DTU Bibliotek

Denne fil er downloadet fra

Danmarks Tekniske Kulturarv

www.tekniskkulturarv.dk

Danmarks Tekniske Kulturarv drives af DTU Bibliotek og indeholder scannede bøger og fotografier fra bibliotekets historiske samling.

Rettigheder

Du kan læse mere om, hvordan du må bruge filen, på *www.tekniskkulturarv.dk/about*

Er du i tvivl om brug af værker, bøger, fotografier og tekster fra siden, er du velkommen til at sende en mail til *tekniskkulturarv@dtu.dk*

A. Ostenfeld.

Grafisk Statiks Anvendelse

paa de

simpleste Brokonstruktioner.

INDUSTRI-
FORENINGEN.

3598.
73
5319:25

TB Gl.
624.021 Ost

DANMARKS
TEKNISKE BIBLIOTEK
Ex. 2

[illegible]

14-32.

GRAFISK STATIKS ANVENDELSE

PAA

DE SIMPLESTE BROKONSTRUKTIONER

AF

A. OSTENFELD
Cand. polyt., Assistent i Vej- og Vandbygningsfagene
ved polyteknisk Læreanstalt.

KØBENHAVN
JUL. GJELLERUPS FORLAG
FR. BAGGES BOGTRYKKERI
1891

INDUSTRI-
FORENINGEN.

Af en Fejltagelse er for Statsbaneanlægenes Lokomotiype Fig. 3 (ogsaa anvendt i Exemplet § 18) angivet 1,5 m. som den indbyrdes Afstand mellem de tre Lokomotivaxler; denne Afstand er 1,3 m.

Hovedformaalet med denne lille Bog har været at udbrede Kjendskab til den grafiske Statiks Anvendelighed til Konstruktion af simpelt understøttede Brodragere. Der er især én Egenskab, som her viser den grafiske Methodes Fortrin, det nemlig, at den tillader uden nogen væsentlig Forøgelse af Arbejdet at regne med de virkelig forekommende Hjultryk, hvilket vilde give et uforholdsmæssigt Arbejde, hvis man gik Beregningens Vej. Der er derfor lagt særlig Vægt herpaa.

Et andet Punkt, som er behandlet temmelig vidtløftigt i Forhold til Bogens Omfang, er Tværbjælkernes Indflydelse. Dette er sket, uagtet Spørgsmaalet selv jo ikke har saa overmaade stor praktisk Betydning, fordi man ved den grafiske Methodes Anvendelse nødvendig bliver stillet overfor det. Regner man i Stedet for at tegne, bliver der ligesom dækket noget mere over Vanskeligheden, idet man fordeler Belastningen paa Knudepunkterne.

Der er stadig taget Hensyn til Bestemmelsen ogsaa af Minimumsspændingerne, hvis man nemlig ved Dimensionsbestemmelsen vil benytte sig af en eller anden af de paa de Wøhlerske Forsøg byggede Formler.

Ved Udarbejdelsen er navnlig benyttet: Tetmajer: „Die äussern und innern Kräfte an statisch bestimmten

Brücken- und Dachstuhlconstructionen", men paa adskillige Punkter ere Undersøgelserne førte betydelig videre end dér. Foruden denne er der paa flere Punkter gjort Brug af Bauschinger: „Elemente der grafischen Statik", Culman's: „grafische Statik" og Winklers: „Theorie der Brücken". Undersøgelserne i §§ 10 og 14 har jeg ikke set noget Sted, om end Resultaterne, i al Fald for den sidstes Vedkommende, ere bekjendte nok.

Som bekjendte forudsættes de almindelige Sætninger om Tovpolygoner til plane Kraftsystemer samt Konstruktionen af Diagrammer for leddede Systemer.

1. Ved Dimensionsbestemmelsen af en simpelt understøttet Bjælke paavirket af lodrette Kræfter er den almindelige Methode jo, at man lægger Snit i Bjælken og sætter de Modstande, som Tværsnittet skal kunne yde, lig de ydre Kræfters Virkning paa Tværsnittet. Man maa altsaa først kjende de ydre Kræfters Virkning paa alle de enkelte Tværsnit; det er Bestemmelsen af denne, der skal behandles i det følgende. Denne Bestemmelse er fuldført, naar man kjender Resultanten af de ydre Kræfter paa det mellem Snittet og den ene Ende af Bjælken afskaarne Stykke. „Transversalkraften" for Snittet, i Størrelse og Beliggenhed; man kjender da ogsaa Momentet af de samme ydre Kræfter med Hensyn til Snittet (lig Transversalkraftens Moment).

I det følgende skal stadig det til venstre for Snittet liggende Stykke tænkes borttaget. Kræfterne skulle regnes positive nedad, Momenterne positive i den sædvanlige Omløbsretning. —

I. Hvilende Belastning.

2. **Bjælken er belastet med enkelte Kræfter.** Fig. 1.

Ved Hjælp af Kraft- og Tovpolygon bestemmes først Reaktionerne A og B, idet Slutlinien ab og den dermed parallele Straale i Kraftpolygonen trækkes.

Transversalkraften Q for Snittet x er Resultanten af A og P_1; dens Størrelse er altsaa $= \div A + P_1$, og man ser, at Størrelsen almindelig faas ved i Kraftpolygonen at trække Straaler parallele med de i Snittet liggende Tovpolygonsider; disse Straaler afskjære da paa Kraftlinien Stykket Q. Den ene af de nævnte Tovpolygonsider er altid Slutlinien. Idet Snitstedet varierer, vil altsaa kun den med den anden Tovpolygonside parallele Straale variere, og man ser, at Q bliver negativ, naar denne ligger over den med Slutlinien parallele, positiv, naar den ligger nedenunder.

Q's Angrebspunkt er Skjæringspunktet q for Tovpolygonsiderne før A (Slutlinien) og efter P_1, altsaa for de overskaarne Tovpolygonsider.

De ydre Kræfters Moment med Hensyn til x er, som bekjendt, proportionalt med det paa Verticalen gjennem x afskaarne Stykke mellem de i Snittet liggende Tovpolygonsider. Dette Stykke, maalt paa Kraftmaalestokken, skal for at give Momentet selv multipliceres med Poldistancen h maalt paa Længdemaalestokken, eller det skal maales paa en særlig Momentmaalestok, hvis Enheder ere $\frac{1}{h}$ af Kraftmaalestokkens.

Varierer Snitstedet, faar man de „reducerede" Momenter for hvert Punkt afskaarne paa Verticalen derigjennem indeni den lukkede Tovpolygon. Maximalmomentet maa selvfølgelig findes over en af Vinkelspidserne i Tovpolygonen, altsaa i Angrebspunktet for en af Kræfterne.

Vil man have en lignende Fremstilling af Transversalkræfternes Variation med Snittet, som Tovpolygonen giver for Momenternes Vedkommende, kan man fra en med AB parallel Axe afsætte det fundne Q som Ordinat. Man faar derved, som bekjendt, en aftrappet Linie med Trinene parallele med AB. (ikke vist i Fig.).

3. Ensformig fordelt Belastning. Fig. 2.

I dette Tilfælde bliver Tovpolygonen, som bekjendt, en Parabel med Pil $cc' = \frac{1}{8} pl^2$, idet p er Belastningen pr. Længdeenhed af Længden $l = AB$.

Tænkes den ensformig fordelte Belastning erstattet af enkelte Kræfter, hvoraf hver virker i Tyngdepunktet for den Del af Belastningen (ikke nødvendig lige store Dele), som den træder i Stedet for, saa vil den til disse Kræfter svarende Tovpolygon røre Parablen i Punkter lodret under Delingspunkterne for Belastningen. I Fig. 2 er Belastningen delt i 4 ligestore Dele, og den til disse 4 Kræfter svarende Tovpolygon er tegnet. Rigtigheden af Sætningen ovenfor indses let, idet det bemærkes, at f. Ex. Kraften P_1 som Resultant af Kræfterne paa Stykket AD gaar gjennem Skjæringspunktet for Tovpolygonsiderne før den første og efter den sidste af de paa AD jævnt fordelte uendelig smaa Kræfter; Tovpolygonsiderne ere imidlertid her blevne til Parablens Tangenter.

Denne Omstændighed kan bruges til at konstruere Punkter af Parablen i givne Verticaler, f. Ex. Punktet lodret under D: man halverer AD og DB; lodrette Linier gjennem Halveringspunkterne skjære ac" og bc" i Punkter, hvis Forbindelseslinie er Tangenten i det søgte Punkt. Tangenterne ac" og bc" faas ved $c'c'' = cc'$.

Det reducerede Moment i Snittet x maales lodret derunder mellem Parablen og Slutlinien ab. Punktet af Parablen under x er konstrueret som ovenfor forklaret. Derved haves tillige Tangenten i dette Punkt, og den skjærer ab i Angrebspunktet for Transversalkraften Q_x; dennes Størrelse findes i Kraftpolygonen ved en (stiplet) Straale parallel med den omtalte Tangent.

Transversalkræfterne fremstilles forøvrigt, som bekjendt, ved Ordinaterne til en ret Linie, der afskjærer Stykkerne $\pm \frac{1}{2} pl$ paa Verticalerne gjennem Understøtnings-

punkterne. – Havde Belastningen ikke været fordelt ensformig, men dog efter en kontinuerlig Belastningskurve, vilde Tovpolygonen være bleven en eller anden Kurve, hvoraf man kunde konstruere Punkter og Tangenter ved ligesom ovenfor at dele Bjælken i et vist Antal Dele og erstatte Belastningen paa hver Del ved en enkelt Kraft.

Det Punkt, hvori Maximalmomentet virker, faas ved at trække en Tangent til „Tovkurven" parallel med Slutlinien. For dette Punkt vil Transversalkraften være lig 0 og dens Angrebspunkt uendelig fjernt; man ser, at denne Egenskab almindelig vil være knyttet til Maximalmomenttværsnittet.

4. Baade ensformig fordelt Belastning og enkelte Kræfter.

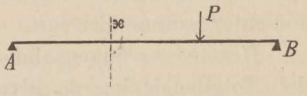
Ifølge det foregaaende konstrueres først Momenter og Transversalkræfter hidrørende fra hver enkelt Belastningsart. De resulterende Momenter og Transversalkræfter ere da ligefrem Summerne af disse. Momenterne adderes lettest ved at anbringe Tovpolygonerne med fælles Slutlinie, men liggende til forskjellige Sider af denne, hvilken Stilling let skaffes til Veje ved Benyttelsen af den bekjendte Sætning om Indflydelsen paa Tovpolygonen af Polens Flytning. Transversalkræfterne fremstilles her ved en skraat aftrappet Linie, hvis Trin ere parallele med den Linie, der fremstiller dem for ensformig Belastning alene.

II. Bevægelig Belastning.

5. De til Belastningens enkelte Stillinger svarende Momenter og Transversalkræfter konstrueres ifølge det foregaaende. Her skal det derimod vises, hvorledes man

kan finde de af en saadan Belastning i hvert Tværsnit fremkaldte største (og mindste) Momenter og Transversalkræfter, som have Interesse ved Dimensionsbestemmelsen, og først skal da undersøges, hvilken Stilling Belastningen maa indtage for at give Maximum af Paavirkning.

Transversalkræfterne: En Kraft P er tænkt anbragt tilhøjre for Snittet x. Den derved frembragte Transversalkraft i Snittet er negativ og lig Reaktionen A i Størrelse og Beliggenhed. Jo nærmere P rykker hen mod Snittet, des større bliver A, altsaa Transversalkraften, og denne naar sit negative Maximum, naar P befinder sig over Snittet x.



Rykker P videre mod Venstre, bliver Transversalkraften $= \div A + P = + B$, altaa positiv og lig Reaktionen B i Størrelse og Beliggenhed, og man ser, at for P virkende tilvenstre for Snittet naar Transversalkraften sit positive Maximum, idet P er over Snittet.

Man slutter heraf, at enhver tilvenstre for Snittet anbragt Kraft frembringer en negativ Transversalkraft, altsaa at dennes negative Maximum faas, naar Stykket tilvenstre for Snittet er totalt belastet og den tungeste Last befinder sig over Snittet. Omvendt for de positive Transversalkræfter.

For ensformig fordelt Belastning er Sagen hermed afgjort. Bestaar Belastningen derimod af enkelte Kræfter, f. Ex. Hjultrykkene fra et Jærnbanetog, ja, saa faar man ganske vist i Almindelighed den største Transversalkraft, naar Toget fra den ene Side er rykket saa langt frem, at det første Hjul staar over det betragtede Snit, men det kan hænde, hvis det første Hjultryk er betydelig mindre end det andet, at Toget skal rykke frem, indtil det andet Hjul befinder sig over Tværsnittet. Det første Hjul vil da virke i modsat Retning af alle de andre,

men denne Virkning kan opvejes ved, at det tungere 2det Hjul kommer længere frem. — Dette Spørgsmaal skulle vi senere komme tilbage til.

Momenterne: hvad disse angaar, er det klart, at enhver ny Kraft, der virker paa Bjælken, hvor den saa end virker, vil give en Tilvæxt til Momenterne i alle Tværsnit; da Bjælken er simpelt understøttet, faa alle Momenter samme Fortegn.

Hermed er Sagen afgjort for ensformig Belastning, idet Totalbelastning da giver Maximalmomentet i alle Tværsnit. For Belastning med enkelte Kræfter ville Maximalmomenterne naturligvis ogsaa faas ved Totalbelastning, men her kan baade være Tale om forskjellige Stillinger af Totalbelastningen og om forskjellige Totalbelastninger; det er saaledes ikke paa Forhaand afgjort, om det just er den største Totalbelastning (d. v. s. det Tilfælde, hvor den størst mulige Vægt er stillet paa Bjælken), der giver Maximalmomenterne i de forskjellige Tværsnit. Dette skal nærmere undersøges nedenfor; her skal blot endnu tilføjes, at for at Maximalmomentet skal fremkomme i et bestemt Tværsnit, maa de tungeste Hjul befinde sig saa nær ved dette som muligt. Idet nemlig en enkelt Kraft bevæger sig hen over Bjælken, saa vi ovenfor, at Transversalkraften bliver størst, naar Kraften befinder sig over Snittet, og da Transversalkraftens Beliggenhed falder sammen med en af Reaktionernes, saa den altsaa har konstant Afstand fra det betragtede Tværsnit, bliver ogsaa dens Moment størst, naar den bevægelige Kraft befinder sig over Tværsnittet. Senere vil det vise sig, at der altid maa befinde sig et Hjul over Tværsnittet, for at Momentet der skal naa sit Maximum. Dette er ikke nogen nødvendig Følge af det allerede viste; thi skjønt ganske vist et Hjultryk vil give et desto større Moment, jo nærmere det er Tværsnittet, kunde det dog være, at Momentsummen fra alle

Hjultryk aftog, naar et eller andet Hjul nærmedes mod Tværsnittet, idet andre Hjul da fjerne sig derfra.

6. Konstruktion af Maximalmomenterne.

For ensformig fordelt Belastning konstrueres Maximalmomenterne efter § 3.

Ved Behandlingen af enkelte Kræfter skal der i det følgende kun tænkes paa den i Fig. 3 viste Lokomotivtype, som anvendes ved Brokonstruktionerne for de nye Statsbaneanlæg. Ved Undersøgelsen angaaende Momenterne skal det antages, at to Lokomotiver kunne komme til at staa med Skorstenene imod hinanden, hvorved de største Hjultryk blive samlede paa saa kort en Strækning som muligt.

For nu at finde Maximalmomenterne i de enkelte Tværsnit af en Bjælke, der er belastet med et saadant Lokomotivtog, kunde man stille Toget i forskjellige Stillinger, til hver af disse tegne en Tovpolygon, og ved Hjælp af Tovpolygonerne undersøge Momenternes Variation. En Undersøgelse af Tovpolygonens Variation, idet Belastningen bevæger sig hen over den fastliggende Bjælke, og en deraf følgende Bestemmelse af Maximalmomenterne er gjennemført af Prof. Zeuthen. (Tekn. Forenings Tidskr. 4de Aarg. Pag. 64).

