DTU Bibliotek

Denne fil er downloadet fra

Danmarks Tekniske Kulturarv

www.tekniskkulturarv.dk

Danmarks Tekniske Kulturarv drives af DTU Bibliotek og indeholder scannede bøger og fotografier fra bibliotekets historiske samling.

Rettigheder

Du kan læse mere om, hvordan du må bruge filen, på *www.tekniskkulturarv.dk/about*

Er du i tvivl om brug af værker, bøger, fotografier og tekster fra siden, er du velkommen til at sende en mail til *tekniskkulturarv@dtu.dk*

E. SUENSON:

JÆRNBETON

TEKNISK BIBLIOTEK

TB Gl.
624.4 Sue

DANMARKS
TEKNISKE BIBLIOTEK

TEKNISK BIBLIOTEK

Hr. Prof. S. M. Jørgensen
ærbødigst fra
Æ.

HNDB. AFD. II.

TEKNISK BIBLIOTEK

JÆRNBETON

FORELÆSNINGER FOR BYGGETEKNIKERE,
HOLDTE PAA DEN POLYTEKNISKE LÆREANSTALT
FORAARET 1907

AF

E. SUENSON
INGENIØR
DOCENT VED DEN POLYTEKNISKE LÆREANSTALT.

KØBENHAVN
P. E. BLUHMES BOGHANDEL
1907

HNDB. AFD.

J. COHENS BOGTRYKKERIER
(GEORG A. BACH)

Da jeg i Efteraaret 1906 besluttede mig til at holde en Række Forelæsninger over Jærnbeton, tænkte jeg ikke paa at udgive dem. Jeg udarbejdede den Gang en Ramme for Stoffet, saa jeg var klar over, i hvilken Orden jeg vilde behandle det, og hvormeget jeg vilde tage med, medens den endelige Udformning først fandt Sted kort forinden hver enkelt Forelæsning. Naar jeg nu, paa Opfordring af mine Tilhørere, sender dette Arbejde i Trykken, er det mig magtpaaliggende at fremhæve dets Tilblivelsesmaade, for at man ikke skal stille større Fordringer til det, end rimeligt er.

Min Hensigt med Forelæsningerne var at give Tilhørerne et Grundlag for Jærnbetonens Teori og Teknik, paa hvilket de selv kunde bygge videre, medens der i det ringe Antal Timer, der stod til Raadighed, ikke kunde blive Tale om at gaa nærmere ind paa alle de mange Omraader, hvor Jærnbetonen benyttes. Det sidste Afsnit, der omhandler de vigtigste Anvendelser, er derfor baade meget kortfattet og meget ufuldstændigt, idet jeg kun har medtaget saadanne, om hvilke der kan siges noget almengyldigt, eller som giver Anledning til Konstruktionsformer, der ikke bruges for andre Materialer, medens de Æmner, der kun kan behandles gennem en Række Exempler, er udeladte. Iøvrigt har Hensynet til, om jeg selv har haft at gøre med en bestemt Anvendelse eller ej, været medbestemmende for mit Valg.

Naar Forelæsningerne nu kommer til at foreligge i Bogform, men iøvrigt i samme Skikkelse, hvori de er holdt,

vil denne Ufuldstændighed sikkert mærkes, men da det paagældende Afsnit er det, der lettest lader sig komplettere ved Hjælp af udenlandske Værker, haaber jeg, at denne Mangel ikke maa føles for stærkt.

Hvad Formlerne angaar, har jeg søgt at skrive dem paa en for Regnestok praktisk Maade, ligesom jeg overhovedet har lagt Vægt paa at bringe dem i den for Benyttelsen mest bekvemme Form; Momenter er saaledes overalt indført i Kilogrammeter, Spændvidder o. lgn. i Meter, medens Tværsnitsdimensioner og deraf udledede Størrelser er angivet i Centimeter. Det samme System er anvendt ved Formlernes Udledelse og har undertiden besværliggjort denne, men jeg har ment hellere at maatte tage den forøgede Ulejlighed fremfor at anvende to Systemer, der let kunde virke forvirrende.

Ved Valget af Bogstavsymboler har jeg tilstræbt en vis Konsekvens, uden dog at kunne føre den igennem, da jeg har anset det for praktisk at bibeholde saadanne Betegnelser som E, I, f, h, σ o. s. v. i den Betydning, hvori de almindeligvis anvendes. Jeg skal dog gøre opmærksom paa, at Længdemaal i Meter altid er betegnet ved et stort Bogstav (A, B, H o. s. v.), medens Længdemaal i Centimeter er betegnet ved et lille Bogstav (a, b, h o. s. v). Fra denne Regel danner kun f (en Bues Pilhøjde i Meter) en Undtagelse. Iøvrigt findes der Side 199 en alfabetisk ordnet Fortegnelse over de forskellige Bogstavers Betydning.

Med Hensyn til Betonens Blandingsforhold har jeg benyttet en Skrivemaade, der afviger fra den almindelige, idet jeg sætter Skærvemængden lig 100 og angiver Sandets og Cementens Mængde i Forhold hertil. Denne Skrivemaade forekommer mig langt anskueligere end den, der ellers bruges. Tager vi til Exempel Blandingsforholdene 1 C:2 S:4 Sk og 1 C:3 S:6 Sk, saa er den eneste Forskel imellem dem et forskelligt Cementindhold, medens det eneste Tal i Formlen, der ikke varierer, netop er det, der angiver Cementmængden. Med Skrivemaaden 100 Sk:50 S:

25 C og 100 Sk:50 S:16,7 C faar man derimod straks det rette Indtryk af Forholdene, og kender man Hulrummenes Størrelse i Skærverne og Sandet, ser man ved første Øjekast, om Betonen kan blive tæt eller ej.

Den, der er vant til at have med Beton at gøre, er naturligvis fortrolig med disse Forhold, saa for ham er Skrivemaaden af mindre Betydning, men for den, der skal lære Betonens Egenskaber at kende gennem en Bog, er det meget vigtigt, at Formlen for dens Sammensætning er anskuelig; og selv Praktikeren vil formentlig indrømme den ny Skrivemaades Fordele, hvor det gælder Sammenligning af meget forskellige Blandingsforhold (se f. Ex. om Beton til Pæle, Side 58.)

Hertil kommer yderligere, at man for uarmeret Granitskærvebeton af den herhjemme almindeligst brugte Sammensætning, 100 Sk:50 S:*c* C, i Tallet *c* har en passende Værdi for den tilladelige Trykpaavirkning efter 28 Døgns Hærdning. Betonens Knusningsstyrke er jo saa variabel, at man ikke af de gjorte Forsøg kan udlede Cementmængdens Indflydelse paa den, og den eneste Maade, paa hvilken man kan faa System i Sagen, er derfor at sætte den tilladelige Paavirkning proportional med Cementindholdet. At man just kan bruge Tallet *c*, beror naturligvis paa et Tilfælde.

København i Juli 1907.

E. Suenson.

INDHOLDSFORTEGNELSE.

		Side.
I.	Indledning	1
II.	Historisk Oversigt	4
III.	Jærnbetonens Egenskaber	8
1.	Betonens rustbeskyttende Evne	8
2.	Adhæsionen mellem Jærn og Beton	10
3.	Jærnbetonens Forhold i Varme og Ild	16
4.	Jærnbetonens Elasticitetsforhold	19
IV.	Materialerne	24
1.	Jærnet	24
2.	Cementen	25
3.	Sandet	26
4.	Stenene	28
5.	Vandet	29
6.	Blandingsforhold	30
V.	Konstruktionselementernes Beregning og Udformning.	31
1.	Strakte Bygningsdele (Vandbeholdervægge)	31
2.	Trykkede Bygningsdele	35
a.	Søjler	35
α.	Søjler paavirkede af et centralt Tryk	35
β.	Søjler paavirkede af et excentrisk Tryk	48
γ.	Søjler paavirkede af et bøjende Moment	50
δ.	Søjlernes Form og Armering	53
b.	Pæle	56
3.	Bygningsdele paavirkede til Bøjning	61
a.	Begrebet Indspænding	61
b.	Enkelt armerede Plader	65
c.	Dobbelt armerede Plader	80
d.	Krydsarmerede Plader	83
e.	T-Bjælker med tyk Plade	86
f.	T-Bjælker med tynd Plade	90

4. Bygningsdele paavirkede til Forskydning 98
a. Forskydningsspændinger i Plader 98
b. Forskydningsspændinger i T-Bjælker 103
α. Bøjleindlæg i T-Bjælker 103
β. Opadbøjning af Jærnet i T-Bjælker 109
5. Hvælvinger og andre Konstruktioner med excentrisk Tryk 114
a. Spændingsbestemmelse og Dimensionering 114
b. Bestemmelse af de bøjende Momenter og Horizontaltryk 124
VI. Arbejdets Udførelse 128
VII. De vigtigste Anvendelser 140
1. Etageadskillelser 140
2. Tagkonstruktioner 147
3. Vægge 151
4. Trapper 154
5. Hele Bygninger 157
6. Udkragninger 158
7. Støttemure 166
8. Siloer 169
9. Vejbroer 173
a. Plade- og Bjælkebroer 173
b. Hvælvede Broer 179
10. Jærnbanebroer 190
Liste over benyttede Bogstavsymboler 199
Rundjærnstabel 204
Tabel for Omsætning af Alen og Tommer til Centimeter .. 206

I.

INDLEDNING.

Jærnbetonen er et Materiale, man ikke længere kommer udenom. Paa talrige Omraader er det ved at fortrænge Sten, Jærn og Træ, og ingen Byggetekniker kan undgaa at støde paa det. Ligesom Kendskabet til Træets, Jærnets og Stenenes Egenskaber nu hører med til enhver Ingeniørs og Arkitekts ABC, saaledes vil i Fremtiden Jærnbetonen være et Materiale, med hvilket enhver Bygger, overordnet eller underordnet, maa være fortrolig, hvis han ikke vil sakke agterud i Konkurrencen.

Til de Egenskaber, der har baaret Jærnbetonen frem, hører for det første dens **Uforgængelighed** baade i Vand og Luft; specielt dens **Brandsikkerhed.**

Dernæst dens **Billighed** i Forhold til Jærn; ved de sidste Aars Licitationer herhjemme af større Brokonstruktioner har Maskinfabrikkernes Tilbud været c. 50 % dyrere end Jærnbetonfirmaernes. Dertil kommer, at den ingen Vedligeholdelse kræver, saaledes som Jærnet; dette spiller en saa stor Rolle, at en Jærnbro maa være c. 13 % billigere i Anlæg for at kunne konkurrere pekuniært med Jærnbetonen (se »Ingeniøren« 1906, Side 360).

Dens **Massivitet** og **Formbarhed** gør det let at tilpasse den efter Arkitekturens Fordringer, og dens **monolitiske**

Karakter er ofte en Fordel, navnlig i Textilfabrikker, hvor Konstruktionens Stivhed i høj Grad begunstiger Væverstolenes gode Arbejde, og i Trykkerier, hvor Fremstillingen af Farvetryk kræver urokkelige Maskiner, da Farverne ellers ikke træffer, hvor de skal.

Monoliteten betinger ogsaa, at man i mange Tilfælde kan lade Aabninger staa, for Ex. i en Etageadskillelses Plader, uden derfor at behøve de besværlige Udvexlinger, som er nødvendige ved Jærn- og Trækonstruktioner.

En værdifuld Egenskab er endvidere den Lethed, hvormed man under Arbejdets Udførelse kan foretage **Ændringer i Projektet.** Faar man Lyst til at undvære en Søjle, saa lægger man blot noget mere Jærn i vedkommende Drager eller gør den noget højere. En saadan Forandring lader sig langt vanskeligere foretage med valsede Jærndragere, der som Regel er bestilte lang Tid forud.

Til Jærnbetonens **daarlige Egenskaber** hører dens store Ledeevne for Varme og Lyd og det Krav paa Forudseenhed, den stiller til Konstruktøren; skal der f. Ex. til en Etageadskillelse af Jærnbeton ophænges Rørledninger eller et plant Loft, saa maa han træffe sine Forholdsregler inden Støbningen. Naar først Betonen er hærdnet, er en hvilkensomhelst Forandring eller Tilføjelse kostbar.

Den, der er bleven fortrolig med Jærnbetonens mange udmærkede Egenskaber, kommer til at holde af det nye Materiale og vil gerne bidrage sit til, at det kan finde Anvendelse overalt, hvor det har Krav paa det. Naar disse Konstruktioner endnu bruges i alt for ringe Grad i Danmark, skyldes det vist ikke saameget Uvilje imod dem, som manglende Kendskab til dem. Jeg har derfor ment, at en kortfattet Fremstilling af deres Beregning og Udførelse vilde afhjælpe et Savn, og det skulde glæde mig, om disse Forelæsninger derigennem kunde bidrage til Jærnbetonkonstruktionernes Udbredelse.

Det er ikke Hensigten at drøfte de forskellige Dimensioneringsmaaders Fortrin og Mangler, her skal kun gives

en Fremstilling af den for Tiden mest benyttede Metode, der ser bort fra Betonens Trækstyrke. Jeg kan ogsaa kun i ringe Grad komme ind paa de experimentale Beviser for de udviklede Formlers Tilforladelighed; jeg vil overhovedet ikke tage mere med, end hvad jeg finder, enhver Praktiker bør vide.

II.

HISTORISK OVERSIGT.

Jærnbetonens Oprindelse maa henføres til Midten af forrige Aarhundrede. Omkring 1850, da Portlandcementens Fabrikation fra at være Englændernes Hemmelighed gik over til at blive Fælleseje, og Kunststenindustrien samtidig begyndte at tage Fart, var Anvendelsen af et Jærnskelet inden i Stenene almindelig kendt.

I 1855 udtog *Lambot* Patent paa at erstatte Træ i Skibe og Beholdere med Jærnbeton, og en lille Robaad, han samme Aar lod støbe til Udstillingen i Paris, existerer endnu. Men dette Patent førte ikke til noget.

Den første, der for Alvor kastede sig over Sagen, var Handelsgartneren *Monier*, der muligvis har kendt Lambots Patent og set hans Baad.

Han støbte sine Planteballer af Jærnbeton, og i 1867 tog han Patent paa Forfærdigelsen af alle Slags transportable Beholdere af dette Materiale. Senere udvidedes Patentet til at gælde Rør og Reservoirer, Broer, Trapper og Jærnbanesveller (1875).

Monier udførte en Del Beholdere af indtil 200 m^3 Rumfang og nogle Broer; men megen Fortjeneste har han næppe haft af det, thi i 1876 undlod han at betale sin Patentafgift, saa at Patentet forfaldt og blev Almenejendom. I de følgende Aar 1877—80 fornyede han det atter og kompletterede det, og han synes at være kommen i For-

bindelse med en Tekniker, thi de nye Patenttegninger viser betydelig mere Forstaaelse af Jærnets Virkemaade end de ældre. Disse Patenter, der altsaa var juridisk værdiløse, lykkedes det ham at slaa til Lyd for og faa solgt i de omgivende Lande.

Hans Udbytte blev dog ikke stort, og han havde ikke Held med selv at skabe sig en Forretning i Frankrig. Efter Jordskælvet ved Revieraen i 80erne agiterede han for Jærnbetonhuse paa Grund af deres Soliditet og fik bygget nogle Villaer i Nizza; han paabegyndte ogsaa en Fabrikation af Jærnbeton-Ligkister; men det lykkedes ham aldrig at skabe sig den Formue, han havde drømt om. I 1906 døde han.

Moniers Betydning er da navnlig den, at han forstod Jærnbetonens Værdi og opreklamerede den uden at bidrage væsentligt til dens tekniske Udvikling.

At Jærnbetonen trængte igennem skyldes navnlig to Mænd, Ingeniør *Wayss* i Tyskland og Entreprenør *Hennebique* i Frankrig.

Wayss havde paa en Udstilling i Antwerpen set Moniers Beholdere og Rør og blev saa begejstret for Idéen, at han afkøbte Monier hans Patent og opgav sin Forretning for fuldstændig at vie sig til Indførelsen af det nye Materiale i Tyskland. Sammen med *Bauschinger* paabegyndte han videnskabelige Forsøg med det, lærte dets Styrke at kende og lærte at lægge Jærnet paa dets rette Plads, nemlig der, hvor Trækspændingerne findes.

Da Monier besøgte Wayss i Berlin, og der paa Arbejdspladsen blev vist ham en Plade med Jærnet liggende i Undersiden, rystede han paa Hovedet og indprentede Arbejderne, at Jærnet altid skulde lægges i Midten. Wayss søgte at forklare ham Fordelen ved den ny Ordning; men den anden blev ved sit og udbrød tilsidst ærgerlig: »Hvem er Opfinderen, De eller jeg?« hvortil Wayss svarede: »De er den første, der har forbundet Beton med Jærn, og derfor opkalder jeg ogsaa Systemet efter Dem; men jeg er den

første, der har anbragt Jærnet rigtig; desværre har jeg ikke taget Patent paa det«.

Wayss undersøgte ogsaa Adhæsionen mellem Jærn og Beton og paaviste Betonens rustbeskyttende Evne; det skyldes hans Energi, at »Moniersystemet«, hvorved forstaas plane eller hvælvede Jærnbetonkonstruktioner uden Ribber, vandt saa hurtig Indpas i Tyskland.

I Frankrig hvilede Bevægelsen indtil 1892, da *Hennebique* og *Coignet* omtrent samtidig tog Patent paa Bjælker af Jærnbeton.

Idéen var ikke ny; Jærnbetonbjælker var allerede anvendt i andre Lande[1]), ganske vist kun undtagelsesvis, men en stærkere Anvendelse laa i Luften. Alligevel er det Franskmændene og først og fremmest *Hennebique*, hvem vi kan takke for den rivende Udvikling, Jærnbetonen har faaet. Det skyldes hans Forretningstalent og praktiske Sans, at Jærnbetonen nu paa næsten alle Omraader staar som en farlig Medbejler til baade Murværk, Jærn og Træ.

Blandt konstruktive Forbedringer, der skyldes Hennebique, maa særlig nævnes Jærnets Opadbøjning ved Vederlagene samt Indlæg af Bøjler.

Ingen af de nævnte Foregangsmænd var Teoretiker. Det første Forsøg paa at opstille Dimensioneringsformler blev gjort af *Koenen* i Berlin paa Opfordring af Wayss; den første videnskabelige Behandling foretog *Neumann* i Brünn 1890. I 1894 fremsatte *Coignet* og *Tedesco* en Beregningsmaade, der paa det nærmeste svarer til den nu hyppigst anvendte, hvor man ser bort fra Betonens Trækstyrke.

Vægtige Bidrag er endvidere givet af *Melan*, *Thullie* og *Emperger* (Østrig), *Sanders* (Amsterdam), *Ritter* og *Schüle* (Schweitz), *Christophe* (Belgien), *Mörsch*, *Bach* og *Kleinlogel* (Tyskland), *Considére* og *Feret* (Frankrig).

I **Danmark** blev Jærnbetonen første Gang anvendt 1891,

---

[1]) 1ste Gang, 1886, til Biblioteket i Amsterdam.

nemlig til Etageadskillelser i Statens Musæum for Kunst (Hvælvinger med indtil $9\frac{1}{2}^{m}$ Spændvidde), til det hvælvede Tag paa Hellerup Glasfabrik ($12\frac{1}{2}^{m}$ Spændvidde) samt til Blokke i en Bølgebryder udenfor Frihavnen.

1892—93 blev der anvendt Jærnbetonplader til Beskyttelse af Frihavnens Bolværker mod Pæleorm.

1893 paabegyndtes Fremstillingen af Monierrør.

1894 blev Fodgængerbroen ved Langelinie udført (ca. 19^{m} Spændvidde). (1879?)

1895—97 blev der bygget 6 Vejbroer og en Gangbro over Kystbanen.

Værdifulde experimentelle og litterære Bidrag til Jærnbetonens Beregning er ydede af Kaptajn *Grut* og Professorerne *Ostenfeld* og *Lütken*.

III.

JÆRNBETONENS EGENSKABER.

1. Betonens rustbeskyttende Evne.

Det er en praktisk Erfaring, at Betonen, naar den er tilstrækkelig tæt, i en Aarrække beskytter Jærnet mod Rust. Nogle mener endog at have konstateret, at rustne Stænger bliver rustfri efter nogen Tids Indstøbning, men det beror dog vist paa en Fejltagelse.

Om Beskyttelsen varer evigt, lader sig naturligvis ikke afgøre, overhovedet finder man meget lidt om dette Spørgsmaal i Litteraturen, hvoraf man vel tør slutte, at der kun foreligger gode Erfaringer.

En i Grenoble 1883 bygget Vandledning med 23^{m} Trykhøjde blev 18 Aar efter (1901) undersøgt, og man fandt Mørtelen uforandret, og de 1^{mm} tykke Jærntraade sammenhængende med Mørtelen og ubeskadigede.

Af en i München 1892 nedlagt Rørledning blev et Rør taget op i 1902, og Traadene var ganske rustfri.

I bægge disse Tilfælde har Mørtelen dog vistnok været meget fed.

Naar Betonen er i Stand til at beskytte Jærnet, skyldes det rimeligvis dels dens Tæthed og dels dens kemiske Sammensætning. Jo tættere den er, desto vanskeligere trænger der Luft og Fugtighed ind til Jærnet, og der er derfor Grund til at antage, at kun de fede Blandinger beskytter mod Rust; men det er ikke bevist.

Naar Cementen først er størknet, beror dens videre Hærdning hovedsagelig paa Udskillelse af smaa Krystaller af Kalciumhydroxyd ɔ: Kalk af samme kemiske Sammensætning som læsket Kalk. Kalciumhydroxyd er som bekendt meget tilbøjelig til at optage Kulsyreanhydrid fra Luften og omdanne sig til Kalciumcarbonat, og en saadan Omdannelse sker der ogsaa i Betonen overalt, hvor denne er i Berøring med Luften. Da Kulsyreanhydridet, som er en af de værste Rustfrembringere, saaledes optages af Kalken, forhindres den i at angribe Jærnet.

Dette Forhold er godt kendt; naar man f. Ex. har renset tynde Jærnplader med Syre og derpaa neutraliseret med Kalkmælk, lader man ofte Kalken sidde paa under Pladernes Forsendelse for derved at beskytte dem mod Rust. Her er Beskyttelsen imidlertid en ren foreløbig; naar det tynde Kalklag er blevet omdannet til Kalciumcarbonat, ophører den.

Den Slutning ligger da nær, at ogsaa Jærnet i Betonen kun er beskyttet, indtil Karbonatdannelsen naar ind til det, og denne Tanke virker jo strax lidt uhyggeligt. Imidlertid tør man vist gaa ud fra, at naar Betonen er fremstillet tilstrækkelig tæt, vil dens Porer yderligere blive stoppet ved Karbonatdannelsen, saaledes at denne standser af sig selv et Stykke indenfor Overfladen.

Der er derfor næppe Grund til at nære Ængstelse i denne Retning, indtil nu foreligger der kun gode Erfaringer.

Skulde det mod Forventning vise sig, at Jærnet efter en længere Aarrække begynder at fortæres, saa vilde det naturligvis være højst uheldigt; men noget Dødsstød for Jærnbetonen bliver det næppe, dertil har den for mange gode Egenskaber. Ved at fluatere Betonens Overflade eller ved andre Midler, vil det sikkert lykkes at komme ud over det vanskelige Punkt.

2. Adhæsionen mellem Jærn og Beton.

Cementmørtel hæfter overordentlig stærkt til Omgivelserne og de Genstande, der er indstøbt i den. Trækker man Beton over, gaar Brudlinien tværs gennem Kalkstenene og kun sjældent langs deres Overflade.

Adhæsionen er desto større, jo finere Cementen er malet og jo federe Blandingsforholdet er.

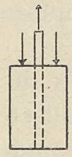


Fig. 1.

Cementmørtels Adhæsion til Jærn angives i Atmosfærer eller kg/cm², idet man bestemmer den Kraft, der skal til for at trække eller trykke en indstøbt Jærnstang ud af en Betonklods og dividerer denne Kraft med Jærnstangens indstøbte, prismatiske Overflade. Det saaledes bestemte Tal kaldes ogsaa for *Glidemodstanden*. De fundne Værdier varierer meget stærkt lige fra 5,8 at til 60,3 at. Forsøgsanordningen har været som vist paa Fig. 1 og Fig. 2. Naar Jærnstangen strækkes (Fig. 1), vil dens Tværsnit formindskes, hvilket naturligvis nedsætter Glidemodstanden, medens det omvendte er Tilfældet, naar Stangen trykkes (Fig. 2); og ved Forsøgene har ogsaa den sidste Ordning givet størst Glidemodstand.

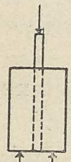


Fig. 2.

For Praxis har den første Metode størst Betydning. Den er benyttet af *Bach* ved en Del Forsøg.

Bach prøvede **forskellige Vandtilsætninger** liggende mellem 12 % og 21 % af den knastørre Cement - Sand - Singel Blandings Volumen, men fandt, at 15 Volumenprocent (7,89 Vægtprocent) var den mindste Vandmængde, hvormed de paagældende Materialer vilde kunne forarbejdes til Jærnbeton i Praxis, og denne Vandmængde var desuden den, der gav størst Adhæsion; tilsattes 18 % i Stedet for 15 %, sank Glidemodstanden omtrent til det halve (1 Maaned gamle Prøver).

Feret har saa nøjagtigt som muligt gentaget Bachs Forsøg, men fandt lige omvendt, at Glidemodstanden voxede

med Vandmængden, indtil denne var kommen op paa 21 %. Han mener, at Grunden til det afvigende Forhold skyldes, at hans Jærn stod lodret ved Stampningen, medens Bachs laa vandret, saaledes at der har samlet sig Vand under det, desto mere jo vaadere Betonen var (Baumaterialienkunde 1906, Side 1).

Mörsch har ogsaa undersøgt Vandmængdens Indflydelse; hans Prøvelegemer var 5 Maaneder gamle og Rundjærnet 20 mm i Diameter. Han fandt følgende Værdier for Glidemodstanden:

Cementindhold i Procent af Grusmængden		100	50	33,3	25	20	16,7	14,3	12,5
Vandtilsætning efter Vægt[1]	10 %	15	19	19	26	30	27	16	12
	15 %	46	49	40	38	21	19	15	10
	20 %	28	28	25	25	12	12	11	7
	25 %	22	30	23	24	8	12	9	7

Den Vandmængde, der giver størst Glidemodstand, er altsaa for de 4 fedeste Blandinger 15 %, for de 4 magreste 10 %; men Tallene varierer iøvrigt saa ulovmæssigt (de er kun Middeltal af 2 Forsøg), at der ikke kan tillægges dem stor Betydning. Det synes dog at fremgaa af dem, at Glidemodstanden synker stærkt, saasnart Betonen bliver magrere end 100 S : 25 C (naar den tørreste Blanding undtages).

Bach har ogsaa undersøgt forskellige **andre Forholds Indflydelse** paa Glidemodstanden.

Om Singelmængdens (5—15 mm) Forhold til Sandmængden (0—5 mm) varierede mellem 100 Si : 53,7 S og 100 Si : 167 S (efter Rumfang) havde ingen væsentlig Betydning; men hvis Prøvestykket efter at være færdigstampet blev gennemrystet yderligere ved at staa paa samme Underlag som de Legemer, der derefter blev stampede, forøgedes Glidemodstanden og desto mere, jo mindre Vandtilsætningen var.

