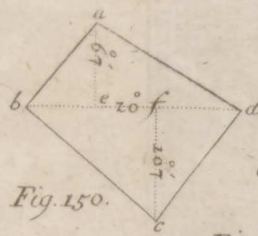


Fig. 150.

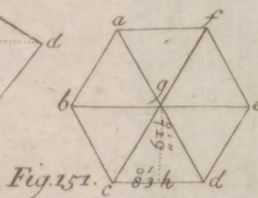


Fig. 151.

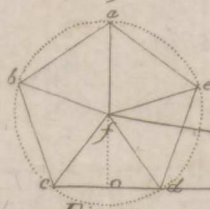


Fig. 152.

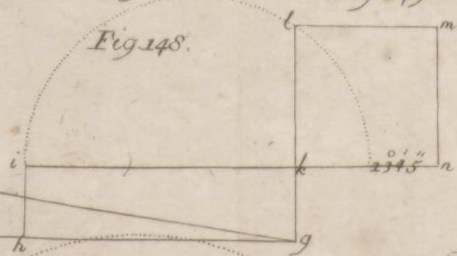


Fig. 153.

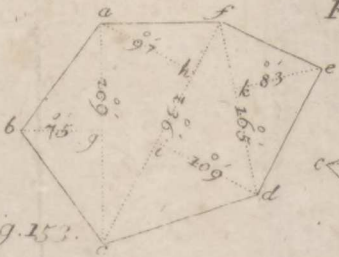


Fig. 154.

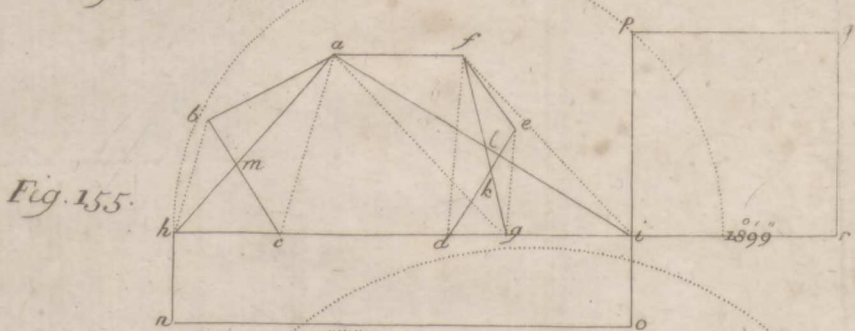


Fig. 155.

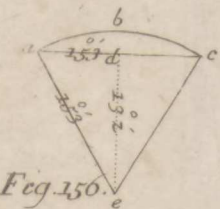


Fig. 156.

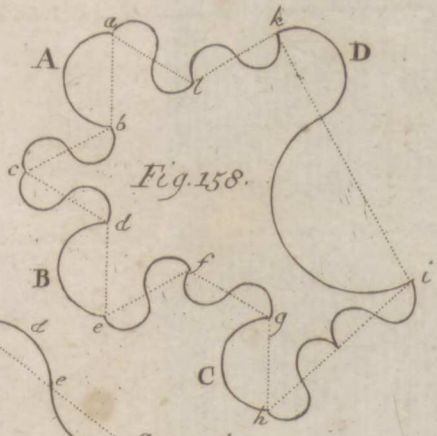


Fig. 158.