Den sædvanlige, af Culmann angivne, Methode er dog at lade Toget staa stille og bevæge Bjælken hen under det; derved opnaas, at den samme Tovpolygon kan benyttes hele Tiden. Man begynder med at tegne Kraft- og Tovpolygon for en tilstrækkelig lang Række Hjultryk, til at man kan bevæge Bjælken langt nok frem og tilbage, uden at den kommer udenfor Belastningen; for at Hensigten kan naas, kan man i Almindelighed nøjes med at opstille et Tog, hvis Længde er $1\frac{1}{2}$ Gange Bjælkens. — Idet man ikke lader Toget bevæge sig, kan heller ikke den til Hjultrykkene svarende Tovpolygon

forandre sig. Den er i Fig. 5 tegnet for et Tog af to Lokomotiver med Skorstenene mod hinanden. Det, der kan forandre sig, idet Bjælken bevæges, er kun Slutlinien, som jo er Forbindelseslinien mellem Skjæringspunkterne for Verticalerne gjennem Understøtningspunkterne og Tovpolygonen. I Fig. 5 er Bjælkens Længde afsat som AB et vilkaarligt Sted; den tilsvarende Slutlinie er ab, og mellem den og Tovpolygonen maales de reducerede Momenter i alle Tværsnit svarende til denne specielle Stilling af Toget.

Den til enhver anden Stilling af Bjælken svarende Slutlinie kan faas ved at lade ab glide paa Tovpolygonen, saaledes at Projektionen AB af ab er konstant. Inden vi gaa videre ind paa Spørgsmaalet, ville vi først betragte en geometrisk Egenskab ved denne Bevægelse.

Idet ab glider paa Linierne ma og mb (Fig. 4), medens dens Projektion AB er konstant, ville a og b beskrive ligedannede Punktrækker, altsaa ab indhylle en Parabel, som rører ma og mb. Parablens uendelig fjerne Punkt findes i Retningen vinkelret paa AB, hvilket altsaa er Axens Retning. Et Punkt, der deler ab i et bestemt Forhold, altsaa svarer til et fast Punkt i AB, beskriver en ret Linie, som selv er en af Parablens Tangenter (Tangenterne bestemme, som bekjendt, ligedannede Punktrækker paa hinanden); det er endvidere just den Tangent, som af Røringspunktet deles i samme Forhold. Alle Linierne ab's Midtpunkter f. Ex. ligge altsaa i en ret Linie, og denne er netop Tangent i det Punkt, hvor Verticalen gjennem m skjærer Parablen (denne Tangent halveres nemlig i Røringspunktet). Ved Hjælp af disse Sætninger kan man let løse et Par Opgaver, som faa Betydning i det følgende.

1) Man skal søge Skjæringspunktet mellem Parablen og en vilkaarlig Vertical C_1 c' Fig. 4: man trækker Verticalen mM, finder Midtpunktet M_1 mellem C_1 og M og af-

sætter Bjælkens Længde som $A_1 B_1$ med Midtpunkt M_1; den tilsvarende Slutlinie $a_1 b_1$ skjærer da $C_1 c'$ i det søgte Punkt c' og $a_1 b_1$ er Tangent i c'. Rigtigheden af Konstruktionen følger af, at $a_1 b_1$'s Midtpunkt ligger paa ab, og Røringspunkterne c' og m' for de to Tangenter $a_1 b_1$ og ab ligge lige langt fra Tangenternes Skjæringspunkt, idet disse Afstande maales parallelt med AB.

2) Man skal konstruere den rette Linie, der er geometrisk Sted for de Punkter, der dele alle Slutlinierne i et givet Forhold (altsaa for de Punkter, der faas ved at projicere et fast Punkt af Bjælken ned paa de tilsvarende Slutlinier, i Fig. 4 Punktet C_1 i Afstanden $A_1 C_1$ fra Bjælkens ene Ende).

Naar det faste Punkt ligger i Afstanden $A_1 C_1$ fra Bjælkens *venstre* Ende, afsættes blot $MB_1 = A_1 C_1$ *tilhøjre* fra M. Bjælkens Længde afsættes da fra det fundne B_1 som $B_1 A_1$; den tilsvarende Slutlinie $a_1 b_1$ er den søgte. Midtpunktet af $a_1 b_1$ ligger nemlig paa ab, og $a_1 b_1$'s Røringspunkt med Parablen faas ved $C_1 M_1 = M_1 M$; men derved bliver $A_1 C_1 = M B_1$. Ved Hjælp heraf ville vi løse følgende to Opgaver:

1) at bestemme Maximalmomentet, som fremkommer i en Bjælke, idet Lokomotivtoget kjører derover, (§ 7)

2) at bestemme det største Moment, som kan fremkomme i et vilkaarlig valgt Tværsnit. (§ 8.)

7. Betragtes først det Tilfælde, hvor kun en bestemt Række Hjul befinder sig over Bjælken, saa ville altsaa de til alle mulige Stillinger af Bjælken svarende Slutlinier kunne faas ved at lade en af dem glide paa Tovpolygonsiden før det første og efter det sidste af de betragtede Hjul, altsaa ville de tangere en Parabel med lodret Axe og med Konkaviteten samme Vej som Tovpolygonen. Maximalmomentet er proportionalt med den størst mulige verticale Afstand mellem Tovpolygonen

og en af Slutlinierne, men dette maa være det samme som den største Verticalafstand mellem Parablen og Tovpolygonen. Selvfølgelig maa denne største Afstand findes udfor en af Tovpolygonens Vinkelspidser.

For at undgaa at konstruere Parablen behøver man altsaa blot at finde dens Skjæringspunkter med Verticalerne under de enkelte Hjul. Denne Konstruktion er angivet ovenfor. I Fig. 5 er der for det Tilfælde, at kun Hjulene 3—7 befinde sig paa Bjælken (Slutlinien glider altsaa paa Tovpolygonsiden før 3 og efter 7), konstrueret Skjæringspunktet mellem Parablen og Verticalen gjennem 5 (det er Verticalens Skjæringspunkt med ab), og under Forudsætning af, at Hjulene 4—8 ere paa Bjælken, er Konstruktionen udført for Verticalen gjennem 6.

Man kan nu tænke sig, at man først udførte denne Konstruktion for alle Verticaler under den betragtede Række Hjul og ved Sammenligning af de fundne Momenter fandt Maximalmomentet frembragt af denne Kombination af Hjul; dernæst behandlede man en anden Kombination af Hjul paa samme Maade o. s. v. Men i Almindelighed kan man nøjes med at udføre Konstruktionen et Par enkelte Gange. I Almindelighed kan man nemlig paa Forhaand bedømme, hvilke Kombinationer af Hjul der snarest ville kunne frembringe Maximalmomentet. Saamange som muligt af de tungeste Hjul skulle nemlig befinde sig paa Bjælken, og de skulle staa i den ugunstigste Stilling, d. v. s. saa nær Midten som muligt. Heraf fremgaar, at en noget mindre Totalbelastning kan give et større Moment end en større, hvis Stillingen nemlig er ugunstigere. Har man stillet Lokomotiverne med Skorstenene mod hinanden, er der desuden Symmetri.

I Fig. 5 kan der saaledes være Tale om at betragte Kombinationerne af Hjulene 4—9, 4—8 og 3—7.

Endvidere behøver man kun at undersøge Sagen

for et eller højst to Hjul i hver Række. Jo tungere et Hjul er, og jo nærmere Midten det befinder sig, des større Sandsynlighed er der paa Forhaand for, at det kan give Maximalmomentet. Et andet Holdepunkt har man deri, at ved ensformig fordelt Belastning ligger Resultanten af alle de paa Bjælken værende Kræfter i Maximalmomenttværsnittet; ved uensformig Belastning ere begge disse rykkede hen mod den tungeste Del af Belastningen, om end ikke lige meget; desuagtet vil dog Maximalmomenttværsnittet i Almindelighed findes i Nærheden af Kræfternes Resultant, saa der er Grund til at undersøge det denne nærmeste Hjul. Kræfternes Resultants Retningslinie er jo den første Linie, man tegner ved Konstruktionen (i Fig. 4 Linien m M), saa den haves altid. — I Fig. 5 ses det let, at man i Hjulrækken 3—7 kan nøjes med at undersøge 5 (det er det tungeste Hjul (13ts) og nærmest Resultanten), i Rækken 4—8 Hjulet 6. Disse to Hjul give som Fig. viser (Konstruktionen er udført for begge) næsten samme Maximalmoment. Angaaende Rækken 4—9 er det ikke paa Forhaand meget sandsynligt, at den kan give et større Moment end de andre, da Hjulenes Stilling er meget ugunstig; i denne maatte man naturligvis undersøge Hjulet 6 eller 7 (lige farlige). En Konstruktion, som dog ikke er udført i Fig., viser ogsaa et betydelig mindre Moment, end ovenfor fandtes.

8. Hvis man ligeledes begynder med at ville finde det *største Moment, der fremkommer i et givet Tværsnit*, idet en bestemt Kombination af Hjul passerer over Bjælken, saa er det ovenfor vist, at medens Slutlinien glider paa de to Tovpolygonsider før og efter disse Hjul, ville det betragtede Tværsnits Projektioner paa alle Slutlinierne ligge i en ret Linie, Tangent til den indhyllede Parabel. Ogsaa denne Linies Konstruktion er vist ovenfor. Den

største verticale Afstand mellem denne Linie og Tovpolygonen repræsenterer det største reducerede Moment frembragt af den betragtede Kombination af Hjul.

Idet nu Slutlinien glider paa Tovpolygonens Sider, saaledes at dens Endepunkter efterhaanden gjennemløbe dem alle, vil det betragtede Tværsnits Projektion paa den gjennemløbe en brækket Linie, som kan konstrueres ifølge det foregaaende, og som har Konkaviteten vendende samme Vej som Tovpolygonen.

Den største verticale Afstand mellem disse to Polygoner er det absolut største reducerede Moment i Tværsnittet. Man ser, at denne største Afstand maa findes over en af Tovpolygonens Vinkelspidser, altsaa at et Hjul maa befinde sig over Tværsnittet, for at Momentet deri skal naa sit Maximum. Skjønt Methoden (videre i denne Retning se Bauschinger: Elemente der grafischen Statik, 1880, §§ 152–57) naturligvis kan simplificeres en Del, — man behøver saaledes i Almindelighed kun at betragte et Par Hjulkombinationer og altsaa kun at tegne de til disse svarende Sider i den omtalte brækkede Linie — bliver den dog, naar man har mange Tværsnit at undersøge, temmelig vidtløftig. Men idet man har bevist, at et Hjul skal stilles over Tværsnittet, for at Maximalmomentet deri skal fremkomme, kan den erstattes af en Forsøgsmethode, som i alle enkelte praktiske Tilfælde langt hurtigere fører til Maalet.

Man kan i Almindelighed, i al Fald med nogen Øvelse, angive nogle faa Hjul, af hvilke ét anbragt over Tværsnittet vil frembringe Maximalmomentet. Bestaar Belastningen af det ovenfor angivne Lokomotivtog, maa det være et af de sex Hjul paa de to Lokomotiver med Skorstenene mod hinanden; thi paa intet andet Sted findes saa stor en Belastning samlet paa saa kort en Strækning. Af disse 6 kunne igjen de tre udskydes; undersøger man nemlig et Snit i Nærheden af Bjælkens

venstre Ende, maa dette Tværsnit anbringes under et af de tre Hjul til venstre, fordi saa vidt muligt alle disse sex tunge Hjul skulle befinde sig paa Bjælken. Af de tre saaledes tilbageværende vil ofte endnu ét kunne udskydes. — De tilbageværende Muligheder undersøges ganske ligefrem hver for sig, og Resultaterne sammenlignes. I Fig. 6 a er tegnet en Tovpolygon til de samme Kræfter, som tidligere opstilledes i Fig. 5, ved Hjælp af Kraftpolygonen Fig. 5 b. Man skal konstruere Maximalmomenterne i de forskjellige Snit i Bjælken AB Fig. 6 b. I denne Figur er specielt betragtet Snit II. For at Maximalmomentet deri skal fremkomme, maa det anbringes under en af Kræfterne 4, 5 eller 6 Fig. 6 a. Af disse ser man strax, at 4 kan udskydes, da 9 ikke kan befinde sig paa Bjælken, naar Tværsnittet er anbragt under 4. For at afgjøre om Stillingen under 5 eller 6 giver Maximum og for at finde dette, afsættes Bjælkens Længde først som AB, saa II kommer under 5, dernæst som $A_1 B_1$, saa II kommer under 6, de tilsvarende Slutlinier trækkes, og da det af ab paa Verticalen gjennem 5 afskaarne Stykke er større end det af $a_1 b_1$ paa Verticalen gjennem 6 afskaarne, saa ser man, at det er den første Stilling, der giver Maximum, og dette Maximum er repræsenteret ved det paa Verticalen gjennem 5 afskaarne Stykke.

Dette Stykke er afsat som Ordinat i Punktet II Fig. 6 b; paa lignende Maade ere Maximalmomenterne for de andre Snit i Bjælken konstruerede og afsatte, og derved har man faaet den i Fig. 6 b viste Maximalmomentpolygon.

Man nøjes i Almindelighed med saaledes at dele Bjælkens Længde i et vist Antal Dele og kun konstruere de til Delingspunkterne svarende Maximalmomenter; naar de ere afsatte som Ordinater i Delingspunkterne, nøjes man endvidere med at forbinde Ordinaternes Ende-

punkter med rette Linier. Ved Gitterbjælker faar man kun Brug for Momenterne i Knudepunkterne.

Ovenangivne Konstruktions Udførelse lettes meget, naar man paa en Strimmel løst Papir afsætter Bjælkens Længde og de Punkter (nummererede), for hvilke Momenterne skulle findes; derved faar man lettest Bjælkens Længde afsat. Hvis man tegner paa ruderet Papir, kan man strax mærke Punkterne a og b af uden at afsætte A og B. Slutlinierne behøve selvfølgelig ikke at trækkes, naar blot Krydsningen med Verticalen mærkes.

Endnu et Holdepunkt ved Bedømmelsen af, under hvilket Hjul et Tværsnit skal anbringes, for at man kan faa Maximalmomentet, giver følgende Sætning af Winkler (Theorie der Brücken, 1875, I § 14): Belastningen pr. Længdeenhed skal saavidt muligt være lige stor paa begge Sider af Tværsnittet. Deraf følger ogsaa, at Hjulet 4, Fig. 6 a kan lades ude af Betragtning ved Undersøgelse af Snittet II i Bjælken.

For ensformig Belastning fremstilles Maximalmomenterne ved en Parabel. Det viser sig nu, at den Polygon, man faar ved ovenangivne Konstruktion, ikke afviger synderligt fra en Parabel med samme Maximumsordinat, og herved kan man finde en ensformig fordelt Belastning, der tilnærmelsesvis kan træde i Stedet for de enkelte Hjultryk for Momenternes Vedkommende. Hele denne Omskrivning har imidlertid ikke stor Betydning, da det jo altid er nøjagtigere at bruge selve Momentpolygonen, og denne er saa let at finde.

Skulle Bjælker af forskjellig Længde beregnes for de samme Hjultryk, kan man selvfølgelig dertil bruge samme Tovpolygon, naar blot denne oprindelig er tegnet for en tilstrækkelig stor Toglængde til Behandling af den længste Bjælke.

9. Konstruktion af Maximaltransversalkræfterne.

De størst mulige Transversalkræfter i alle Punkter af en Bjælke belastet med bevægelige Enkeltkræfter kunne findes ved én Tovpolygon (først angivet at Winkler, anføres her efter Tetmajer).