[1] Vandtilsætningens Størrelse har kun relativ Betydning, da Gruset i Forvejen var fugtigt.

Afdrejede Stænger gjorde kun halv saa megen Modstand som Stænger, der havde Valsehuden paa.

Glidemodstanden voxede med Rundjærnets Diameter, hvilket dels kan skyldes det sværere Jærns større Ruhed, dels at Betonen slutter sig bedre til Jærnet under Stampningen, jo større Krumningsradius er, thi baade firkantet Jærn og Fladjærn havde større Glidemodstand end Rundjærn[1]); den væsentligste Aarsag er dog sikkert, at Stangens Spænding og dermed dens Længdeforøgelse og Tværforkortelse bliver mindre, naar Diameteren voxer, og disse Forhold forklarer ogsaa, at Glidemodstanden aftager, naar Indstøbningslængden voxer, thi dermed voxer ogsaa Stangens Spænding.

De absolute Værdier, Bach fandt med 3 Maaneder gammel Beton af 100 Maal Grus (sammenblandet i Forholdet 100 Maal Si : 150 Maal S) : 25 Maal Cement og 15 Rumprocent Vand, er følgende:

Indstøbt Længde i cm	Jærnstangens Tværsnit					
	mm 10 ○	mm 20 ○	mm 40 ○	mm 20 · 20	mm 10 · 40	mm 4 · 40
10	17,1	25,1				22,6
15	14,1	18,5	27,7	26,2	19,6	22,6
20	12,2	15,6				
25	13,6	18,1				
30	11,3	15,3	26,8	19,8	18,4	

Med Alderen bliver Glidemodstanden betydelig større end de Bachske Værdier. Saaledes har Oswald Meyer fundet med $4\frac{1}{2}$ Aar gammel Grusbeton og c. 17,5 cm Indstøbningslængde:

[1]) Andre har fundet det modsatte, se Engineering News 1904, No. 10 og Wayss & Freytag: Der Eisenbetonbau, 2den Udg. Side 49.

Blanding	Diameter	
	25 mm	12 mm
100 Si : 100 S : 50 C	36,2	63,4
100 Si : 50 S : 25 C		52,1
100 Si : 100 S : 25 C	30,0	

Man maa dog ikke glemme, at en lille Skævhed eller Krumhed af Jærnet i høj Grad forøger Glidemodstanden, saa at de omhyggeligste Experimentatorer sandsynligvis finder de mindste Værdier.

Den **tilladelige Adhæsionsspænding** sættes gerne til **4,5 at**.

En let **Rustdannelse** paa Jærnet gør ingen Skade, men snarere Gavn, da Cementen saa lettere adhærerer; derimod maa Jærnet ikke være fedtet eller snavset.

Det kunde ligge nær at søge en bedre Forbindelse tilvejebragt mellem Betonen og Jærnet ved at forøge dettes Overflade, f. Ex. anvende et **korsformet Tværsnit**, men Betonens Forskydningsstyrke er af ganske samme Størrelse som Glidemodstanden og sætter en Grænse for, hvad man kan opnaa; der kræves samme Kraft til at lokke en 20 mm Blanket ud af en Betonplade som til at trykke et 20 mm Rundjærn ud af den.

Hvis man erstatter et 32 mm Rundjærn, der har 8 cm² Areal og 10 cm Periferi, med et korsformet Jærn (Fig. 3), der har 1 cm tykke og 1,75 cm lange Flige, saa vil Arealet være det samme, medens Periferien er $8 \cdot 1{,}75 + 4 \cdot 1 = 18$ cm, altsaa 80 % større.

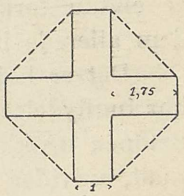


Fig. 3.

Forbindelsen er imidlertid ikke bleven 80 % stærkere, thi inden den fulde Glidemodstand er naaet, vil Forskydningsstyrken overvindes langs den punkterede Flade, hvis Periferi er $4 \cdot 1{,}75 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot 1 = 13{,}9$ cm, altsaa kun 39 % større end Rundjærnets.

Naar saadanne indskaarne Profiler (f. Ex. ⊥ Jærn)

anvendes, maa man derfor aldrig regne med en større Glideflade end den, der svarer til den omskrevne Polygons.

Heraf følger ogsaa, at naar flere Rundjærn indstøbes ved Siden af hinanden (Fig. 4), kan man kun regne med hele deres Overflade som Glideflade, saalænge Afstanden mellem deres Axer er større end Rundjærnets halve Periferi $\frac{1}{2}\pi d = 1{,}57\ d$.

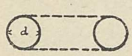


Fig. 4.

Bliver Afstanden mindre, vil Glidningen ske langs Tangentplanerne. Af Hensyn til Støbningen lægges Jærnene dog aldrig saa tæt, at dette Forhold indtræder.

Der existerer forskellige Slags patenterede Betonjærn, der ved Udvalsningen forsynes med Fremspring og Fordybninger, der skal forøge Glidemodstanden, samtidig med, at Tværsnitsarealet holdes konstant; hertil hører Amerikaneren **Johnsons Knudejærn** (Fig. 5), der for nylig er bragt i Handelen herhjemme. Det er kvadratiske Jærn med $\frac{1}{4}$—$\frac{1}{3}$—$\frac{1}{2}$—$\frac{5}{8}$—$\frac{3}{4}$—$\frac{7}{8}$—1—$1\frac{1}{4}$ Tomme engl. Sidelinie, der skiftevis er trykkede sammen i den ene og i den anden Retning, saa at Tværsnittet afvexlende er et staaende og et liggende Rektangel.

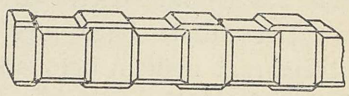


Fig. 5.

Teoretisk set frembyder disse Jærn ingen stor Fordel, idet man kun opnaar, at Glidefladen flyttes ud til den omskrevne Polygon, men Spørgsmaalet om Glidemodstanden er endnu forlidt oplyst til, at man tør fælde Dom over dem allerede nu.

Det er højst rimeligt, at Betonens Rumfangsændringer har Indflydelse paa Adhæsionen; ved Lufthærdning svinder Betonen og klemmer altsaa om Jærnet; bliver den senere vaad, udvider den sig, hvorved Klemningen formindskes eller ophører. En lignende, men langt mindre Virkning kan Temperaturvariationer have. Hvor stor en Rolle disse Forhold spiller vides ikke, men gaar man til en Yderlighed og antager, at Glidemodstanden udelukkende skyldes Klemningen, og at denne kan blive Nul, saa betyder det

naturligvis en stor Fordel, at der er Knuder paa Jærnet, thi uden dem vilde Jærnet ligge helt løst.

Ifølge Forsøg af *de Puy*, Chicago (se Beton & Eisen 1907, Side 47), er Knudejærnenes Glidemodstand c. 3 Gange saa stor som Rundjærns.

Der anvendtes en Beton 100 Sk : 50 Sand : 25 C med Kalkstensskærver af indtil 1,3 cm Tværmaal, og armeret med Stænger af følgende Dimensioner:

	Tværmaal	Tværsnit	Omkreds	Vægt
Rundjærn.....	1,75 cm	2,44 cm^2	5,51 cm	1,91 kg/m
Kvadratjærn ...	1,59 -	2,52 -	6,35 -	1,97 -
Knudejærn	1,59 -	2,37 -	6,17 -	1,86 -

Resultaterne af Udtrækningen blev:

Indstøbt Længde i cm	20,3	30,5	40,6	50,8	61,0
Betonens Alder i Døgn	25	31	25	31	31
τ_{bj} for Rundjærn	13,86	20,23	14,98	15,68	13,30
- - Kvadratjærn	19,20	23,87	13,16	16,80	16,94
- - Knudejærn	54,25	49,42	48,09	38,92	35,42
Forhold mellem τ_{bj} for Knude- og Rundjærn	3,92	2,44	3,22	2,48	2,66
	Middeltal 2,94				

Man ser, at det i særlig Grad er i Forbindelse med den unge Beton, at Knudejærnet er overlegent. Om andre Adhæsionsforsøg med Knudejærn se Beton & Eisen 1903, Side 200.

Prisen for disse Jærn er imidlertid høj; for $\frac{1}{2}$" og opefter er den 21,3 Øre/kg, ɔ: c. 6 Øre mere end for almindeligt Rundjærn (15,3 Øre/kg). For $\frac{1}{3}$" er Overprisen 2,2 Øre/kg.

Hvis den tilladelige Adhæsionsspænding t_{bj} og den tilladelige Trækspænding i Jærnet s_j skal naas samtidig, maa

der være et vist Forhold mellem Rundjærnets Diameter d og **Indstøbningslængden** l, der findes af Ligningen:

$$\tfrac{1}{4}\,\pi\,d^2\,s_j = l\,\pi\,d\cdot t_{bj}$$

hvoraf

$$l = \frac{d}{4}\cdot\frac{s_j}{t_{bj}} \qquad (1)$$

Med $s_j = 1000^{at}$ og $t_{bj} = 4{,}5^{at}$ faas:

$$l = 55{,}5\,d \qquad (2)$$

Naar to Rundjærn stødes, maa de altsaa overdække hinanden paa saadan en Længde, og man maa aldrig lade et Rundjærn ende i mindre Afstand end denne fra det Punkt, hvor det har sin Maximalspænding (1000^{at}).

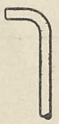


Fig. 6.

Meget ofte (saaledes altid ved det sværere Jærn, der indgaar i Bjælker) stoler man ikke alene paa Glidemodstanden, men træffer særlige Forholdsregler til Forankring af Jærnet, idet man enten bøjer Enden 90° (Fig. 6), eller kløver den og bøjer Fligene ud (Fig. 7). I saa Fald kan Jærnet ikke glide; derimod sprænges Betonen, dog først ved en langt højere Last end den, Jærnet ellers glider ved. Efter Forsøg af Oswald Meyer giver Kløvning større Værdier end Ombøjning. (Se Baumaterialenkunde 1906, Side 350).

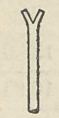


Fig. 7.

---

3. Jærnbetonens Forhold i Varme og Ild.

Kaptajn Grut har opvarmet Betontærninger (100 S : 33 C) til forskellige Temperaturer og senere knust dem, hvorved han fandt de nedenfor angivne **Styrketal**[1]). Tærningernes Kantlængde var $5{,}2^{cm}$, Alderen $2\frac{1}{2}$—3 Maaneder (8 Dage i Vand, ellers i Luft).

[1]) Teknisk Forenings Tidsskrift, 27. Aarg., Side 206.

Forsøgenes Antal ...	5	5	5	5	2	2	2	3
Opvarmet til.....	Stue-temp.	100°	150°	200°	300°	500°	700°	1000°
S_c i at.....	373,9	370,1	425,2	424,2	379,2	304,6	171,3	47,1

Styrken stiger altsaa i Begyndelsen og synker derpaa, men en Opvarmning til 300° vil endnu forøge Styrken. Man kan derfor rolig anvende Beton til Varmtvandsbeholdere, Skorstene, Røgkanaler og lignende.

Efter 1000° Opvarmning ses Styrken at være meget ringe, men iøvrigt afvige de Forsøg, der er gjort over Cementmørtels Ildfasthed en Del fra hverandre; de fede Blandinger staar sig daarligst, medens magre Blandinger som 100 S : 20 C taaler Rødglødhede og pludselig Afkøling, uden at Styrken synker mere end c. 25 %.

Saadanne Laboratoriumsforsøg viser, at Cementmørtel ikke er en ildfast Mørtel, men om dens Modstandsevne ved Ildsvaader giver de kun et daarligt Begreb.

En fuldstændig Gennemglødning i Timevis som Laboratorierne anvender, vil der sjældent være Tale om ved en almindelig Ildebrand, hvor Betonen er tilstede i store Dimensioner og kun paavirkes fra een Side; Overfladen kan blive beskadiget, men til det indre naar Ilden ikke paa Grund af Mørtelens forholdsvis ringe Varmeledningsevne. Det er en Kendsgerning, bekræftet ved talrige Brandprøver og virkelige Ildebrande, at Beton kun staar tilbage for de ildfaste Teglsten og ildfaste naturlige Sten.

Trapper af Granit og Kalksten styrter sammen efter en kortvarig Ildpaavirkning, medens Betontrapper staar sig langt bedre. Specielt frembyder Jærnbetonkonstruktioner baade som Trapper og Etageadskillelser en Sikkerhed ved Ildsvaader, der næppe overgaas af nogen anden Konstruktion. For at denne Sikkerhed skal være tilstede, regner man, at der mindst maa være 1 cm Beton eller Puds udenfor Jærnet.

Naar Jærnet og Betonen bevarer deres Sammenhæng i saa høje Temperaturer, er det, fordi deres Varmeudvidelse er omtrent ens.

Varmeudvidelsen for 100^{m} Længde ved 1^{0} Opvarmning er for:

100 Si : 50 S : 25 C	0,972^{mm}
100 Sk : 50 S : 25 C	0,990 -
Skærvematerialet i denne Beton	0,972 -
Blødt Staal	1,18 -
Haardt —	1,19 -
Svejsejærn	1,22—1,45 -

Ved Forsøg i Berlin med 3 Betonsorter (Pimpstensbeton) fandtes:

Beton *A*: 0,94^{mm}; armeret med $2\frac{1}{4}$ % Jærn: 1,01^{mm}
— *B*: 1,09 - ; - - - - — 1,15 -
— *C*: 1,11 - ; - - - - — 1,17 -

Forskellen er altsaa ringe, saaledes at de Spændinger, en Temperaturvariation fremkalder, kun bliver smaa.

I Ildebrandstilfælde vil de dog kunne naa en betydelig Værdi, men da Betonen udvider sig mindre end Jærnet, vil den blive strakt og Jærnet trykket, hvorved i det hele og store de fra Belastningen hidrørende Bøjningsspændinger formindskes.

Ved Forsøgene i Berlin ses den armerede Beton at have forlænget sig $\frac{0,07 + 0,06 + 0,06}{3} = 0,0634^{mm}$ mere end den uarmerede. Jærnet har altsaa paatvunget Betonen en Forlængelse pr. Længdeenhed af $\frac{0,0634}{100000}$ svarende til en Trækspænding $\sigma_b^t = \frac{0,0634}{100000} \cdot 140000 = 0,089^{at}$, naar Betonens Trækelasticitetskoefficient er 140000^{at}. Til Gengæld har Jærnet faaet en Trykspænding $\sigma_j^c = 0,089 \frac{97\frac{3}{4}}{2\frac{1}{4}} = 3,86^{at}$.

Disse Spændinger skulde altsaa fremkomme ved 1^{0} Opvarmning af et Jærnbetonlegeme med $2\frac{1}{4}$ % Jærn.

Cementmørtelens relative Ildfasthed og ringe Varmeledningsevne har gjort den til et almindeligt anvendt **Isoleringsmateriale** for Dragere og Søjler af Jærn. Gen-

standen omgives med et tyndt Jærn-Traadvæv, paa hvilket Mørtelen udkastes i et tyndere eller tykkere Lag.

Ved Forsøg i Hamburg med Jærnsøjler, der var beskyttede med et 4 cm tykt Mørtellag, som dels laa tæt paa Søjlen, dels med et meget lille Mellemrum og dels i 2—3 cm Afstand, viste det sig, at ved en Temperatur af 1300—1350° bevarede Søjlerne deres Bæreevne i henholdsvis 4, $4\frac{1}{4}$ og $5\frac{1}{6}$ Time.

De senere Aars Erfaringer gaar overhovedet ud paa, at den Beskyttelse, en Isoleringskappe yder under en Ildløs, i mindre Grad er betinget af dens fuldkomne Ildfasthed end af dens fuldkomne Sammenhæng.

De i Amerika benyttede hule Teglsten er derfor ikke til at stole paa. Solidt befæstede er de udmærkede, men det hænder ofte, at de løsner sig enten paa Grund af Udførelsesfejl, eller fordi de springer, naar der sprøjtes, og falder blot en enkelt Sten ned, bliver Jærnet glødende paa det blottede Sted, og saa nytter det ikke, at Resten er godt beskyttet.

Cementmørtelen med dens sammenhængende Traadvæv er derimod et af de sikreste Isoleringsmidler. Mørtelen kan blive mør og revne, men den bliver hængende paa Nættet.

Betons **Varmeledningsevne** er imidlertid betydelig større end Teglstens, og Jærnbetonen finder derfor kun ringe Anvendelse til Mure i Beboelsesbygninger og Stalde; den bortleder Varmen for hurtigt, og Væggene sveder. Mod en saadan Anvendelse taler ogsaa dens højere Pris. Om Varmeledningskoefficienter til Brug ved Beregning af Opvarmningsanlæg se Beton & Eisen 1907 Side 40.

---

4. Jærnbetonens Elasticitetsforhold.

Det bløde Staals Elasticitetsforhold er tilstrækkelig kendt. Elasticitetskoefficienten er c. 2100000 at, Propor-

tionalitetsgrænsen ligger ved c. 2200 at, Flydegrænsen ved c. 2800 at og Brudgrænsen ved c. 4000 at.

Dette er dog kun Gennemsnitstal, i Virkeligheden varierer disse Grænser med Jærnets Bearbejdelse ɔ: med Stangens Diameter. Ved nogle Forsøg af Oswald Meyer (Baumaterialienkunde 1905, Side 358) med Rundjærn af een og samme Charge Thomasstaal fandtes følgende Middelværdier:

Diam.	σ_F	St	σ_F/St	δ
5 mm	3120	4270	0,73	31,9 %
10 -	2750	4120	0,67	31,9 -
15 -	2990	4150	0,72	33,0 -
20 -	2830	4030	0,70	34,2 -
25 -	2670	3930	0,68	34,1 -

For samme Staalstang kan Flydegrænsen godt afvige indtil 20 % af Middelværdien og for flere Stænger af samme Charge indtil 25 %. Brudgrænsen varierer mindre, nemlig henholdsvis 14 og 17 %.

Betonens Elasticitetskoefficient er derimod meget variabel efter Betonens Blandingsforhold, Alder og Fremstillingsmaade, og for en bestemt Beton i en bestemt Tilstand aftager den med voxende Spænding, er altsaa ikke konstant.

For den vaade, skærvefattige Beton, der bruges til disse Konstruktioner, kan Trykelasticitetskoefficienten ved 40 at Tryk i Middeltal sættes til 210000 at ɔ: $\frac{1}{10}$ af Jærnets, men ved højere Spændinger er den mindre, ved lavere Spændinger større.

Imidlertid staar Teorien for Jærnbetonens Beregning endnu paa saa svage Fødder, at det vilde være meningsløst at indføre en variabel Elasticitetskoefficient, og man plejer derfor at sætte $E_b = \frac{1}{15} E_j$ ɔ: 140000 at, en Middelværdi, som man har ment at kunne udlede af de ved Brudforsøg med Jærnbetonbjælker maalte Nedbøjninger, men som nærmest maa betragtes som rent vedtægtsmæssig.

En rationel Beregning af Jærnbetonkonstruktioner er i Øjeblikket umulig, Formlerne er kun raa Tilnærmelsesformler.

Hvor indviklede Forholdene i Virkeligheden er vil ses deraf, at **Betonen svinder** ved Hærdning i Luften (ved Hærdning i Vand udvider den sig), medens Jærnet bevarer sit Volumen. I en hærdnet Jærnbetonbjælke er der derfor Begyndelsesspændinger — Tryk i Jærnet, Træk i Betonen — og disse Spændinger er desto større, jo mindre man har sørget for Vanding under Hærdningen.

Betonens Svind kan udgøre indtil $\frac{1}{2}^{mm}$ pr. m, og hvis Armeringen ikke hæmmede det, ɔ: hvis Jærnarealet var uendelig lille, vilde Jærnspændingen blive: $\frac{\frac{1}{2}}{1000} \cdot 2100000 = 1050^{at}$, medens Betonen forblev spændingsløs. Med voxende Armering aftager Jærnets Trykspænding, samtidig med at der opstaar Trækspændinger i Betonen, og da der skal være Ligevægt, maa det totale Tryk i Jærnet være lig det totale Træk i Betonen, altsaa

$$F_b\, \sigma_b^t = f\, \sigma_j^c \quad \text{eller} \quad \frac{\sigma_b^t}{\sigma_j^c} = \frac{f}{F_b} = \frac{\varphi}{100}$$

naar Jærnarealet er φ % af Betonarealet. Forholdet mellem Spændingerne afhænger altsaa kun af Jærnprocenten.

Har man ved Maaling bestemt den uarmerede Betons Svind pr. Længdeenhed, ε_s, kan man paa Basis af Hookes Lov beregne Spændingerne. Hvis nemlig Ligevægtstilstanden opnaas, ved at Betonen forlænger sig ε_b^t pr. Længdeenhed, og Jærnet forkorter sig ε_j^c pr. Længdeenhed, saa er $\varepsilon_b^t + \varepsilon_j^c = \varepsilon_s$ eller $\varepsilon_b^t = \varepsilon_s - \varepsilon_j^c$. Da $\sigma = E\,\varepsilon$, kan den ovenfor fundne Ligning omskrives til: $\frac{E_b^t}{E_j}\frac{\varepsilon_b^t}{\varepsilon_j^c} = \frac{\varphi}{100}$ eller $\frac{\varepsilon_b^t}{\varepsilon_j^c} = \frac{15}{100}\varphi$, naar Betonens Trækelasticitetskoefficient sættes lig $\frac{1}{15} E_j$.

Indføres $\varepsilon_b^t = \varepsilon_s - \varepsilon_j^c$ faas:

$$\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_j^c}{\varepsilon_j^c} = 0{,}15\,\varphi \text{ eller } \varepsilon_j^c = \frac{\varepsilon_s}{1 + 0{,}15\,\varphi} \text{ og } \sigma_j^c = \frac{\varepsilon_s \cdot 2100000}{1 + 0{,}15\,\varphi}$$

Med $\varepsilon_s = \frac{\frac{1}{2}}{1000}$ og $\varphi = \frac{3}{4}$ findes $\sigma_j^c = 945^{at}$ og $\sigma_b^t = \frac{0{,}75}{100} \cdot 945 = 7{,}08^{at}$.

Ved direkte Maaling paa Jærnet har Considère fundet Begyndelsesspændinger af indtil 1000^{at}. (Se Beton & Eisen 1905, Side 5).

Naar Bjælken senere belastes og aflastes, vil Betonen i Bjælkens Underside faa blivende Forlængelser, der forhindrer Jærnet i at gaa helt tilbage til dets oprindelige Tilstand, saa at dets Trykspænding efterhaanden kan forandres til en Trækspænding.

Da **Betonens Trækstyrke** er saa ringe — i Middeltal efter 28 Dages Hærdning c. 10^{at} — og ved mangelfuld Udførelse helt kan svigte, ser man bort fra den og indlægger saa meget Jærn, at det kan optage alle Trækspændingerne. Ved god Udførelse vil imidlertid Betonen optage Størsteparten af Trækket, først naar dette bliver saa stort, at Betonen revner, faar Jærnet det hele at bære.

Uarmeret Beton kan kun forlænge sig 0,1 à $0{,}2^{mm}$ pr. m, før den revner, og det samme gælder rimeligvis den armerede Beton. Da Jærnet følges med Betonen, maa det i dennes Brudøjeblik ogsaa have forlænget sig 0,1 à $0{,}2^{mm}$ pr. m, og Jærnspændingen maa derfor være

$$\sigma_j = 2100000 \cdot \frac{0{,}1 \text{ à } 0{,}2}{1000} = 210 \text{ à } 420^{at}.$$

Considère paastaar rigtignok, at armeret Beton kan forlænge sig indtil 20 Gange mere end uarmeret, men det beror formentlig paa en Fejltagelse.

Ved Dimensioneringen plejer man ikke at bryde sig om dette Forhold[1]). Naar den strakte Beton ikke regnes

[1]) Se dog Side 196.

med, og Jærnet formelt ikke belastes med mere end 1000—1200 at, har man Erfaring for, at Betonen ikke faar synlige Revner, og Grunden er sikkert den, at Betonen optager en saa stor Part af Kraften, at Jærnspændingen ikke overskrider 210 à 420 at.

Som tilladelig Trækpaavirkning for Jærnet bruges 750—1300 at, som tilladelig Trykpaavirkning for Betonen 20—50 at; undertiden regnes der med en lavere Spænding ved direkte Tryk end ved Bøjning, hvilket dog ikke synes begrundet.

Her i Bogen er de **tilladelige Spændinger** overalt sat til $s_j = 1000$ at og $s_b = 40$ at.

IV.

MATERIALERNE.

1. Jærnet.

Af de Jærnsorter, der kan være Tale om at anvende, nemlig Svejsejærn, blødt Staal og haardt Staal, foretrækkes i Reglen det bløde Staal. Det er nemlig stærkere end Svejsejærnet, og godt Staal er billigere end godt Svejsejærn.

Man bør derfor udtrykkelig forlange blødt Staal; bestiller man »Monierjærn«, risikerer man, at de smaa Dimensioner (5—9 mm) leveres i belgisk Svejsejærn, der til Tider er billigere end det tyske, bløde Staal, men ogsaa langt daarligere.

I Udlandet anvendes undertiden haardt Staal af Hensyn til dets højere Brudgrænse og Flydegrænse, men Fordelen derved er tvivlsom.

De tidligere (Side 14) omtalte **Knudejærn** er udvalsede af haardt Staal, og ved Trækforsøg med $\frac{1}{4}''$ Jærn har jeg fundet følgende Værdier som Middeltal af 6—12 Stænger:

$\sigma_F = 4215^{at}$ $S_t = 6183^{at}$ $\sigma_F : S_t = 0{,}69$ $\delta_7 = 19{,}1\ ^0/_0$

Der var ingen synlig Kontraktion, og Flydegrænsen fremtraadte ikke meget tydeligt.

Som det ses ligger Brudgrænsen c. 50 $^0/_0$ højere end det bløde Staals, hvilket imidlertid ikke har saa meget at sige, da en Jærnbetonbjælke som Regel ødelægges, inden Jærnets Brudgrænse naas.

At Flydegrænsen er hævet i omtrent samme Forhold har formentlig større Værdi, men af denne Grund at betale

en væsentlig højere Pris for Jærnet, synes der dog ingen Anledning til, før dette Forholds Betydning er bedre paavist ved Forsøg.

Hertil kommer, at Jærnstængerne skal kunne bøjes baade varmt og koldt, hvilket det bløde Staal bedre taaler end det haarde, og en eventuel Skørhed overfor Stød er ligesaa farlig i Jærnbetonkonstruktioner som i rene Jærnkonstruktioner, hvor det haarde Staal som bekendt er udelukket bl. a. af denne Grund.

Ved Køb af Betonjærn kan man passende benytte de **Leveringsbetingelser** som *Dansk Ingeniørforening* har ladet udarbejde for blødt Staal til Bygningsbrug af Kvalitet *b*.