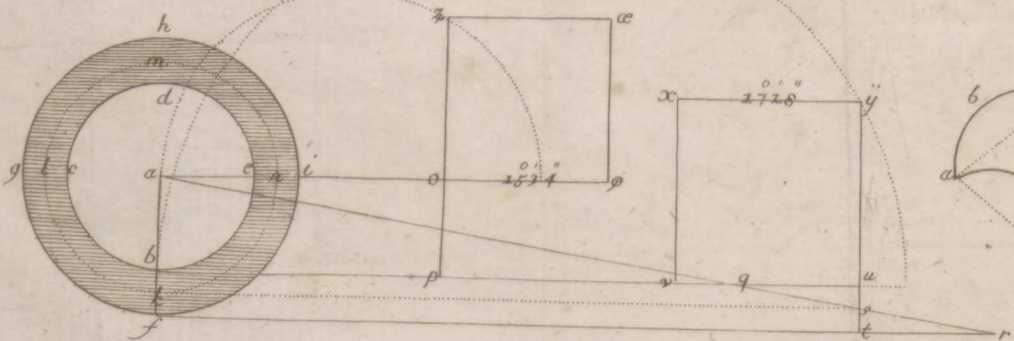
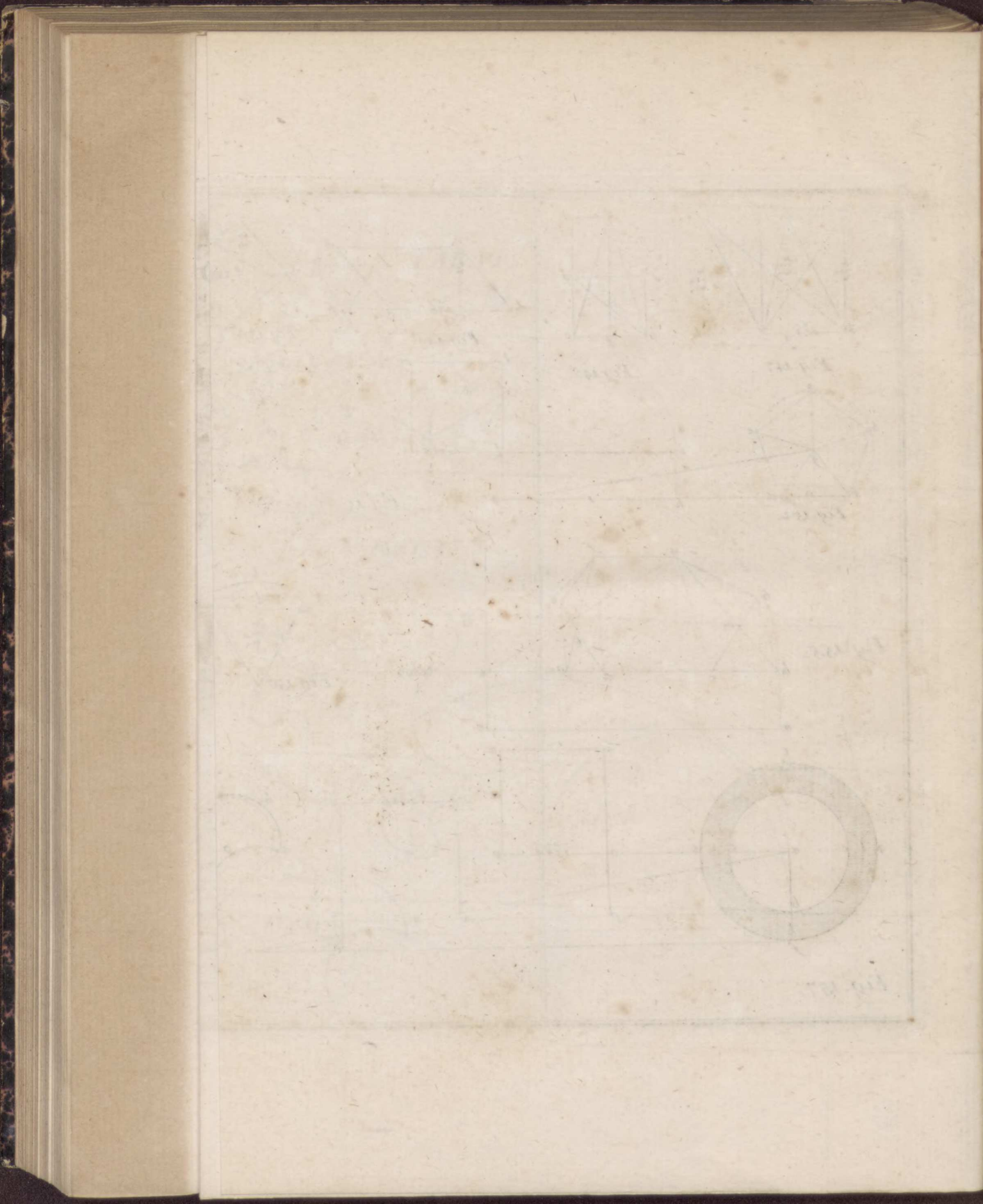


Fig. 157.