Foreløbig forudsættes, at det første Lokomotivhjul skal staa over Tværsnittet for at fremkalde Maximum af Transversalkraft. Hvis man da anbringer Lokomotivtoget saaledes, at det forreste Hjul staar over det ene Understøtningspunkt, og Bjælken forøvrigt er totalt belastet, og tegner den tilsvarende Tovpolygon, saa ville Verticalafstandene mellem Tovpolygonen og Forlængelsen af dens Side før det første Hjul være proportionale med Maximal-Transversalkræfterne i de i Verticalerne liggende Tværsnit.

I Fig. 7 a er der paa Bjælken AB stillet et Lokomotiv med Tender (Hjulene 1—6) og de tre første Hjul af et Lokomotiv til, og det første Hjul 1 staar over B. Den tilsvarende Tovpolygon er ved Hjælp af Kraftpolygonen Fig. 7 b tegnet med den første Side (Siden før 1) vandret (dette er selvfølgelig ligegyldigt). Man skal finde den største negative Transversalkraft i Snittet x. For at fremkalde denne fordres ifølge § 5 en total Belastning af Stykket fra x til B og et Hjul over x. Idet man ligesom ved Momenterne lader Kræfterne være uforandrede og kun flytter omkring med Bjælken, (her anvendes dog denne Betragtning kun i Beviset) kan man faa den forlangte Belastning tilvejebragt ved at dreje Bjælken AB om i Stillingen A' B' om Midtpunktet M mellem x og B; derved kommer x i B. Det er altsaa nu Snittet B, der skal undersøges, i Bjælken A' B', belastet med Hjulene 1—6. Den til denne delvise Belastning svarende Tovpolygon er a b d, og Slutlinien er ad. De to af Verticalen gjennem B overskaarne Tovpolygon-

sider ere ab og ad, og Paralleler med dem gjennem Kraftpolygonens Pol ville da (§ 2) paa Kraftlinien afskjære den til Belastningen svarende Transversalkraft $\gamma\delta$ i Snittet B (x).

Af $\triangle\ o\gamma\delta \backsim \triangle$ acd følger nu: $cd = \gamma\delta \cdot \frac{ac}{o\gamma}$, eller idet $\gamma\delta = Q_x$, $o\gamma = h$, $ac = l$: $cd = Q_x \cdot \frac{l}{h}$, $Q_x = cd \cdot \frac{h}{l}$.

cd er Ordinaten mellem Tovpolygonen og dens forlængede første Side lodret under Snittet x i dets oprindelige Beliggenhed, saa disse Ordinater ere proportionale med de søgte Transversalkræfter. Har man valgt Poldistancen h lig l, skulle Ordinaterne maales paa den almindelige Kraftmaalestok for at give Q_x, er h ikke = l, paa en Maalestok, hvis Enheder ere $\frac{l}{h}$ af Kraftmaalestokkens. De negative Transversalkræfter faas, naar det første Hjul er stillet over Understøtningen tilhøjre, de positive, naar det staar over den tilvenstre. De fundne Transversalkræfters Angrebspunkt er selvfølgelig Understøtningspunktet til den ubelastede Side af Snittet.

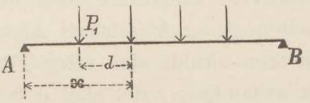
Ovenstaaende Sætning kan let ved aldeles det samme Bevis udvides til at gjælde uafhængig af Bjælkens Længde; naar man afsætter et tilstrækkelig langt Lokomotivtog med det første Hjul i B og tegner den tilsvarende Tovpolygon, saa ville Ordinaterne mellem denne og dens forlængede første Side fremstille (eller være proportionale med) Maximal-Transversalkræfterne i de tilsvarende Snit i alle Bjælker, naar disses Længde blot afsættes fra B hen mod A; man maa blot erindre, at den Konstant, hvormed Ordinaterne skulle multipliceres for at give Transversalkræfterne, varierer med Bjælkens Længde.

Den benyttede Tovpolygon er jo en ganske almindelig, blot ere Kræfterne placerede paa en speciel Maade. Er Belastningen ensformig fordelt, vil alt det sagte blive ved at gjælde, men nu er der ikke mere nogen Sær-

egenhed ved Belastningens Stilling, Tovpolygonen bliver en ganske almindelig Tovpolygon for Totalbelastning og altsaa, som bekjendt, en Parabel med lodret Axe. Dens første Side, ud fra hvis Forlængelse AB (Fig. 8) Ordinaterne maales, bliver Tangenten i B. Den afsættes i Almindelighed vandret, og i saa Fald er Punktet B Toppunktet. For et Snit uendelig nær ved A er den farligste Belastning med Hensyn til Transversalkræfterne Totalbelastning; Transversalkraften, som jo er lig Reaktionen A, bliver altsaa $\frac{1}{2}$ p l (Belastningen er p pr. Længdeenhed), dette er følgelig Længden af Ordinaten til Parablen under A. Tangenten i dette Punkt gaar gjennem Midtpunktet af AB. Ordinaten til Parablen i Midtpunktet af AB ses let at være $= \frac{1}{8}$ pl. Punkter og Tangenter kunne nu forøvrigt konstrueres som angivet i § 3.

10. Tilbage staar nu kun at betragte det Tilfælde, hvor for Belastning med Hjultryk Transversalkraften bliver størst, naar det er det andet Hjul, der staar over det betragtede Tværsnit.

Belastningen tænkes at rykke frem fra B mod A og det andet Hjul at staa over Tværsnittet i Afstanden x fra A. Kaldes Transversalkraften hidrørende fra Belastningen, idet det første Hjul P_1 tænkes borte, Q_1, saa haves den virkelige Transversalkraft $Q = Q_1 + P_1 \frac{l-(x-d)}{l} - P_1 = Q_1 - P_1 . \frac{x-d}{l}$.



I Fig. 9 a er der tegnet den Tovpolygon, der giver de største Transversalkræfter under Forudsætning af, at det er det første Hjul, der skal stilles over Snittet; dens forlængede første Side er ab. For nu at finde Transversalkraften Q_1, der fremkommer under Forudsætning af, at Hjulet 1 tænkes borte, og at 2 staar over Tværsnittet, behøve vi ikke at tegne en ny Tovpolygon;

man afsætter blot Bjælkens Længde A B = A' B', saaledes at B kommer under Hjulet 2, Ordinaterne mellem den oprindelige Tovpolygon og Forlængelsen af Siden før 2, b C, fremstille da Q_1 i ethvert Snit af Bjælken A' B'. For nu at finde Q skal man fra Q_1 trække et Stykke $= P_1 . \frac{x-d}{l}$, hvis Længde varierer som Ordinaterne til Linien $y = P_1 . \frac{x-d}{l}$, idet x regnes ud fra A'. Denne Linie skjærer x-Axen for x = d, og man ser, at den danner samme Vinkel med x-Axen som Tovpolygonsiden bC. Trækker man altsaa gjennem Punktet C Linien CD ∥ x-Axen, ville Ordinaterne mellem denne og bC være de Stykker, der skulle trækkes fra Q_1, og man ser, at Subtraktionen er udført, naar man maaler Ordinaterne til Tovpolygonen ud fra CD i Stedet for fra bC. Disse Ordinater fremstille altsaa Q_{max}, hvis Q_{max} frembringes ved det andet Hjul over Snittet.

Af Figuren ses strax, at der kun kan være Tale om, at denne Hjulstilling kan give Q_{max} for Snit i Nærheden af A; i Nærheden af B blive Ordinaterne jo endog negative. Endvidere skal det bemærkes, at for Snit mellem A og A' altsaa i Afstanden d fra denne Ende af Bjælken skulde der efter Formlen lægges noget til Q_1 for at faa Q_{max}; det skal dog selvfølgelig ikke gjøres, da det første Hjul kommer helt udenfor Bjælken, hvis det andet stilles mellem A og A'. Paa dette Stykke skulle Ordinaterne altsaa dog maales fra bC.

Naar man nu vil undersøge, hvilken af de to Hjulstillinger der giver størst Transversalkraft i et bestemt Snit s i AB, saa ere Transversalkræfterne svarende til de to Hjulstillinger fremstillede ved de to stærkt optrukne Ordinater i Figuren (idet s s' = d), og man kan med Passeren afgjøre, hvilken der er den største. Men man kan ogsaa angive en almindelig Methode til at afgjøre, om man overhovedet for noget Snit skal stille det andet Hjul over Snittet, og fra hvilket Punkt af Bjælken man i

bekræftende Fald skal gjøre det (Bjælken deles i to Dele, saaledes at man i den nærmest B liggende skal stille første Hjul over Snittet, i den nærmest A andet Hjul).

Hvis man nemlig vil anbringe de to Flader, hvis Ordinater angive Q_{max}, saaledes at disse Ordinater maales ud fra samme Axe ab, og saaledes at man har de to Ordinater, der svare til samme Snit i Bjælken, liggende i samme Vertical, hvad der aabenbart er det bekvemmeste, saa skal man blot parallelforskyde den Flade, hvis Ordinater maales ud fra CD, saaledes at CD falder i ab og D i b.

Parallelforskydningens Retning og Størrelse er altsaa angivet ved Linien Db. Hvis nu den parallelforskudte Tovpolygon skjærer den oprindelige Stilling af samme, skal man tilvenstre for Skjæringspunktet bruge den parallelforskudte, da den giver de største Ordinater. For at Skjæring skal finde Sted, ser man, at de sidste, eller i al Fald den sidste, Tovpolygonside skal danne større Vinkel med ab end Db. Hvis nu Poldistancen er valgt lig Bjælkens Længde, som Tilfældet er i Fig. 9, ser man, at Ca = Verticalafstanden mellem D og b er lig det første Hjultryk 1. Retningen af Db kan altsaa faas i Kraftpolygonen ved som i Fig. at afsætte d fra Kraftpolygonens Begyndelsespunkt hen mod Polen (denne forudsættes valgt i den vinkelrette paa Kraftlinien i dennes Begyndelsespunkt). Hvis denne Retning er stejlere end alle Kraftpolygonens Straaler, skal man overalt stille første Hjul over Snittet; i Fig. 9 staa derimod de 3 sidste Straaler stejlere end den omtalte Retning (der er trukket en Parallel med Retningen gjennem Polen), hvorved angives, at man fra et Punkt mellem 6 og 7 af skal stille andet Hjul over Snittet. Man tegner nu Tovpolygonen og parallelforskyder de 3 sidste Sider Stykket Db (Siden mellem 7 og 8 vil efter Flytningen skjære den mellem 6 og 7; fra Skjæringspunktet til Bjælkens venstre Ende

bruger man den parallelforskudte Polygon). Man har nu én Polygon, hvis Ordinater maalte fra ab angive de absolute Maximumstransversalkræfter. Paa det sidste Stykke, i Afstanden d før A, maa man dog erindre, at Ordinaterne før Parallelflytningen skulde maales fra bC, saa der maa her trækkes Ordinaterne mellem bC og DC paa Stykket AA' fra. Er Poldistancen h ikke lig l, skal man afsætte $d.\frac{h}{l}$ i Kraftpolygonen i Stedet for d; i alle Tilfælde maa man helst for Nøjagtigheds Skyld afsætte $n.P_i$ og $n.d\,(n.d\frac{h}{l})$. Den angivne Methode kunde naturligvis let udvides til at omfatte de Tilfælde, hvor muligvis 3die, 4de o. s. v. Hjul skulde stilles over Tværsnittet for at give den største Transversalkraft, men dette indtræder næppe i Praxis.

Ligesom ovenfor omtalt for Momenternes Vedkommende har man ogsaa villet angive en ideel ensformig fordelt Belastning, der skulde give samme Transversalkraft som de enkelte Hjultryk. Den største Transversalkraft forekommer jo over Understøtningerne; for ensformig Belastning p pr. Længdeenhed er det ovenfor vist, at den bliver $\frac{1}{2}$ pl, og ved at sætte dette Udtryk lig den største Ordinat i de ovenfor konstruerede Tovpolygoner findes den Værdi af p, der i al Fald giver samme *største* Transversalkraft som Hjultrykkene. Ved at bruge en Parabel med denne Maximumsordinat i Stedet for Tovpolygonen kan man dog komme til at begaa temmelig betydelige Fejl, saa da den nøjagtige Methode er saa simpel, er der aldeles ingen Grund til denne Omskrivning.

11. Bjælken er paavirket baade af en ensformig, hvilende Belastning (Egenvægt) og en bevægelig Belastning.

Momenterne: Maximalmomenterne faas simpelthen ved at addere de fra hver Belastningsart hidrørende.

Dette sker grafisk f. Ex. ved at afsætte Momentpolygonerne til modsatte Sider af samme Axe. Minimalmomenterne ere de fra Egenvægten hidrørende.

Transversalkræfterne: de fra Egenvægten hidrørende ere fremstillede ved Ordinaterne til en ret Linie cd i Fig. 10 a, de fra den bevægelige Belastning ved en Kurve eller Polygon, der hele Tiden ligger paa samme Side af Axen (a m b i Fig.). Transversalkræfterne adderes selvfølgelig ved at afsætte disse Liniers Ordinater til modsatte Sider af Axen, hvorved man faar Summerne fremstillede som Ordinaterne mellem c d og a m B, saaledes at Ordinaterne tilvenstre og tilhøjre for m skulle tages med modsat Fortegn. For at faa et bedre Overblik over, hvorledes Retningen af Transversalkræfterne varierer, ville vi afsætte Ordinaterne mellem c d og a m B ud fra samme vandrette Axe AB i Fig. 10 b; derved faas Polygonen a M b, idet de negative Ordinater ere afsatte nedad, de positive opad. Bevæger den tilfældige Belastning sig i modsat Retning over Bjælken, faas paa samme Maade en Polygon $a_1 M_1 b_1$. Man ser, at paa Stykkerne AM_1 og MB have Transversalkræfterne altid samme Fortegn, hvorimod de paa det midterste Stykke $M_1 M$ snart ere positive, snart negative; paa dette Stykke kunne de blive Nul i alle Punkter, hvilket ikke er muligt udenfor. Ifølge § 3 kan dette ogsaa udtrykkes saaledes, at Maximalmomenttværsnittet kan variere mellem M og M_1 men ikke komme udenfor disse Punkter. Ved Anvendelserne tegner man selvfølgelig ikke Fig. 10 b, men nøjes med Fig. 10 a; den giver Punktet M som Projektion af m paa AB, og $MB = AM_1$. Endvidere giver den baade Maximal- og Minimaltransversalkræfterne (Maximum af Paavirkning i én Retning er lig Minimum af Paavirkning i modsat Retning). For at faa begge disse skulde man egentlig ogsaa tegne de til den modsatte Bevægelsesretning af den tilfældige Belastning svarende Linier, men

da disse ere symmetriske med de allerede tegnede, kan man maale Ordinaten i det symmetriske Punkt med Hensyn til Bjælkens Midte.

Er den bevægelige Belastning ensformig fordelt, blive de i Fig. 10 b tegnede Linier til Parabler (cfr. Borch og Holmberg: tekn. Mekanik § 38, Ex. 5). Idet Egenvægten er p pr. Længdeenhed, den tilfældige Belastning q pr. Længdeenhed, blive de Ordinater, som en saadan Parabel afskjærer paa Verticalerne gjennem A og B henholdsvis $\frac{1}{2}$ (p + q) l og $\div \frac{1}{2}$ pl, og Ordinaten i Midten $\frac{1}{8}$ q l; herved kan let konstrueres Tangenterne i Punkterne over A og B, og ved Hjælp af disse flere Punkter og Tangenter efter § 3.

III. Anvendelse paa simpelt understøttede lige eller bueformede Gitterbjælker.

12. Ved Hjælp af det foregaaende kunne Spændingerne i disse Bjælker let bestemmes under Forudsætning af, at de behandles som leddede Systemer.