Jærnet anvendes overvejende som Rundjærn, af hvilke der da maa forlanges en Trækstyrke af 3700—4400 at og en Brudforlængelse af mindst 20 %, samt at en kold Bøjning paa 180° omkring en Dom med Diameter lig Halvdelen af Jærnets skal kunne taales, uden at der kommer Revner paa den strakte Side (Fig. 8). Dornens Diameter skal dog være lig Jærnets, naar dettes Tykkelse er 40 mm eller derover (Fig. 9).

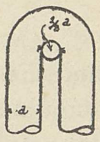


Fig. 8.

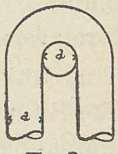


Fig. 9.

Til Sammenbinding af Jærnene under Monteringen benyttes **Bindetraad** ɔ: udglødet Jærntraad $\frac{3}{4}$—1 mm tyk; den snos med en Tang.

---

2. Cementen.

Cementen bør være Portlandcement af prima Kvalitet og mindst svare til den tekniske Forenings Normer. Det er meget vigtigt, at den er volumenbestandig, ligesom der bør lægges Vægt paa at at faa en langsomt størknende og stærk Cement. I disse Henseender vil det være rimeligt at skærpe Normernes Krav, saaledes at Størkningstiden sættes til mindst 6 Timer og Styrketallene til mindst 20 og 200 at.

---

3. Sandet.

Sandet bør være skarpt og helst bestaa af grove og fine Korn imellem hinanden, saaledes at de grove Korn er i Overvægt. Kan man ikke faa en blandet Kornstørrelse, er groft Sand langt at foretrække for fint (Gulvsand).

Betydningen af **den blandede Kornstørrelse** er, at de finere Korn lejrer sig mellem de grove, saa at den Cementmængde, der skal til for at gøre Mørtelen tæt, bliver mindre end ellers.

Ved Sammenblanding af forskellige Sandsorter, nemlig

Groft	Sand af	5—2 mm Størrelse
Middelfint	— -	2—½ - —
Fint	—	mindre end ½ mm

fandt Feret, at ⅔ groft Sand + ⅓ fint Sand gav den tætteste Blanding, og en Mørtel fremstillet deraf havde 3 Gange saa stor en Styrke som en Mørtel af fint Sand alene.

Hvorledes Tætheden voxer, naar fint og groft Materiale blandes, fremgaar tydeligt af følgende Vejninger, Bach har foretaget:

Tørt Rhinsand af 0—5 mm Kornstørrelse	vejede	1574 kg/m³
Tør Rhinsingel - 5—15 - —	-	1653 -
1 Maal Sand + ⅔ Maal Singel sammenbl.	-	1826 -
4 Maal af denne Blanding + 1 Maal Cement	-	1902 -

Sandet og Singelen var omtrent lige tætte, Hulrummenes Størrelse udgjorde i bægge Tilfælde ca. 35,6 %

Det grove Sands Overlegenhed over det fine ses af følgende Trækprøver med forskellige Sandsorter, men iøvrigt efter Normerne:

Fint Bakkesand	5,1 at
- Flodsand	11,6—14,5 -
Groft —	20,2—21,1 -
Normalsand	20,9 -

Grunden til disse afvigende Tal skyldes ikke en forskellig Tæthed hos Sandsorterne, thi paa den har Kornenes

absolute Størrelse ingen Indflydelse, men derimod Overfladernes forskellige Størrelse.

Gaar vi ud fra, at Sandskornene er Kugler af ens Størrelse, lejrede paa den tættest mulige Maade ɔ: saaledes at de 4 og 4 danner et regulært Tetraeder (Fig. 10), saa vil der i 1^{m^3} Sand findes $\frac{1413}{\alpha^3}$ Millioner, naar α er Diameteren i mm, og Summen af disse Kuglers Overflade er $\frac{4440}{\alpha}$ m^2.

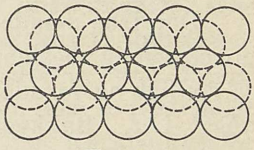


Fig. 10.

For $\alpha =$ 10 1 0,1 mm
bliver Overfladen 444 4440 44400 m^2.

Skal man fremstille en tæt Mørtel af Sandet, maa for det første hvert Sandskorn omgives med et ganske tyndt Lag Cement (hvorved Diameteren vokser lidt), og dernæst skal Hulrummene fyldes, hvortil der medgaar lige meget Cement i alle tre Tilfælde. Selv om nu de beregnede Tal ikke gælder absolut i Praksis, ser man dog tydeligt, at fint Sand kræver betydelig mere Cement end groft Sand, naar Mørtelens Godhed skal være den samme.

Man kan ogsaa anstille følgende Betragtning: En Granitblok er tæt uden Brug af Cement; saves den i to Dele, maa disse mures sammen med Cement for atter at give en massiv Blok; saves den igennem et andet Sted, kræves der atter en Cementfuge o. s. v.; jo mere vi sønderdeler Blokken, desto mere Cement kræves der til atter at hele den.

Fint Sand kræver af samme Grund meget Vand, ellers bliver Mørtelen ikke smidig, og saadan vandrig Mørtel hærdner langsomt og bliver ikke stærk, da en stor Del af Vandet fordamper og efterlader Hulrum.

Det er altsaa fuldstændig rationelt, naar Murerne forlanger »skarpt« Sand, hvorved de forstaar Sand med kantede, men navnlig ikke for smaa Korn. Dette Forlangende skyldes næppe Kendskab til de ovenfor nævnte Forhold, men snarere den Ulempe, at det fine Sand, paa Grund af

den store Vandmængde, hurtigt synker til Bunds i Mørtelballerne, saa at Mørtelen ofte maa røres op.

Her i Byen vil man altid anvende det saakaldte **Betongrus**, der foruden Sandet indeholder en Del Smaasten op til ca. 1 cm Størrelse.

Det faas baade som Strandgrus, der er graablaat og hovedsagelig bestaar af Kvarts, og som Bakkegrus, der er rødligt og foruden Kvarts indeholder Feldspat, Kalk og noget Ler. Bakkegruset er betydelig bedre end Strandgruset, men ogsaa dyrere, hvorfor det kun sjældent bruges og mest til Pladsarbejde.

Undertiden giver **lerholdig Grus** en daarlig Beton, og det bør derfor ikke benyttes, undtagen man har Erfaring for dets Godhed enten fra tidligere Anvendelser eller fra Forsøgsstøbninger.

---

4. Stenene.

Hyppigst blandes Betonen af Cement, Betongrus og Skærver, og disse bør da være af en stærk og uporøs Stenart. Man skal navnlig vogte sig for porøse Kalkstykker, der, hvis de kommer til at ligge i Nærheden af Betonens Overflade, kan mætte sig med Vand og sprænges af Frosten.

Ogsaa **Singel** kan benyttes, medens **Ral** er mindre heldig paa Grund af den glatte Overflade.

I Reglen bruges **Skærver**, og den stærkeste Beton faas af Granitskærver. Ofte benyttes dog Blandingsskærver, der baade indeholder Granit, Flint og Kalksten.

Flintskærver alene benyttes vistnok aldrig, fordi Mørtelen hæfter daarligt til deres glatte Overflade. Af Hensyn til de store Mængder ubenyttet Flint, vi har i Danmark, var der dog Grund til at undersøge, om ikke en federe Mørtel kan bøde paa Flintens Mangler og gøre Flintbetonen lige saa fordelagtig at anvende som Granitbeton. Til Belysning af dette Spørgsmaal existerer der kun nogle ganske

enkelte Forsøg, som Kaptajn Grut har været saa elskværdig at meddele mig. Efter dem giver Flintskærver 28 % mindre Knusningsstyrke end Granitskærver.

Skærvernes eller Singelens **Størrelse** maa aldrig overstige Afstanden mellem Jærnstængerne, men Stenene skal med Lethed kunne passere disse. Man kunde naturligvis først omgive Jærnet med en skærvefri Mørtel, men det vil som Regel vise sig besværligt at arbejde med to forskellige Blandinger, ligesom det er uheldigt, at Konstruktionen kommer til at bestaa af uens Lag med forskelligt Svind og forskellig Varmeudvidelse.

Til Etageadskillelser og lignende spinkle Konstruktioner bruges mest ½" Skærver, men til massive Bygværker er der intet i Vejen for at forøge Skærvedimensionen betydeligt.

Til lette Konstruktioner kunde der være Tale om at erstatte Skærverne med **Slagger,** men Slaggerne maa da absolut undersøges inden Anvendelsen, thi ofte indeholder de Svovl og andre Stoffer, der angriber Jærnet. Dette gælder saaledes Slaggerne fra Frederiksbergs Forbrændingsanstalt for Dagrenovation, der giver en Beton, i Berøring med hvilken alt Jærn ruster.

---

5. Vandet.

Vandet skal være rent. Brugen af Havvand fraraades fra mange Sider, idet man frygter for, at Jærnet skal ruste. Herimod taler dog de Erfaringer, der er gjort i Ymuidens Havn, hvor Jærnet har holdt sig rustfrit i 10—12 Aar, endskønt Betonen laa under Vand og var tilberedt med Havvand.

Vandmængden skal være saa rigelig, at man faar en blød Beton, der let trænger ind i alle Hulrum og fuldstændig omgiver Jærnet; undertiden maa Betonen være helt flydende. Se desangaaende Side 133 og 151.

---

6. Blandingsforhold.

Betonen skal ikke blot være stærk, men ogsaa saa tæt, at den beskytter Jærnet mod Rust.

Til meget spinkle Konstruktioner, hvor en skærvefri Mørtel benyttes, ligger Blandingsforholdet mellem 100 S : 50 C og 100 S : 25 C. Den sidste Blanding er dog som Regel lovlig porøs, navnlig til fri Luft. Hyppigst bruges 100 S : 33 C.

Under normale Forhold sættes ogsaa Skærver til Betonen, da den derved bliver baade billigere og stærkere. Der maa dog altid være tilstrækkelig Mørtel til fuldstændig at omgive baade Jærn og Skærver, og Sandmængden tages derfor som Regel mindst lig Halvdelen af Skærvemængden og ofte større indtil 1 : 1, sandrigere Blandinger bruges sjældent.

Cementmængden vælges mellem 50 og 17 % af Skærvemængden, saa at Grænserne for de benyttede Blandingsforhold kommer til at ligge ved 100 Sk : 100 S : 50 C og 100 Sk : 50 S : 17 C.

Herhjemme bruges mest 100 Sk : 67 S : 33 C, 100 Sk : 57 S : 29 C og 100 Sk : 50 S : 25 C, sjældnere 100 Sk : 50 S : 17 C. 100 S : 33 C regnes undertiden ækvivalent med 100 Sk : 57 S : 29 C, undertiden med 100 Sk : 50 S : 25 C.

Om Beton til Pæle se Side 58.

I Frankrig er det almindeligt at opgive, hvor stor en Vægt Cement, der er i 1 m^3 færdigstampet Beton. Man regner gennemsnitlig, at 1 m^3 Beton af Blanding

100 S : 33 C	indeholder	450 kg	Cement
100 S : 25 C	-	350 -	—
100 S : 20 C	-	300 -	—
100 Sk : 50 S : 25 C	-	275 -	—
100 Sk : 50 S : 20 C	-	250 -	—

Betonens Blanding foregaar som ellers. **Jærnbetonens Vægt** regnes altid lig **2400 kg/m^3** uafhængig af Jærnmængden.

V.

KONSTRUKTIONSELEMENTERNES BEREGNING OG UDFORMNING.

1. Strakte Bygningsdele (Vandbeholdervægge).

Ved Beregning af strakte Dele forudsættes som sædvanlig, at Betonen er revnet, og Jærnet skal da optage hele den virkende Kraft.

Strakte Jærnbetondele anvendes ikke meget, men kan dog forekomme i Gitterkonstruktioner og navnlig som Vægge i runde Vandbeholdere.

Ved Beregningen af saadanne Vægge tænker man sig dem delt i Ringe og bestemmer Kraften til Overrivning i hver enkelt Ring. Er denne Kraft P^{kg}, kommer der i hver af Ringens to Tværsnit $\frac{1}{2}P$, og naar Jærnspændingen sættes til 1000^{at}, bliver Jærnindlægget i Ringen $\frac{1000}{\frac{1}{2}P}$ cm².

Nemmest deles ind fra oven i 1^{m} lange Stykker (Fig. 11). I den øverste Ring virker da Kraften: $1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot \frac{D}{2}$ $= 250\,D$ til Overrivning i det ene Tværsnit, og med $s_j =$ 1000^{at} faas:

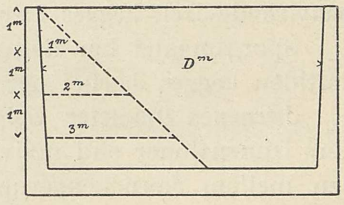


Fig. 11.

$$f_{100} = \frac{250}{1000} D = \tfrac{1}{4} D\,, \qquad (3)$$

hvor f_{100} faas i cm², naar D indsættes i Meter.

I øverste Meter faas altsaa $f_{100} = 1 \cdot \frac{D}{4}$

- 2den — - $f_{100} = 3 \cdot \frac{D}{4}$

- 3die — - $f_{100} = 5 \cdot \frac{D}{4}$

- c'ende — - $f_{100} = (2\,c \div 1)\frac{D}{4}$

Er Beholderen H^m dyb faas:

$$f_{\text{Rest}} = (H^2 - c^2)\frac{D}{4}.$$

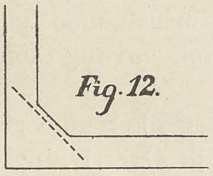


Fig. 12.

Da Bunden ikke udvider sig med, vil der fremkomme et Indspændingsmoment mellem denne og Væggen, hvorfor Overgangen bør forstærkes særlig ved Hjælp af en Skraaning med indlagt Jærn (Fig. 12).

Betragter man Jærnbetonen som et homogent Materiale, der følger Hookes Lov, og tager man Hensyn til Beholdervæggens Tykkelse, findes Spændingen lidt større i Indersiden end i Ydersiden, og da Indersiden tillige er den først paavirkede Del, lægges Jærnet naturligst her.

Spørgsmaalet har dog næppe praktisk Betydning, undertiden lægges Jærnet ogsaa i Midten.

Jærnenes Diameter vælges saaledes, at man ikke faar flere Dimensioner end nødvendigt, samtidig med at Afstanden mellem Jærnstængerne hverken bliver for stor eller for lille (hvorved en tæt Støbning vanskeliggøres). 10—15 cm Afstand kan betragtes som en passende Værdi.

Ved store Beholdere kan det derfor være praktisk at undgaa for svært og for tætliggende Jærn ved at dele de nedre Ringes Armering i et ydre og et indre Lag.

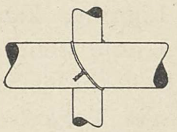


Fig. 13.

For at faa Jærnet til at ligge, hvor det skal, maa der anbringes et passende Antal stive, lodrette **Fordelingsstænger,** hvortil de vandrette Jærn bindes (Fig. 13).

Jærnstængernes **Stød** forsættes for hinanden, og Overdækningen gøres saa lang, at Adhæsionsspændingen ikke overskrider $4\frac{1}{2}$ at ($l = 55\frac{1}{2}\ d$). Desuden er det godt at bøje Enderne om eller kløve dem.

Væggens Tykkelse bestemmes alene af Hensyn til Vandtæthed (naar den da intet har at bære) og tiltager derfor gerne nedefter. Som omtalt Side 22 revner Betonen ved en Forlængelse af 0,1—0,2 mm pr. m, og selv om man ikke kender disse Revners Betydning for Vandtætheden, synes det dog naturligst at sikre sig imod dem ved at fastsætte en Maximalforlængelse af f. Ex. 0,05 mm pr. m. Under denne Forudsætning kan Beholdervæggens Tykkelse beregnes paa følgende Maade.

Lad det nødvendige Jærnindlæg i Beholderens underste Meter være f_{100} cm² (for $s_j = 1000$ at), og lad Væggens Tykkelse være a cm, altsaa Betonarealet $F_b = 100\ a$. Trækkraften i Ringen er da $1000\ f_{100}$, og hvis Jærnets Trækelasticitetskoefficient er 15 Gange Betonens, kan Jærnarealet erstattes af et 15 Gange saa stort Betonareal, saa at Betonens Trækspænding bliver:

$$\sigma_b^t = \frac{1000\ f_{100}}{100\ a + 15\ f_{100}}$$

og dens Forlængelse:

$$\varepsilon_b^t = \frac{1000\ f_{100}}{100\ a + 15\ f_{100}} : E_b^t$$

Denne Værdi maa altsaa ikke overskride 0,05 : 1000, og med $E_b^t = 140000$ at har man derfor:

$$\frac{1000\ f_{100}}{100\ a + 15\ f_{100}} = \frac{0{,}05}{1000} \cdot 140000 = 7$$

$$1000\ f_{100} = 700\ a + 105\ f_{100}$$

$$a = 1{,}28\ f_{100}$$

Den Tykkelse, man finder af denne Ligning, kan bruges ved brede Beholdere, medens den ved høje Beholdere ikke forslaar, da Trækkraften i disse er forholdsvis ringe, og Betonen naturligvis maa have en vis Tykkelse for at være vandtæt, selv om der slet ingen Trækspændinger er i den. I Reglen ser man anvendt en Vægtykkelse, der ligger mellem $a = 3\,H$[1]) og $a = 6\,H$, hvor a er Tykkelsen i Centimeter ved Bunden og H Vanddybden i Meter.

For at faa Beholderen fuldkommen tæt, maa den indvendig **pudses** med et 1 à 1,5 cm tykt Lag Mørtel 100 S : 100 C à 100 S : 67 C (fint Sand), der behandles med et Rivebrædt af Træ; og efter Størkningen giver man yderligere et tyndt Overtræk af ren Cementmørtel, der blot glattes.

Forslaar dette ikke, kan man stryge med *Siderosthen-Lubrose*, en brun Vædske, der er fremstillet af Oliegastjære.

Undertiden kan meget blødt, kulsyreholdigt Vand angribe Pudsen ved at opløse Kalken. Ogsaa herimod hjælper en saadan Strygning.

Trykledninger kan dimensioneres paa samme Maade som Vandbeholdere, kun plejer man at regne med en mindre Jærnspænding; Professor *Mörsch*[2]) fraraader at overskride 600 at.

Hvor stort et Vædsketryk man tør byde saadanne Rør, uden at Gennemsivningen bliver for stor, afhænger naturligvis af Godstykkelsen, Blandingsforholdet og den mer eller mindre omhyggelige Udførelse. Som øverste Grænse angiver nogle 1,5 at, andre 3,5 at. Man er dog gaaet op til 10 at, men saa er Røret tættet paa særlig Maade.

Den største hidtil udførte Jærnbetonledning findes i Spanien; det er en dykket Vandledning med 3,8 m Lysvidde, og Trykket i den er 2,7 at.

---

[1]) Christophe: Der Eisenbeton, Side 258.

[2]) Wayss & Freytag: Der Eisenbetonbau, 2den Udg. Side 233.

2. Trykkede Bygningsdele.

a. Søjler.

α. Søjler paavirkede af et centralt Tryk.

Ved Beregning af trykkede Bygningsdele forudsættes, som altid i den tekniske Elasticitetslære, at Tværsnittene forbliver plane, altsaa at Jærnet sammentrykkes lige saa stærkt som Betonen. Hvis Jærnets Elasticitetskoefficient er 15 Gange Betonens, bliver Jærnspændingen derfor 15 Gange Betonspændingen.

Et Legeme med Betontværsnit F_b og Jærntværsnit f vil følgelig forholde sig som et uarmeret Betonlegeme med Tværsnit

$$F = F_b + 15\,f,$$

og bærer det en Last P^{kg}, bliver Betonspændingen

$$\sigma_b = \frac{P}{F_b + 15\,f} \qquad (4)$$

medens Jærnspændingen bliver 15 Gange saa stor[1]).

Formel (4) kan dog kun bruges, saa længe f er mindre end 2 % af F_b, thi Forsøg har vist, at man ved stærkere Armering ikke faar den Virkning af Jærnet, som Formlen lover (se Side 48).

Den tilladelige Betonspænding sættes gerne til 35 à 40^{at}, altsaa væsentlig højere end for uarmeret Beton, idet Jærnet ikke blot aflaster Betonen, men ogsaa holder sammen paa den og modvirker den Tværudvidelse, der betinger Knusningen.

Det er dog ikke alle, der gaar saa højt med Spændingen. F. Eks. anbefaler *Mörsch* at sætte $s_b = 20^{at}$ for de

---

[1]) Ved Benyttelsen af denne Formel begaar man altid den Unøjagtighed i Stedet for F_b at indføre Søjlens fulde, geometriske Areal: $F_b + f$. Er Søjlen kvadratisk med Sidelinie a, sætter man altsaa $F = a^2 + 15\,f$, medens man burde sætte $F = a^2 - f + 15\,f = a^2 + 14\,f$. I Virkeligheden forudsætter man derfor, at Jærnets Elasticitetskoefficient er 16 Gange Betonens.

øverste Søjler i et Hus og lade Spændingen voxe i de nedre Etager, idet en Totalbelastning bliver mindre og mindre sandsynlig, jo flere Etageadskillelser Søjlen har at bære[1]).

Hvis Betonspændingen er 40 at, bliver Jærnspændingen 15 Gange saa stor, altsaa kun 600 at; det er følgelig uøkonomisk at lægge meget Jærn i, thi 1 cm³ Jærn er langt over 15 Gange dyrere end 1 cm³ Beton, men paa den anden Side er en vis Jærnmængde nødvendig for at retfærdiggøre de høje Betonspændinger, og man bør derfor ikke gøre Jærnarealet mindre end $\frac{3}{4}$ % af Betonarealet.

Jo mindre et Legemes Højde er i Forhold til dets Tværsnitsareal, en desto større Trykspænding kan det taale; en Mørtelfuge taaler langt mere end en Mørteltærning, og en Mørteltærning mere end et Mørtelprisme. Grunden hertil er Friktionen mellem Trykpladerne og Legemet, der holder sammen paa Materialet, men hvis Virkning naturligvis kun kan mærkes indtil en vis Afstand fra Pladerne.

For at være uafhængig af disse Forhold regner man som bekendt altid med Materialets Tærningestyrke ɔ: den Styrke, der findes ved Knusning af en Tærning.

Bliver Legemet meget langstrakt, Højden f. Eks. 25 Gange Sidelinien, kommer der en ny Virkning til, nemlig Legemets Tilbøjelighed til at krumme sig, og vi staar da overfor **Søjleproblemet.**

Efter nogles Mening bør man overhovedet ikke gaa saa vidt med Søjlernes Slankhed, da der endnu kun foreligger meget faa Forsøg over Jærnbetonsøjlers Bæreevne.

Dette tilraades saaledes i de Forskrifter, som den tyske Betonforening sammen med de tyske Arkitekt- og Ingeniørforeninger har opstillet[2]). Efter disse skal Armeringens Areal mindst være 0,8 % af Totalarealet, og Stængerne skal forbindes med Bøjler, hvis indbyrdes Afstande højst maa være lig Søjlens Sidelinie. Naar disse Regler overholdes,

---

1) Wayss & Freytag: Der Eisenbetonbau, 2den Udg. Side 65.
2) Beton & Eisen 1904, Side 83.

skal man kunne anvende følgende sammenhørende Værdier af den tilladelige Paavirkning og den mindste Tværdimension (l = Søjlens Længde) uden at risikere Udbøjning (det forudsættes, at Betonens Tærningestyrke efter 28 Døgn er 180 à 200 at).

σ_b	Rektangulære Søjler.	Cirkulære Søjler.
50	$\frac{1}{17} l$	$\frac{1}{14} l$
45	$\frac{1}{18} l$	$\frac{1}{15} l$
40	$\frac{1}{19} l$	$\frac{1}{16} l$
35	$\frac{1}{20} l$	$\frac{1}{17} l$
30	$\frac{1}{21} l$	$\frac{1}{18} l$

Hvorvidt Rækkerne kan fortsættes ned efter, eller $\frac{1}{21} l$ og $\frac{1}{18} l$ er de mindste Værdier, der overhovedet maa anvendes, fremgaar ikke tydeligt af Forskriften.

Denne Omgaaen af Søjleproblemet er dog lidet tiltalende, og Spørgsmaalet kan godt klares paa en rationellere Maade.

Hvis Søjlen var fuldkommen ideal ɔ: ganske retliniet, Materialet ganske homogent, Kraftoverføringen ganske central og alle Sidekræfter udelukkede, saa vilde den ikke bøje sig ud, men kunne belastes lige til Knusning. Er Søjlen derimod lidt krum, eller lidt mere eftergivende i den ene end i den anden Side, eller virker Kraften lidt excentrisk, eller faar Søjlen et Sidetryk, saa vil den bøje sig lidt ud under Belastningen, der derved faar en Arm at virke paa, saa der opstaar et Moment, der forøger Udbøjningen, saa at Momentet voxer o. s. v., kort sagt, man risikerer, at Søjlen knækker.

Søjlen har i saa Fald været i ustadig Ligevægt; den mindste Bivirkning forstyrrer Ligevægtstilstanden.

En saadan Søjle er naturligvis ubrugelig, man maa altid konstruere sine Søjler saaledes, at de er i stadig Ligevægt ɔ: at en tilfældig lille Udbøjning ikke voxer i det uendelige, men blot fører Søjlen over i en ny Ligevægtstilstand.

Hvis Søjlelasten P^{kg} angriber e^{cm} **excentrisk,** kan det vises[1]), at Søjlens Midtpunkt vil faa en Udbøjning, som er

$$y = e \sec \frac{l}{2} \sqrt{\frac{P}{E I}}$$

Sættes Elasticitetskoefficienten $E = 140000^{at}$ og Søjlens Inertimoment $I = 40000\ cm^4$ samt dens Længde $l = 1600^{cm}$ faas:

$$y = e \sec \frac{\sqrt{P}}{93{,}54},$$

og vi kan nu bestemme Udbøjningen for forskellige Værdier af P.

$P = 18000^{kg}$ giver $y = 7{,}2\ e$
$- = 19000$ - — $- = 10{,}4\ e$
$- = 20000$ - — $- = 17{,}2\ e$
$- = 21000$ - — $- = 43{,}0\ e$
$- = 21600$ - — $- = \infty$

Udbøjningen voxer altsaa meget hurtigt med Lasten, og hvis Søjlen ikke er knækket forinden, vil den ialtfald knække, naar Lasten naar 21600^{kg}.

Om den knækker før, afhænger af Excentricitetens Størrelse og Materialets Beskaffenhed. Er Excentriciteten meget lille, vil Søjlen kunne være omtrent retliniet ved 21000^{kg} og saa pludselig knække ved 21600^{kg}.

Hvis Søjlen i Stedet for at være excentrisk paavirket er støbt lidt **krum** eller **uhomogen**, eller hvis den er usymmetrisk armeret, vil Kraften paa lignende Maade faa en Arm at virke paa, og Resultatet bliver omtrent det samme som ovenfor.

Hvis Søjlen er **fuldkommen ideal,** men paa Grund af en tilfældig, fremmed Indvirkning faar en lille Udbøjning, kan det bevises, at saa længe Lasten er mindre end eller lig

$$P_E = \frac{\pi^2 E I}{l^2} \qquad (5)$$

---

[1]) A. Ostenfeld: Teknisk Elasticitetslære, 2den Udg., Side 427.

vil Søjlen selv rette sig ud; altsaa være i stadig Ligevægt. Bliver Lasten derimod større, vil Søjlen ikke mere vende tilbage til den retliniede Stilling, men søge sig en ny, krum Ligevægtsform.