Fig. 159.



TAB. VII.

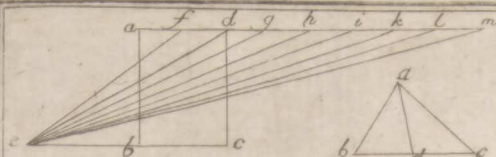


Fig. 160.

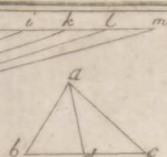


Fig. 161.

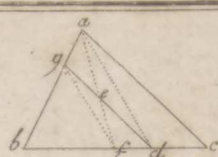


Fig. 162.

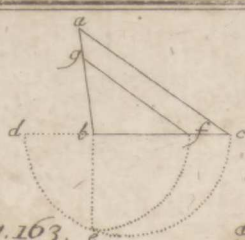


Fig. 163.

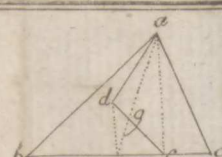


Fig. 164.

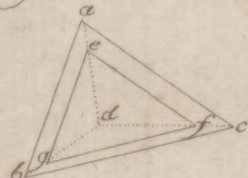


Fig. 165.

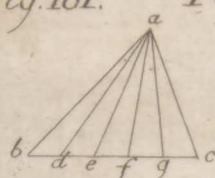


Fig. 166.

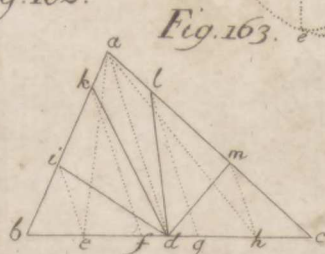


Fig. 167.

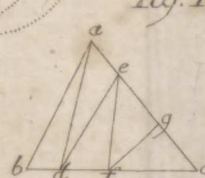


Fig. 168.

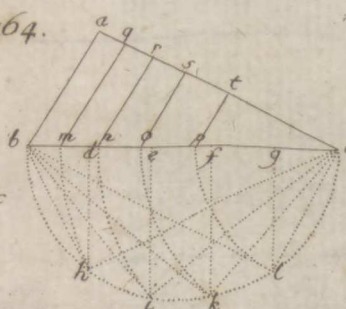


Fig. 169.

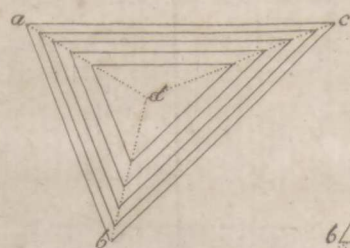


Fig. 170.

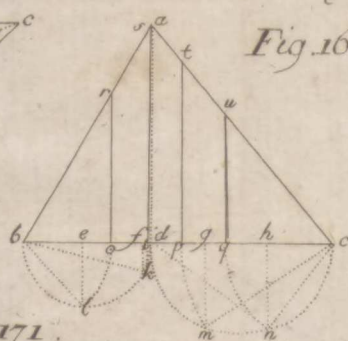


Fig. 171.

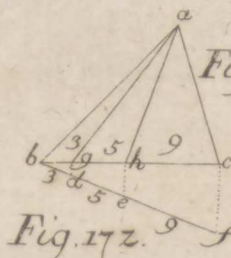


Fig. 172.

Fig. 173.

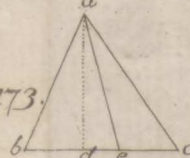


Fig. 174.

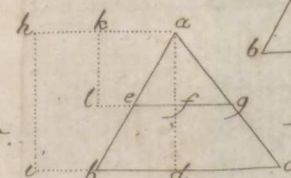


Fig. 175.

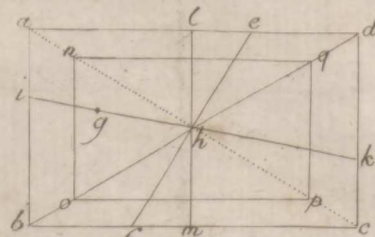


Fig. 176.