Lægges i en saadan Bjælke af vilkaarlig Form Fig. 11 et Snit, der kun overskjærer tre Stænger, og borttages den tilvenstre for Snittet liggende Del, kan den tilbageværende tænkes holdt i sin Stilling ved Tilføjelse af de Kræfter, hvormed den gjennem de overskaarne Stænger paavirkedes af den borttagne Del, altsaa ved Tilføjelse af *Spændingerne* i disse Stænger. De ydre Kræfter paa den tilbageværende Del af Bjælken (hertil regnet de 3 Spændinger) skulle nu være i Ligevægt, d. v. s. Resultanten af de virkelige ydre Kræfter paa Bjælkestykket

skal holde Ligevægt mod de tre Spændinger. Resultanten af de ydre Kræfter paa den tilhøjre for Snittet liggende Del er imidlertid lig med og har modsat Fortegn af Resultanten af de ydre Kræfter paa det borttagne Bjælkestykke, og det er denne, som ovenfor er kaldt Transversalkraften m. H. t. Snittet. Spændingerne i de overskaarne Stænger findes altsaa ved at opløse Transversalkraften efter disse tre Retninger. Denne Operation udføres som bekjendt paa følgende Maade: i Fig. 12 a skal Kraften Q opløses efter Linierne R, S og T; Q opløses da f. Ex. først efter S og Forbindelseslinien mellem (QS) og (RT), og Komposanten efter den sidste opløses dernæst efter R og T; i Fig. 12 b er tegnet en særlig Kraftpolygon til Udførelse af Opløsningen. — Hvis Q og S vare parallele, kunde man begynde med at opløse Q efter R eller T, men hvis man f. Ex. kun ønsker at bestemme Spændingen i S, kan denne Omvej undgaas ved Hjælp af det følgende.

I Stedet for den direkte Opløsning af Transversalkraften efter de tre overskaarne Stænger kan man ogsaa bruge Momentmethoden: man vælger Skjæringspunktet for to af de overskaarne Stænger som Momentcentrum og sætter Momentet af Spændingen i den tredie Stang lig Transversalkraftens Moment. Dette er tillige den letteste Maade at bestemme Spændingens Fortegn paa, idet Transversalkraften og den søgte Spænding skulle dreje i samme Retning omkring Momentcentret. — Transversalkraftens Moment er det samme som de ydre Kræfters Moment og kan altsaa bestemmes ved Hjælp af Tovpolygoner som ovenfor. I det ovenfor omtalte Tilfælde, hvor S er parallel med Q, Fig. 13 a, ser man ved at tage Momenterne med Hensyn til (RT), at Spændingen S og Q forholde sig omvendt til hinanden som deres Afstand fra (RT), saa S findes som i Fig. 13 b ved ligedannede Trekanter.

13. Efter denne foreløbige Omtale af Bestemmelsen af Spændingerne i de enkelte Stænger, ville vi nu undersøge, hvorledes Belastningens Stilling maa være, for at de forskjellige Slags Stænger kunne blive udsatte for deres største Paavirkning.

For Stængerne i Over- og Underdel er Totalbelastning den farligste. Hvis man nemlig bruger Momentmethoden til Bestemmelse af disse Stængers Spændinger, skal man stadig tage Momenterne med Hensyn til Skjæringspunktet mellem en Gitterstang og en Stang i Under- eller Overdel. Man kan altid tænke sig Momentcentret liggende i Snittet (dette lagt uendelig nær ved Momentcentret) og i alt Fald ved de virkelig anvendte Konstruktioner Snittet lodret. Tænkes der nu paa en bestemt Stang i Hoved eller Fod, vil dens Spænding for forskjellige Belastninger faas ved at dividere Momentet med samme Størrelse, Stangens Afstand fra Momentcentret, og da det ovenfor er vist, at Momentet med Hensyn til et vilkaarligt Snit i en simpelt understøttet Bjælke er Maximum for Totalbelastning, saa følger Sætningen heraf.

For Gitterstængerne er Sagen noget mere indviklet. Deres Spændinger ere ganske vist proportionale med Momenterne, men det er med Momenter med Hensyn til Punkter udenfor Understøtningen, som altsaa ikke kunne ligge i Snittet. For Parallel-Gitterbjælker (Hoved og Fod retliniede og parallele) ses let ved den direkte Opløsning af Transversalkraften, at den lodrette Komposant af Spændingen i en Gitterstang er lig Transversalkraften, saa for disse Bjælker kan man slutte, at Gitterstængernes største Paavirkning faas ved samme Belastning som Maximaltransversalkræfterne, altsaa ved Totalbelastning til den ene Side. Denne Sætning kan vises at gjælde for en hvilkensomhelst Gitterbjælke. I Fig. 14 skal Stangen S undersøges. Kraften P_1 tilhøjre for Snittet giver en Transversalkraft, der i Størrelse, Beliggenhed og

Retning falder sammen med Reaktionen A, altsaa virker opad. Dens Moment med Hensyn til O er negativt, og da Spændingen i S skal dreje i samme Retning, ses, at S bliver trykket. Dette gjælder, hvor end P_1 ligger tilhøjre for Snittet, og jo mere P_1 nærmer sig dette, des større bliver Transversalkraften, medens dens Afstand fra O bliver uforandret, des større bliver Momentet, følgelig Spændingen i S. Enhver Kraft tilhøjre for Snittet giver altsaa Tryk i S, saa S faar sit største Tryk for Totalbelastning tilhøjre for Snittet.

P_2 tilvenstre for Snittet giver en Transversalkraft, der i Størrelse og Beliggenhed er lig Reaktionen B, men har modsat Fortegn, altsaa et positivt Moment med Hensyn til O. Ganske de samme Slutninger som før give nu, at Totalbelastning paa venstre Side af Snittet fremkalder Maximum af Træk i S. Ganske i Almindelighed kan man altsaa sige, at en Gitterstang faar Maximum af Paavirkning ved Totalbelastning til den ene Side af Snittet, Minimum af Paavirkning (Maximum i modsat Retning) ved Totalbelastning til den anden Side. Der er dog endnu en Ubestemthed tilbage, idet Snittet, som jo ikke er underkastet anden Betingelse, end at det skal overskjære tre givne Stænger, kan lægges paa forskjellige Steder. Det maa derfor nærmere undersøges, hvad der skal forstaas ved „Totalbelastning til den ene Side af Snittet". Naturligvis forstaas i al Fald derved, at alle Fag til den ene Side af det, hvori den betragtede Stang findes, skulle belastes totalt, men Spørgsmaalet bliver da endnu, om man skal lade Belastningen rykke ind i selve det Fag, hvori Gitterstangen ligger, og i bekræftende Fald, hvor langt den skal rykke frem.

14. Undersøgelsen heraf er simplest for Parallel-Gitterbjælker, hvor Gitterstængernes Spændinger jo ere

proportionale med Transversalkræfterne, og den skal derfor først gjennemføres for saadanne.

Ved alle Gitterbjælker maa Belastningstrykkene kun overføres til Bjælken i Knudepunkterne; de maa f. Ex. direkte modtages af secundære Dragere, som igjen bæres af Tværbjælker ved alle Knudepunkter. Heraf følger, at Transversalkræfterne maa variere i Spring, saaledes at der til en Stilling af Belastningen svarer samme Værdi af Transversalkraften et helt Fag igjennem. Der tænkes først paa Belastning med enkelte Hjultryk; ifølge foregaaende Paragraph maa da Toget for at fremkalde Maximumsspændingen i S Fig. 15 a i al Fald være rykket saa langt frem fra den ene Understøtning B, at første Hjul staar over Tværbjælken D. Transversalkraften i Faget CD (for Resten paa hele Længden AD) er for denne Togstilling lig Reaktionen A. Det er nu selvfølgelig ligegyldigt, om man først bestemmer Trykkene paa de belastede Tværbjælker og af dem beregner Reaktionen A, eller man strax beregner Reaktionen A, som om Hjultrykkene direkte overførtes til Bjælken; man kommer til samme Resultat. Men heraf følger, at man kan maale den omtalte Transversalkraft (= A) under det første Hjul, altsaa lodret under D, i en Tovpolygon, der er konstrueret som vist i § 9.

Det er nu imidlertid muligt, at Transversalkraften voxer, naar Toget rykker noget videre frem. Idet et eller flere af Hjulene komme ind i Faget CD, ville de give et Tryk paa Tværbjælken C, som maa trækkes fra Reaktionen A, for at man skal faa Transversalkraften. Reaktionen A maales ligesom tidligere som Ordinaten i Tovpolygonen under det første Hjul, men det gjælder saa om at finde en Fremstilling af, hvorledes Trykket paa C varierer med Togets Stilling. Dette Tryk er aabenbart det samme som Maximaltransversalkraften i den secundære Drager CD tilvenstre for det første Hjul,

og det kan altsaa konstrueres ifølge § 9 ved en „secundær Tovpolygon"; man stiller første Hjul P_1 over D og belaster CD totalt med de øvrige Hjul i den rigtige Orden; Ordinaterne i den til disse Hjultryk svarende Tovpolygon, maalte ud fra Forlængelsen af Siden før P_1 som Axe, fremstille da de søgte Tryk paa C. Disse Ordinater skulle nu subtraheres fra Hovedtovpolygonens; den største Ordinatdifferens fremstiller da Maximaltransversalkraften i Faget CD.

I Fig. 16 a er Faget CD tegnet i større Maalestok; foreløbig forudsættes Hovedtovpolygonen at have en Side cd, der gaar retlinet gjennem hele Faget. Den omtalte Subtraktion udføres da simpelt ved at lade den „secundære" Tovpolygons Axe falde sammen med denne Side, hvilket opnaas ved at vælge Polen o for den tilsvarende Kraftpolygon Fig. 16 b paa en Linie gjennem Kraftliniens Begyndelsespunkt parallel med cd. Poldistancen er lig Faglængden λ, hvis Hovedtovpolygonens Poldistance er lig Dragerlængden l; er den sidste $\frac{1}{n}$ l, maa den første tages lig $\frac{1}{n}$ λ. Derved faas den secundære Tovpolygon dhik, og Ordinaterne mellem den og Hovedtovpolygonens Axe C_1 D_1 fremstille de til de forskjellige Hjulstillinger svarende Transversalkræfter i Faget, saaledes at en bestemt Ordinat svarer til den Hjulstilling, hvor det første Hjul befinder sig over Ordinaten.

Den største Ordinat maa findes under én af Vinkelspidserne, hvorved haves et Bevis for, at der skal staa et Hjul over Tværbjælken D, for at man kan faa Maximaltransversalkraften i Faget.

Hvis Hovedtovpolygonen ikke har én Side gjennem hele Faget, hvilket jo sjældent vil være Tilfældet, kan Subtraktionen af Ordinaterne ikke udføres saa simpelt. Man kan da til Axe for den secundære Tovpolygon tage én af Siderne i Hovedtovpolygonen, i Fig. 16 a er taget Siden dec, og med den som Axe er tegnet Tovpolygonen

dhik; Subtraktionen maa da udføres ved ligefrem at flytte de enkelte Punkter af den secundære Tovpolygon Stykker opad lig Ordinaterne mellem dc og Hovedtovpolygonen. Derved faas Polygonen d e' h' f' i' k', som faar Vinkelspidser ogsaa under Hovedtovpolygonens. Man ser imidlertid, at de Vinkelspidser, der faas paa den Maade, maa vende Konkaviteten bort fra C_1 D_1, saa Maximumsordinaterne ikke kunne findes under dem, men kun under de Vinkelspidser, der svare til den oprindelige secundære Tovpolygons. Sætningen ovenfor om Hjulstillingen svarende til Maximumstransversalkræfterne gjælder altsaa almindeligt.

Med det nu viste er Bestemmelsen af Maximaltransversalkraften i et hvilketsomhelst Fag, altsaa ogsaa af Maximumsspændingen i en hvilkensomhelst Gitterstang i en Parallel-Gitterdrager, fuldført; man tegner foruden Hovedtovpolygonen den secundære Tovpolygon i hvert Fag og udfører Subtraktionen af Ordinaterne. Dette er dog noget vidtløftigt og kan heldigvis ogsaa undgaas.

De Ordinater i den secundære Tovpolygon, der skulle subtraheres fra Hovedtovpolygonens Ordinater, ere de samme i alle Fag; herved vil det være indlysende, at der er desto større Sandsynlighed for, at en Hjulstilling med ét eller flere af de forreste Hjul inde i Faget giver Maximaltransversalkraften, jo stejlere Hovedtovpolygonens Sider staa. Da nu disse fjerne sig mere og mere fra Axen, efterhaanden som man fjerner sig fra den ene af Bjælkens Understøtninger og nærmer sig til den anden, vil man indse, at Bjælkens Længde maa dele sig i flere Stykker, saaledes at Maximaltransversalkræfterne i Fagene i det første Stykke faas, naar første Hjul staar over Tværbjælken før Faget, i det andet, naar andet Hjul staar over denne Tværbjælke o. s. v. Vi ville nu se at bestemme disse Delingspunkter. I Fig. 15 er O Pol for den Kraftpolygon, der er brugt til Konstruktion

af Hovedtovpolygonen; Kraftpolygonen, der skal bruges til Konstruktion af den secundære Tovpolygon, er anbragt saaledes, at Kraftlinien er den lodrette gjennem O og har Begyndelsespunkt i O; fra dette Punkt er afsat P_1, P_2 og P_3 nedad, flere Hjul kunne ikke staa paa et Fag. Da Poldistancen for Hovedtovpolygonen er taget lig Bjælkens Længde, maa den for den secundære Tovpolygon tages lig Faglængden; dennes Pol skal altsaa vælges i Linien pq, hvis Afstand fra O er lig Faglængden λ.

Idet man nu begynder med at undersøge et af de B nærmeste Fag, vides ifølge det foregaaende, at det her kun gjælder om at afgjøre, om det første eller andet Hjul (P_1 eller P_2) skal anbringes over Tværbjælken ved Fagets Begyndelse; andre Hjulstillinger bliver der først Tale om længere borte fra B. Det gjælder altsaa blot om at afgjøre, om den Polygon, der faas, naar Subtraktionen er udført, i Afstanden $d_{1,2}$ (= Afstanden mellem P_1 og P_2) fra Fagets højre Ende nærmer sig til eller fjerner sig fra Axen A_1 B_1. Det andet Fag fra B skal f. Ex. undersøges. Den Hovedtovpolygonside, der skjæres af en Vertical i Afstanden $d_{1,2}$ fra Fagets højre Ende, er parallel med Straalen O4 i Kraftpolygonen. Vælges da Polen for den secundære Tovpolygon i dette Tilfælde i Punktet o, hvor O4 skjærer pq, og anbringes den secundære Tovpolygons Axe sammenfaldende med den omtalte Hovedtovpolygonside (O4), saa er Subtraktionen af Ordinaterne med det samme udført for Punktet i Afstanden $d_{1,2}$ fra Fagets højre Ende og dettes nærmeste Omgivelser. Da imidlertid o ligger over den vandrette gjennem P_1's nederste Endepunkt, vil allerede den første Side i den secundære Tovpolygon nærme sig Axen A_1 B_1, hvorved strax er vist, at for dette Fag skal første Hjul stilles ved Fagets Begyndelse.

Derpaa gaar man til det næste Fag, finder den Straale i Kraftpolygonen, der er parallel med Hovedtov-

polygonsiden i Afstanden $d_{1,2}$ fra Fagets Begyndelse, og i denne Straales Skjæringspunkt med pq vælges Polen for den secundære Tovpolygon, som skal tegnes for dette Fag.

Man ser, at saalænge Polen for den secundære Tovpolygon, valgt paa denne Maade, ligger over den vandrette gjennem P_1's nederste Endepunkt, skal første Hjul stilles ved Fagets Begyndelse; saasnart derimod Polen passerer denne vandrette, skal Toget rykke frem, saa 2det Hjul staar ved Fagets Begyndelse. Dette vil i Fig. 15 ske i 4de Fag fra B; Tovpolygonsiden her i Afstanden $d_{1,2}$ fra Fagets højre Ende er parallel med O7, som skjærer pq i Punktet o_1 nedenunder den vandrette. I de nærmest følgende Fag bliver Stillingen den samme, men man kommer en Gang til et Fag, hvor Polen (som nu vælges i Skjæringspunktet for pq og en Straale parallel med Tovpolygonsiden i Afstanden $d_{1,2} + d_{2,3}$ fra Fagets Begyndelse) falder under den vandrette gjennem P_2's nederste Endepunkt. Saasnart dette sker (i Fig. 15 i det 6te Fag fra B), skal det tredie Hjul stilles ved Fagets Begyndelse.