Den nye Ligevægtsform er imidlertid ren teoretisk, thi den er saa krum, at intet Materiale kan taale den.

Sætter vi ligesom før $E = 140000^{at}$, $I = 40000\ cm^4$ og $l = 1600^{cm}$ faas:

$$P_E = 21600^{kg};$$

altsaa den samme kritiske Værdi som for den excentrisk paavirkede Søjle, men nu er Udbøjningsformlen:

$$y = 4\sqrt{\frac{l}{\pi}\sqrt{\frac{EI}{P}} - \frac{EI}{P}} \qquad (6)$$

eller med Talværdierne:

$$y = 4000\sqrt{\frac{38{,}113}{\sqrt{P}} - \frac{5600}{P}}.$$

For $P < 21600^{kg}$ findes y imaginær ɔ: Ligevægten er stabil.

For $P = 21600^{kg}$ findes $y = 0$
- $P = 21609$ - - $y = 42{,}0^{cm}$
- $P = 21618$ - - $y = 53{,}7$ -

En ubetydelig Overskridelse af den kritiske Last medfører altsaa mægtige Udbøjninger, og P_E maa følgelig betragtes som Søjlens Brudbelastning, saaledes som *Euler* har paavist allerede 1757.

Eulerformlen er udledt under Forudsætning af simpel **Understøtning** ɔ: at Søjlens Ender er forsynede med Kuglehængsler, der tillader en Drejning, men ingen Forskydning. Hvis Søjlen var fuldkommen indspændt, vilde P_E blive 4 Gange saa stor. Det samme kan udtrykkes ved, at man ved fuldkommen Indspænding kun behøver at indføre $0{,}5\,l$ i Formlen. Fuldkommen Indspænding er imidlertid vanskelig at opnaa, men en halv Indspænding, der forøger P_E

til det dobbelte, tør man i mange Tilfælde regne med, og det svarer til at indføre 0,71 l i Stedet for l.

I Reglen regner man dog med den fulde Længde, thi de Dimensioner, man derved faar, bliver sjældent større, end man af praktiske Grunde ønsker, nemlig af Hensyn til, at Søjlejærnene skal falde udenfor Dragerjærnene.

Spændingen forekommer aldeles ikke i Eulers Formel, den gælder for et Materiale, der følger Hookes Lov lige op til uendelig store Spændinger. Indfører vi Søjlens Inertiradius, kan Formlen omskrives til

$$P_E = \frac{\pi^2 E F i^2}{l^2} \quad \text{eller} \quad \frac{P_E}{F} = \sigma_E = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{i}\right)^2}, \qquad (7)$$

og afsættes σ_E som Ordinat og $\frac{l}{i}$ som Abscisse, faar vi den viste, hyperbolske Kurve med Koordinataxerne som Asymptoter (Fig 14).

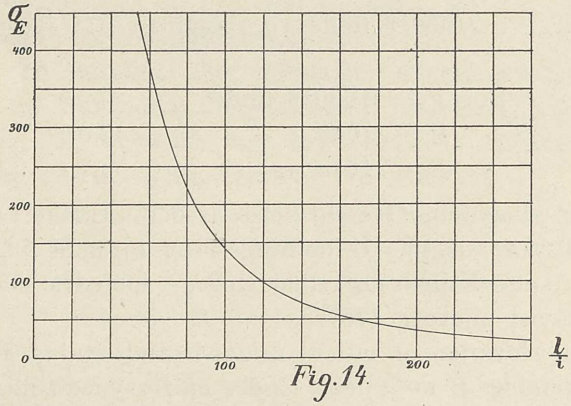


Fig. 14.

Er Søjlen 25 cm i Kvadrat haves:

$I = \frac{1}{12} \cdot 25^4 = 32550 \text{ cm}^4$

$F = 25^2 = 625 \text{ cm}^2$

$i^2 = \frac{I}{F} = \frac{32550}{625} = 52$, og sættes $E = 140000$, faas:

$\sigma_E = \frac{10 \cdot 140000 \cdot 52}{l^2} = \frac{72800000}{l^2}$ eller $\sigma_E = \frac{7280}{L^2}$, naar L indføres i Meter.

$L =$	10^m	1^m	$0{,}25^m$
giver $\sigma_E =$	$72{,}8^{at}$	7280^{at}	116500^{at}.

Man faar altsaa blot at vide, at naar disse sammenhørende Værdier af Længde og Spænding ikke overskrides, er der ingen Fare for Udbøjning; hvorvidt Materialet knuses, inden de er naaet, er et Spørgsmaal, som ikke existerer for Formlen.

Eulers Formel kan følgelig ikke bruges for smaa Værdier af $\frac{l}{i}$, dèr knuses Søjlen, før den bøjer sig ud; vi maa erstatte venstre Side af Kurven med en vandret, ret Linie, der har Materialets Brudgrænse til Ordinat. Den derved fremkomne Kurve angiver Legemets Brudgrænse for alle Værdier af $\frac{l}{i}$.

Naturligvis er det galt at sige, at Tærningestyrken gælder for alle smaa Værdier af $\frac{l}{i}$, man burde i Stedet for den vandrette Linie have en Kurve med σ-Axen til Asymptote (Mørtelfuge), og som skar den rette Linie i den til Tærningeform svarende Abcisse $\left(\frac{l}{i} = \frac{l}{l\sqrt{\frac{1}{12}}} = \sqrt{12} = 3{,}46\right)$ for derefter at sænke sig, svarende til Legemets voxende Højde, indtil den naaede Eulerkurven.

Imidlertid anvendes ofte den vandrette Linie, og Tilladeligheden motiveres ved, at naar Søjlen er armeret, og Jærnene bøjlet sammen i Afstande lig Sidelinien, saa kan Søjlen betragtes som en Stabel af Tærninger, thi Bøjlerne erstatter Friktionen fra Trykpladerne og sikrer derved Tærningestyrken.

I Overensstemmelse hermed fastsætter det preussiske Ministerium for offentlige Arbejder[1]), at saalænge Søjlens

[1]) Ingeniøren 1905, Side 221.

Højde ikke overskrider 18 Gange dens mindste Tværdimension, skal man blot sørge for, at Trykspændingen er mindre end $\frac{1}{10}$ af Betonens Knusningsstyrke (S_c), medens den for slankere Søjler hverken maa overskride $\frac{1}{10}\ S_c$ eller $\frac{1}{5}\ \sigma_E$. Ogsaa Jærnindlæget for sig skal have 5dobbelt Sikkerhed mod Udbøjning, hvoraf Bøjleafstanden bestemmes.

En rationellere og mere praktisk Dimensioneringsmaade er dog den af *Ritter* angivne. Ved i Eulers Formel at indføre en variabel Elasticitetskoefficient danner han en ny Formel, der er kontinuerlig, saa den kan bruges for alle Værdier af $\frac{l}{i}$.

Betonens Elasticitetskoefficient voxer gerne med Brudstyrken, S_c, og for smaa Belastninger kan den passende sættes lig 1000 S_c; som tidligere nævnt aftager den imidlertid med den tilstedeværende Spænding, og Ritter sætter derfor:

$$E_b = 1000\,(S_c - \sigma_b), \tag{8}$$

der er indsat i Eulers Formel giver:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 \cdot 1000\,(S_c - \sigma_E)}{\left(\frac{l}{i}\right)^2}$$

Sættes $\pi^2 = 10$, og løses Ligningen med Hensyn til σ_E findes:

$$\sigma_E = \frac{S_c}{1 + 0{,}0001\left(\frac{l}{i}\right)^2}$$

eller, naar l indføres i Meter:

$$\sigma_E = \frac{S_c}{1 + \left(\frac{L}{i}\right)^2} \tag{9}$$

σ_E er altsaa den kritiske Spænding, ved hvilken Søjlen bøjer sig ud, og ved at dividere med en passende Sikkerhedskoefficient faas den tilladelige Søjlespænding. Dette er ensbetydende med, at erstatte S_c med den ved simpelt

Tryk tilladte Spænding, s_b, (20—40 at), hvorved den tilladelige Søjlespænding bliver:

$$s_{E\,b} = \frac{s_b}{1 + \left(\frac{L}{i}\right)^2} \qquad (10)$$

For en Søjle med hosstaaende Tværsnit (Fig. 15) er

$F = 25^2 + 15 \cdot 4 \cdot 2{,}54$
$= 625 + 153 = 778 \text{ cm}^2.$
$I = \frac{1}{12} \cdot 25^4 + 15 \cdot 4 \cdot 2{,}54 \cdot 10^2$
$= 32550 + 15220 = 47770 \text{ cm}^4.$
$i^2 = I : F = 61{,}4 \text{ cm}^2.$

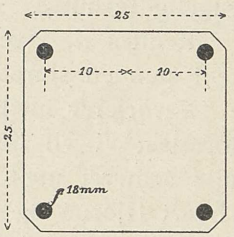


Fig. 15.

Er Søjlen 4 m lang, og er den tilladelige simple Trykspænding 35 at, bliver den tilladelige Søjlespænding:

$$s_{E\,b} = \frac{35}{1 + \frac{16}{61{,}4}} = \frac{35}{1{,}261} = 27{,}8 \text{ at}.$$

Søjlen kan altsaa bære $27{,}8 \cdot 778 = 21600$ kg; er Belastningen større, maa man prøve med et stærkere Tværsnit.

Heller ikke denne Formel giver nogen Vejledning med Hensyn til Jærnindlæggets Størrelse, og for at undgaa for vidt dreven Økonomi er der derfor, som nævnt Side 36, Grund til at foreskrive en Minimumsværdi, f. Eks. fastsætte, at Jærntværsnittet mindst skal udgøre $\frac{3}{4}$ % af det totale Tværsnit.

I den ovenfor angivne Form kan Ritters Formel kun bruges til at undersøge en given Søjles Bæreevne, men det er let at omdanne den til en praktisk **Dimensioneringsformel.**

Er Søjlens Last P kg, bliver det søgte Tværsnit $F = P : s_{E\,b}$, altsaa:

$$\frac{P}{F} = s_{E\,b} = \frac{s_b}{1 + \left(\frac{L}{i}\right)^2} = \frac{s_b\, i^2}{i^2 + L^2}$$

hvoraf:

$$P\, i^2 + P\, L^2 = F\, s_b\, i^2.$$

Sættes: $i^2 = \alpha F$, faas $P \alpha F + P L^2 = F^2 s_b \alpha$,

der ordnet og løst giver:

$$F^2 - F\frac{P}{s_b} - \frac{P L^2}{\alpha s_b} = o; \quad F = \frac{P}{2 s_b} + \sqrt{\frac{P^2}{4 s_b^2} + \frac{P L^2}{\alpha s_b}}, \quad (11)$$

idet Minustegnet foran Kvadratroden ikke giver nogen brugelig Løsning.

Kendes α, giver denne Ligning det nødvendige Søjleareal som en simpel Funktion af de givne Størrelser.

α varierer med Søjlens Tværsnitsform og Armeringens Størrelse; vi vil bestemme dens Værdi for en kvadratisk Søjle armeret med φ % Jærn i Form af 4 Rundjærn, eet i hvert Hjørne og liggende saaledes, at Rundjærnets Axe har Afstanden 1,5 d fra Søjlens Yderflader (Fig. 16). Forholdet mellem Jærnets og Betonens Elasticitetskoefficienter regnes som sædvanlig lig 15.

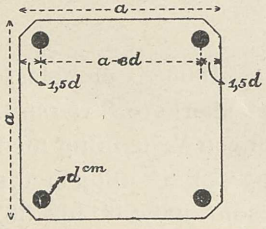


Fig. 16.

Under disse Forudsætninger kan Rundjærnets Diameter bestemmes af:

$$4 \cdot \tfrac{1}{4} \pi d^2 = \frac{\varphi F_b}{100}; \quad d^2 = \frac{\varphi F_b}{100 \pi};$$

$$d = \frac{\sqrt{\varphi F_b}}{17{,}7};$$

og Søjlens Sidelinie er $a = \sqrt{F_b}$.

Man finder da:

$$\left(\frac{a - 3d}{2}\right)^2 = \frac{\left(\sqrt{F_b} - 3\frac{\sqrt{\varphi F_b}}{17{,}7}\right)^2}{4} = \frac{F_b}{4}(1 + 0{,}0287\varphi - 0{,}339\sqrt{\varphi})$$

Inertimomentet bliver:

$$I = \tfrac{1}{12} a^4 + 15\frac{\varphi F_b}{100}\left(\frac{a - 3d}{2}\right)^2$$

$$= \tfrac{1}{12} F_b^2 + 0{,}15\,\varphi F_b \cdot \frac{F_b}{4}(1 + 0{,}0287\,\varphi - 0{,}339\sqrt{\varphi})$$

$$= F_b^2(0{,}0834 + 0{,}0375\,\varphi + 0{,}0011\,\varphi^2 - 0{,}0127\,\varphi\sqrt{\varphi})$$

Af α's Definition følger:

$$\alpha = \frac{i^2}{F} = \frac{I}{F^2} = \frac{I}{(F_b + 15\,f)^2} = \frac{I}{(F_b + 15 \cdot \frac{\varphi}{100} \cdot F_b)^2}$$

$$= \frac{I}{F_b^2\,(1 + 0{,}15\,\varphi)^2}$$

$$= \frac{0{,}0834 + 0{,}0375\,\varphi + 0{,}0011\,\varphi^2 - 0{,}0127\,\varphi\sqrt{\varphi}}{(1 + 0{,}15\,\varphi)^2} \qquad (12)$$

$\varphi = 0{,}75\ \%$ giver:

$$\alpha = \frac{0{,}0834 + 0{,}0281 + 0{,}0006 - 0{,}0083}{1{,}24} = \frac{0{,}1038}{1{,}24} = 0{,}0837$$

Med $\frac{3}{4}\ \%$ Armering er altsaa det nødvendige Søjleareal:

$$F = \frac{P}{2\,s_b} + \sqrt{\frac{P^2}{4\,s_b^2} + \frac{P\,L^2}{0{,}0837\,s_b}} \qquad (13)$$

Sættes $s_b = 40^{\text{at}}$, faas:

$$F = \frac{P}{80} + \sqrt{\frac{P^2}{6400} + \frac{P\,L^2}{3{,}35}}$$

og indføres P i ts.:

$$F = 12{,}5\,P_t + \sqrt{156{,}4\,P_t^2 + 299{,}0\,P_t\,L^2}$$

Da $F = F_b\,(1 + 0{,}15\,\varphi) = 1{,}1125\,F_b$ haves endelig:

$$F_b = 11{,}2\,P_t + \sqrt{126\,P_t^2 + 241\,P_t\,L^2}$$

eller:

$$F_b = 11{,}2\,P_t\left(1 + \sqrt{1 + 1{,}91\,\frac{L^2}{P_t}}\right) \qquad (14)$$

Paa ganske samme Maade faas for $s_b = 35^{\text{at}}$

$$F_b = 12{,}9\,P_t\left(1 + \sqrt{1 + 2{,}08\,\frac{L^2}{P_t}}\right) \qquad (15)$$

En 10^{m} lang Søjle, der skal bære 10^{ts}, maa altsaa, naar $s_b = 40^{\text{at}}$, have et Betonareal:

$$F_b = 112\,(1 + \sqrt{1 + 19{,}1}) = 615\ \text{cm}^2.$$

Sidelinien bliver: $a = \sqrt{615} \sim 25^{cm}$.

Jærnarealet: $f = 615 \cdot \frac{0{,}75}{100} = 4{,}61\ cm^2 \sim 4 \bigcirc 13^{mm}$.

Hvis man bestemmer i^2 for forskellige Værdier af φ efter de Side 45 udviklede Formler, findes:

$\varphi =$	0	0,5	0,75	0,8	1	1,5	2
$i^2 : F_b =$	0,0834	0,0911	0,0932	0,0941	0,0951	0,0969	0,0975

$\varphi =$	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	10
$i^2 : F_b =$	0,0973	0,0963	0,0950	0,0935	0,0916	0,0895	0,0667

Inertiradien bliver størst ved c. 2 % Armering, men varierer iøvrigt kun lidt. Indsættes Værdierne for $p = 2\ \%$ og $p = 0$ i Ritters Formel, finder vi, at den tilladelige Spænding i en kvadratisk Søjle under ingen Omstændigheder kan overskride

$$s_{Eb} = \frac{s_b}{1 + 10{,}25 \left(\frac{L}{a}\right)^2} \qquad (16)$$

medens den tilladelige Spænding for en uarmeret Søjle er:

$$s_{Eb} = \frac{s_b}{1 + 12 \left(\frac{L}{a}\right)^2} \qquad (17)$$

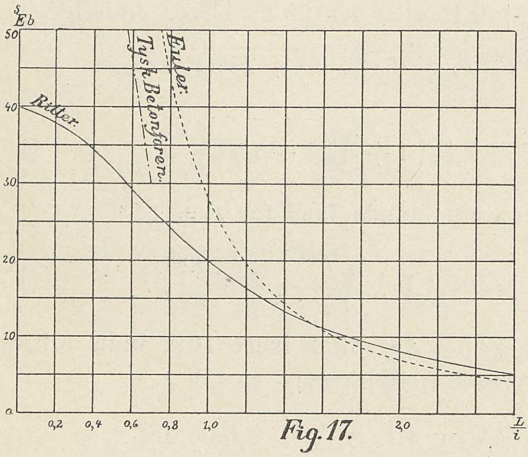


Fig. 17.

Til Bedømmelse af **Forholdet mellem de forskellige Søjleformler** er Fig. 17 tegnet, der grafisk viser, hvor stor den tilladelige Søjlespænding er svarende til forskellige Værdier af $L : i$, eftersom man

anvender Ritters Formel (med $s_b = 40^{at}$), Eulerformlen (med 5dobbelt Sikkerhed og $\pi^2 E = 1400000^{at}$) eller de tyske tekniske Foreningers Bestemmelser (med $\varphi = 0{,}8\ ^0/_0$). Som man ser, frembyder Ritterformlen størst Sikkerhed, saa længe $L:i$ er mindre end 1,54; og slankere Søjler vil man næppe nogensinde anvende.

Skønt der, som tidligere nævnt, sjældent er Anledning til at føre en eventuel Indspænding i Regning, skal her dog gøres opmærksom paa, at Indførelsen af 0,71 L i Stedet for L i Ritters Formel ikke forøger Bæreevnen til det dobbelte, men kun i ringere Grad. Vilde man derfor regne med halv Indspænding, maatte man i Stedet for s_b indføre $2\,s_b$. Ved lave Søjler vilde man da hyppigst finde $s_{E\,b} > s_b$, men naturligvis er s_b den højeste Værdi, man maa regne med af Hensyn til Knusning. Formlen mister altsaa sin Kontinuitet og kan kun bruges for $L^m : i^{cm} > 1$.

Denne Overvejelse forklarer, at *Thullie* ved nogle nylig offentliggjorte Forsøg[1]) har fundet Søjlernes Bæreevne uafhængig af Længden. Søjlerne var nemlig forsynede med brede Hoveder og dels 1^m dels $1{,}5^m$ lange, medens Tværsnittet var $8 \times 8\,cm^2$. Ser vi bort fra Armeringens Indflydelse bliver for de lange Søjler $L:i = 1{,}5 : \frac{8}{\sqrt{12}} = 0{,}65$, ɔ: Søjlerne knuses, inden de bøjer sig ud, som Forsøget ogsaa viste.

Betonen var 1 Maaned gammel og havde Sammensætningen 100 S + 33 C og Tærningstyrken $174{,}1^{at}$. Udskydes de Forsøg, hvor Betonen var beviklet[2]), finder man de i efterfølgende Tabel angivne Brudbelastninger som Middeltal af lige mange korte og lange Søjler.

---

[1]) Beton & Eisen 1906, Side 306.

[2]) Om beviklet Beton se Side 54.

Antal Søjler	f cm²	φ %	Brudlast kg	n
4	0	0	11075	
12	0,50	0,78	12585	17,2
12	0,79	1,23	13955	21,0
12	1,01	1,56	14550	19,8
12	1,57	2,46	15300	15,6
12	2,01	3,13	12870	5,2

For den uarmerede Søjle er Brudspændingen 11075 : 64 = 173 at, og hvis Formlen $\sigma_b = P:(F_b + n f)$ skal give denne Spænding for alle Søjlernes Vedkommende, maa vi tillægge n de i sidste Kolonne opførte Værdier. $n = 15$ passer altsaa nogenlunde, naar vi undtager den stærkest armerede Gruppe, hvor Betonen tilsyneladende ikke har kunnet trække Jærnet fuldstændig med sig[1]).

β. Søjler paavirkede af et excentrisk Tryk.

Ved Omtalen af Eulerformlen betonedes det, at man ved Dimensionering af en Søjle havde to hinanden ganske uvedkommende Hensyn at tage, nemlig til at Materialet ikke knuses og til at Søjlen ikke bøjer sig ud. Det er disse to Hensyn, der paa en saa bekvem Maade er forenede i Ritters Formel.

Er Søjlen excentrisk paavirket, bliver Forholdet ganske tilsvarende; man maa holde sig i en passende Afstand fra den kritiske Søjlespænding (der kun afhænger af Søjlens Dimensioner, ikke af Ekscentriciteten), og man skal blive i en lignende Afstand fra Materialets Brudgrænse. Man maa altsaa først dimensionere Søjlen, som om den var centralt paavirket, og dernæst undersøge, om Summen af de Tryk- og Bøjningsspændinger, den excentriske Kraft fremkalder,

[1]) Ogsaa Bach har fundet, at man ved store Armeringsprocenter ikke faar den Virkning af Jærnet, som Formlen lover. Se Side 53.

ligger indenfor de tilladelige Grænser. Hertil benyttes den kendte Formel:

$$\sigma_b = \frac{P}{F} + \frac{P e}{W} = \frac{P}{F} + \frac{P e a}{2 I}\,^{1}), \qquad (18)$$

og det heraf fundne største Tryk maa da ikke overskride s_b. Er $P : F < P e a : 2 I$, kommer der Trækspændinger i Søjlen, et Forhold, der først senere kan behandles (Side 116).

Imidlertid kan man ogsaa her slaa de to Undersøgelser sammen ved blot at addere Leddet $e : k$, hvor k er Tværsnittets Kærneradius, til Nævneren i Ritters Formel[2]).

Denne kommer da til at lyde:

$$s_{E\,b} = \frac{s_b}{1 + \left(\frac{L}{i}\right)^2 + \frac{e}{k}} \qquad (19)$$

Kærneradius er Forholdet mellem Tværsnittets Modstandsmoment og Areal; $k = 2 I : a F$.

Hvis Excentriciteten varierer med Belastningens Størrelse, er det paa Forhaand umuligt at sige, hvilken Belastningstilstand der er den farligste. Man nøjes da ofte med at undersøge Grænsetilfældene, nemlig største Last i Forbindelse med den samtidige Excentricitet og største Excentricitet i Forbindelse med den samtidige Maximallast.

En Søjle, der bærer to Bjælker af Spændvidde L og $2\,L$ (Fig. 18), skal altsaa undersøges for Totalbelastning paa den lange Bjælke (Excentricitet $\frac{a}{4}$ naar der ses bort fra den korte Bjælkes Egenvægt) og for Totalbelastning paa bægge Bjælker (Excentricitet $\frac{a}{12}$).

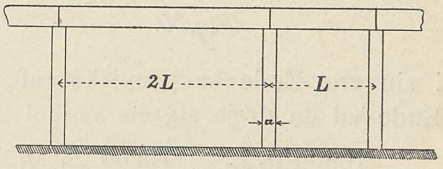


Fig. 18.

[1]) Formlen gælder kun for symmetrisk Armering; se Side 115.
[2]) A. Ostenfeld: Teknisk Elasticitetslære, 2den Udg. Side 444.

γ. Søjler paavirkede af et bøjende Moment.

Hvis Bjælken er kontinuerlig og støbt i eet med Søjlen, vil der kunne overføres bøjende Momenter til denne, nemlig naar Fagene har forskellig Spændvidde eller er uens belastede.

Professor Ostenfeld har i »Ingeniøren« 1905, Side 83, angivet en tilnærmet Beregning af disse Momenter, der naturligvis varierer med Fagenes Antal og Søjlens Plads. Er der kun to Fag, og er Bjælkeenderne simpelt understøttede, kan Beregningen nemt udføres (Fig. 19).

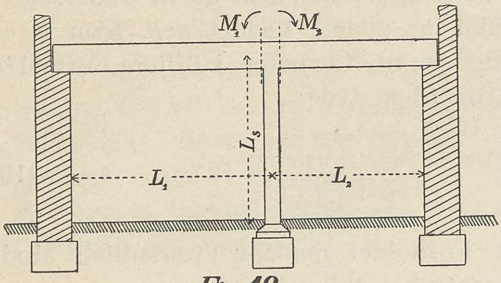


Fig. 19.

Lægger vi to Snit henholdsvis til venstre og højre for Søjlen umiddelbart ved denne, og kaldes Momentet, der paavirker Søjlen i venstre Snit M_1, i højre Snit M_2, saa maa Søjlens Moment være:

$$M_S = M_1 - M_2$$

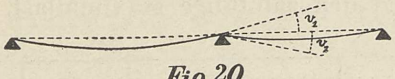


Fig. 20.

Bjælken 1 kan nu betragtes som en simpelt understøttet Bjælke, der i sin ene Ende er paavirket af Momentet M_1, og denne Ende vil da dreje sig en Vinkel (Fig. 20):

$$v_1 = \frac{10000}{24}\,\frac{q_1 L_1^3}{E I} - \frac{10000}{3}\,\frac{L_1 M_1}{E I} = \frac{10000\, L_1}{3\, E I}\left(\tfrac{1}{8}\, q_1 L_1^2 - M_1\right)$$

Paa samme Maade vil Enden af Bjælke 2 dreje sig:

$$v_2 = \frac{10000\, L_2}{3\, E I}\left(\tfrac{1}{8}\, q_2 L_2^2 - M_2\right)$$

Belastningen er forudsat at være ensformig fordelt, henholdsvis q_1 og q_2 kg pr. lb. m, og Tangentens Drej-

ning er regnet positiv, naar den foregaar som vist paa Figuren.

Da Bjælkerne er kontinuerlige, maa de imidlertid have fælles Tangent over Søjlen. Værdierne af v_1 og v_2 maa derfor være numerisk lige store, og en af Tangenterne maa dreje sig i modsat Retning af den paa Figuren forudsatte ɔ: $v_1 = -v_2$.

Da Søjlen er paavirket af et konstant Moment M_S og forudsættes indspændt forneden, vil dens Endetangent dreje sig en Vinkel $v_S = 10000\, L_S\, M_S : 4\, E\, I_S$, der maa være lig v_1 og $-v_2$, hvis Forbindelsen mellem Søjle og Bjælke er fuldkommen stiv.