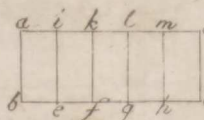


Fig. 177.

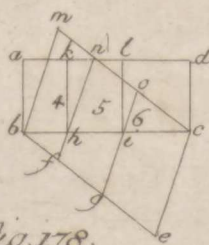


Fig. 178.

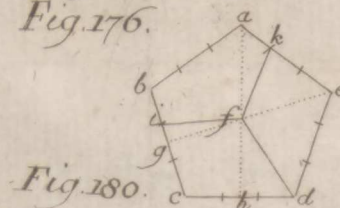


Fig. 180.

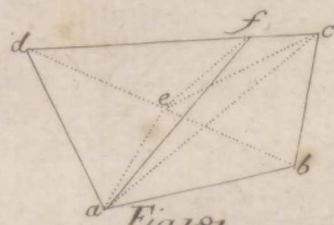
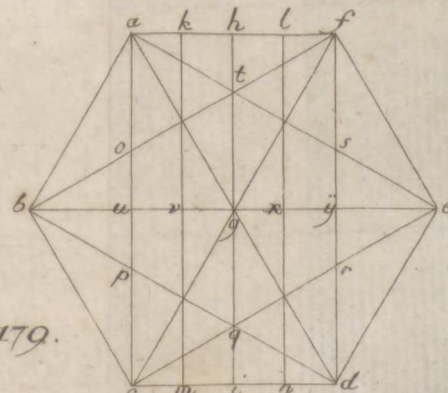
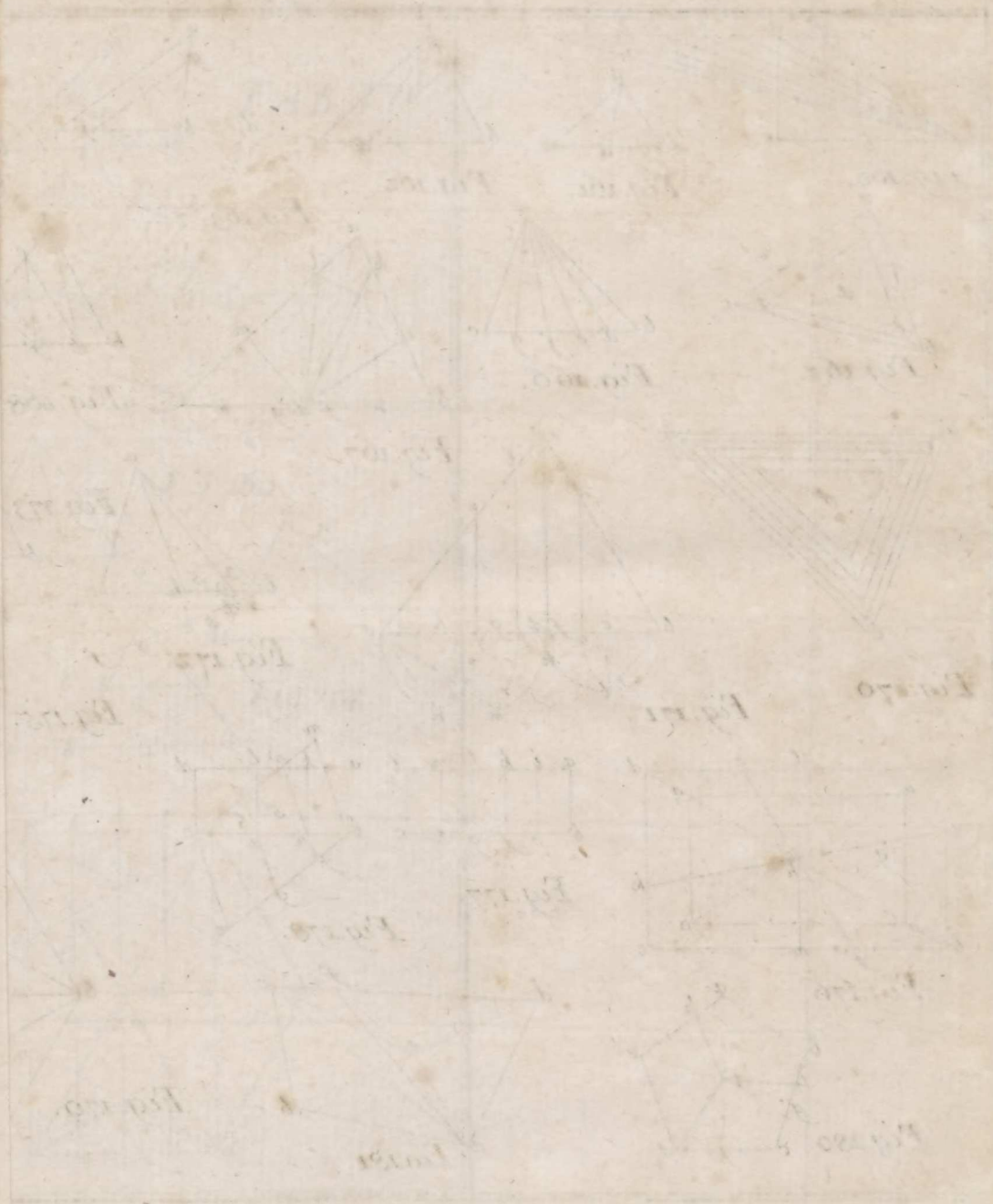