Det vil nu være indlysende, at Bestemmelsen af den farligste Togstilling reducerer sig til at afsætte P_1, P_2 osv. paa en lodret Linie i en Afstand lig Faglængden fra O, f. Ex. $p_1 q_1$. Derved faar man Straalerne i Kraftpolygonen delte i Grupper, saaledes at nogle skjære $p_1 q_1$ paa Stykket P_1, nogle paa Stykket P_2 osv. — Paa det Stykke af Bjælken, hvor Hovedtovpolygonsiderne ere parallele med Straalerne i den første Gruppe, stilles P_1 ved Fagets Begyndelse, paa det Stykke, hvor de ere parallele med Straalerne i den 2den Gruppe, stilles P_2 ved Faget Begyndelse osv. Dog skal et Fag regnes med til det første Stykke, naar blot Tovpolygonsiden i Afstanden $d_{1,2}$ fra Fagets Begyndelse er parallel med en Straale i første Gruppe, til 2det Stykke, naar Tovpolygon-

siden i Afstanden $d_{1,2} + d_{2,3}$ fra Fagets Begyndelse er parallel med en Straale i 2den Gruppe osv.

Størrelsen af Transversalkræfterne paa det første Stykke maales direkte i Hovedtovpolygonen under Tværbjælken tilhøjre, i 2det Stykke i Verticalen i Afstanden $d_{1,2}$ fra Fagets Begyndelse, naar fra Ordinaten her trækkes $y = P_1 . \frac{d_{1,2}}{\lambda}$, i 3die Stykke i Verticalen i Afstanden $d_{1,2} + d_{2,3}$ fra Fagets Begyndelse, naar fra Ordinaten der trækkes $y_1 + z = P_1 . \frac{d_{1,2} + d_{2,3}}{\lambda} + P_2 \frac{d_{2,3}}{\lambda}$ osv. Disse Udtryk konstrueres lettest for sig som vist i Fig. 15 b. Der skal i det hele i Almindelighed kun bruges ét eller to af dem.

Idet $\frac{1}{\lambda} = n$, Fagantallet, ser man, at den fundne Regel for Togstillingen kan udtrykkes saaledes: der skal altid staa et Hjul ved Fagets Begyndelse; ét, to eller flere Hjul skulle rykke ind i det betragtede Fag, saasnart Summen af de i Faget sig befindende Hjultryk bliver større end $\frac{1}{n}$ Gange Summen af alle Hjultryk paa Bjælken. For at dele Bjælken i de omtalte Stykker er det naturligvis nøjagtigst at afsætte $n \cdot P_1$, $n \cdot P_2$ osv. paa selve Kraftlinien.

Ved den nu beskrevne Fremgangsmaade kan man dog komme til at begaa en Fejl, idet den Polygon, man faar ved at subtrahere den secundære Tovpolygons Ordinater fra Hovedtovpolygonens, kan faa to Maxima adskilte ved et Minimum (i Fig. 16 a var det saaledes muligt, at h' f'' kunde nærme sig Axen, medens f' i' fjernede sig derfra, saa baade h' og i' bleve Maxima). Dette kan dog kun ske i Nærheden af Delingspunkterne for Belastningsmaaden, og i det foregaaende har man i al Fald alt fornødent for at undersøge dette Tilfælde. Den begaaede Fejl kan selvfølgelig aldrig blive af Betydning. —

For ensformig fordelt Belastning gjælder det selvfølgelig ogsaa, at Belastningens forreste Ende maa rykke noget ind i det betragtede Fag. Man kan godt anvende samme Undersøgelsesmaade som ovenfor. Hovedtovpolygonen og den secundære Tovpolygon ere her begge Parabler; ved Subtraktion af Ordinaterne faas en ny Parabel med Konkaviteten mod Axen for Hovedtovpolygonen. Belastningen skal rykke frem, indtil dens forreste Ende befinder sig over denne Parabels Toppunkt, og Ordinaten til Toppunktet fremstiller Maximaltransversalkraften. Man kan uden Vanskelighed finde bestemmende Størrelser nok for dennne Parabel, men Konstruktionerne blive dog noget vidtløftige.

Men man kan ogsaa direkte, ved Hjælp af den ovenfor angivne Regel for enkelte Hjultryk, angive, hvor stor en Del af Belastningen der skal rykke ind i det betragtede Fag. Det maa aabenbart være netop saa stor en Del, at dens Vægt er lig $\frac{1}{n}$ (n = Fagantallet) af hele Vægten, der befinder sig paa Bjælken. Med Betegnelserne i Fig. 17 haves altsaa, idet p er Belastningen pr. Længdeenhed, ξ bestemt af: $p\xi = \frac{1}{n}$. p $(x + \xi)$, $\xi = \frac{x}{n-1}$. Vægten $p\xi$ giver paa Tværbjælken C et Tryk lig $\frac{1}{2}$ p $\frac{\xi^2}{\lambda}$, medens Reaktionen A for den angivne Stilling af Belastningen er $= \frac{1}{2}$ p $\frac{(x+\xi)^2}{l}$. Maximaltransversalkraften i Faget CD er altsaa $= \div \frac{1}{2}$ p $\left\{\frac{(x+\xi)^2}{l} - \frac{\xi^2}{\lambda}\right\}$, som ved Indførelse af $\xi = \frac{x}{n-1} = \frac{\lambda x}{l-\lambda}$ bliver $= \frac{1}{2}$ p. $\frac{x^2}{l-\lambda}$.

Hvis Belastningstrykket direkte overførtes til Bjælken, vilde Maximaltransversalkraften i hvert Punkt fremstilles som Ordinat i en Parabel (§ 9, Slutning), og dens Størrelse vilde være udtrykt ved: $\frac{1}{2}$ p. $\frac{x_1^2}{l}$, idet x_1 betegner Afstanden fra B til Belastningens forreste Ende.

Ved nu at sætte Udtrykkene for Transversalkræfterne i de to Tilfælde ligestore, faar man en saadan Værdi af x_1, at Maximaltransversalkraften i det ved x_1 bestemte Punkt af den Bjælke, der direkte modtager Belastningstrykket, er ligestor med Maximaltransversalkraften i Faget CD i Gitterbjælken, hvorved den sidstes Bestemmelse er reduceret til noget bekjendt. Man faar:

$$x_1^2 = x^2 \frac{1}{1-\lambda} \text{ og } x_1 - x = x \left(\sqrt{\frac{1}{1-\lambda}} - 1\right) =$$

$$x \left(\sqrt{\frac{n}{n-1}} - 1\right) = k\,x.$$

Stykkerne $x_1 - x$ for de forskjellige Fag findes f. Ex. ved den i Fig. 17 viste Konstruktion, naar k er beregnet. Fra en Linie A' B' afsættes kl = A' A"; Linien A" B, afskjærer da paa hver af Dragerens Verticaler det Stykke $(x_1 - x)$, man skal gaa forbi disse hen mod den ubelastede Understøtning for at maale Maximaltransversalkraften som Ordinat til Parablen. I Fig. 17 ere de Ordinater, der fremstille Maximaltransversalkræfterne i de enkelte Fag, tegnede ind.

Hele Undersøgelsen i denne Paragraph kan selvfølgelig ligesaa godt anvendes paa en massiv (ikke Gitter-) Drager, hvortil Belastningens Tryk overføres ved Tværbjælker.

15. For Fuldstændigheds Skyld skulle de tilsvarende Regler for Gitterbjælker i Almindelighed anføres her.

For enkelte Hjultryk behandles Problemet i Culmanns „Grafische Statik" 1866, Pag. 373. Foruden en temmelig vidtløftig geometrisk Udvikling gives dér en analytisk, som meget hurtigt fører til Maalet.

I Fig. 18 skal Stangen S undersøges. Toget er rykket frem fra B og staar nu saaledes, at Resultanten af de Hjultryk, der ere inde i Faget CD, er P_1 med Afstandene ξ og x_1 fra D og B. Resultanten af Hjultrykkene paa Stykket DB er P med Afstanden x fra B.

Kræfterne paa det ved Snittet afskaarne Stykke af Bjælken ere Reaktionen A og Trykket paa Tværbjælken C.

Man har $A = -P\frac{x}{l} - P_1\frac{x_1}{l}$, $C = P_1\frac{\xi}{\lambda}$ (l er hele Bjælkens Længde, λ Faglængden CD). Spændingen i S bestemmes ved at tage Momenterne med Hensyn til O. Man har de ydre Kræfters Moment $M = \div \left\{\frac{s}{l}(Px + P_1 x_1) - (s + c)\frac{\xi}{\lambda} P_1\right\}$, hvor s og c betegne de i Figuren angivne Længder.

Rykker Toget nu yderligere et Stykke $\triangle\lambda$ frem, hvorved foreløbig forudsættes, at intet Hjul passerer D og B, ville x, x_1 og ξ alle voxe med Stykket $\triangle\lambda$, saa Tilvæxten i Momentet bliver $\triangle M = -\triangle\lambda\left\{\frac{s}{l}(P + P_1) - \frac{s+c}{\lambda} P_1\right\}$.

Hvis her Størrelsen indeni Parenthesen er positiv, faar M en virkelig Tilvæxt i numerisk Henseende, saa Fremrykningen i dette Tilfælde skal iværksættes.

$\frac{s}{l}(P + P_1) > \frac{s+c}{\lambda} P_1$ giver $P + P_1 > \frac{l}{\lambda}(1 + \frac{c}{s}) P_1$ eller for ligestore Faglængder $P + P_1 > n(1 + \frac{c}{s}) P_1$ (n = Fagantallet).

I denne Betingelse indgaa ikke Abscisserne til Kræfterne, og derved kan den bruges, selv om et Hjul passerer D eller B. Rykker et Hjul ind over B, vil derved $P + P_1$ voxe, medens P_1 holder sig konstant; ovenstaaende Ulighed vil da saameget snarere finde Sted, Fremrykningen af Toget skal altsaa fortsættes uden Hensyn hertil.

Rykker derimod et Hjul ind over D, vil $P + P_1$ holde sig konstant, men P_1 voxe; finder Uligheden ikke desto mindre Sted, skal Fremrykningen naturligvis fortsættes, gjælder den derimod ikke længere, skal Frem-

rykningen standse, naar Hjulet har naaet D. Der skal altsaa i Almindelighed staa et Hjul ved Fagets Begyndelse ligesom ovenfor fundet i det specielle Tilfælde.

Reglen bliver altsaa, at man lader Toget rykke frem, indtil det 2det, 3die osv. Hjul er naaet til D og i hvert Tilfælde undersøger, om Uligheden gjælder; det højeste Antal Hjul paa CD, for hvilket Uligheden endnu gjælder, skal da stilles der. Idet man begynder fra den ene Ende af Bjælken, vil man ligesom i § 14 faa Bjælkens Længde delt i Stykker, saaledes at paa det første skal første Hjul staa ved Fagets Begyndelse, paa det andet 2det Hjul osv. Herved simplificeres Undersøgelsen. Selvfølgelig maa intet Hjul passere C.

Har man først paa denne Maade bestemt den farligste Hjulstilling i hvert Fag, bestemmes Spændingerne i Gitterstængerne ved Hjælp af Transversalkraften i Faget svarende til denne Hjulstilling (det bliver ikke Maximaltransversalkraften undtagen for Parallel-Gitterdragere).

Denne Transversalkraft maales i Tovpolygonen, der er tegnet som om Bjælken direkte optog Belastningstrykkene, under det første Hjul, naar fra Ordinaten dér trækkes Trykket paa Tværbjælken C; dette Tryk er det samme i alle de Fag, hvor Hjulstillingen er den samme.

I det specielle Tilfælde, hvor $s = \infty$ (Parallel-dragere), bliver Betingelsen i Overensstemmelse med det ovenfor fundne $P + P_1 > n P_1$.

For ensformig fordelt Belastning kan Undersøgelsen gjennemføres ganske paa samme Maade, blot at man regner med virkelig uendelig smaa Tilvæxter i Stedet for endelige Differenser, altsaa ligefrem søger Maximum af Momentet ved Differentiation. Forøvrigt kan man ogsaa bruge den fundne Regel for enkelte Kræfter: at

Belastningen skal rykke frem, saalænge $P + P_1 > n(1 + \frac{c}{s}) P_1$, altsaa indtil $P + P_1 = n(1 + \frac{c}{s}) P_1$, hvis dette er muligt. Det er det for ensformig fordelt Belastning, og med samme Betegnelser som i Slutningen af § 14, Fig. 17, faas da: $p(x + \xi) = n(1 + \frac{c}{s}) p \xi$, $\xi = \frac{x}{n(1 + \frac{c}{s}) - 1}$.

For bueformede Bjælker skal man imidlertid kjende ikke blot Transversalkraftens Størrelse, men ogsaa dens Beliggenhed. Saalænge ingen Del af Belastningen er rykket ind i det betragtede Fag, falder Transversalkraften i Beliggenhed sammen med én af Reaktionerne, men dette forandres, naar Belastningen rykker saa langt frem, at der kommer et Tryk paa Tværbjælken. I dette Tilfælde er Transversalkraften Resultant af Reaktionen A og Trykket paa C.

I Stedet for at finde Resultantens Beliggenhed vil det i Almindelighed være lettest at beholde Transversalkraften adskilt i disse to Dele. Reaktionen A maales som Ordinat i den ofte omtalte Tovpolygon, naar Belastningen bestaar af Hjultryk, under det første Hjul, for ensformig Belastning ved dennes forreste Ende. Man maa da opløse baade A og C efter de 3 overskaarne Stænger og tage Differensen; Opløsningen af den sidste vil i Almindelighed være særlig let. Forøvrigt henvises til Exemplet i § 19.

16. Endelig skal med et Par Ord omtales det Tilfælde, hvor Bjælken bærer en hvilende Belastning. Man kjender da de Tryk, Belastningen udøver paa alle Knudepunkterne, eller hvis man oprindelig ikke kjender dem, (hvis f. Ex. Belastningen er ensformig fordelt,) kan man let finde dem.

Spændingerne i alle Bjælkens Stænger kunne findes ved Konstruktion af et Diagram; denne Methode forudsættes her tilstrækkelig bekjendt.

Hvad særlig Gitterstængernes Spændinger angaa, kunne de ogsaa, som ofte ovenfor omtalt, findes ved Opløsning af Transversalkraften, hvis Størrelse i de enkelte Punkter er fremstillet ved Ordinaterne til en aftrappet Linie med vandrette Trin. Dersom Belastningen er ensformig fordelt, behøver man ikke først at finde Trykkene paa Knudepunkterne. Hvis Bjælken direkte bar Belastningen, var Transversalkraften fremstillet som Ordinat til en skraa Linie, og man kan nu let angive, hvor man skal maale den Transversalkraft, der, idet Hensyn tages til Tværbjælkerne, virker i hvert Fag. Det maa selvfølgelig være midt i Faget. Belastningen paa den ene Halvdel af Faget maa nemlig af Tværkonstruktionen tænkes overført til Knudepunktet ved Fagets højre Ende, den anden Halvdel til Knudepunktet tilvenstre. Den Transversalkraft, man skal have fat i, er lig Reaktionen A (Understøtningen tilvenstre) minus Trykkene paa Knudepunkterne tilvenstre for Faget, Knudepunktet ved Fagets venstre Ende medregnet. Reaktionen A bliver naturligvis den samme, enten man først fordeler Belastningen paa Knudepunkterne eller ej, og Trykkene paa de nævnte Knudepunkter ere tilsammen lig den ensformig fordelte Belastning fra Bjælkens venstre Ende til midt i det betragtede Fag. Naar man maaler Ordinaten til den omtalte skraa Linie midt i Faget, fremstiller den altsaa netop den søgte Transversalkraft.