Vi har altsaa de to Betingelsesligninger:

$$\frac{L_S\, M_S}{4\, E\, I_S} = \frac{L_1}{3\, E\, I}\left(\tfrac{1}{8}\, q_1\, L_1^2 - M_1\right)$$

$$\frac{L_S\, M_S}{4\, E\, I_S} = -\frac{L_2}{3\, E\, I}\left(\tfrac{1}{8}\, q_2\, L_2^2 - M_2\right),$$

der ved Multiplikation med henholdsvis L_2 og L_1 og paafølgende Summation giver:

$$\frac{L_S\, M_S}{4\, I_S}(L_2 + L_1) = \frac{L_1\, L_2}{3\, I}\left(\tfrac{1}{8}\, q_1\, L_1^2 - \tfrac{1}{8}\, q_2\, L_2^2 - M_1 + M_2\right).$$

Da $M_1 - M_2 = M_S$, faas:

$$\tfrac{3}{4}\, L_S \frac{I}{I_S} \cdot \frac{L_2 + L_1}{L_1\, L_2} \cdot M_S = \tfrac{1}{8}\left(q_1\, L_1^2 - q_2\, L_2^2\right) - M_S$$

$$M_S = \frac{\tfrac{1}{8}\left(q_1\, L_1^2 - q_2\, L_2^2\right)}{1 + \tfrac{3}{4}\, L_S \dfrac{I}{I_S}\left(\dfrac{1}{L_1} + \dfrac{1}{L_2}\right)} \text{ kgm.} \qquad (20)$$

Det største Moment fremkommer, naar Bjælke 2 kun har sin egen Vægt at bære ($q_2 = g$), medens Bjælke 1 er fuldt belastet ($q_1 = p + g$), og for dette Moment i Forbindelse med det samtidige Tryk, $\tfrac{5}{8}\left[(p + g)\, L_1 + g\, L_2\right]$, skal Søjlen altsaa dimensioneres. Endvidere maa den under-

søges for det største Tryk, $\frac{5}{8}(p+g)(L_1+L_2)$, i Forbindelse med det samtidige Moment, der faas ved i Formlen for M_S at sætte $q_1 = q_2 = p+g$.

Samtidig maa man naturligvis sørge for, at der er 5-dobbelt Sikkerhed mod Udbøjning.

Trykkene antages at virke centralt, Excentriciteten finder sit Udtryk i Momentet.

Er Søjlen forbundet med Bjælken ved Hjælp af **Konsoller** med Højden H^m (Fig. 21), bliver M_S mindre, og det ovenfor fundne Udtryk skal da multipliceres med $\left(1-\frac{3}{4}\frac{H}{L_S}\right)$, medens L_S kun regnes til midt i Konsollen.

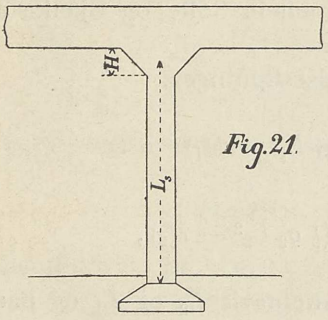


Fig. 21.

Formlen kan med tilstrækkelig Tilnærmelse bruges, selv om Bjælken har flere end to Fag. Ved Beregningen af $I:I_S$ behøver man ikke at tage Hensyn til Armeringen.

Hvis L_2 er Nul giver (20) $M_S = 0$, hvilket naturligvis er forkert. I dette Tilfælde haves:

$$M_S = M_1$$

eller

$$\frac{L_S M_S}{4 E I_S} = \frac{L_1}{3 E I}\left(\tfrac{1}{8} q_1 L_1^2 - M_S\right)$$

$$\frac{L_S M_S}{4 I_S} = \tfrac{1}{2\,4}\frac{q_1 L_1^3}{I} - \frac{L_1}{3 I} M_S$$

$$M_S = \frac{\tfrac{1}{2\,4}\frac{q_1 L_1^3}{I}}{\frac{L_1}{3 I} + \frac{L_S}{4 I_S}} = \frac{\tfrac{1}{8} q_1 L_1^2}{1 + \tfrac{3}{4}\frac{I}{I_S}\cdot\frac{L_S}{L_1}}$$

δ. Søjlernes Form og Armering.

Hvad **Søjlens Form** angaar, da er et kvadratisk Tværsnit mest benyttet, fordi det har samme Modstandsmoment i to Retninger. Anvendes et rektangulært Tværsnit, maa man naturligvis altid indføre dets mindste Inertimoment i de tidligere udviklede Formler for en centralt paavirket Søjle. Er Søjlen paavirket til Bøjning eller excentrisk Tryk efter dens største Modstandsmoment, da maa ogsaa Stabiliteten i denne Retning undersøges.

Søjlens Hjørner bør som Regel brydes, thi skarpe Betonkanter har ringe Modstandsevne og beskadiges nemt.

Armeringen bestaar af Rundjærn, og naar Tværsnittet er kvadratisk og ikke for svært, indlægges kun 4 Jærn, eet i hvert Hjørne, da de dér gør lige stor Nytte i bægge Bøjningsretninger.

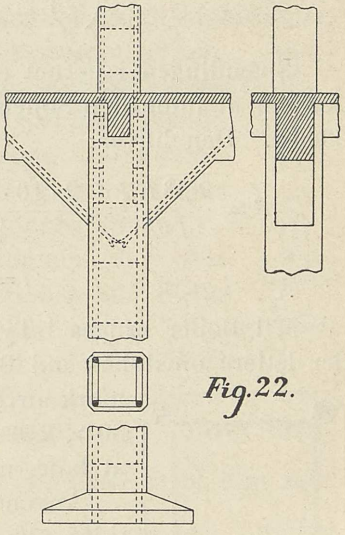


Fig. 22.

Som tidligere nævnt forbindes Jærnene indbyrdes to og to ved Hjælp af vandrette **Bøjler** af fladt eller rundt Jærn (Fig. 22 og 23). Disse Bøjler har den Opgave at lænke Jærnet fast i Betonen, saa at Jærnet ikke kan bøje sig ud og sprænge Betonen bort, hvis Søjlen overbelastes.

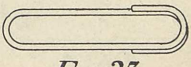


Fig. 23.

Af nogle Forsøg, Bach har udført med høje Prismer med og uden Armatur, fremgaar det[1]), at Bæreevnen ikke er proportional med $F_b + 15\,f$, idet Jærnet ikke har en saa stor Virkning, som dette Udtryk angiver, og at Styrken overhovedet er langt mere afhængig af Bøjlernes Antal end af Længde-

[1]) Se Wayss & Freytag: Der Eisenbetonbau, 2den Udg. Side 62.

armeringen. Virkningen af 1 kg Bøjler er omtrent dobbelt saa stor som Virkningen af 1 kg Længdestænger, saa man bør ikke spare paa Bøjlerne.

Er der 4 Jærn i Søjlen, indlægges gerne 4 Bøjler ad Gangen, og Afstanden mellem Anbringelsesstederne gøres høist lig Søjlens mindste Sidelinie og bør heller ikke overskride 30 Gange Jærndiametren.

Den sidste Værdi kan udledes af Eulerformlen, naar man forlanger, at Jærnet skal have 5dobbelt Sikkerhed mod Udbøjning, selv om Betonen ikke støtter det. Regnes Jærnet halvt indspændt ved Bøjlerne, da er Eulerspændingen:

$$\sigma_E = \frac{2\pi^2 E}{\left(\frac{l}{i}\right)^2} = \frac{2\pi^2 E i^2}{l^2} = \frac{2\pi^2 E I}{f l^2}$$

Spændingen i Jærnet er $15 \times 40 = 600$ at, saa det gælder om at finde den Søjlelængde, der giver $\sigma_E = 5 \cdot 600 = 3000$ at. Den bliver:

$$l^2 = \frac{2\pi^2 E I}{f \sigma_E} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 2100000 \cdot \frac{1}{64} \pi d^4}{\frac{1}{4} \pi d^2 \cdot 3000} = 875\, d^2$$

$$l = 29{,}6\, d$$

Til Bøjler bruges i Tyskland ofte Rundjærn (5—7 mm), der lettere omstøbes end Baandjærn. I Frankrig og Danmark anvendes hyppigst Baandjærn f. Eks. 30×2 mm eller 25×1 mm, der er lettere at bøje, men sværere at indstøbe.

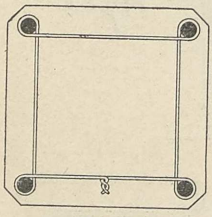


Fig. 24.

Anvendes Rundjærn, indlægges undertiden alle Bøjlerne i een Længde (Fig. 24).

Considère har udvidet Bøjlesystemet til en fuldstændig **Bevikling** af Betonen med Jærntraad i Skruelinier. Naar Søjlen belastes, vil Betonens Tværudvidelse fremkalde Trækspændinger i Beviklingen, der holder sammen paa Betonkærnen, saa at Bæreevnen i høj Grad forøges.

Dette System, der ved svært belastede Søjler betinger betydelige Besparelser i Jærn og navnlig i Beton, bruges meget i Frankrig og Amerika og er i Færd med at vinde Indpas i Østrig og Tyskland, men er endnu ikke benyttet i Danmark[1]).

Tilslutningen mellem Søjle og Drager sker oftest paa den Maade, at Søjlen fortsættes op til Pladens Underside, saa den omslutter Drageren (Fig. 22). Undertiden forstærkes denne med et Par Konsoller, der skal formindske Spændingerne fra det negative Moment over Søjlen.

Naar Søjlen fortsætter sig gennem flere Etager, støttes Jærnene ved Etageadskillelserne. Er den øvre Søjle spinklere end den nedre, lader man bedst den førstes Jærn rage ned i den sidste og binder dem sammen med de derværende Jærn eller omgiver dem med et rigeligt Antal Bøjler.

Man kan ogsaa støde Jærnene stumpt og omgive Stødet med et Stykke Gasrør (Fig. 25) og det vil navnlig være bekvemt i det sjældne Tilfælde, at Søjlerne har samme Dimension. Denne Metode kan dog næppe anbefales, med mindre man skrueskærer Jærnenes Ender og Rørets Indre.

Fig. 25.

Overgangen fra Søjle til Fundament sker gennem en **Søjlefod,** der hyppigst støbes paa Stedet omkring det opstillede Jærn eller ogsaa forsynes med runde Udsparinger, hvori Jærnene senere indstøbes.

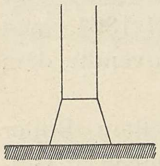


Fig. 26.

Er Søjlelasten P^{kg} og den tilladelige Paavirkning for Fundamentet $s_b{}^{at}$, bliver Søjlefodens Areal $\frac{P}{s_b}$ cm². Er dette Areal kun lidet større end Søjlens, sker Overgangen simplest ved Hjælp af en stejl Pyramidestub (Fig. 26), er der større Forskel, udføres Foden som en

[1]) Se Ingeniøren 1903 Side 301; Beton & Eisen 1905, Side 305; 1906, Side 96, 232, 297; 1907, Side 10, 125; Wayss & Freytag: Der Eisenbetonbau, 2den Udg. Side 68; A. Considère: Le béton fretté et ses applications.

kvadratisk Plade armeret i Underfladen parallelt med bægge Siderne (Fig. 27 og 28). Pladens Tykkelse og Jærnindlæg bestemmes af det bøjende Moment i et Snit *a-b*. Undertiden lægges der Fladjærn under Søjlens Jærn for at fordele Trykket fra disse.

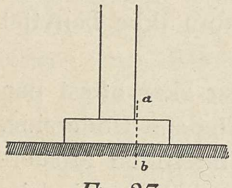


Fig. 27.

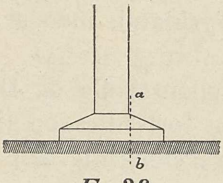


Fig. 28.

Skal Søjlen staa paa en Granitsokkel, kan man hugge Huller i denne for Søjlejærnene og saa støbe direkte paa den.

Er Fundamentet af Murstensskærvebeton 100 Sk : 50 S : 12,5 C (1 : 4 : 8), 28 Døgn gammel, kan den tilladelige Paavirkning sættes til 8^{at}. For Granit- eller Klinkerskærvebeton af Sammensætningen 100 Sk : 50 S : c C, kan det tilladelige Tryk sættes til $s_b = c^{at}$ efter 28 Døgns Hærdning.

b. Pæle.

Jærnbetonpæle benyttes meget til Funderinger, navnlig fordi de kan rage op over Grundvandet uden at raadne som Træpæle, men ogsaa fordi de kan belastes stærkere. For deres Anvendelse til Broaag og Bolværker spiller det en Rolle, at de ikke angribes af Pæleorm og Pælekrebs.

De er opfundne af *Coiseau*[1]) der har det oprindelige Patent, og blev første Gang anvendt af *Coignet* 1894, men deres Betydning var ringe, indtil *Hennebique* anvendte dem i Nantes 1897.

Pælene armeres som Søjler, men med flere Bøjler (navnlig i Toppen). Armeringsprocenten afhænger af Højden og ligger gerne mellem 1 og 2 %. Ved 4^m lange Pæle er Hennebique gaaet ned til $\frac{1}{2}$ %[2]). Tværsnittet er i Al-

[1]) Le Ciment 1903, Nr. 6, Side 85.

[2]) Viadukt i Merxem, se Annales de travaux publics de Belgique 1907, Side 45.

mindelighed kvadratisk, dog er ogsaa en ligesidet Trekant benyttet for at lette Styringen og forøge Friktionen mod Jorden (Fig. 29).

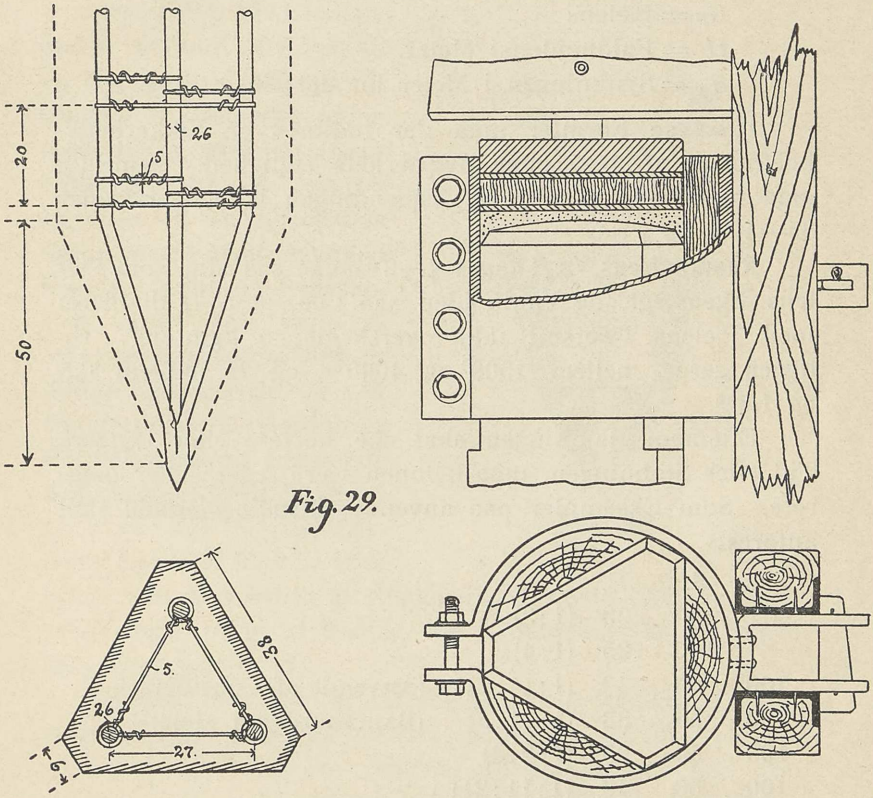


Fig. 29.

Om beviklede Pæle se Beton & Eisen 1906, Side 297.

Bæreevnen [1]) kan beregnes af *Ritters* Formel:

$$P = \frac{H}{\alpha} \frac{G_R^2}{G_R + G_P} + G_R + G_P \qquad (21)$$

eller Brix's:

---

[1]) Beton & Eisen 1903, Side 9 og 316.

$$P = \frac{H}{\alpha}\left(\frac{G_R}{G_R + G_P}\right)^2 G_P \qquad (22)$$

hvor:

G_R = Ramklodsens Vægt i kg.
G_P = Pælens - - -
H = Faldhøjden i Meter.
α = Synkningen i Meter for det sidste Slag.

I bægge Formler maa der indføres en Sikkerhedskoefficient af 2—5 efter Bygværkets Vigtighed. Samtidig maa man sørge for, at Trykspændingen ikke overskrider 35—40 at.

Ramklodsens Vægt tages $\frac{3}{4}$—2 Gange saa stor som Pælens Egenvægt, og Faldhøjden saa lille, at $G_R H$ divideret med Pælens Tværsnit ikke overskrider 5 kgm/cm². G_R ligger gerne mellem 1500 og 4000 kg og H mellem 0,8 og 1,5 m.

Eftersom Ramningen skal ske kortere eller længere Tid efter Støbningen, maa Betonen være federe eller magrere. Som Eksempler paa anvendte **Blandingsforhold** skal anføres:

Sk.	S.	C.		
	100	33	(1 : 3)	
	100	25	(1 : 4)	
100	50	40	(1 : 1¼ : 2½)	(Anvendt af Considère)[1]
100	50	33	(1 : 1½ : 3)	(Banegaarden i Metz)[2]
100	50	25	(1 : 2 : 4)	
100	60	40	(1 : 1½ : 2½)	(Hamburgs Hovedbanegaard)
100	67	33	(1 : 2 : 3)	
100	100	67	(1 : 1½ : 1½)	

I Almindelighed bør **Ramningen** først foretages efter 6 Ugers Hærdning, men er Betonen fed, kan Tiden forkortes til det halve. Undertiden bruges en federe Blanding til Pælens Top og Spids end til det øvrige.

---

[1]) 1 m³ Skærver (10—25 mm), ½ m³ Sand (< 5 mm), 560 kg Cement.
[2]) Ved Ramningen var Pælene 4—6 Uger gamle.

I blød Bund skal Pælen rammes dybt for at sidde fast, og **Pælespidsen** maa derfor være slank, medens den i haard Bund kan holdes kortere. Om Spidsen behøver en Beskyttelse afhænger ligeledes af Bundens Beskaffenhed.

Den i Fig. 29 viste Pæl, der er anvendt af *Möbus* til en Bygning i Berlin (Wedding)[1]) er saaledes uden Beskyttelse, medens Jærnenderne blot er svejset sammen til en udragende Spids, men i Almindelighed benytter man en Pælesko, som enten kan være af Staalstøbegods som den af *Züblin* patenterede og ved Funderingen af Hamburgs Hovedbanegaard benyttede Konstruktion (Fig. 30) med en Dorn, der presser Jærnene fast mod Skoen; eller ogsaa kan fremstilles af Pladejærn. I sidste Tilfælde bøjer man nogle Flige af Pladen ind i Betonen, for at Skoen ikke skal smutte af.

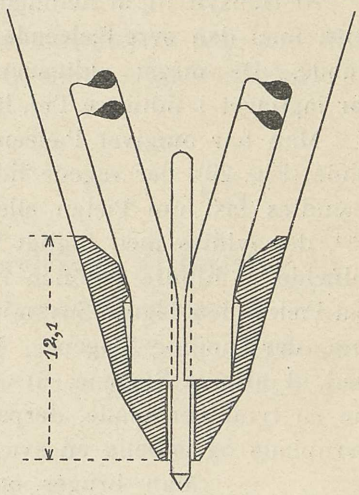


Fig. 30.

Medens den ovenfor omtalte Sammensvejsning af Jærnenderne kun koster ca. 50 Øre, bliver Prisen for en Pælesko omtrent 10 Gange saa høj. En enklere og derfor billigere Pladejærnsko er vist i Fig. 31; men den styrer ikke Pælen saa godt som en rigtig Spids.

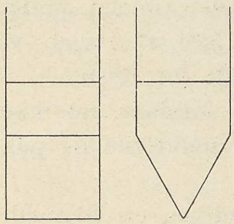


Fig. 31.

Pælene **støbes** som Regel vandret i en firkantet Kasse, i hvis ene Ende Pæleskoen lægges. Jærnskelettet frem-

[1]) Beton & Eisen 1903, Side 246.

stilles i Forvejen; i Stedet for de almindelige **Bøjler** bruges 2—5 mm tyk Traad, der ved Sammensnoning danner en solidere Forbindelse (Fig. 29). For at give en tæt Støbning maa Betonen være meget vaad.

Af Hensyn til, at Betonen ikke skal knuses under Slagene, maa den **øvre Pæleende** beskyttes paa en eller anden Maade. De meget vidtgaaende Forsigtighedsregler, man har iagttaget i tidligere Tid, har dog nu vist sig overflødige.

Man har omgivet Pæleenden med et Hylster af Jærnplade (Fig. 29), der ragede lidt op over den, og som enten spændtes fast om Pælen eller efterlod et Mellemrum paa 3 cm, der fyldtes med fugtigt Sand. Hensigten var i bægge Tilfælde at hindre Betonen i at vige ud til Siden. Ovenpaa Pæleenden lagdes Savsmuld dækket af et Stykke haardt Træ, der modtog Slagene. Man er endog gaaet saa vidt med at afbøde Slagene, at man først lagde en Blyskive, saa en tynd Jærnplade, derpaa en Træskive, atter en tynd Jærnplade og endelig en svær Jærnplade.

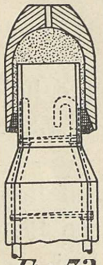


Fig. 32.

Man bruger ogsaa rigtige Hætter af Staalstøbegods (Fig. 32), der gennem et lille Hul i Toppen fyldes med Sand eller Savsmuld og tættes forneden med Ler. Slagene falder da direkte paa Hætten. Endnu simplere er det at fylde denne med gamle Sække.

Hvis man omhyggeligt bevikler Jærnene i Pæleenden, er der iøvrigt intet i Vejen for at ramme direkte paa denne uden nogen anden Beskyttelse. De øverste 8—15 cm af Pælen vil da blive knust og virke som en Stødpude for Resten[1]).

Pælene kan være indtil 15 m lange; forslaar det ikke, maa man afbryde Ramningen, blotte Jærnenderne og paastøbe en Forlængelse.

For større Arbejder i Tyskland angives en Gennemsnitspris af 25—30 Mrk. pr. lb Meter Pæl inclusive Ramning.

---

[1]) Beton & Eisen 1906, Side 297.

Hvis Pælene skal bære et Fundament, blottes Jærnet i de opragende Ender og bøjes ud til Siden, hvorpaa der overstøbes et Betonlag, der f. Eks. kan være 75 cm tykt, men iøvrigt maa beregnes og armeres som en Bjælke, der bærer fra Pælegruppe til Pælegruppe.

I Sandbund bliver Pælene ofte skyllet ned, hvortil de er særlig egnede paa Grund af deres store Egenvægt.

---

3. Bygningsdele paavirkede til Bøjning.

a. Begrebet Indspænding.

En Plade eller Bjælke, der er simpelt understøttet ved Enderne og paavirket af en ensformig fordelt Totalbelastning q kg/m, vil være farligst paavirket i Midten, hvor Momentet er $\frac{1}{8} q L^2$ (Fig. 33).

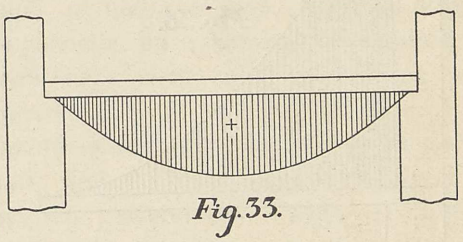


Fig. 33.

Er Pladen indspændt ved Enderne, bliver Midtermomentet kun $\frac{1}{24} q L^2$, medens Vederlagene er farligst paavirkede, nemlig af Momentet $-\frac{1}{12} q L^2$ (Fig. 34).

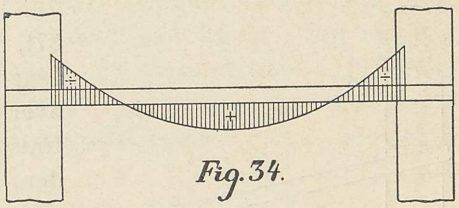


Fig. 34.

Er Pladen indspændt ved den ene Ende og simpelt understøttet ved den anden, vil Indspændingsmomentet blive $-\frac{1}{8} q L^2$, medens stør-

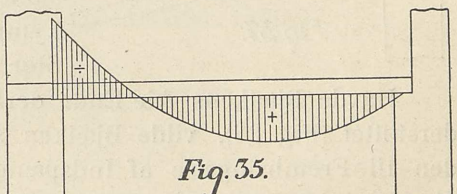


Fig. 35.

ste positive Moment er $\frac{1}{14{,}22} q L^2$ og optræder $\frac{3}{8} L$ fra den fri Ende (Fig. 35).

De to sidste Plader er statisk ubestemte, og Momenterne er udledede under den Forudsætning, at Modstandsmomentet er ens overalt, at det ene Vederlag ikke kan synke i Forhold til det andet, og at den indspændte Ende aldeles ikke kan dreje sig. Kun naar disse tre Betingelser er opfyldte, er de fundne Udtryk rigtige.

Man kan imidlertid ogsaa tale om Indspænding uden at gøre disse Forudsætninger; nemlig naar Konstruktionen er statisk bestemt. En Bjælke, der er indspændt i den ene Ende og slet ikke understøttet i den anden (Fig. 36), faar ganske de samme Paavirkninger, hvad enten den indspændte Ende drejer sig eller ej. Piller man nogle Sten ud af en Mur og stikker en Bjælke ind i Hullet, vil Bjælken dreje sig (Fig. 37), indtil den kommer i Ligevægt ɔ: indtil Muren udøver et tilstrækkeligt stort Indspændingsmoment paa den, og man kan dimensionere Bjælken uden at bekymre sig om Drejningens Størrelse.

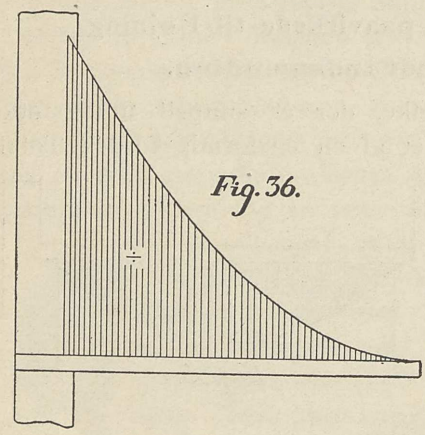


Fig. 36.

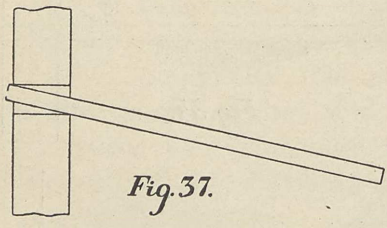


Fig. 37.

Havde Bjælkens frie Ende derimod været simpelt understøttet (Fig. 38), vilde Bjælken slet ikke kunne udføre den til Frembringelse af Indspændingsmomentet nødvendige Drejning, og den maatte beregnes som simpelt under-

støttet i bægge Ender. Tænker man sig nu Muraabningens Højde formindsket lidt efter lidt, vil Bjælken fra at være simpelt understøttet blive delvis indspændt og ende med at være saa fuldkommen indspændt, som Forholdene tillader.