Fig. 181.

Fig. 179.





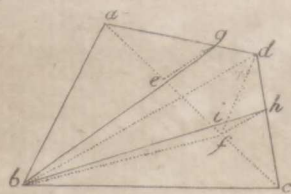


Fig. 182.

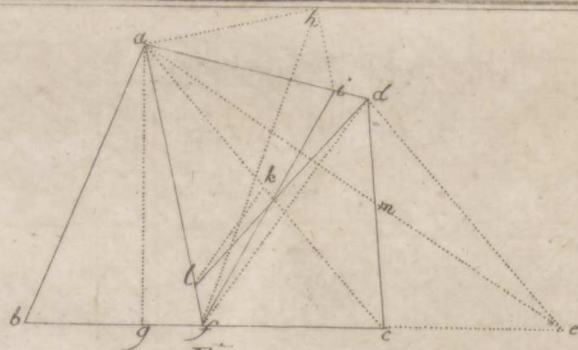


Fig. 183.

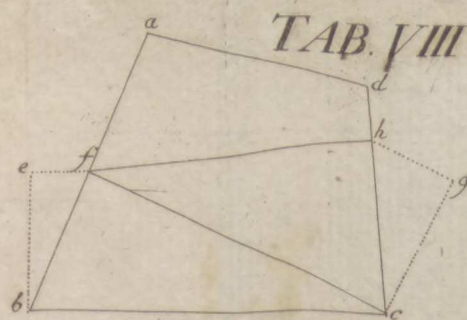


Fig. 184.

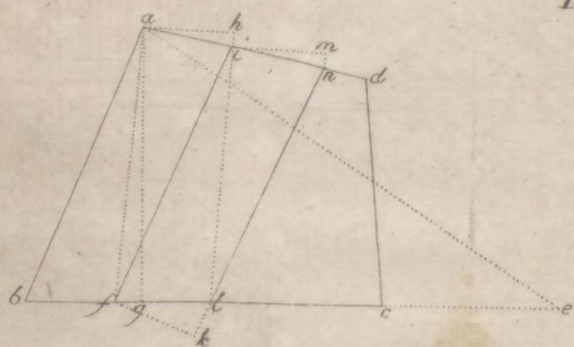


Fig. 185.

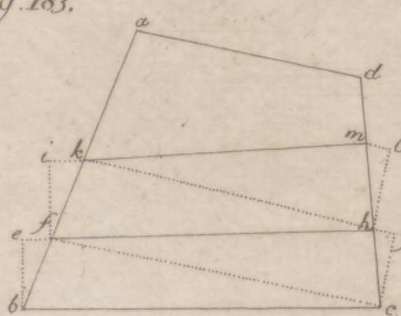


Fig. 186.