Har Bjælken lodrette Gitterstænger, kan der blive Spørgsmaal om, til hvilket Fag en saadan skal regnes. Dette afgjøres let ved at se, hvorledes et Snit, der overskjærer den lodrette Stang og en Stang i Hoved og Fod, deler de belastede Knudepunkter.

For de almindelige Typer af Parallel-Gitterdragere findes de her anførte Regler specialiserede i Borch og Holmbergs tekn. Mekanik Pag. 226—30.

17. Bestemmelse af Maximums- og Minimumsspændingerne i en Gitterbjælke, der er paavirket baade af en hvilende ensformig fordelt Belastning (Egenvægten) og af en bevægelig Belastning.

Hoved og Fod: Da Maximalspændingerne her faas for den Belastning, der giver Maximalmomenterne, er det naturligst at bruge Momentmethoden. Minimumsspændingerne faas, naar Egenvægten virker alene, Maximumsspændingerne, naar ogsaa den tilfældige Belastning virker. Man begynder med at konstruere Momentpolygonerne for Egenvægten og den tilfældige Belastning. Er denne ensformig fordelt, kan den sammenfattes med Egenvægten i én Parabel, bestaar den af Hjultryk, bruges Methoden i § 8 til at konstruere Maximalmomenterne i de lodrette Snit gjennem alle Knudepunkterne, og disse adderes til de af Egenvægten fremkaldte Momenter i de samme Punkter. De ved Konstruktionen fundne Ordinater Y i Momentpolygonen skulle multipliceres med Poldistancen h for at give Momenterne, og Produktet Y. h skal for at give Spændingen f. Ex i R Fig. 14 divideres med Afstanden r fra (S T) til R. Spændingen i R er altsaa $Y.\frac{h}{r}$, saa at man kan faa en Polygon, hvis Ordinater maalte paa Kraftmaalestokken angive Spændingerne i Hoved og Fod, ved at multiplicere Momentpolygonens Ordinater med $\frac{h}{r}$, idet den rigtige Værdi for r for hver Stang indføres. For Parallelgitterdragere bliver det særlig simpelt, idet r her er konstant (Dragerhøjden); man behøver da ikke at transformere Momentpolygonen, men kun at maale dens Ordinater paa en Maalestok, hvis Enheder ere $\frac{r}{h}$ af Kraftmaalestokkens.

Gitterstængerne: Bestemmelsen sker ved direkte Opløsning af Transversalkraften. I de foregaaende

Paragrapher, hvor de farligste Belastningsmaader ere undersøgte, er denne Bestemmelsesmaade ogsaa stadig forudsat, og Undersøgelsernes Resultater ere udtrykte i Overensstemmelse hermed.

For at foretage denne Opløsning af Transversalkræfterne skal man kjende baade deres Størrelse og Beliggenhed. Størrelsen faas ifølge de foregaaende Paragrapher ved Hjælp af de Polygoner, der give Transversalkræfternes Størrelse i hvert Snit under Forudsætning af, at Bjælken direkte modtager Belastningstrykkene. Beliggenheden af Transversalkraften faas for den af Egenvægten frembragtes Vedkommende efter § 3, angaaende den af den tilfældige Belastning frembragte Maximaltransversalkrafts Beliggenhed er det fornødne sagt i Slutningen af § 15. Opløsningen udføres nu som i § 12 beskrevet.

For *Parallel-Gitterdragere* behøver dog ikke Beliggenheden at kjendes, idet her den lodrette Komposant af Gitterstængernes Spænding er lig Transversalkraften. For saadanne faas jo tillige (§ 14) Maximal- og Minimalspændingen af Maximal- og Minimaltransversalkraften, og det vil derfor være lettest at foretage Bestemmelsen af Spændingerne ved Hjælp af den Fremstilling af Transversalkræfterne, der er givet i Fig. 10 a, hvor strax Egenvægtens og den tilfældige Lasts Indvirkninger haves adderede. I § 11, Fig. 10, er det vist, at Transversalkraften paa Stykket $A M_1$ altid beholder samme Fortegn, ligeledes paa Stykket $M B$ (her er Fortegnet modsat det paa Stykket $A M_1$). Hvis man da stillede Gitterstængerne saaledes, at de paa hele Længden faldt i samme Retning, f. Ex. som i Fig. 19, saa vilde de paa Stykket $A M_1$ f. Ex. altid trykkes, paa Stykket $M B$ altid strækkes; nu stiller man imidlertid altid Stængerne symmetrisk med Hensyn til Bjælkens Midte, og i saa Fald ville de baade paa Stykket $A M_1$ og $M B$ faa samme Paavirkning altid.

Paa Stykket MM_1 derimod kan Transversalkraften skifte Fortegn, altsaa ogsaa Gitterstængernes Spænding, hvordan man end stiller dem. Paa dette Stykke maa man derfor enten konstruere Gitterstængerne saaledes, at de kunne taale Tryk, eller hvis man ikke vil det, sætte Diagonaler i begge Retninger. Bjælken bliver derved tilsyneladende ikke statisk bestemt, men den maa dog betragtes som en saadan, idet en Diagonal, naar den skulde optage Tryk, giver efter og bøjer sig lidt ud af sin Plan, indtil den anden Diagonal i samme Fag træder i Virksomhed, og den vil strækkes, naar den første skulde trykkes. I de Fag, hvor man saaledes har sat to Diagonaler, beregnes disse altsaa saaledes, at Maximalpaavirkningen i den ene faas af Maximaltransversalkraften, Maximalpaavirkningen i den anden af Minimaltransversalkraften (Maximaltransversalkraften i modsat Retning). Minimumspaavirkningen i begge kan sættes lig Nul (egentlig lidt mindre, da den dog vil optage noget Tryk, før den bøjer sig ud).

Da Beliggenheden af den af Egenvægten og af den tilfældige Belastning frembragte Transversalkraft, der skal bruges ved Beregningen, ikke er den samme, maa man ved *buеformede Gitterbjælker* helst foretage Bestemmelsen af Spændingen saaledes, at den af Egenvægten fremkaldte Spænding bestemmes for sig, den af den tilfældige Belastning fremkaldte for sig. Man gjør da med Fordel Brug af et Diagram til Bestemmelse af den Del af Spændingen, der hidrører fra Egenvægten.

Ligeledes maa Spændingsbestemmelsen foretages for hver Slags Belastning for sig, hvis man ved Dimensionsbestemmelsen vil tage Hensyn til Rystelser o. l. ved at indføre den tilfældige Belastning multipliceret med en eller anden Konstant.

18. Exempel paa Bestemmelsen af Spændingerne i en Parallelgitterdrager. Fig. 20.

Den theoretiske Længde er sat til 30 m, Højden til 3 m, Fagvidden ligeledes; Diagonalerne helde altsaa 45°, og Drageren faar 10 Fag. Hovedsystemet af Diagonaler dannes af de fra begge Ender mod Midten faldende; desuden er der i de midterste Fag indskudt Diagonaler i modsat Retning, hvorom senere.

Broen har to Hoveddragere, som altsaa hver skulle bære Halvdelen af Belastningen. Den tilfældige Belastning bestaar af et Tog af Lokomotiver af den tidligere angivne Type, Egenvægten er antaget at være 1,60 ts pr. løb. mtr. af Broen, altsaa 0,8 ts for den ene Drager. I Fig. 20 a er Dragerens Udseende vist i Maalestoksforholdet 1:200 (1 m = 5 m/m.).

I Fig. 20 a er der paa Broen stillet et Lokomotivtog bestaaende af to Lokomotiver med Tendere og de første to Hjul af et 3die Lekomotiv, saaledes at første Hjul paa det første Lokomotiv staar over den ene Understøtning, Knudepunktet o. For Momentbestemmelsens Skyld er hertil yderligere tilvenstre tilføjet et Lokomotiv med Tender gaaende i modsat Retning.

Hjultrykkene (de halve Axetryk) ere derpaa afsatte paa Verticalen gjennem o efter Maalestokken 1 ton. = 1 m/m, idet der er begyndt fra venstre Ende; derved faas Kraftpolygonen prq. Polen O er valgt i en Afstand rO = 30 m paa den vandrette gjennem r (Stykket rq af Kraftlinien bestaar af Hjultrykkene fra de paa selve Drageren staaende Hjul). Der er herefter tegnet to Tovpolygoner i Fig. 20 b og c ganske ens; den ene er brugt til Bestemmelse af Maximalmomenterne, den anden af Maximaltransversalkræfterne. Man kunde naturligvis have nøjedes med én Tovpolygon, men Tegningen vilde være bleven noget overfyldt.

Hoved og Fod:

Først konstrueres Momentpolygonerne. Da Poldistancen er lig 30 m, skal Momentmaalestokkens Enheder være $\frac{1}{30}$ af Kraftmaalestokkens, naar man vil have Momenterne angivne i ts. mtr., altsaa $1\ ^{m}/_{m} = 30$ ts. m.

De af Egenvægten frembragte Momenter fremstilles ved en Parabel, hvis Ordinat paa Midten er $= \frac{1}{8} \cdot 0{,}8 \cdot 30^2$ ts. m. $= 3\ ^{m}/_{m}$. Herved er Parablen bestemt, og i Fig. 20 d er den afsat (punkteret) til begge Sider af Figurens vandrette Axe. De af den bevægelige Belastning fremkaldte Momenter ere konstruerede for Knudepunkterne 1—5 efter den tidligere omtalte Forsøgsmethode. Konstruktionen er udført i Fig. 20 b, hvor der af Konstruktionslinierne kun er bevaret de Slutlinier, som ere fundne at give Maximalmomenterne; det Tværsnits Nummer, hvortil Slutlinien hører, er skrevet ved begge dens Endepunkter samt ved Skjæringspunktet med den Vertical, hvorpaa Maximalmomentet afskjæres.

De Liniestykker, der repræsentere de saaledes fundne Momenter, ere dernæst afsatte i Fig. 20 d i Forlængelsen af Parablens Ordinater ligeledes til begge Sider at Figurens Axe; ved Hjælp af Symmetrien har man nu hele Momentpolygonen.

Ved at lægge Mærke til, med Hensyn til hvilke Punkter Momenterne skulle tages, for at man kan faa Spændingen i de enkelte Stænger, ere Momentpolygonerne erstattede af aftrappede Linier, hvor Ordinaterne til Trinnene netop ere de Momenter, der skulle bruges ved Spændingsbestemmelsen; hvert Trin er betegnet med den Stangs Nummer, hvis Spænding bestemmes ved Trinnets Ordinat; denne giver ligefrem vedkommende Stangs Spænding, naar den maales paa Maalestokken $1\ ^{m}/_{m} = 10$ ts (idet Ordinaten, maalt paa den almindelige Kraftmaalestok, er Y ts, er Momentet 30 Y ts. m., og Spændingen $\frac{30\ Y}{3}$ ts $= 10$ Y ts).

Ved at udføre de nu omtalte Operationer baade med Egenvægtens Parabel alene som Udgangspunkt og med Momentpolygonen, der angiver Summen af Egenvægtens og den tilfældige Belastnings Momenter, faas baade Minimums- og Maximumsspændingerne. Over Figurens vandrette Axe ere Spændingerne i Hovedet fremstillede, under samme de i Foden.

Vil man ved Dimensionsbestemmelsen tage Hensyn til Paavirkningens Variation ved Fastsættelsen af Sikkerhedsgraden, kan man, som man let forstaar, ved Hjælp af de nu dannede Polygoner konstruere en ideal Polygon med den Egenskab, at naar Spændingerne maales i den, bruges en konstant Sikkerhedsgrad.

Gitterstængerne:

I Fig. 20 c er konstrueret de Linier, der vilde fremstille Transversalkraften, hvis Bjælken direkte optog Belastningstrykkene, nemlig for Egenvægtens Vedkommende en ret Linie, der afskjærer Stykkerne $\pm \frac{1}{2}$ pl $= \pm \frac{1}{2} \cdot 0{,}8 \cdot 30 = \pm 12{,}0^{ts} = 12^{m/m}$ af Verticalerne gjennem Understøtningerne, og for den tilfældige Belastning ganske den samme Tovpolygon som den, der bruges ved Momentbestemmelsen; begge disse Linier ere punkterede i Fig. 20 c.

For Gitterbjælken er nu Transversalkraften konstant Faget igjennem, hvorfor disse Linier ere erstattede af aftrappede Polygoner, hvor Ordinaterne til de vandrette Trin netop ere de Transversalkræfter, der skulle bruges til Bestemmelse af Gitterspændingerne i hvert Fag.

For Egenvægtens Vedkommende er Ordinaten til det vandrette Trin lig Ordinaten til den skraa Linie i Fagets Midte, for den tilfældige Belastning lig Ordinaten til Tovpolygonen ved Fagets Begyndelse undtagen i de to sidste Fag tilhøjre. I alle Fag undtagen disse skal nemlig første Hjul stilles ved Fagets Begyndelse, i de sidste Fag 2det Hjul; dette er fundet ved, som ovenfor

forklaret, at afsætte $n \cdot P_1$ (P_1 er det første Hjultryk) = 10.6^{ts} = rs nedad Kraftlinien fra dens Begyndelsespunkt r; Punktet s deler da Straalerne i to Grupper, og de med Straalerne i den sidste Gruppe parallele Tovpolygonsider findes i de to Fag længst tilhøjre. I disse Fag er den Transversalkraft, man skal bruge, lig Tovpolygonens Ordinat i Afstanden 1.5^{m} (Afstanden mellem de to første Hjul) fra Fagets Begyndelse ÷ første Hjuls Tryk paa Tværbjælken tilhøjre, her lig 3^{ts}.

De to aftrappede Linier skjære hinanden i en Afstand af 3 Faglængder fra venstre Ende, hvoraf fremgaar, at der i de tre yderste Fag ved hver Ende kun behøves Diagonaler i én Retning, medens der i de fire midterste maa tilføjes en Diagonal i modsat Retning af Hovedsystemets, hvis man kun vil tillade Strækning i Diagonalerne. Paa Grund af Symmetrien behøver man nu kun at finde Paavirkningerne i Diagonalerne fra 3—17 til 9—11, og i Verticalerne fra 5—16 til 10—11.

Hvad først Diagonalerne angaar, saa findes deres Maximumspaavirkning (Strækning) simpelthen ved at opløse de fundne Transversalkræfter efter Diagonalernes Retning. I Fig. 20 c er Opløsningen foretaget for de nævnte Diagonaler og de fundne Paavirkninger, som naturligvis maales efter Maalestokken $1\ ^{m}/_{m} = 1\ ^{ton}$, betegnede med Diagonalens Nummer. Minimumspaavirkningen kan i de fire midterste Fag sættes lig Nul, i de tre yderste, hvor den bliver Strækning, faas den ved Symmetrien; saaledes har f. Ex. Stangen 9—11 samme Minimumspaavirkning som 21—1 osv. (Hvis man ikke satte dobbelte Diagonaler i de midterste Fag, maatte man regne f. Ex. for Stangen 6—14 som Minimumspaavirkning et *Tryk* lig det i Fig. 20 c med 3—17 betegnede).

Angaaende Bestemmelsen af Spændingen i Verticalerne bemærkes først, at f. Ex. Verticalen 9—12 maa henregnes til Faget 8—9, da det Snit, der overskjærer 9—12,

deler de belastede Knudepunkter, saa 8 kommer paa den ene Side, 9 paa den anden. Forøvrigt ere Spændingerne i Verticalerne lig Transversalkræfterne. Maximumsspændingerne (Tryk) i Stængerne 5—16 til 10—11 ere i Fig. 20 c betegnede med Stængernes Numre. Minimumsspændingerne findes ligesaa let i de Fag, hvor der kun er én Diagonal, ved Hjælp af Symmetrien; altsaa i Figuren ere Minimumsspændingerne (Tryk) i de tre yderste Verticaler de med 0—21, 1—20 og 2—19 i Fig. 20 c betegnede.