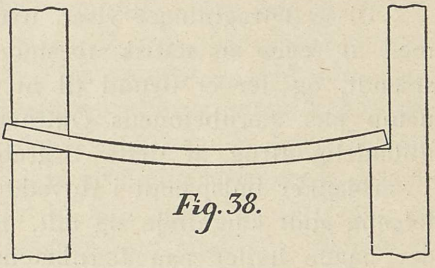


Fig. 38.

Strængt taget kan man nemlig ikke frembringe fuldkommen Indspænding ved Hjælp af en Mur, dersom Bjælken er retliniet i ubelastet Tilstand, thi de elastiske Deformationer af Muren og Bjælken, som fremkalder Indspændingsmomentet, medfører samtidig en lille Drejning af Bjælkeenden.

En fuldkommen Indspænding er meget vanskelig at opnaa. Den er f. Eks. tilstede i en ensformig belastet, kontinuerlig Bjælke med uendelig mange, ligestore Fag; Støtterne er da ens belastede og sammentrykkes derfor ligemeget, og Tangenten over dem maa paa Grund af Symmetrien holde sig vandret.

Hvor ringe en Vinkeldrejning, der skal til for at gøre Indspændingen illusorisk, kan ses paa følgende Maade[1]).

Enderne af en simpelt understøttet Bjælke vil under de sædvanlige Forudsætninger (Hookes Lov, plane Tværsnit) dreje sig Vinklen $v = 10000\, q\, L^3 : 24\, E\, I$. For en Jærnbetonplade af 1^m Bredde, 2^m Spændvidde, 11^{cm} Tykkelse og belastet med 1000 kg/m² bliver Inertimomentet, naar der ses bort fra Jærnindlægget: $I = \frac{1}{12} 100 \cdot 11^3 =$ 11100 cm⁴ altsaa:

$$v = 10000 \cdot 1000 \cdot 2^3 : (24 \cdot 140000 \cdot 11100) = \frac{1}{466}$$

svarende til

$$\frac{1}{466} \cdot \frac{180}{\pi} = 0{,}123^0$$

---

[1]) A. Ostenfeld: Teknisk Statik, 2den Udg. Side 161.

Hvis Pladen kan dreje sig denne lille Vinkel, maa den altsaa beregnes som simpelt understøttet.

Disse Betragtninger viser, hvor varsom man skal være med at regne en statisk ubestemt Plade eller Bjælke indspændt, og der er Grund til at advare imod det, da der netop paa Jærnbetonens Omraade ofte gøres en ganske utilladelig Brug af dette Begreb. Man regner en Bros Tværbjælker indspændt i Hoveddragerne, skønt disse selvfølgelig godt kan dreje sig lidt, og man regner en Drager, der baade hviler paa Jærnbetonsøjler og paa Mur, indspændt uden at betænke, at Muren som Regel sætter sig mere end Søjlen og overhovedet ikke er i Stand til at præstere det koncentrerede Moment, der her er Tale om.

Et af de faa Tilfælde, hvor der er Mening i at regne med fuldkommen Indspænding, fremkommer, naar Bunden i en Vandbeholder bestaar af en Række kontinuerlige Plader. Her er man sikker paa, at Lasten altid er ensformig fordelt, og selv om de Bjælker, der understøtter Pladerne, kan have en noget forskellig Nedbøjning, vil man dog i de fleste Tilfælde være tilstrækkelig dækket af den almindelige Sikkerhedskoefficient, naar Hensyn tages til den rolige, stødfri Belastning.

I Etageadskillelser og lignende Konstruktioner med bevægelig Last plejer man at regne Pladerne delvis indspændte, naar de er støbte i eet med Bjælkerne, og sætter Momentet i Midten til $\frac{1}{10} q L^2$. Dette svarer til at regne med et Indspændingsmoment over Bjælkerne af Størrelse: $(\frac{1}{8} - \frac{1}{10}) q L^2 = \frac{1}{40} q L^2$, da Summen af Midtermomentet og Vederlagsmomentet altid maa være lig $\frac{1}{8} q L^2$, naar Pladen er ensformig belastet og har symmetriske Vederlag, og der intet Horizontaltryk er.

Pladens Vederlagstværsnit maa altsaa mindst kunne optage dette Moment, hvis der overhovedet skal være nogen Mening i Beregningen.

Imidlertid kan man jo ikke paa den Maade tildele Pladen dens Momenter det ene og det andet Sted, Veder-

lagsmomentet kan godt stige til $\frac{1}{12} q L^2$ og mere, naar Nabopladen ogsaa er belastet. Af Hensyn til en saadan Overbelastning af Vederlagstværsnittet, hvorved Midtermomentet vilde stige fra $\frac{1}{10}$ til $\frac{1}{8} q L^2$, bør man derfor dimensionere Vederlagstværsnittet efter mindst $\frac{1}{20} q L^2$; de tyske tekniske Foreningers Forskrifter[1]) kræver endog Vederlagstværsnittet dimensioneret efter $\frac{1}{8} q L^2$, naar en nøjagtig Gennemregning efter Reglerne for kontinuerlige Bjælker undlades.

Bærer Pladen fra Mur til Mur uden at fortsætte sig gennem disse, bør den beregnes som simpelt understøttet. Derimod tillader man sig undertiden for Ensartethedens Skyld, naar en Pladerække er dimensioneret efter $\frac{1}{10} q L^2$, da ogsaa at beregne den yderste Plade efter denne Formel, til Trods for at den ene Side kun er understøttet af Mur; men det er selvfølgelig inkonsekvent.

b. Enkelt armerede Plader.

Vi betragter en Plade (Fig. 39) af Bredde B^m, armeret i Træksiden med et Jærnareal f cm² og paavirket i det undersøgte Tværsnit af et bøjende Moment M^{kgm}. Afstanden fra Jærnarealets Tyngdepunkt til den trykkede Kant — Nyttehøjden — er h^{cm}.

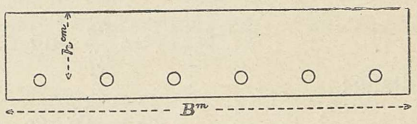


Fig. 39.

Ved Bestemmelsen af Spændingerne gaar vi ud fra følgende Forudsætninger:

1. Betonens Trækstyrke er lig Nul.
2. Tværsnittene forbliver plane ved Bøjningen.
3. Der er Proportionalitet mellem Spændinger og Formforandringer.
4. Trækspændingernes Sum er lig Trykspændingernes Sum.

---

[1]) Beton & Eisen 1904, Side 83.

5. De indre Spændingers Moment er lig de ydre Kræfters Moment.

De to sidste Forudsætninger er selvfølgelig absolut rigtige, naar Tværsnittet er paavirket til ren Bøjning uden Normalkraft; de tre første er derimod gale, men benyttes for Sikkerheds Skyld (1) og for at simplificere Formlerne (2 og 3).

Kaldes Betonens Sammentrykning og Jærnets Forlængelse pr. Længdeenhed henholdsvis ε_b og ε_j, samt den neutrale Axes Afstand fra Pladens Trykside for x^{cm}, da bliver Betingelsen for, at Tværsnittet er plant efter Bøjningen (Fig. 40):

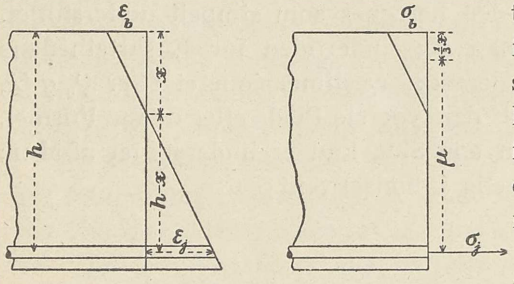


Fig. 40.

$$\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_j} = \frac{x}{h - x} \qquad (23)$$

Da der er Proportionalitet mellem Spændinger og Formforandringer, haves:

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b} \quad \text{og} \quad \varepsilon_j = \frac{\sigma_j}{E_j}$$

altsaa:

$$\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_j} = \frac{E_j}{E_b} \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_j} = n \frac{\sigma_b}{\sigma_j}, \qquad (24)$$

hvor Forholdet mellem Jærnets og Betonens Elasticitetskoefficienter er sat lig n. Den første Betingelsesligning bliver da:

$$\frac{x}{h - x} = n \frac{\sigma_b}{\sigma_j} \qquad (25)$$

De under 4 og 5 opførte Forudsætninger giver:

$$\tfrac{1}{2}\, \sigma_b \cdot x \cdot 100\, B = f\, \sigma_j \qquad (26)$$

$$100\, M = f\, \sigma_j \left(h - \frac{x}{3} \right) \qquad (27)$$

Af (26) faas:

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_j} = \frac{2f}{100\,B\,x},$$

der indsat i (25) giver:

$$\frac{x}{h-x} = n\,\frac{2f}{100\,B\,x}$$

$$x^2 + \frac{2nf}{100\,B}x - \frac{2nf}{100\,B}h = o$$

Indføres $\alpha = \frac{2nf}{100\,B}$, bliver Ligningen:

$$x^2 + \alpha x - \alpha h = o$$

$$x = -\frac{\alpha}{2} + \sqrt{\frac{\alpha^2}{4} + \alpha h} = \frac{\alpha}{2}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4h}{\alpha}}\right)$$

$$= \frac{nf}{100\,B}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{200\,B\,h}{nf}}\right) \qquad (28)$$

Dette er Udtrykket for den neutrale Axes Beliggenhed, der ses at være uafhængig af Belastningens Størrelse og bestemt alene af Tværsnittets Dimensioner og Armering.

Er x bestemt, giver (27):

$$\sigma_j = \frac{100\,M}{f\left(h - \frac{x}{3}\right)} \qquad (29)$$

og (26):

$$\sigma_b = \frac{2f\sigma_j}{100\,B\,x} = \frac{2f}{100\,B\,x} \cdot \frac{100\,M}{f\left(h - \frac{x}{3}\right)} = \frac{2\,M}{B\,x\left(h - \frac{x}{3}\right)} \qquad (30)$$

Af disse Formler findes σ_j og σ_b, naar M, f, h og B ere kendte.

Værdien $h - \frac{x}{3}$, som vi vil betegne med μ, er den saakaldte Momentarm, Afstanden mellem Træk- og Trykcentrerne. Dens Størrelse afhænger af Forholdet mellem f og $B\,h$, altsaa af Jærnprocenten, samt af n.

For $n = 15$ og $\frac{3}{4}\,\%$ Jærn findes $\mu = 0{,}875\,h$
- - = - - $\frac{1}{3}$ - - - $\mu = 0{,}910\,h$

Værdien $\mu = 0{,}9\,h$ benyttes undertiden til en tilnærmet Bestemmelse af Spændingerne i et givet Tværsnit. Er Momentet M faas da:

$$\sigma_j = \frac{100\,M}{0{,}9\,h\,f} \tag{31}$$

og

$$\sigma_b = \frac{2\,M}{B \cdot 3\,(h - 0{,}9\,h) \cdot 0{,}9\,h} = \frac{2\,M}{0{,}27\,B\,h^2} \tag{32}$$

Ved at dividere Udtrykket for x med h og sætte:

$$\frac{f}{100\,B\,h} = \frac{\varphi}{100} \tag{33}$$

hvor φ er Jærnprocenten, faas:

$$\frac{x}{h} = \frac{n\,f}{100\,B\,h}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{200\,B\,h}{n\,f}}\right)$$

$$= \frac{n\,\varphi}{100}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{200}{n\,\varphi}}\right) \tag{34}$$

Saalænge φ er konstant, er altsaa ogsaa $x : h$ konstant. Hvis x er lig $\frac{1}{3}\,h$ for eet Tværsnit, er det ogsaa lig $\frac{1}{3}\,h$ for et Tværsnit med dobbelt saa stort Areal og dobbelt saa meget Jærn. Naar n er givet, afhænger $x : h$ altsaa kun af Jærnprocenten, voxer og aftager med denne.

Vil man orientere sig med Hensyn til den neutrale Axes Bevægelser, naar Jærnindlægget i et givet Tværsnit

varieres, skal man blot huske, at Jærnet tiltrækker den neutrale Axe; det gælder ikke alene for enkelt armerede Plader, men alment.

Naar n og φ er givet, er altsaa $x:h$ givet, men da er i Følge (25) ogsaa $\sigma_b:\sigma_j$ givet. At fastsætte Forholdet mellem Randspændingerne er altsaa det samme som at fastsætte Jærnprocenten.

Skal Formlerne bruges til **Dimensionering,** maa de løses med Hensyn til h og f, men det er lettere at finde disse Størrelser direkte.

Kaldes de tilladelige Spændinger s_b og s_j, og sættes $s_j:s_b=\gamma$, faas af (25):

$$\frac{x}{h-x}=\frac{n}{\gamma};\quad \frac{x}{h}=\frac{n}{\gamma+n};\quad x=\frac{n}{\gamma+n}h=\beta h, \qquad (35)$$

der indsat i (26) og (27) giver:

$$\tfrac{1}{2}s_b\cdot\beta h\cdot 100\,B=f s_j$$

$$100\,M=f s_j\left(h-\frac{\beta h}{3}\right)$$

Ved Division af disse to Ligninger findes:

$$\frac{M}{\tfrac{1}{2}s_b\cdot\beta h\cdot B}=h\left(1-\frac{\beta}{3}\right)$$

$$h^2=\frac{1}{\tfrac{1}{2}s_b\cdot\beta\left(1-\frac{\beta}{3}\right)}\cdot\frac{M}{B}=c^2\frac{M}{B}$$

$$h=c\sqrt{\frac{M}{B}},$$

hvor:

$$c^2=\frac{1}{\tfrac{1}{2}s_b\cdot\beta\left(1-\frac{\beta}{3}\right)}=\frac{6}{s_b\cdot\beta(3-\beta)}=\frac{6}{s_b\cdot\frac{n}{\gamma+n}\left(3-\frac{n}{\gamma+n}\right)}$$

$$=\frac{6(\gamma+n)^2}{s_b\,n(3\gamma+2n)}$$

$$c = (\gamma + n)\sqrt{\frac{6}{s_b\, n\,(3\gamma + 2n)}}$$

Endvidere faas af (26) og (35):

$$\tfrac{1}{2}\, s_b \cdot \frac{n}{\gamma + n}\, h \cdot 100\, B = f\, s_j$$

$$f = \frac{50}{\gamma} \cdot \frac{n}{\gamma + n} \cdot B\, h = \frac{50}{\gamma} \cdot \frac{n}{\gamma + n}\, c\sqrt{M\, B}$$

$$= 50\,\frac{n}{\gamma}\sqrt{\frac{6}{s_b\, n\,(3\gamma + 2n)}}\sqrt{M\, B}$$

Ved Beregning af Plader er det bekvemmest at bestemme det bøjende Moment for en Bredde $B = 1^{\text{m}}$, og Dimensioneringsformlerne bliver da:

$$h = (\gamma + n)\sqrt{\frac{6}{s_b\, n\,(3\gamma + 2n)}}\sqrt{M_{100}} \qquad (36)$$

$$f_{100} = 50\,\frac{n}{\gamma}\sqrt{\frac{6}{s_b\, n\,(3\gamma + 2n)}}\sqrt{M_{100}} \qquad (37)$$

hvor f_{100} og M_{100} er henholdsvis Jærnarealet og Momentet paa 100^{cm} Pladebredde.

Konstanterne, med hvilke $\sqrt{M_{100}}$ skal multipliceres, kan beregnes een Gang for alle, som gjort i efterfølgende Tabel, hvor n som sædvanlig er sat lig 15.

De tilhørende Værdier af φ og x findes ved:

$$\varphi = \frac{f}{B\, h} = \frac{50}{\gamma} \cdot \frac{n}{\gamma + n} \qquad (38)$$

$$x = \frac{n}{\gamma + n}\, h = \tfrac{1}{50}\, \varphi\, \gamma\, h\,. \qquad (39)$$

s_j	s_b	$\frac{h}{\sqrt{M_{100}}}$	$\frac{f_{100}}{\sqrt{M_{100}}}$	φ	γ	$\frac{x}{h}$	$\frac{\mu}{h}$
1200	50	0,345	0,277	0,801	24,0	0,385	0,872
1200	45	0,375	0,254	0,675	26,7	0,361	0,880
1200	40	0,410	0,228	0,555	30,0	0,333	0,889
1200	35	0,456	0,204	0,444	34,3	0,305	0,898
1200	30	0,519	0,178	0,341	40,0	0,273	0,909
1000	50	0,330	0,354	1,072	20,0	0,429	0,857
1000	45	0,358	0,327	1,907	22,2	0,403	0,866
1000	40	**0,390**	**0,292**	0,750	25,0	0,375	0,875
1000	35	0,435	0,261	0,601	28,6	0,344	0,885
1000	30	0,490	0,228	0,465	33,4	0,311	0,896
1000	25	0,568	0,193	0,341	40,0	0,273	0,909
1000	20	0,685	0,158	0,231	50,0	0,231	0,923
1000	15	0,881	0,121	0,138	66,7	0,184	0,939
1000	10	1,266	0,083	0,065	100,0	0,120	0,960
1000	5	2,424	0,042	0,017	200,0	0,068	0,977
800	40	0,366	0,392	1,070	20,0	0,428	0,857
600	40	0,346	0,575	1,660	15,0	0,498	0,834
400	40	0,322	0,966	3,000	10,0	0,600	0,800

Denne Tabel lærer os forskellige Ting. For det første det ret selvfølgelige, at naar Jærnspændingen holdes konstant, vil for et givet Moment Tværsnittets Højde voxe og dets Jærnareal aftage, naar den tilladelige Betonspænding formindskes.

Derimod studser man straks ved at se, at naar Betonspændingen holdes konstant, vil en Forøgelse af den tilladelige Jærnspænding kræve en Forøgelse af Højden. Det strider mod ens Erfaringer fra rene Jærnkonstruktioner, men er i Virkeligheden ganske naturligt, thi for at Jærnspændingen skal blive større, uden at Betonspændingen forandres, maa Jærnet flyttes længere bort fra den neutrale Axe og Højden altsaa forøges.

I Danmark sættes de **tilladelige Spændinger** hyppigst til 1000^{at} og 40^{at}, der naas samtidig for $\varphi = \frac{3}{4}\,^0/_0$, men det kunde jo tænkes, at Priserne stillede sig saaledes, at

det var økonomisk at spare paa Jærnmængden og forøge Betonmængden eller omvendt, altsaa kun udnytte eet af Materialerne fuldstændig. Man maatte da ændre Jærnprocenten, saa at Spændingerne f. Eks. blev 1000 og 35 eller 900 og 40. En Beregning viser imidlertid, at naar der ikke tages Hensyn til Egenvægtens Variation, og naar de tilladelige Spændinger er 1000 og 40, vil det være billigst at udnytte bægge Materialer fuldstændig, saalænge Prisforholdet mellem 1 cm^3 Jærn og 1 cm^3 Beton ligger mellem 30,5 og 131,2; Grænser som næppe overskrides her i Landet.

I det følgende vil der derfor stadig blive regnet med disse Spændinger.

For at vise, hvorledes Dimensioneringen udføres, vil vi beregne en Plade af 2^m Spændvidde. Er Lasten + Egenvægten = 1000 kg/m^2, bliver Momentet pr. lb. m af Pladens Bredde:

$$M_{100} = \tfrac{1}{8}\, q\, L^2 = \tfrac{1}{8} \cdot 1000 \cdot 2^2 = 500^{kgm}.$$

Er de tilladte Spændinger 1000 og 40 faas:

$$h = 0{,}390\sqrt{500} = 0{,}390 \cdot 22{,}37 = 8{,}71^{cm}$$

$$f_{100} = 0{,}292\sqrt{500} = 0{,}292 \cdot 22{,}37 = 6{,}53\ cm^2$$

eller: $f_{100} = \tfrac{3}{4} \cdot 8{,}71 = 6{,}53\ cm^2$.

Der indlægges da 11 ○ 9^{mm} pr. m, hvorved Jærnarealet bliver 7,00 cm^2. Til den fundne Højde maa lægges Jærnets Radius $0{,}45^{cm}$ og $0{,}9^{cm}$ Beton til Dækning, saa at Totalhøjden bliver $10{,}06^{cm} \sim 10^{cm}$.

Ønsker man at gøre Pladen tykkere end nødvendigt, kan man til Gengæld spare noget Jærn, og ved at benytte de forskellige Koefficienter i Tabellen, svarende til de forskellige Værdier af s_b, faar man en Række sammenhørende Værdier af h og f_{100}, af hvilke man kan vælge de mest passende.

Saalænge det gælder en Forøgelse af Højden, er man imidlertid paa den sikre Side, naar man formindsker Jærn-

arealet i samme Forhold som Højden forøges, og den omvendte Operation giver ogsaa tilstrækkelig nøjagtige Værdier, saalænge det kun er smaa Ændringer, der er Tale om.

Vi vil t. Ex. undersøge, hvor stort Jærnarealet bliver, naar den ovenfor beregnede Plades Højde forøges til 12^{cm}. Med 9^{mm} ○ er Nyttehøjden da $12{,}00 - 1{,}35 = 10{,}65^{cm}$, saa det nye Jærnareal bliver:

$$f_{100} = 6{,}53 \frac{8{,}71}{10{,}65} = 5{,}35 \text{ cm}^2$$

Man vil følgelig kunne nøjes med 9 ○ 9^{mm} pr. m, der har Arealet 5,72 cm^2.

Naar Materialerne skal udnyttes fuldstændig ($s_j = 1000$, $s_b = 40$), er den **mindste Højde**, man kan naa til, $0{,}390 \sqrt{M_{100}}$

Gøres Højden mindre, bliver Momentarmen mindre og følgelig Træk- og Trykkraften større. Skal Grænsespændingerne alligevel ikke overskrides, maa derfor baade Træk- og Trykarealet forøges.

Trækarealet forøges let ved Indlæg af mere Jærn, men Trykarealet kan kun forøges ved at sænke den neutrale Axe (Fig. 41), og en mærkbar Sænkning kræver uforholdsmæssig meget Jærn.

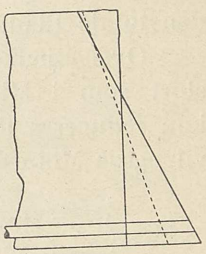


Fig. 41.

Hvis M_{100} er lig 10000^{kgm}, skulde vi normalt have en Højde af $39{,}0^{cm}$ og et Jærnareal af 29,2 cm^2. Formindskes Jærnspændingen til 400^{at}, kan vi i Følge Tabellen Side 71 nøjes med $32{,}2^{cm}$ Højde, men Jærnarealet bliver da 96,6 cm^2. For at reducere Højden 18 %, maa Jærnmængden altsaa forøges med 229 %. Denne Fremgangsmaade er derfor meget kostbar; man kommer langt billigere til Maalet ved at armere den trykkede Side af Pladen, hvilket Forhold senere vil blive omtalt (se Side 80).

Er Pladen simpelt understøttet, armeres den kun i Undersiden, idet man lader alt Jærnet være gennemgaaende fra Vederlag til Vederlag, og Pladen føres som Regel $\frac{1}{2}$ Sten ind i de bærende Mure (Fig. 42).

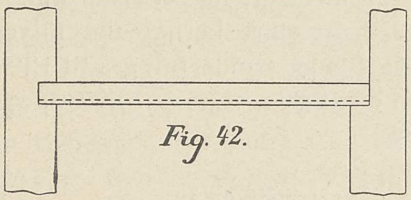


Fig. 42.

Er Pladen indspændt eller kontinuerlig, saa den kan faa Trækspændinger i Oversiden, maa den armeres i Overensstemmelse med disse Spændinger, hvilket ofte kan ske ved at bøje en større eller mindre Del af de nedre Jærn op i Overfladen.

Hvis saaledes den i forrige Exempel behandlede Plade havde været Led i en kontinuerlig Række Plader sammenstøbt med Bjælkerne, vilde Midtermomentet kunne sættes til:

$$M_{100} = \tfrac{1}{10}\, q\, L^2 = \tfrac{1}{10} \cdot 1000 \cdot 2^2 = 400^{\text{kgm}},$$

altsaa $h = 0{,}390\sqrt{400} = 7{,}80^{\text{cm}}$, $f = 0{,}292\sqrt{400} = 5{,}84\ \text{cm}^2$.

Forøges Nyttehøjden til $8{,}65^{\text{cm}}$, kan Jærnindlægget formindskes til $5{,}84\,\frac{7{,}80}{8{,}65} = 5{,}26\ \text{cm}^2 \sim 9 \bigcirc 9^{\text{mm}}$ pr. m, og den totale Pladetykkelse bliver 10^{cm}.

Over Bjælkerne regnes $M_{100} = \frac{1}{20}\, q\, L^2$, altsaa halv saa stort som i Midten, saa at baade Højde og Jærnindlæg kan reduceres i Forholdet $1 : \sqrt{2}$. Holdes Højden konstant, vil ogsaa Momentarmen med Tilnærmelse forblive konstant,

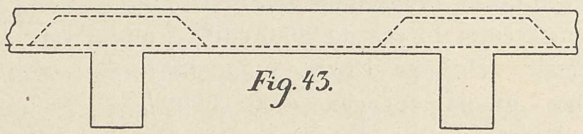


Fig. 43.

og Jærnindlægget bliver da proportionalt med Momentet. Vederlaget kan derfor armeres ved at bøje hveranden Stang op (Fig. 43).

Jærnet tages gerne af en saadan Dimension, at der kommer 5 à 12 Stk. pr. m, og man plejer ikke at bruge

spinklere Jærn end 5 mm ○. Nogle Firmaer gaar ikke ned under 8 mm, idet de hævder, at der er for lidt Hold paa det spinklere Jærn, saa at Arbejdet fordyres med et større Beløb, end det Jærnbesparelsen repræsenterer.

I Virkeligheden svarer der til hver Spændvidde en bestemt Værdi, som Jærndiametren ikke maa overskride af Hensyn til Faren for Jærnets Gliden i Betonen (se Side 102), men denne Regel bliver ikke altid overholdt.

Mellem Jærnets og Betonens Overflade maa der være en Afstand af mindst 1 cm, naar Rundjærnet er over 10 mm i Diameter; for spinklere Dimensioner kan Minimumstykkelsen sættes lig Diameteren.

Vinkelret paa Bærejærnene og indenfor disse lægges ofte noget **Fordelingsjærn,** hvis Betydning for Pladens Bæreevne dog langtfra er saa stor, som man tidligere antog. Naar man nu indlægger Fordelingsstænger, er det dels for at binde Bærestængerne til dem, saa at disse ikke forskyder sig under Betonneringen, dels for at fordele en Enkeltkrafts Virkning over flere Bærejærn, og endelig for at modarbejde Svindrevner parallele med Bærestængerne.

I Etageadskillelser er det meget almindeligt som Fordelingsjærn at indlægge 3 ○ 8 mm pr. m, navnlig i Hvælvinger. I Plader indlægges der somme Tider slet intet.

Undertiden armeres Plader med **Strækmetal** (Pladegitter)[1]) (Fig. 44), hvorved man sparer Udgifterne til Fordelingsjærn og Nættets Binding og faar en udmærket Forbindelse mellem Betonen og Jærnet.

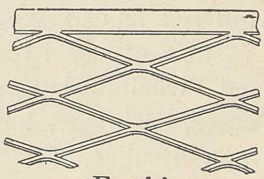


Fig. 44.