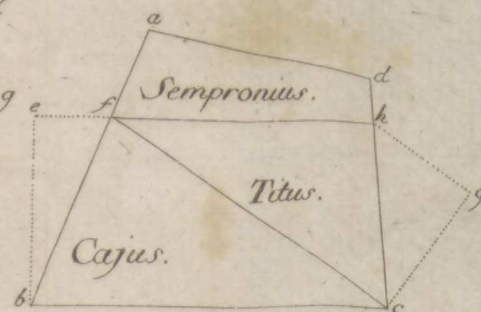


Fig. 188.

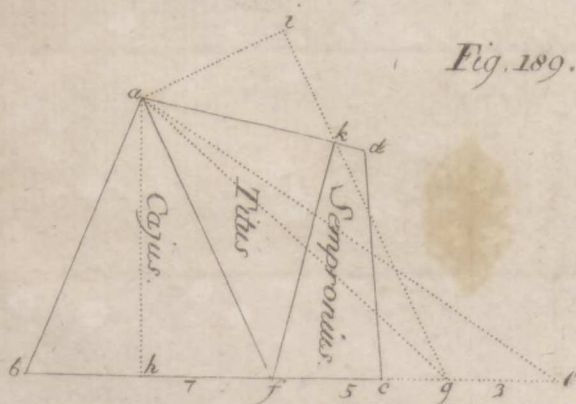


Fig. 187.

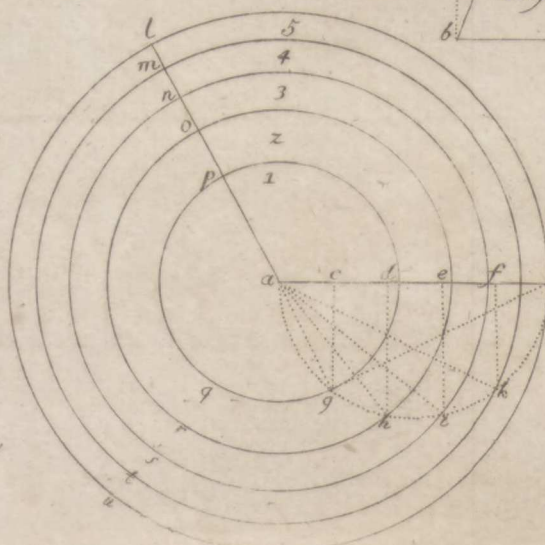


Fig. 189.

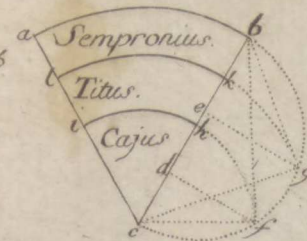


Fig. 190.

TAB. VIII.

TAB. IX.

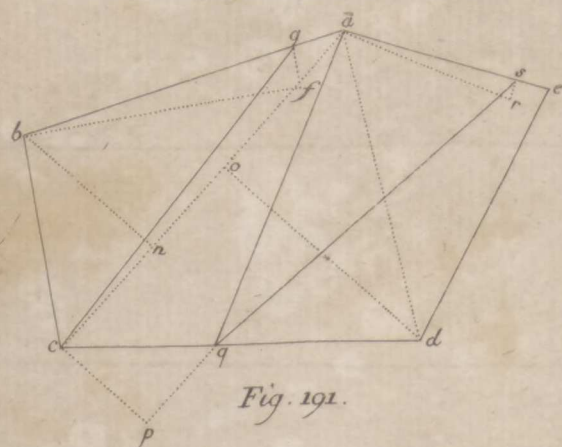


Fig. 191.

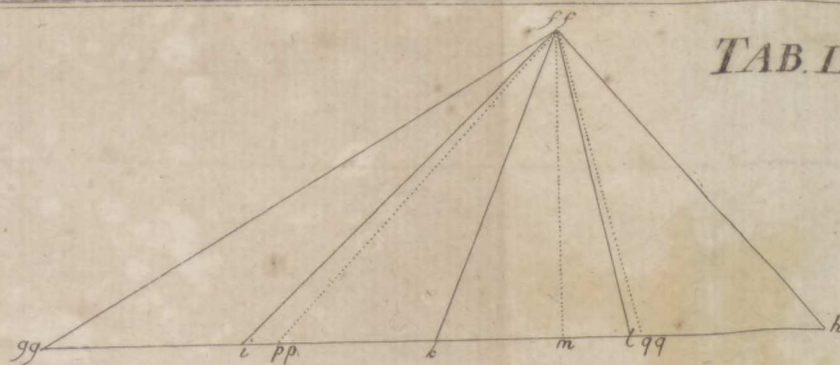


Fig. 192.