For Verticalerne i de Fag, hvor der findes Diagonaler i begge Retninger, bliver Bestemmelsen af Minimumsspændingen noget mere kompliceret, idet en Vertical skal henregnes til det ene eller det andet af de Fag, hvorimellem den ligger, eftersom det er den ene eller den anden Slags Diagonaler, der er i Virksomhed (Snittet maa ikke skjære nogen strakt Diagonal). Saaledes som Dimensionsbestemmelsen af trykkede Stænger almindelig foretages her, har det imidlertid ingen Betydning at kjende deres Minimumsspænding, da den dertil anvendte Formel ikke giver noget Udtryk for Fiberpaavirkningen, saa man ikke kan tage Hensyn til Paavirkningens Variation. Der skal derfor ikke gaas nærmere ind herpaa, saameget mere som Beregning vist i dette Tilfælde vilde føre lettere til Maalet end Konstruktion, da man i hvert Tilfælde først maa undersøge Paavirkningens Natur i de tilgrænsende Diagonaler.

Endnu skal blot bemærkes, at man gjør rigtigst i at skaffe sig de forskjellige Maalestokke, der bliver Brug for, i Stedet for at nøjes med én og reducere de paa den tagne Maal ved Beregning.

I Virkeligheden maatte en saadan Konstruktion udføres i noget større Maalestok, f. Ex. den dobbelte.

19. Exempel paa Bestemmelse af Spændingerne i en Parabeldrager.

Som Exempel paa bueformede Dragere er i Fig. 21 valgt en Drager med polygonal Overdel, indskrivelig i en Parabel, og lige Underdel. Den theoretiske Længde er 36 m., og den er delt i 9 Fag, hvert altsaa af 4 m. Længde; Højden paa Midten er 4.5 m.

Det forudsættes bekjendt, at Gitterstængerne i en saadan Drager kunne blive paavirkede lige stærkt til Træk og Tryk af den tilfældige Belastning, og at ved en ensformig fordelt hvilende Belastning Foden har konstant Spænding, og Diagonalerne ere upaavirkede, medens Verticalerne blot tjene som Hængebaand til at overføre den paa Knudepunktet faldende Vægt til Hovedets Led. Da man nu i dette Tilfælde har tænkt sig ikke at ville have Diagonalerne trykkede, er der anbragt to i hvert Fag.

Den tilfældige Belastning antages at være 2 ts. pr. løb. mtr. af Drageren, Egenvægten 3 ts. (Drageren hører f. Ex. til en Vejbro med chausseret Kjørebane).

I Fig. 21 a er Dragerens Form tegnet op i Maalestoksforholdet 1:400 ($1^{m} = 2{,}5^{m}/_{m}$); i Fig. er kun det ene Diagonalsystem tegnet ind, det andet er symmetrisk med det tegnede, ogsaa hvad Spændingerne angaar.

Hoved og Fod. Maximumspaavirkningen faas for Belastning med $3 + 2 = 5^{ts}$ over hele Længden. I Fig. 21 c er Momentcurven svarende hertil tegnet; $1\,^{m}/_{m} = 36\,^{ts.\,m.}$; det er en Parabel med Pil $= \frac{1}{8} \cdot 5 \cdot 36^{2} = 810\,^{ts.\,m} = 22{,}5\,^{m}/_{m.}$, hvorved den er bestemt. For nu at bestemme Spændingen i f. Ex. 17—16 lægges et Snit, der overskjærer 17—16, 1—2 og de to Diagonaler i Faget. Efter de sædvanlige Regler skulde man nu se bort fra den upaavirkede Diagonal og bruge den anden Diagonals Skjæringspunkt med Foden som Momentcentrum; idet

Ordinaten i Momentpolygonen lodret under dette Punkt er $Y^{ts.\,m.}$, og Momentarmen r $^{m.}$, bliver Spændingen $\frac{Y^{ts.}}{r}$. Men her ere begge Diagonaler upaavirkede. Man ser dog let, at det er ligegyldigt, om man tager Momentet med Hensyn til 1 eller 2, idet de vinkelrette fra 1 og 2 paa 17—16 ere proportionale med Længderne 1—17 og 2—16 og disse igjen med Momentparablens Ordinater under 1 og 2.

Idet man nu vil omforme Momentpolygonen saaledes, at man direkte kan maale Spændingerne, kan man f. Ex. gaa ud fra den vandrette Stang 14—13; hvis den Ordinat i Momentpolygonen, der skal bruges til Bestemmelse af Spændingen heri, direkte skal angive denne Spænding, maa den maales efter en Maalestok, hvor 1 $^{m}/_{m.}$ betyder 8 $^{ts.}$ (er Ordinaten = Y $^{m}/_{m}$, altsaa 36 $Y^{ts.\,m.}$, bliver Spængingen $\frac{36}{4{,}5} Y = 8\ Y^{ts.}$). Spændingen i 17—16 faas nu ved at multiplicere Ordinaten i Momentpolygonen under 2 med $\frac{4{,}5^{m}}{r}$, hvor r betyder Afstanden fra 2 til 17—16; dette er udført i Fig. ved ligedannede Trekanter.

Ved at behandle alle Fag paa denne Maade er fundet den aftrappede Linie, der giver Spændingerne i Hovedet, og den vandrette Linie, hvis Ordinat giver Fodens Spænding.

Denne Methode kan bruges for en hvilkensomhelst bueformet Drager, naar man har konstrueret Momentpolygonen. Specielt for en parabolsk Drager med ensformig fordelt Belastning kunde det have været udført noget simplere, hvilket skal vises ved Bestemmelse af Minimumsspændingerne (fra Egenvægten). I Fig. 21 d er tegnet et Diagram for Drageren belastet med 4·3 ^{ts} i hvert af Fodens Knudepunkter; Kraftmaalestokken er 1 $^{m}/_{m} = 2^{ts}$. Heraf fremgaa de ovenfor nævnte Sætninger, om at Diagonalerne ere upaavirkede, Verticalernes Spænding lig Belastningen paa Knudepunkterne og

Fodens Spænding konstant. Men man ser, at man for at bestemme Spændingerne i Hoved og Fod kunde have nøjedes med at afsætte Kraftpolygonen og gjennem dens Endepunkter trække Paralleler med 0—17 og 10—9; Straaler fra disses Skjæringspunkt til de enkelte Kræfters Endepunkter angive da de søgte Spændinger; dette følger desuden af, at Dragerens Overdel som Ligevægtsfigur for et System paavirket paa denne Maade er en af Tovpolygonerne for Kræfterne, og det er den tilsvarende Kraftpolygon, man har faaet tegnet. Fig. 21 d kan selvfølgelig ogsaa give Maximumsspændingerne, naar man blot bruger Maalestokken 3 $^{m}/_{m}$ = 10 $^{ts.}$

Gitterstængerne: I Fig. er kun tegnet det ene Diagonalsystem. Stængerne heri blive strakte, naar Belastningen rykker ind fra venstre, og den største Strækning faas altsaa, naar Belastningen naar fra venstre Understøtning til et vist Stykke ind i det betragtede Fag; (omtrent) for samme Stilling af Belastningen faas største Tryk i Verticalerne. Tænkes Belastningen at komme fra højre Side, vil det andet Diagonalsystem træde i Virksomhed, og Verticalerne altsaa igjen blive trykkede. Saalænge Diagonalerne overhovedet ere i Virksomhed, ville de fremkalde Tryk i Verticalerne, det største Træk i disse (her kan det nok faa Betydning at kjende dette, da det kan blive meget større end Trykket) maa følgelig faas, naar Diagonalerne ere uvirksomme, d. v. s. for Totalbelastning. I dette Exempel bliver Maximumstrækket i Verticalerne altsaa 20 $^{ts.}$ i hver. Minimumstrækket i Diagonalerne er = 0, tilbage staar altsaa kun Bestemmelsen af Maximumstrækket i Diagonalerne og Maximumstrykket i Verticalerne.

I Fig. 21 b er tegnet den Tovpolygon (Parabel), der vilde fremstille Maximaltransversalkræfterne, hvis Drageren direkte modtog Belastningen. Den tangerer Figurens vandrette Axe lodret under Punktet 0, og paa

Verticalen gjennem 9 afskjærer den en Ordinat lig $\frac{1}{2} \cdot 2.36^{ts}$, som er afsat efter Maalestokken $1\ ^{m}/_{m} = 1\ ^{ton}$. Dernæst er beregnet, hvor langt Belastningen skal rykke ind i hvert Fag for at give Maximumsspændingen i Diagonalen (egentlig er Stillingen en lidt anden for Verticalen i samme Fag — Verticalen 3—15 hører til Faget 2—3 — men for ikke at faa for mange Linier er der brugt den samme; Fejlen er kun lille).

Man finder	$\frac{c}{s}$	ξ	$\frac{1}{2} p \frac{\xi^2}{\lambda}$ = Trykket paa Tværbjælken C.
for Faget 1—2	$\div$ 0,75	3.2 m.	2.56 ts
- — 2—3	- 0,58	2.9 -	2.10 -
- — 3—4	- 0,33	2.4 -	1.44 -
- — 4—5	- 0,0	2.0 -	1.0 -
- — 5—6	- 0,50	1.6 -	0.64 -
- — 6—7	- 1,43	1.2 -	0.33 -
- — 7—8	- 3,10	0.8 -	0.15 -

Transversalkraften der skal bruges til Beregningen, bestaar nu af følgende to Dele: A, i Størrelse lig den fuldt optrukne Ordinat i Tovpolygonen i Afstanden ξ fra Fagets Begyndelse og virkende i Verticalen gjennem Understøtningen tilhøjre, og C, som er beregnet ovenfor, virkende i Knudepunktet umiddelbart tilhøjre for Faget, i modsat Retning af A. Hver af disses Virkning behandles for sig. For Stangon 6—11 foretages f. Ex. følgende Operationer: 6—11 forlænges til Skjæring med Verticalen gjennem Understøtningen tilhøjre, og Skjæringspunktet forbindes med det Punkt, hvor 11—12 skjærer Foden. A opløses nu efter Forbindelseslinien og 6—11, hvilket er udført i Fig. 21 b ovenover Figurens vandrette Axe. Fra den erholdte Komposant efter 6—11 skal trækkes C's Komposant efter samme Linie; C opløses efter 6—11 og 11—12 (giver ingen Komposant efter 6—7), hvilket er udført i i Fig. 21 b under Figurens vandrette Axe, hvor der dog er brugt Maalestokken

4 $^{m}/_{m}$ = 1 $^{ton.}$ for større Tydeligheds Skyld: i Virkeligheden er samme Nøjagtighed selvfølgelig tilstrækkelig og rigtigst for hele Konstruktionen. Paa samme Maade ere alle Diagonalerne behandlede, og Differensen mellem de to fundne Komposanter efter hver Stang angiver Maximumsspændingen i den.

For Verticalerne skulle følgende Operationer udføres, f. Ex. for 7—11: Kraften A skal opløses efter 7—11, 6—7 og 11—10; den i 7—11 faldende Komposant findes ifølge § 12, Slutningen, ved at afsætte A paa den lodrette gjennem 7 i Fig. 21 b fra Figurens vandrette Axe opad og forbinde dens øverste Endepunkt med Projektionen paa Figurens vandrette Axe af 11—10's Skjæringspunkt med Foden; denne Forbindelseslinie afskjærer paa den lodrette gjennem Understøtningen tilhøjre netop den søgte Komposant efter 7—11; i Fig. er denne Længde dernæst flyttet hen paa den lodrette gjennem 7 og trukket med to Linier for Tydeligheds Skyld (Tryk). Herfra skal trækkes C's Komposant efter 7—11, hvilket imidlertid bliver C selv; dette er ikke udført i Fig.

Paa samme Maade behandles de andre Verticaler; for 8—10 vil A's Komposant efter 8—10 være Nul — A opløses direkte efter 9—8 og 9—10 — og C's ogsaa; det indses direkte, at man ikke for denne Stang skal lade Belastningen rykke ind i Faget 7—8, hvad der ogsaa vilde vise sig, hvis man havde beregnet ξ særlig for Verticalerne. For 1—17 faas efter Formlen $\xi = \frac{x}{n(1+\frac{c}{s})-1}$: $\xi = 0$, idet $x = 0$. den kan altsaa heller ikke blive trykket.

For øvrigt maa største Tryk i en Vertical angives, idet der tages Hensyn til Symmetrien, altsaa f. Ex. i 2—16 og 7—11 er største Tryk det samme og lig det største af de for disse to fundne.

Idet nu de fundne Paavirkninger skulle sammensættes med Egenvægtens, faas for Diagonalerne, at største Træk ere de fundne, mindste Træk lig 0; for Verticalerne er største Tryk lig det fundne ÷ 12 ts (Egenvægtens Belastning paa et Knudepunkt), største Træk i dem alle er 20 ts.

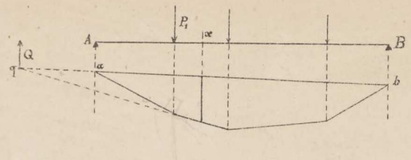
Figuren er selvfølgelig udført i altfor lille Maalestok for en virkelig Konstruktion; den burde have været den 3—4-dobbelte. Skjæringspunkterne mellem Hovedets Stænger og Foden blive for de midterstes Vedkommende temmelig daarlig bestemte; de maa helst beregnes.

I det hele taget kan der gjøres en Del Indvendinger mod Methoden i Anledning af de spidse Skjæringer (f. Ex. ogsaa for Diagonalen 1—16's Vedkommende i Fig. 21 b); men selv om man maa anvende en Del Arbejde paa at kontrollere saadanne enkelte uheldige Skjæringer — Spændingen i 1—16 kunde f. Ex. være funden ved at foretage Opløsningen af Transversalkraften efter de 3 overskaarne Stænger i en anden Orden, eller man kunde ligefrem beregne denne Spænding — saa synes dog Methodens Overskuelighed og, bortset fra de enkelte uheldige Tilfælde, den Lethed, hvormed den fører til Maalet, at maatte opveje disse enkelte Ulemper.

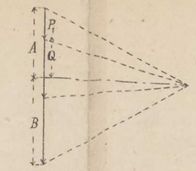
Ganske i Almindelighed kan det anbefales at kontrollere Resultaterne ved Beregning af Spændingerne i en enkelt Stang af hver Slags; derved er man sikret mod grovere Fejl.

a.

Fig. 1

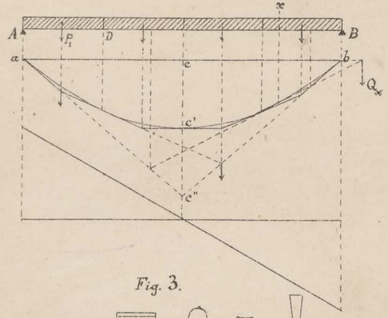


b.



a.

Fig. 2.



b.

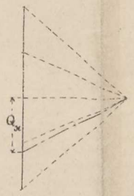


Fig. 3.

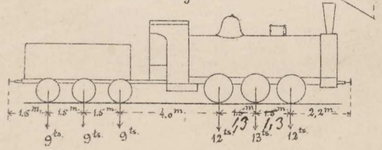
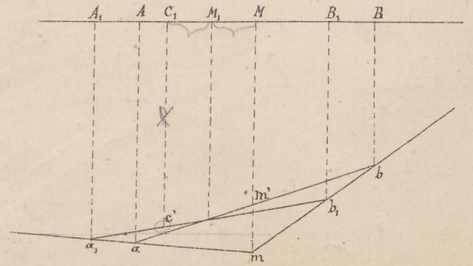


Fig. 4.



a.

Fig. 5.