Det fremstilles paa den i Fig. 45 viste Maade, ved at et Stempel eller en Kniv med bølgeformet Æg trykkes ned i en blød Staalplade, saa at der opstaar Spalter, adskilte

---

[1]) Se »Ingeniøren« 1901, Side 209 og Teknisk Forenings Tidsskrift 1901—1902, Hefte 12.

ved et kort Stykke, og de saaledes afskaarne Jærnstrimler presses et Stykke ned. For hver Bevægelse af Stemplet flyttes det en halv Maskelængde til Siden, hvorved Spalterne bliver forsat for hinanden og Pladen omdannet til et Næt.

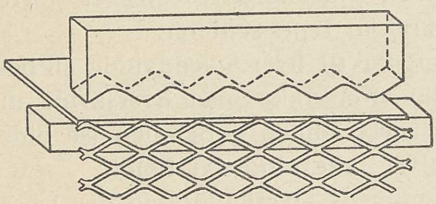


Fig. 45.

Strækmetal egner sig navnlig til Arbejder, hvor der anvendes uøvede Folk, medens dets høje Pris har forhindret en mere almen Benyttelse af det her i Landet. Det koster 50 til 35 Øre pr. kg, eftersom det er mer eller mindre spinkelt (Kr. 1,28 til Kr. 4,40 pr. m^2), og der er desuden den Ulempe ved det, at det ofte er vindskævt, saa man ikke kan faa det til at ligge nøjagtig, hvor det skal.

Det faas i mange forskellige Dimensioner: Maskebredden varierer fra 6 til 150 mm, Pladetykkelsen fra 0,6 til 4,8 mm, Bredden af Jærnstrimlerne fra 2,0 til 6,4 mm, medens selve Pladegitteret kan være indtil 4,875 m langt eller bredt.

Det maa altid indlægges saadan, at Trækket virker vinkelret paa Maskebredden; denne tages gerne lig 75 mm.

For at se, hvorledes de udviklede Formler stemmer med Virkeligheden, vil vi sammenholde dem med nogle **Forsøg,** Kleinlogel har udført[1]). Hans Bjælker (Fig. 46) var c. 30 cm høje, c. 15 cm brede og 220 cm lange og armerede i Undersiden med 1 à 3 lige Rundjærn; de kan altsaa betragtes som ganske smalle Plader. Spændvidden var 200 cm.

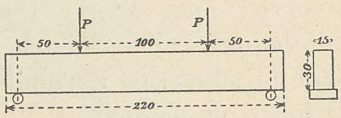


Fig. 46.

---

[1]) Forscherarbeiten aus dem Gebiete des Eisenbetons, Heft 1. — Beton und Eisen 1904, Side 227.

Betonens Sammensætning var: 66,7 Maal Kalkstensskærver af Størrelse indtil en halv Valnød + 33,3 Maal Kalkstensskærver af ca. 6 mm Tværmaal + 50 Maal Sand + 50 Maal Cement + 8 Vægtprocent Vand. Alderen var ca. 6 Mdr.

Som Belastning anvendtes to lige store Kræfter, P, virkende 0,5 m fra Vederlagene, saa at den midterste Meter af Bjælken blev paavirket af et konstant Moment, $0{,}5\,P$ kgm.

Der var 7 Bjælkeklasser, hver med sin Armeringsprocent, og i hver Klasse var der 4 ens Bjælker, undtagen i Klasse A, hvor der var 7. I efterfølgende Tabel findes Middelværdierne af Bjælkernes Bredde og Brudbelastning (excl. Egenvægt), hvoraf Brudmomentet er beregnet for det Tilfælde, at Bjælkerne havde været 100 cm brede; Bjælkerne vejede 260 kg, der omregnet til 100 cm Bredde giver et Moment i Bjælkens Midte paa 380 kgm, Summen af disse to Momenter er angivet i 7ende Kolonne som M_{100}. Da den nøjagtige Bredde af Bjælkerne A ikke er offentliggjort, er den her regnet lig med samtlige Bjælkers Middelbredde, 15,42 cm.

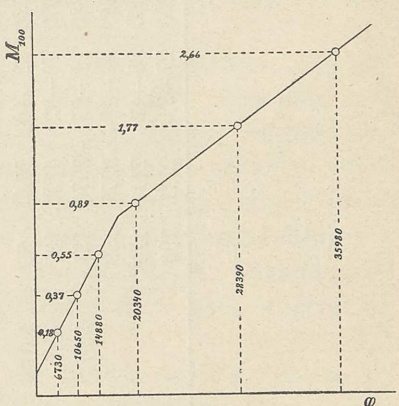


Fig. 47.

I Fig. 47 er Armeringsprocenten afsat som Abscisse og Brudmomentet M_{100} som Ordinat. Man ser, at Forsøgsresultaterne temmelig nøjagtigt grupperer sig paa to rette Linier og ikke paa en kontinuerlig Kurve, idet i det ene Tilfælde Jærnets Styrke, i det andet Tilfælde Betonens Styrke betinger Brudet. I de svagt armerede Bjælker naas Jærnets Flydegrænse, inden Betonens Modstandsevne er udtømt, og sammen med Jærnets Flyden har Bjælken gerne naaet sin største Bæreevne, dels fordi Forbindelsen mellem Betonen og Jærnet

Bjælke-klasse.	Armering	φ %	Bredde cm	a cm	$2P$ kg	M_{100} kgm	$2P_R i$ % af $2P$	σ_j at	σ_b at	Sikkerhedsgrad naar $s_j = 1000$ eller $s_b = 40$
A.		0	(15,42)		3200	5600	100			
B.	1 ○ 18 mm	0,183	15,35	28,0	3895	6730	92—100	5040	89	5,04
C.	2 - -	0,366	15,35	28,0	6305	10650	76—82	4100	107	4.10
D.	3 - -	0,549	15,49	27,7	8981	14880	61—67	3970	131	3,97
E.	1 - 22 mm	0,887	15,71	27,2	12535	20340	42—48	3575	159	3,98
F.	2 - -	1,774	15,27	28,1	17110	28390	35—41	2441	170	4,25
G.	3 - -	2,661	15,35	28,0	21850	35980	27—34	2141	196	4,90

ophæves paa Grund af dettes store Forlængelser, dels fordi Revnerne gaber saa stærkt, at der næsten intet Trykareal bliver tilovers, saa at Bjælkens Overside knuses. I de stærkt armerede Bjælker naas Flydegrænsen derimod ikke,

idet Betonen ødelægges forinden, enten ved Knusning eller ved Forskydning.

De to rette Linier skærer hinanden i et Punkt, der svarer til en Armeringsprocent af 0,73, der altsaa maa siges at være den mest rationelle for denne Beton, idet den medfører en fuldstændig Udnyttelse af bægge Materialer.

Den Forlængelse af Bjælkernes Underside, ved hvilken de første Revner viste sig, laa mellem 0,12 og 0,24 mm/m, den tilsvarende Belastning ($2\,P_R$) er indført i Tabellen i % af $2\,P$.

Da Bjælkerne er revnede kortere eller længere Tid, inden Bruddet sker, skulde man vente, at de svagt armerede Bjælkers Bæreevne alene afhang af Jærnet, at altsaa $M_{100} = \mu\, f_{100}\, \sigma_j$, hvor σ_j (Jærnets Flydegrænse) er konstant, og hvor μ (Momentarmen) ogsaa maa antages at være omtrent den samme for alle Bjælkerne paa Brudstadiet. Brudmomentet skulde altsaa være proportionalt med Jærnprocenten, og den rette Linie gaa gennem Koordinatsystemets Begyndelsespunkt; at den ikke gør det, er en endnu uopklaret Gaade.

I Tabellens sidste Spalter er indført de Spændinger, man finder af de almindelige Formler ved Indsættelse af Brudmomentet. Hvis Formlerne var rigtige, skulde de give samme Sikkerhed uafhængig af Jærnprocenten ɔ: i de svagt armerede Bjælker maatte Jærnspændingen være konstant, i de stærkt armerede Bjælker Betonspændingen. Dette er dog ikke Tilfældet; naar de tilladte Spændinger er 1000 og 40 varierer Sikkerhedsgraden som angivet i Tabellens sidste Spalte.

Ved Interpolation findes de til $\varphi = 0{,}75$ % svarende Spændinger at være $\sigma_j = 3735^{at}$, $\sigma_b = 148^{at}$, der giver Sikkerhedsgraden 3,74 og 3,70; altsaa den samme, hvadenten vi lægger Jærnspændingen eller Betonspændingen til Grund.

Efter Kleinlogels Forsøg at dømme er altsaa de udviklede Dimensioneringsformler fuldkommen rationelle, naar Jærnprocententen er $\frac{3}{4}$, medens de for andre Jærnprocenter giver for stor Sikkerhed.

c. Dobbelt armerede Plader.

Ved kneben Konstruktionshøjde kan man blive nødt til at armere Pladens Trykside, som lige nævnt i forrige Afsnit.

Det trykkede Jærn faar en Spænding, der er 15 Gange Betonspændingen det paagældende Sted; ligger det lige i Pladens Overside bliver Spændingen $15 \cdot 40 = 600^{at}$, og da Jærnet naturligvis ligger en Del dybere, udnyttes det kun daarligt.

Konstruktionen er ogsaa i andre Henseender mindre heldig. Trykarmeringen vil ganske vist formindske Spændingerne under de smaa Belastninger, den er beregnet for, men Brudbelastningen bliver ikke forøget i tilsvarende Grad, da Sammenhængen mellem Jærnet og Betonen ophæves for tidligt, og Jærnet bøjer sig ud, sprængende Betonen. Vil man derfor anvende dobbelt Armatur, maa Rundjærnet sikres ved Bøjler i en indbyrdes Afstand af højst 30 Gange Rundjærnets Diameter (eller 120 Gange mindste Inertiradius for andre Profiler).

Formlerne udledes paa ganske samme Maade som ved enkelt Armering (Side 65). Da Spændingerne er proportionale med Afstanden fra den neutrale Axe, faas (Fig. 48):

$$\frac{x}{h-x} = n\frac{\sigma_b}{\sigma_j} \quad \text{og} \quad \frac{x}{x-h^c} = n\frac{\sigma_b}{\sigma_j^c}, \qquad (40\text{—}41)$$

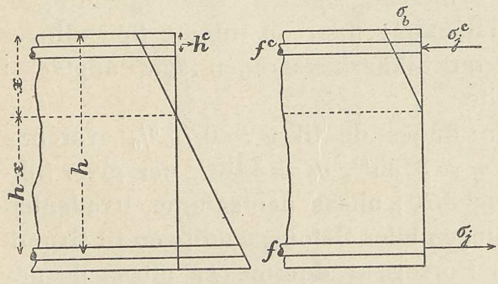


Fig. 48.

naar det trykkede Jærnareal f^c ligger i Afstanden h^c fra Overfladen, og Spændingen i det kaldes σ_j^c.

Trykkraften = Trækkraften giver:

$$\tfrac{1}{2}\sigma_b \cdot x \cdot B + f^c \sigma_j^c = f\sigma_j, \qquad (42)$$

og da det ydre Moment er lig det indre Moment:

$$100\,M = f\,\sigma_j\left(h - \frac{x}{3}\right) + f^c\,\sigma_j^c\,(h - h^c) \qquad (43)$$

Af (40) og (41) faas:

$$\sigma_j = n\,\sigma_b\,\frac{h-x}{x} \quad \text{og} \quad \sigma_j^c = n\,\sigma_b\,\frac{x-h^c}{x} \qquad (44 \text{ og } 45)$$

der indsat i (42) giver:

$$\tfrac{1}{2}\,\sigma_b\,x \cdot 100\,B + f^c\,n\,\sigma_b\,\frac{x-h^c}{x} = f\,n\,\sigma_b\,\frac{h-x}{x}$$

$$\tfrac{1}{2}\,x^2 \cdot 100\,B + f^c\,n\,x - f^c\,n\,h^c = f\,n\,h - f\,n\,x$$

$$\tfrac{1}{2}\,x^2 \cdot 100\,B + n\,x\,(f + f^c) - n\,(h\,f + h^c\,f^c) = o$$

$$x^2 + 2\,n\,\frac{f+f^c}{100\,B}\,x - 2\,n\,\frac{h\,f + h^c\,f^c}{100\,B} = o$$

$$x = n\,\frac{f+f^c}{100\,B}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{200\,B\,(h\,f + h^c\,f^c)}{n\,(f+f^c)^2}}\right) \qquad (46)$$

Dermed er den neutrale Axes Beliggenhed bestemt, og (43) giver saa:

$$\sigma_b = \frac{600\,M\,x}{100\,B\,x^2\,(3\,h - x) - 6\,n\,f^c\,(x - h^c)\,(h - h^c)} \qquad (47)$$

Med disse Formler kan et givet Tværsnit undersøges; i det følgende skal der udvikles en **Dimensioneringsmetode.**

Dobbelt Armering anvendes kun, naar det ikke kan undgaas, altsaa naar Konstruktionshøjden er givet. Man kan da paa Forhaand skønne Nyttehøjden h, og med $\frac{3}{4}\,^0/_0$ Armering i Undersiden og ingen Trykarmering bliver Jærnindlægget:

$$f' = 0{,}75\,B\,h \qquad (48)$$

og Momentarmen:

$$\mu' = 0{,}875\,h.$$

Den enkelt armerede Plade kan altsaa optage Momentet:

$$M' = \frac{1}{100} \cdot \mu' \cdot f'\,s_j = \frac{1}{100} \cdot 0{,}875\,h \cdot 0{,}75\,B\,h \cdot 1000$$

$$= 6{,}56\,B\,h^2 \qquad (49)$$

Er det givne Moment M, bliver der et Restmoment:

$$\triangle M = M - M',$$

der skal optages af det trykkede Jærn f^c i Forbindelse med en Forøgelse $\triangle f$ af det strakte Jærn.

Det er nu mest økonomisk at bestemme disse to Jærnindlæg saaledes, at den neutrale Axe beholder sin Plads, thi kun i det Tilfælde bliver baade Jærnet og Betonen fuldt udnyttede. Betingelserne herfor er:

$$f^c \sigma_j^c = \triangle f \sigma_j = 1000 \triangle f \tag{50}$$

og:

$$f^c \sigma_j^c (h - h^c) = 100 \triangle M = 100 (M - 6{,}56\, B\, h^2)$$

eller:

$$f^c = \frac{M - 6{,}56\, B\, h^2}{\frac{\sigma_j^c}{100}(h - h^c)} \tag{51}$$

h^c kan skønnes ligesaavel som h, og da

$$\sigma_j^c = 15\, \sigma_b \frac{x - h^c}{x} = 15 \cdot 40 \left(1 - \frac{h^c}{0{,}375\, h}\right)$$

$$= 600 \left(1 - 2{,}67 \frac{h^c}{h}\right) \tag{52}$$

har man tilstrækkeligt til at bestemme f^c og $\triangle f$.

Lad os til **Exempel** antage, at en Plade af 35^{cm} Højde skal optage Momentet $M_{100} = 10000^{kgm}$. Vi skønner, at det strakte Jærn kommer $2{,}8^{cm}$ og det trykkede 2^{cm} fra Betonens Yderflader; altsaa $h = 32{,}2^{cm}$, $h^c = 2^{cm}$. Vi har da:

$$\sigma_j^c = 600 \left(1 - 2{,}67 \frac{2}{32{,}2}\right) = 500^{at}.$$

$$f^c = \frac{10000 - 6{,}56 \cdot 1 \cdot 32{,}2^2}{5\,(32{,}2 - 2)} = 21{,}2\ cm^2 \text{ ɔ: } 7 \bigcirc 20^{mm} \text{ pr. m.}$$

$$\triangle f = \frac{21{,}2 \cdot 500}{1000} = 10{,}6\ cm^2$$

$$f' = 0{,}75 \,.\, 1 \cdot 32{,}2 = 24{,}15 \text{ cm}^2$$

$$f = f' + \triangle f = 34{,}75 \text{ cm}^2 \text{ ɔ: } 8 \bigcirc 24^{\text{mm}} \text{ pr. m.}$$

Det samlede Jærnindlæg bliver altsaa $f + f^c = 55{,}95$ cm², medens vi uden Trykarmering maatte have haft et strakt Jærnareal paa 96,6 cm² (se Side 73).

d. Krydsarmerede Plader.

Er Pladen kvadratisk og simpelt understøttet langs alle 4 Sider, kan dens Paavirkning beregnes saaledes[1]) (Fig. 49):

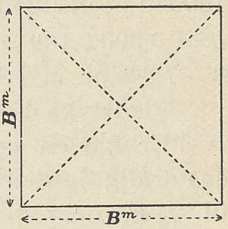


Fig. 49.

Er Belastningen ensformig fordelt og lig P^{kg}, vil hver Side modtage Reaktionen $\frac{1}{4} P$, der fordeler sig symmetrisk om Sidens Midtpunkt. I Diametralsnittet fremkalder disse Reaktioner Momentet:

$$\frac{P}{4} \cdot 2 \cdot \frac{B\sqrt{2}}{4} = \tfrac{1}{8} P B \sqrt{2} \qquad (53)$$

Selve Lasten giver Momentet:

$$\frac{P}{2} \cdot \frac{B\sqrt{2}}{6} = \tfrac{1}{12} P B \sqrt{2}$$

Det resulterende Moment bliver altsaa:

$$M = \tfrac{1}{8} P B \sqrt{2} - \tfrac{1}{12} P B \sqrt{2} = \tfrac{1}{24} P B \sqrt{2}$$

eller pr. lb. m af Diagonalen:

$$M_{100} = \frac{\frac{1}{24} P B \sqrt{2}}{B\sqrt{2}} = \tfrac{1}{24} P^{\text{kgm}}.$$

Langs den anden Diagonal har Momentet naturligvis samme Størrelse.

---

[1]) Bach: Elasticität und Festigkeit, 4de Oplag, Side 594.

Pladen burde altsaa armeres i Diagonalernes Retning og lige stærkt i bægge Retninger. For Nemheds Skyld lægges Jærnet dog parallelt med Siderne, og Momentet maa da opløses efter disse (Fig. 50).

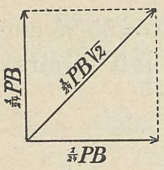


Fig. 50.

Momentet langs en Side bliver $\frac{1}{24} P B$ eller pr. lb. m af Siden ligesom før:

$$M_{100} = \frac{1}{24} P^{kgm}. \qquad (54)$$

Er Belastningen 1000 kg/m² og $B = 1{,}55^{m}$ faas $P = 1000 \cdot 1{,}55^2 = 2400^{kg}$, $M_{100} = 2400 : 24 = 100$ kgm, hvoraf $h = 0{,}390\sqrt{100} = 3{,}90^{cm}$. $f_j = 0{,}292\sqrt{100} = 2{,}92$ cm² ∼ 8 ○ 7 mm pr. m i bægge Retninger.

Pladetykkelsen bliver: $3{,}90 + 0{,}7 + 0{,}7 = 5{,}30 \sim 6^{cm}$.

Er Pladen sammenstøbt med Bjælkerne, og er Lasten ensformig fordelt (Vandbeholdere), kan Momentet regnes til $\frac{1}{36} P$, naar $\frac{2}{3}$ af Stængerne bøjes op i Oversiden over Bjælkerne. I Husbygningen, hvor Lasten er bevægelig, bør man allermindst regne med $\frac{1}{32} P$.

Den samme Formel, $M_{100} = \frac{1}{24}$ til $\frac{1}{36} P$, vil man i Reglen kunne hjælpe sig med, naar Pladen har Form af en ligesidet Trekant eller anden regulær Polygon, en Cirkel, et Rektangel, der kun afviger lidt fra Kvadratet o. s. v., overhovedet, naar der kun er ringe Forskel paa Dimensionerne i de to Retninger.

Betonen i disse Plader faar Tryk i to paa hinanden vinkelrette Retninger, hvilket imidlertid erfaringsmæssig ikke forringer dens Modstandsevne.

Efter Pariserudstillingen Aar 1900 blev der gjort **Belastningsforsøg** med to Plader, A og B, der da formentlig var over 1 Aar gamle[1]). De var paa alle Sider støbt i eet med Bjælker og med Naboplader, kun paa den ene Side af Plade A var der ingen Naboplade. Jærnene var ikke bøjet op ved Vederlagene, men der var anbragt en lodret Bøjle i hvert andet Krydsningspunkt.

[1]) Beton & Eisen 1903, Side 17.

Plade A var blevet afskallet for tidligt og havde sat sig, Overfladen maatte derfor hugges op og støbes højere, hvilket rimeligvis har nedsat Styrken. Pladen var 18 cm tyk og armeret med 6 ○ 15 mm pr. m i bægge Retninger; dens fri Areal var 6,6 × 6,8 m².

Plade B var 14 cm tyk og armeret med 5 ○ 15 mm pr. m i bægge Retninger; dens fri Areal var 5,85 × 7,05 m²

Naar Spændingerne hverken maa overskride 1000 at (Plade A) eller 40 at (Plade B) bliver det tilladelige Moment for A: $M_{100} = 1441$ kgm, for B: $M_{100} = 875$ kgm og den tilladelige Belastning 24 til 36 Gange saa stor ɔ: $P_A = 34600$ kg til 51900 kg, $P_B = 21000$ kg til 31500 kg.

Ved Forsøget bar A (inclusive Egenvægt): 129400 kg og B: 125000 kg. Ved disse Belastninger begyndte de Søjler, der bar Konstruktionen, at bøje sig, saa Forsøget maatte afbrydes, men Pladerne var da allerede saa ødelagte, at de næppe kunde have baaret væsentlig mere.

Eftersom der regnes med $\frac{1}{24} P$ eller $\frac{1}{36} P$ bliver Sikkerhedsgraden for Plade As Vedkommende 3,74 eller 2,5, for Plade B's 5,95 eller 3,97; meget tilfredsstillende Resultater, naar der tages Hensyn til de forskellige Mangler ved Plade A.

Som nævnt gælder Formlen kun for nogenlunde kvadratiske Plader. Er der **større Forskel paa de to Sider,** regnes ofte med et større Moment pr. m af den lange end af den korte Side. Er saaledes $L = c\,B$ (Fig. 51) kan man passende benytte Formlerne:

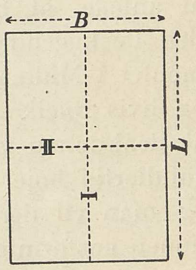


Fig. 51.

$$M^{I}_{100} = \frac{q\,B^2}{6}\,\frac{c^4}{(1+c^2)^2}, \qquad M^{II}_{100} = \frac{q\,B^2}{6}\,\frac{c^2}{(1+c^2)^2} \quad (55 \text{ og } 56)$$

For $L = B$ ɔ: $c = 1$, faas: $M^{I}_{100} = M^{II}_{100} = \frac{1}{24}\,q\,B^2 = \frac{1}{24}\,q\,L^2$.

Er Pladen indspændt, kan Momenterne multipliceres med $\frac{3}{4}$.

Skulde Formlerne være helt gode, maatte de for $L = \infty$

give $M^{I}_{100} = \frac{1}{8} q B^2$ og $M^{II}_{100} = 0$, de giver imidlertid $M^{I}_{100} = \frac{1}{6} q B^2$ og $M^{II}_{100} = 0$. Værdien $M^{I}_{100} = \frac{1}{8} q B^2$ optræder allerede ved $c = 2{,}54$ (sammen med $M^{II}_{100} = \frac{1}{52} q B^2$), og for mere langstrakte Plader kan Formlen derfor ikke bruges, de beregnes som kun bærende i den korte Retning.

Hvis Pladen er kvadratisk, men paavirket af en **Enkeltkraft** i Midten findes ad samme Vej som tidligere, at Momentet i Diametralsnittet bliver:

$$\frac{P}{4} \cdot 2 \cdot \frac{B\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{8} P B \sqrt{2},$$

og altsaa Momentet langs en Side:

$$M_{100} = \frac{1}{8} P^{kgm}. \qquad (57)$$

Dette Moment er dog maaske lovlig lille. I Følge Bachs Forsøg med Jærnplader[1]) bliver det 1,75 til 2 Gange saa stort.

Der kan være Tvivl om, hvorledes de **Bjælker,** der bærer en kvadratisk Plade, skal beregnes. Det ligger nær at antage, at hver Bjælke direkte modtager Lasten paa den hosliggende punkterede Trekant (Fig. 49), saa at Momentet i Midten ved simpel Understøtning bliver $\frac{1}{4} P \cdot \frac{1}{6} B$, og hvis Bjælken var uelastisk, var der næppe Tvivl om, at Reaktionen vilde fordele sig omtrent paa denne Maade. Imidlertid bøjer Bjælken sig, hvorved dens Midte aflastes. og man vil derfor ogsaa kunne forsvare at regne Reaktionen ensformig fordelt; altsaa sætte Momentet til $\frac{1}{4} P \cdot \frac{1}{8} B$.

e. ⊤-Bjælker med tyk Plade.

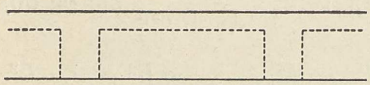


Fig. 52.

Naar man ser paa en tyk Jærnbetonplade (Fig. 52) og tænker paa, at Betonens Trækstyrke ikke medregnes, ligger

[1]) Bach: Elasticität und Festigkeit, 4de Udg. Side 596.

den Tanke nær, at man maa kunne bortskære al Betonen under den neutrale Axe og blot lade nogle Ribber staa, i hvilke Jærnet kan koncentreres. Man har da de saakaldte Ribbeplader eller T-formede Bjælker.

Vi forudsætter i dette Afsnit, at den tiloversblevne Pladetykkelse er lig eller større end x; i saa Fald er Konstruktionen teoretisk set at betragte som en almindelig Plade, og Formlerne for x, σ_j, σ_b, h og f_{100} er ganske de samme som tidligere, medens de sekundære Plader bliver at beregne som ovenfor beskrevet med $M_{100} = \frac{1}{10} q L^2$.

Trykspændingerne i en saadan T-Bjælke er naturligvis størst lige over Ribben og aftager derfra til bægge Sider, saa der begaas en Fejl, naar Trykket regnes ensformig fordelt, og denne Fejl vokser med Ribbeafstanden. I Følge anstillede Forsøg kan man imidlertid godt gaa ud fra en ensformig Fordeling, naar man regner, at kun en Pladebredde lig $\frac{1}{3}$ af Bjælkens Spændvidde bærer med. Selvfølgelig maa dog Hovedets Bredde aldrig regnes større end Ribbeafstanden.

Ribbernes Bredde, b^{cm}, maa være saa stor, at der er Plads til Jærnet, der lægges i eet eller to Lag; af Hensyn til Støbningen maa b nødig være mindre end $2{,}5\, d\, o$, hvor d er Rundjærnets Diameter og o Antallet af Jærn i et Lag.

Ribbernes Højde kan varieres efter Behag, naar blot man holder sig over den ved Formlen $h = 0{,}39 \sqrt{M_{100}}$ givne Højde. Er man tvungen til at gøre Højden mindre, maa enten Ribbeafstanden formindskes (saafremt den er over $\frac{1}{3}$ af Spændvidden, ellers nytter det ikke), eller ogsaa maa der indlægges Jærn i Oversiden eller det strakte Jærn maa forøges uforholdsmæssigt, i modsat Fald bliver Betonspændingen for stor.