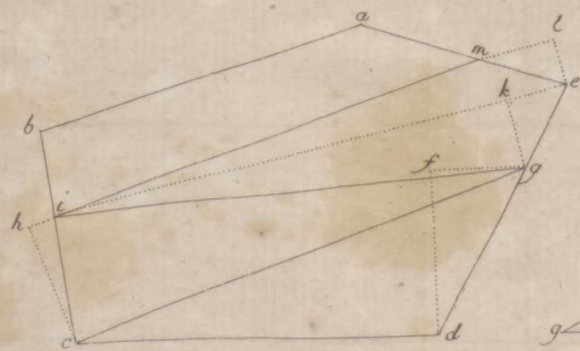


Fig. 193.

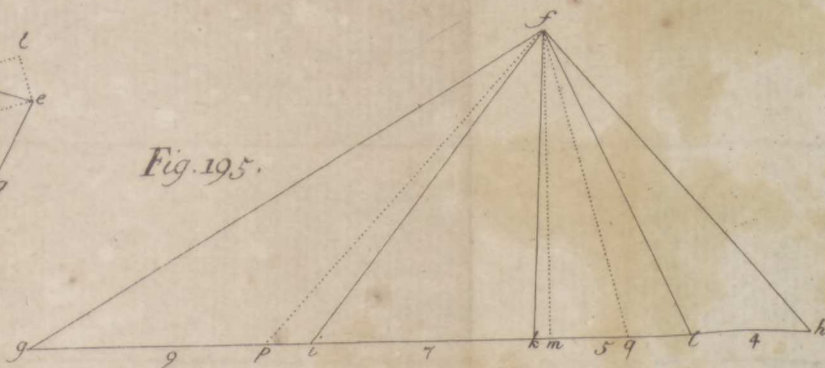


Fig. 195.

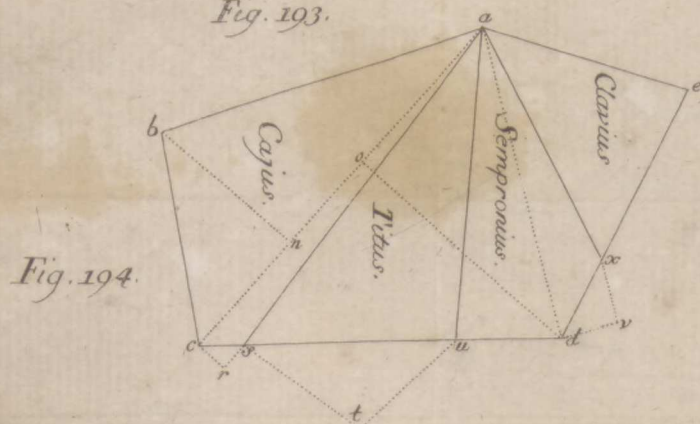


Fig. 194.

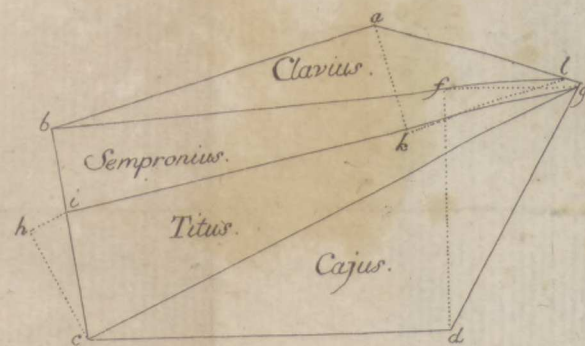
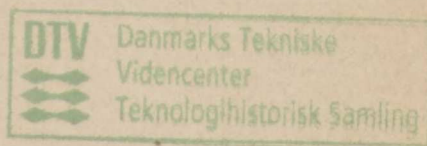


Fig. 196.



TB
528.4
FET

461097

DTV



300189488



1764