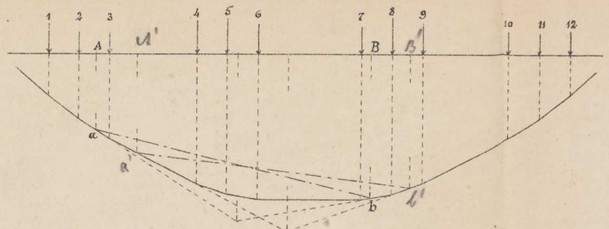
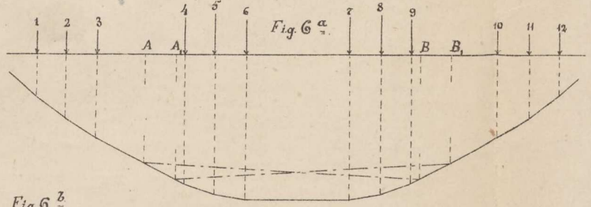


Fig. 6 a.



b.

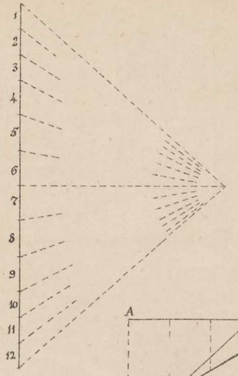


Fig. 8

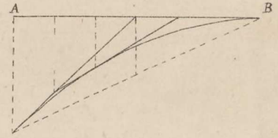


Fig. 6 b.

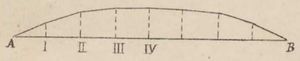


Fig. 7 a.

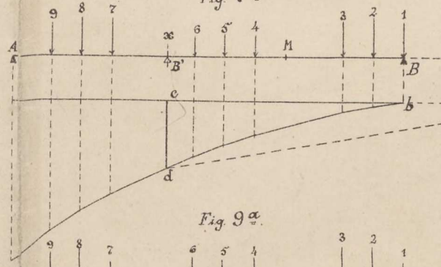


Fig. 9 a.

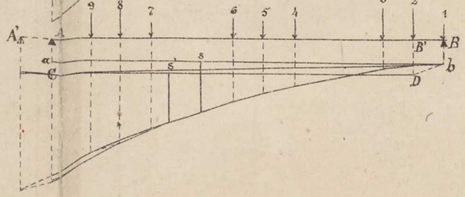


Fig. 7 b.

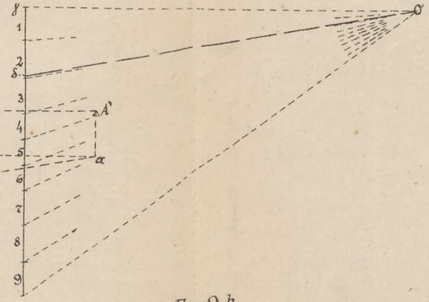


Fig. 9 b.

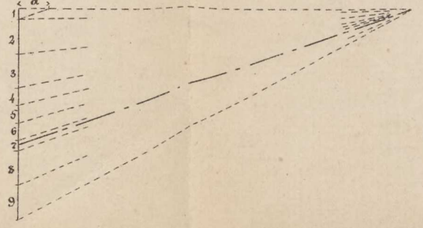


Fig. 10 a.

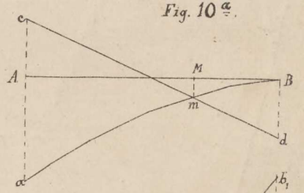


Fig. 10 b.

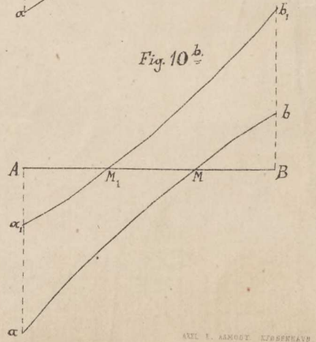


Fig. 11.

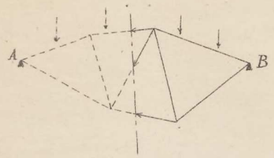


Fig. 12 a.

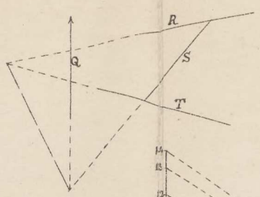


Fig. 12 b.

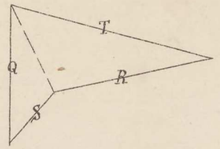


Fig. 13.

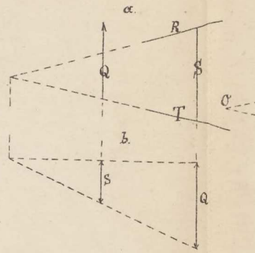


Fig. 14.

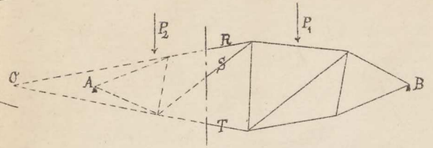


Fig. 15 a.

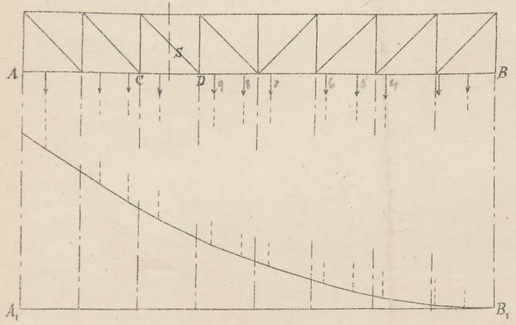


Fig. 15 b.

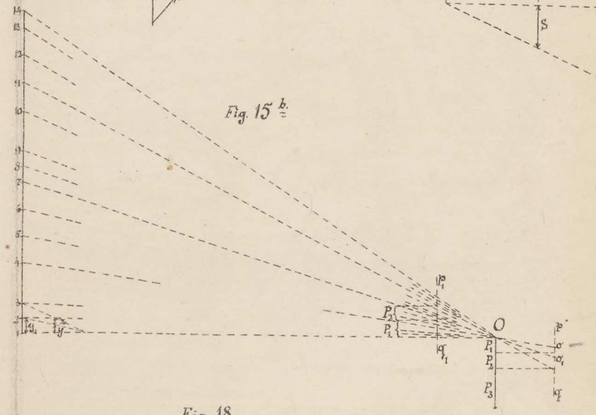


Fig. 16 a.

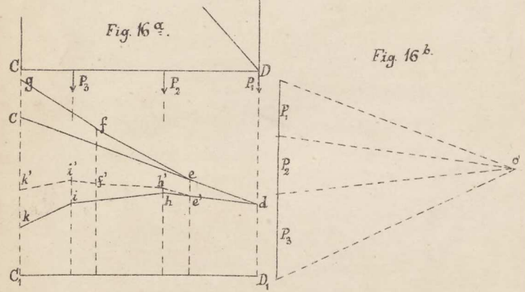


Fig. 16 b.

Fig. 17.

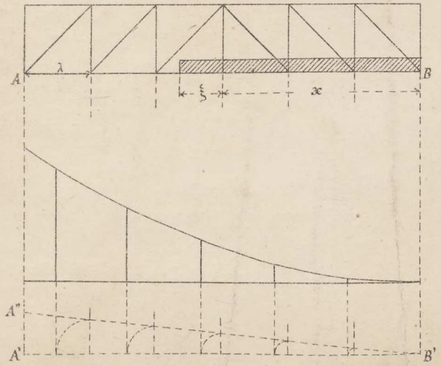


Fig. 18.

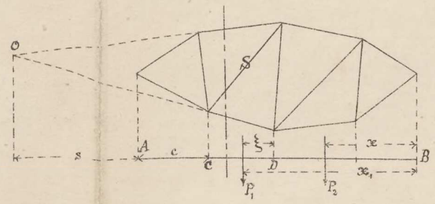


Fig. 19.

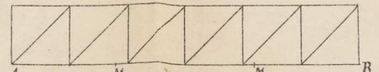
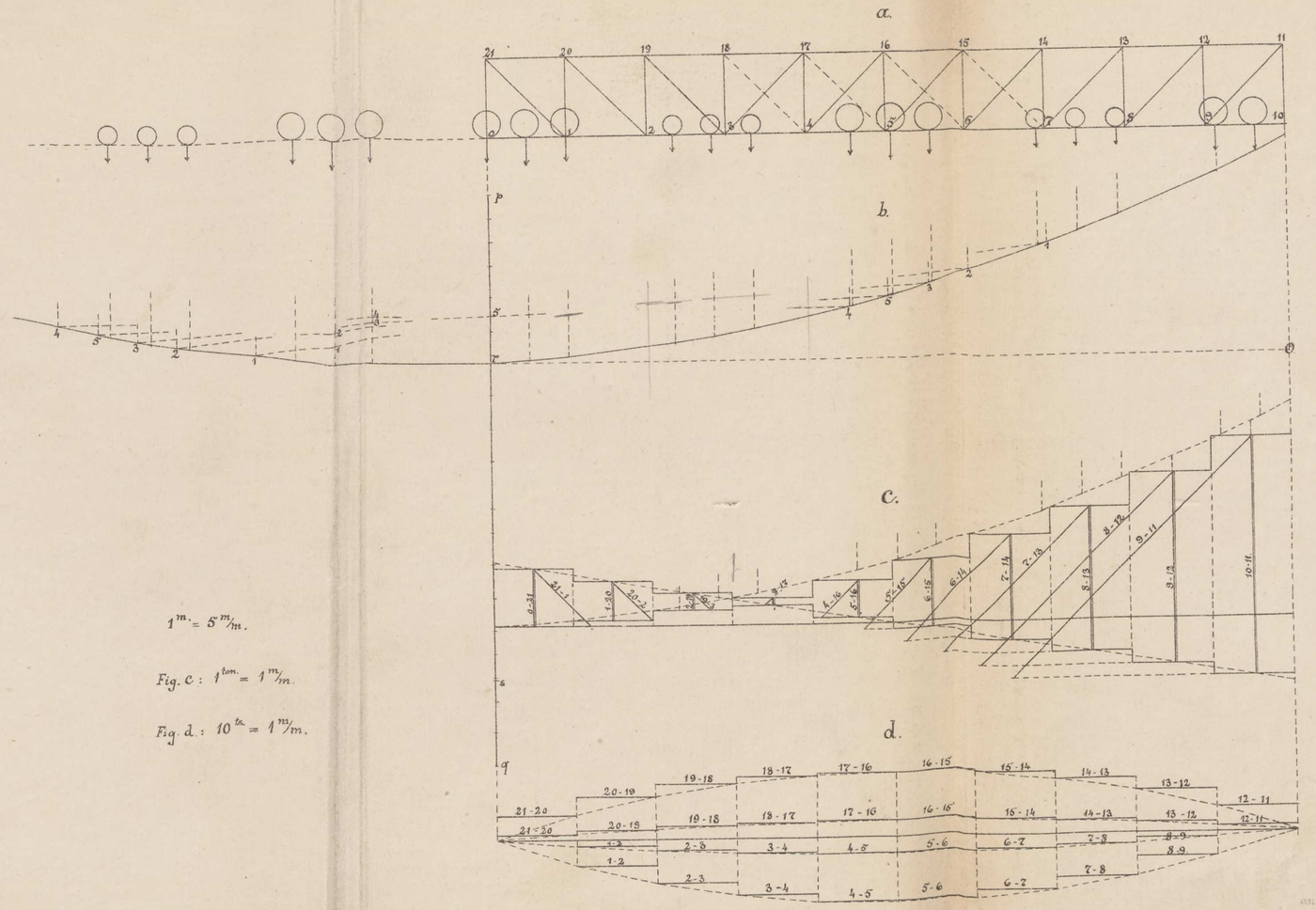


Fig. 20.

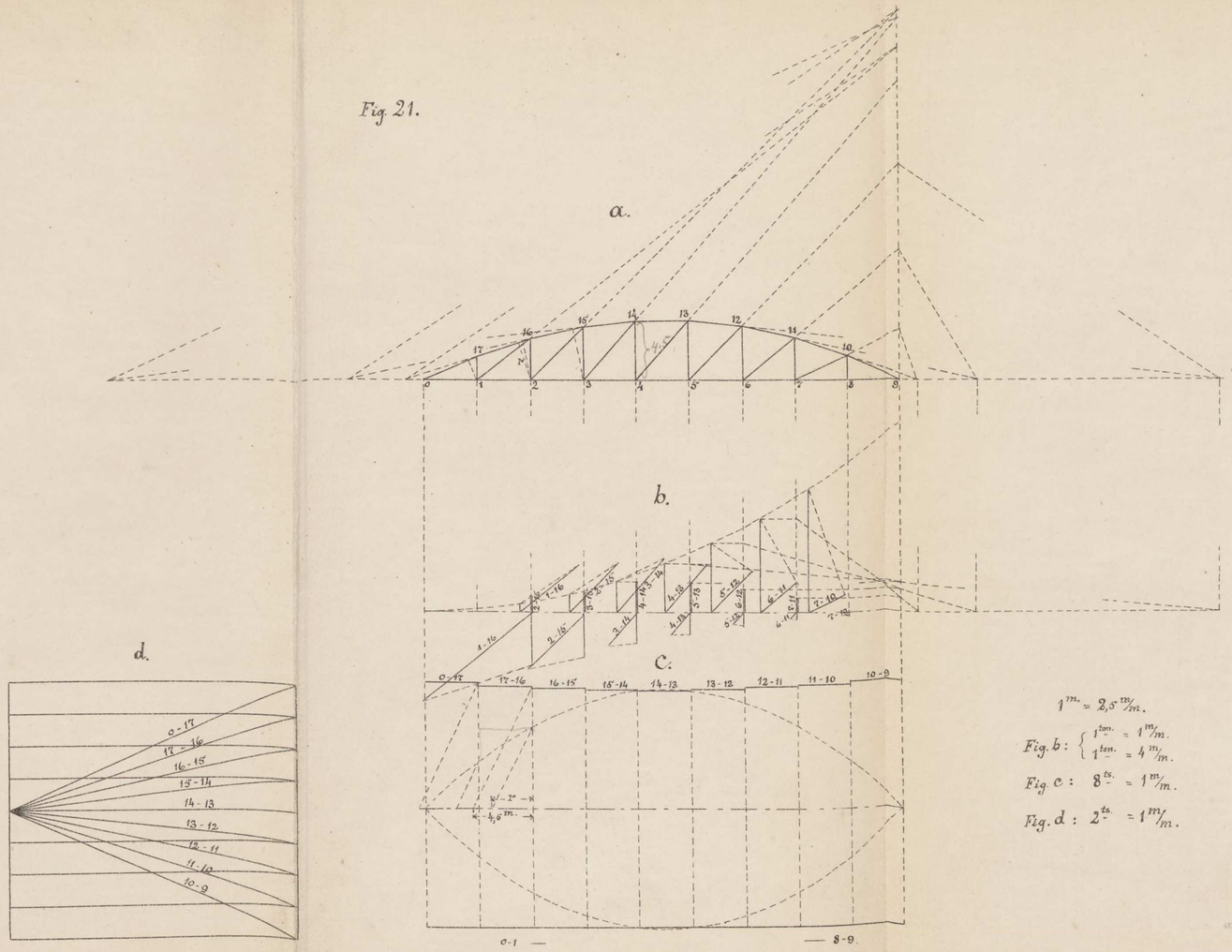


$1^{m.} = 5^{m}/_{m.}$

Fig. c : $1^{ton.} = 1^{m}/_{m.}$

Fig. d : $10^{tx} = 1^{m}/_{m.}$

Fig. 21.



$1^{m.} = 2{,}5\ ^{m}/_{m}.$

Fig. b: $\begin{cases} 1^{ton.} = 1\ ^{m}/_{m}. \\ 1^{ton.} = 4\ ^{m}/_{m}. \end{cases}$

Fig. c: $8^{ts.} = 1\ ^{m}/_{m}.$

Fig. d: $2^{ts.} = 1\ ^{m}/_{m}.$

AXEL B. AAMOET KIØBENHAVN.