Har man frie Hænder, vil man benytte en større Højde end nødvendigt, fordi Konstruktionen derved bliver billigere, idet man sparer Jærn, uden at Betonmængden forøges meget, da det kun er de smalle Ribber, der forhøjes.

At give Regler for den mest økonomiske Højde er

meget vanskeligt. I en Bygnings lavere Etager vil man med Fordel kunne anvende større Højder, end i de øvre Etager paa Grund af Betonens Fordyrelse ved Transporten. En smal Bjælke kan forhøjes mere end en bred. I mange Tilfælde vil man vistnok passende kunne benytte en Højde, der giver Spændingerne 20^{at} og 1000^{at}.

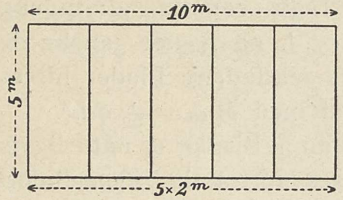


Fig. 53.

For at vise **Dimensioneringens Udførelse** vil vi beregne Etageadskillelsen over et Rum af Størrelse $5^m \times 10^m$ (Fig. 53). Nyttelasten er 800 kg/m², og Bjælkerne maa ikke gøres højere end nødvendigt.

Vi lægger Bjælkerne i 2^m Afstand fra hinanden og skønner, at de sekundære Pladers Tykkelse vil blive 10^{cm}, deres Egenvægt altsaa $2400 \cdot 0{,}1 = 240$ kg/m². Pladens Moment bliver da: $M_{100} = \frac{1}{10} \cdot 1040 \cdot 2^2 = 416^{kgm}$, følgelig $h = 0{,}39\sqrt{416} = 7{,}95^{cm}$ og $f_{100} = \frac{3}{4} \cdot 7{,}95 = 5{,}96$ cm². Naar Pladen gøres 10^{cm} tyk, viser det sig, at $9 \bigcirc 9^{mm}$ pr. m er tilstrækkeligt.

Hver Bjælke bærer: $1040 \cdot 5 \cdot 2 = 10400^{kg}$, og Egenvægten skønnes foreløbig til 600^{kg}, saa den totale Belastning bliver 11000^{kg}. Man faar da: $M = \frac{1}{8} \cdot 11000 \cdot 5 = 6875^{kgm}$. Den nyttige Pladebredde er $\frac{1}{3} \cdot 5 = 1{,}67^m$, altsaa:

$M_{100} = 6875 : 1{,}67 = 4120^{kgm}$ $\quad h = 0{,}39\sqrt{4120} = 25{,}0^{cm}$

$f_{100} = \frac{3}{4} \cdot 25{,}0 = 18{,}7$ cm² $\quad f = 18{,}7 \cdot 1{,}67 = 31{,}3$ cm²

Dette Jærnareal kan faas ved $10 \bigcirc 20^{mm}$. Lægges de ved Siden af hinanden, bliver Bjælkens Bredde: $b = 2{,}5 \cdot 10 \cdot 2{,}0 = 50^{cm}$, lægges de i to Lag faas $b = 2{,}5 \cdot 5 \cdot 2.0 = 25^{cm}$. Den sidste Ordning foretrækkes.

Bjælkens totale Højde bliver: $25{,}0 + 2{,}0 + 1 = 28^{cm}$, og dens Egenvægt: $2400 \cdot 0{,}18 \cdot 0{,}25 \cdot 5 = 540^{kg}$: altsaa meget nær den forudsatte.

Da Armeringsprocenten er ca. $\frac{3}{4}$, bliver $x =$ ca. $0{,}375 \cdot 25{,}0$

$= 9{,}37^{cm}$; den neutrale Axe ligger da i Pladen, saa de benyttede Formler er rigtige.

Bjælker, der hviler paa Mur, bør mindst gaa 1 Sten ind i denne, og Vederlagstrykket maa aldrig overstige 7^{at} for almindeligt Murværk i Kalkmørtel. Skal de støtte Muren mod Væltning udefter, kan man give Enden Svalehaleform (Fig. 54).

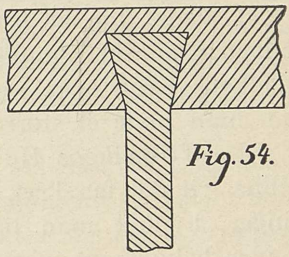


Fig. 54.

Saadanne Bjælker er kun simpelt understøttede og maa beregnes efter Momentet $\frac{1}{8} q L^2$, medens fortløbende Bjælker, der er støbt i et med Søjler, burde beregnes som kontinuerlige.

Ofte tillader man sig imidlertid den Tilnærmelse ligesom ved Plader at sætte Midtermomentet til $\frac{1}{10} q L^2$ og Vederlagsmomentet til $\frac{1}{20} q L^2$. En Beregning under Forudsætning af Kontinuitet viser, at man derved som Regel er paa den sikre Side, hvad Midtermomentet angaar, medens Vederlagsmomentet kan stige til $\frac{1}{8} q L^2$.

Ved kontinuerlige Bjælker vil det hyppigt være nødvendigt at anbringe **Konsoller** paa Søjlerne (Fig. 22) for at faa Højde nok til at optage det negative Moment over disse. Det positive Moments Tryk er der jo nemlig en stor Pladebredde til at optage, medens Trykket fra det negative Moment kun har den smalle Krop at virke paa. Derimod vil man i Almindelighed ikke behøve at indlægge extra Jærn, da man ved Opadbøjning af det alt tilstedeværende faar tilstrækkeligt Jærnareal.

Disse Konsoller lader man ofte hælde 45^0, skønt det som Regel vilde være rationellere at give dem en større Udstrækning i Bjælkens end i Søjlens Retning. De armeres gerne med et Par Jærn langs Kateten.

Hvis den Side 88 dimensionerede Bjælke af 25^{cm} Bredde skulde optage et negativt Moment paa 3440^{kgm}, vilde Beregningen stille sig saaledes:

$M_{100} = \frac{3440}{0{,}25} = 13750^{\text{kgm}}$ $\quad h = 0{,}39\sqrt{13750} = 45{,}7^{\text{cm}}$

$f_{100} = 0{,}292\sqrt{13750} = 34{,}2\ \text{cm}^2$ $\quad f = 34{,}2 \cdot 0{,}25 = 8{,}55\ \text{cm}^2$

Medens Højden altsaa maa fordobles ved Hjælp af Konsoller, er det nødvendige Jærnindlæg kun ringe.

I Stedet for at bruge Konsoller kan man dog ogsaa indlægge en skruevunden Armering i den nederste Del af Bjælkens Krop over Søjlen. Den saaledes beviklede Beton kan man byde et større Tryk end det ellers tilladte.

Da ⊤-Bjælkens Hoved bærer som Plade fra Ribbe til Ribbe, vil det faa Tryk i to paa hinanden vinkelrette Retninger, hvilket man ligesaa lidt som ved krydsarmerede Plader behøver at nære Betænkeligheder ved. Hvis Bjælkerne bæres af en Drager, anvender man endog den samme Plade for tredie Gang som Hoved for Drageren (Fig. 22). Det kunde synes noget dristigt, men man maa dog erindre, at Pladens Moment altid er negativt eller Nul over Bjælken og Drageren, hvorved Forholdene for den midterste Del af dennes Hoved, der naturligvis har størst Betydning for Dragerens Bæreevne, forbedres betydeligt.

f. ⊤-Bjælker med tynd Plade.

Det blev i forrige Afsnit forudsat, at den neutrale Axe laa i Pladen. Naar Bjælkens Højde er bestemt, kan man let undersøge, om dette er Tilfældet. Viser det sig, at Axen ligger lavere, saa gælder de benyttede Formler ikke, og der maa udledes nye.

Fejlen, vi har begaaet, er den at medregne det Areal (Fig. 55), der ligger mellem Pladens Underside og den neutrale Axe, til Optagelse af Trykket, medens det slet ikke existerer undtagen netop i Ribben. Trykarealet er altsaa regnet for stort, Betonspændingen bliver større end forudsat. Jærnspændingen bliver derimod mindre, da Momentarmen er regnet for lille.

Er Axens Sænkning kun lille, vil det næppe mærkes paa Spændingerne, og da disse gerne er lidt mindre end forudsat paa Grund af de foretagne Afrundinger, behøver Beregningen ikke at gøres om.

Har man dimensioneret efter en Formel, der kun giver 20^{at} Tryk i Betonen, kan Axen naturligvis synke meget dybt, førend de 40^{at} naas, saa forsaavidt er en ny Undersøgelse overflødig, naar Pladen da ikke er meget tynd; derimod kan der spares noget Jærn ved at benytte de rigtige Formler.

Disse Formler, der senere skal udledes, lader sig imidlertid ikke direkte benytte til Dimensionsbestemmelse, man maa derfor først skønne Dimensionerne og bagefter undersøge, om de er holdbare.

Den **foreløbige Dimensionsbestemmelse** kan, hvis den neutrale Axes Sænkning ventes at blive ringe, ske ved Formlerne $h = 0{,}390\sqrt{M_{100}}$ og $f_{100} = 0{,}292\sqrt{M_{100}}$, idet man forøger h lidt og formindsker f_{100} proportionalt. Har man tilstrækkelig Konstruktionshøjde, kan man bruge et andet Sæt Formler svarende til en mindre Betonspænding, og f_{100} kan da formindskes noget, uden at h forøges.

Venter man, at den neutrale Axe vil falde dybt under Pladen, maa man slaa ind paa en anden Vej.

Har man frie Hænder med Hensyn til Højden, er Sagen ikke vanskelig. Det gælder da blot om at faa Jærnspændingen saa nær op til 1000^{at} som muligt, medens det er af ringe økonomisk Betydning, om Betonspændingen bliver lidt højere eller lidt lavere end den Værdi (f. Eks. 20^{at}), man tilsigter.

Man gaar da frem paa følgende Maade: Givet er Momentet M^{kgm}, Nyttebredden B^{m} og Pladetykkelsen a^{cm}. Det trykkede Areal bliver $100\,Ba$ cm². Trykspændingen midt i Pladen sættes til 20^{at}, Randspændingen kan da aldrig overstige 40^{at}, saalænge den neutrale Axe falder nedenfor Pladen. Hele Trykkraften bliver $100\,Ba \cdot 20 = 2000\,Ba^{kg}$, og Trækkraften naturligvis ligesaa stor, altsaa:

$$f = \frac{2000\,B\,a}{1000} = 2\,B\,a\ \text{cm}^2 \qquad (58)$$

Momentarmen skal være $100\,M : 2000\,Ba = M : 20\,Ba^{\text{cm}}$, og regnes Trykcentret at ligge midt i Pladen, bliver den nødvendige Højde

$$h = \frac{M}{20\,B\,a} + \frac{a}{2} \qquad (59)$$

De fundne Værdier af h og f stemmer desto bedre overens ɔ: give des nøjagtigere $\sigma_j = 1000^{\text{at}}$, jo mindre a er i Forhold til h. De er dog altid paa den sikre Side, saalænge $x > a$, og man kan godt tage f lidt mindre end $2\,Ba$, da Trykcentret altid ligger en lille Smule over Pladens Midte.

Er det derimod af Betydning at faa Betonspændingen saa nær op til den tilladte som muligt, da maa man i Stedet for de 20^{at} indføre en større Værdi for Middeltrykket, desto større jo tyndere Pladen er, og saa er det ganske nødvendigt at undersøge, om Betonspændingen ikke bliver for stor. Da Momentarmen (ved enkelt Armering) aldrig kan falde udenfor Grænserne $h - \frac{1}{2}a$ og $h - \frac{1}{3}a$ er man for Jærnindlæggets Vedkommende altid paa den sikre Side, naar f bestemmes af

$$f = \frac{100\,M}{s_j\left(h - \frac{a}{2}\right)} \qquad (60)$$

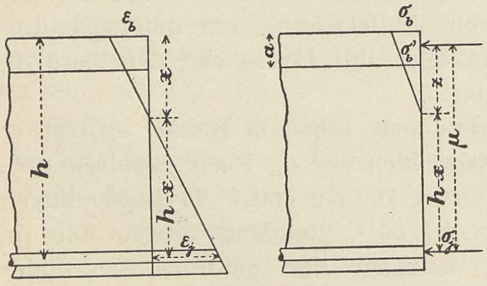


Fig. 55.

En direkte Maade til Bestemmelsen af den Højde og det Jærnindlæg, der giver Spændingerne 40 og 1000, vil blive angivet Side 94.

Ved Opstillingen af de **nøjagtigere Formler** ser man bort

fra det lille trykkede Areal af Ribben, der ligger mellem Pladens Underside og den neutrale Axe (Fig. 55)[1]. Man faar da ligesom tidligere (se Side 66):

$$\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_j} = \frac{x}{h - x} = n \frac{\sigma_b}{\sigma_j} \tag{61}$$

Momentarmen bliver:

$$\mu = h - x + z,$$

hvor z er Trykresultantens Afstand fra den neutrale Axe, altsaa:

$$\sigma_j = \frac{100\ M}{f\ \mu} \tag{62}$$

og af (61):

$$\sigma_b = \frac{\sigma_j}{n} \frac{x}{h - x} \tag{63}$$

Det gælder da blot om at finde x og μ.

Betegner σ_b' Spændingen ved Pladens Underside, haves:

$$\frac{\sigma_b'}{\sigma_b} = \frac{x - a}{x} \quad \text{eller} \quad \frac{\sigma_b' + \sigma_b}{\sigma_b} = \frac{2\,x - a}{x}$$

Trykkraften er: $100\ B\ a \frac{\sigma_b + \sigma_b'}{2} = 50\ B\ a\ \sigma_b \frac{2\,x - a}{x}$

og da Trykkraft = Trækkraft, faas:

$$50\ B\ a\ \sigma_b \frac{2\,x - a}{x} = f\ \sigma_j = f \cdot n\ \sigma_b \frac{h - x}{x}$$

eller:

$$50\ B\ a\ (2\,x - a) = n\ f\ (h - x)$$

$$100\ B\ a\ x - 50\ B\ a^2 = n\ f\ h - n\ f\ x$$

$$x = \frac{n\ f\ h + 50\ B\ a^2}{n\ f + 100\ B\ a}$$

og

$$h - x = \frac{100\ h\ B\ a - 50\ B\ a^2}{n\ f + 100\ B\ a} = \frac{h - \frac{1}{2}\ a}{1 + \frac{n\ f}{100\ B\ a}} \tag{64}$$

---

[1]) De teoretisk fuldkommen rigtige Formler findes Side 98.

z bestemmes derved, at Spændingstrapezets statiske Moment med Hensyn til den neutrale Axe skal være lig Differensen mellem Trekanternes Momenter, altsaa:

$$a\frac{\sigma_b + \sigma_b'}{2} z = \tfrac{1}{2}\sigma_b x \cdot \tfrac{2}{3} x - \tfrac{1}{2}\sigma_b' (x-a)\cdot\tfrac{2}{3}(x-a)$$

$$= \tfrac{1}{3}(\sigma_b x^2 - \sigma_b' (x-a)^2)$$

$$a \cdot \sigma_b \frac{2x-a}{x} z = \tfrac{2}{3}\left(\sigma_b x^2 - \sigma_b \frac{(x-a)^3}{x}\right)$$

$$a\,z\,(2x-a) = \tfrac{2}{3}(x^3 - (x-a)^3) = \tfrac{2}{3}(-a^3 + 3x^2 a - 3x a^2)$$

$$z = \frac{\tfrac{2}{3}(3x^2 - 3xa - a^2)}{2x-a} = \frac{2x^2 - 2xa - \tfrac{2}{3}a^2}{2x-a}$$

$$= x - \frac{a}{2} + \frac{a^2}{6(2x-a)}$$

$$\mu = h - x + z = h - \frac{a}{2} + \frac{a^2}{6(2x-a)} \qquad (65)$$

Spændingsbestemmelsen udføres lettest paa den Maade, at man først beregner $h - x$, der trukket fra h giver x; derpaa findes μ, σ_j og σ_b.

Ønskes en **ringe Konstruktionshøjde,** maa Betonen udnyttes fuldstændig, og Dimensionerne kan da findes paa følgende Maade.

Givet er M, B, a, $\sigma_b = 40^{at}$ og $\sigma_j = 1000^{at}$, følgelig bliver $x = 0{,}375\,h$ og Betonspændingen midt i Pladen:

$$\frac{40}{0{,}375\,h}\left(0{,}375\,h - \frac{a}{2}\right) = 53{,}4\left(0{,}75 - \frac{a}{h}\right)$$

Da Trykkraften er lig Trækkraften, faas:

$$1000\,f = 53{,}4\left(0{,}75 - \frac{a}{h}\right)\cdot 100\,B\,a$$

eller:

$$\frac{f}{B\,a} = 5{,}34\left(0{,}75 - \frac{a}{h}\right) \qquad (66)$$

Jærnarealets Størrelse maa altsaa staa i et bestemt Forhold til $a:h$, naar Grænsespændingerne skal naas samtidig, og det saaledes bestemte Tværsnit kan da optage Momentet:

$$100\,M = 53{,}4\left(0{,}75 - \frac{a}{h}\right)\cdot B\,a\cdot\mu \qquad (67)$$

Sættes i Ligning (65) a udenfor en Parentes, faas:

$$\mu = a\left(\frac{h}{a} - \tfrac{1}{2} + \frac{1}{6\left(0{,}75\,\frac{h}{a} - 1\right)}\right) = \alpha\,a\,,$$

der indført i (67) giver:

$$\frac{M}{B\,a^2} = 53{,}4\left(0{,}73 - \frac{a}{h}\right)\alpha$$

For en given Værdi af $a:h$ og dermed af α vil Bjælken altsaa kunne optage et Moment, der er proportionalt med $B\,a^2$. Det er med andre Ord Forholdet $M:B\,a^2$, der bestemmer, hvilken Værdi af $a:h$, vi skal vælge for at faa Materialerne fuldt udnyttede.

I Tabellen paa næste Side er for forskellige Værdier af $a:h$ beregnet $\mu:h$, $f:B\,a$ og $M:B\,a^2$.

Er f. Ex. $M = 26700^{\text{kgm}}$, $B = 2^{\text{m}}$ og $a = 10^{\text{cm}}$, beregner man $M:B\,a^2 = 26700:200 = 133{,}5$, og Tabellen giver da de til Spændingerne 40 og 1000 svarende Dimensioner, nemlig $h = a:0{,}2 = 50^{\text{cm}}$ og $f = 2{,}93\,B\,a = 58{,}6\ \text{cm}^2$.

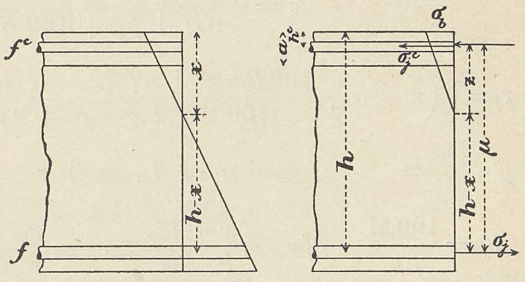


Fig. 56.

Hvis Højden er saa ringe, at Bjælken maa **armeres i Oversiden** (med et Jærnareal f^c cm² liggende i Afstanden h^c cm fra Overfladen) (Fig. 56), ændres Formlerne (62)—(65) til:

$\frac{a}{h}$	$\frac{\mu}{h}$	$\frac{f}{Ba}$	$\frac{M}{Ba^2}$
0,30	0,884	2,40	70,7
0,29	0,886	2,45	74,9
0,28	0,888	2,51	79,7
0,27	0,891	2,56	84,5
0,26	0,893	2,61	89,6
0,25	0,896	2,67	95,6
0,24	0,899	2,72	101,6
0,23	0,902	2,77	108,7
0,22	0,905	2,83	116,4
0,21	0,909	2,88	124,8
0,20	0,912	2,93	133,5
0,19	0,916	2,99	144,2
0,18	0,920	3.04	154,7
0,17	0,923	3,09	167,7
0,16	0,927	3,15	182,5
0,15	0,931	3,20	198,6
0,14	0,936	3,25	217,0
0,13	0,940	3,31	239,0
0,12	0,944	3,36	264,0
0,11	0,948	3,41	294,0
0,10	0,953	3,47	330,0

$$x = \frac{n\,(f\,h + f^c\,h^c) + 50\,B\,a^2}{n\,(f + f^c) + 100\,B\,a} \tag{68}$$

$$z = \tfrac{2}{3}\left(x - a + \frac{100\,B\,a\,x^2 + n\,f^c\,(x - h^c)\,(x - 3\,h^c + 2\,a)}{100\,B\,a\,(2\,x - a) + 2\,n\,f^c\,(x - h^c)}\right) \tag{69}$$

$$\mu = h - x + z \tag{70}$$

$$\sigma_j = \frac{100\,M}{f\,\mu} \qquad \sigma_j^c = \sigma_j \frac{x - h^c}{h - x} \qquad \sigma_b = \frac{\sigma_j}{n}\frac{x}{h - x} \tag{71) (72) (73}$$

Ved Dimensionering gaar man frem paa samme Maade som ved dobbelt armerede Plader (se Side 81).

Givet er M, B, h og a. Skal Materialerne udnyttes fuldstændig (40 og 1000), bliver $x = 0{,}375\,h$, saalænge der

ingen Trykarmering er. I dette Tilfælde kendes altsaa Momentarmen:

$$\mu' = h - \frac{a}{2} + \frac{a^2}{6\,(0{,}75\,h - a)} \qquad (74)$$

og dermed i Følge (67) det Moment, den enkelt armerede Bjælke kan optage:

$$M' = 53{,}4\,B\,a\left(0{,}75 - \frac{a}{h}\right)\mu', \qquad (75)$$

medens det tilsvarende Jærnareal er:

$$f' = \frac{M'}{10\,\mu}. \qquad (76)$$

Af det givne Moment M er der en Rest tilbage

$$\triangle M = M - M',$$

der skal optages af det trykkede Jærn f^c sammen med en Forøgelse $\triangle f$ af det strakte Jærn.

Det er nu mest økonomisk at bestemme disse to Jærnindlæg saaledes, at den neutrale Axe beholder sin Plads, og man faar da som vist Side 82:

$$f^c = \frac{M - M'}{\frac{\sigma_j^c}{100}(h - h^c)} = \triangle f \frac{\sigma_j}{\sigma_j^c} \qquad (77)\ (78)$$

hvor:

$$\sigma_j^c = 600\left(1 - 2{,}67\,\frac{h^c}{h}\right) \qquad (79)$$

Man begynder altsaa med at bestemme μ', M', f' og σ_j^c, hvorpaa f^c og $\triangle f$ findes af (77) og (78).

Trykarmeringen lægges oppe i Pladen lodret over Ribben og maa, som omtalt Side 80, forbindes med det strakte Jærn ved Hjælp af Bøjler.

Ved Udledelsen af Formlerne (62)—(65) toges der ikke Hensyn til det trykkede Areal af Bjælkekroppen. Ved meget høje Bjælker med tynd Plade kan dette faa Betyd-

ning og de **korrekte Formler** skal derfor anføres her[1]). De blive:

$$x^2+\frac{2nf}{b}\left[\frac{ab}{nf}\left(\frac{100\,B}{b}-1\right)+1\right]x-a^2\left(\frac{100\,B}{b}-1\right)-\frac{2nf}{b}h=o$$

$$\mu=h-\tfrac{1}{3}x+\tfrac{2}{3}a\left(\frac{100\,B\,x^2}{b\,(x-a)^2+100\,B\,a\,(2x-a)}-1\right)$$

$$\sigma_j=\frac{100\,M}{f\,\mu} \qquad\qquad \sigma_b=\frac{\sigma_j\,x}{n\,(h-x)}$$

---

4. Bygningsdele paavirkede til Forskydning.

a. Forskydningsspændinger i Plader.

Ved Plader er der kun undtagelsesvis Grund til at undersøge Forskydningsspændingerne, nemlig naar Pladen har en lille Spændvidde og bærer en stor Last, og særlig naar denne befinder sig i Nærheden af det ene Vederlag. En saadan Belastning vil kun frembringe et ringe bøjende Moment, medens Forskydningen er stor.

For at blive fortrolige med Forskydningsforholdene i en Plade vil vi først behandle det simple Tilfælde (Fig. 57), at Pladen er paavirket af **to ligestore Kræfter** V^{kg} virkende i Afstanden A^{m} fra Vederlagene. I et lodret Snit paa Strækningen A vil der da virke en forskydende Kraft V^{kg}.

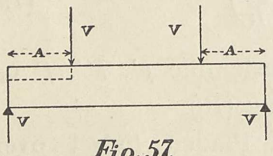


Fig. 57.

Hvis denne Kraft var ensformig fordelt over hele Pladens Højde, a^{cm}, vilde Forskydningsspændingen blive: $\tau_b = V:100\,B\,a^{at}$, og som bekendt vilde der da virke en lige saa stor Forskydningsspænding i et hvilket som helst vandret Snit det

[1]) Angaaende Udledelsen se: Bauingenieurzeitung 1, 1905.

paagældende Sted. Imidlertid kan Forskydningen ikke fordele sig ensformigt over Tværsnittet, som følgende Betragtning viser.

I Afstanden A fra Vederlaget er Momentet $V \cdot A^{kgm}$, og da Afstanden fra Jærnet til Trykcentret er $\mu = h - \frac{1}{3} x$, bliver hele Trykkraften $100\ VA : \mu$. Lægges et vandret Snit i den neutrale Flade og et lodret Snit gennem Kraften V, som vist paa Fig. 57, vil Trykket søge at skyde det afskaarne Stykke til venstre, og naar det bliver liggende, kan det kun skyldes en vandret Kraft af samme Størrelse i den neutrale Flade. Da denne Flades Areal er $10000\ AB$ cm^2, bliver Forskydningsspændingen:

$$\tau_b = \frac{V}{100\ B\ \mu} \tag{80}$$

Havde vi lagt Snittet højere oppe, var Trykket blevet mindre og dermed ogsaa Forskydningen, havde vi lagt det dybere, vilde derimod Trykket og Forskydningen have holdt sig konstante. Den vandrette Forskydning er altsaa Nul foroven, voxer derfra ned til den neutrale Axe, hvor den naar sin Maximalværdi, der holder sig konstant ned til Jærnet, og ganske paa samme Maade vil Spændingen variere i det lodrette Snit (Fig. 58).

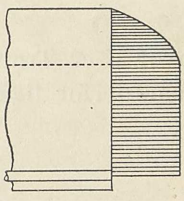


Fig. 58.

Vi har uden videre forudsat, at Forskydningen var ensformig fordelt over den vandrette Strækning A, og det er den ogsaa i det anførte Exempel, idet Transversalkraften (ɔ: den forskydende Kraft, Summen af alle de ydre Kræfter, der paavirker Pladen tilvenstre for Snittet, Reaktionen indbefattet) er konstant paa Strækningen A. Lægges det lodrette Snit f. Ex. i Afstanden $\frac{1}{2} A$ fra Vederlaget, saa er Momentet kun halvt saa stort, altsaa ogsaa Trykkraften halv saa stor, men samtidig er Forskydningsfladen formindsket til det halve.

Er Pladen **ensformig belastet,** og er Momenterne i to

Snit $\triangle A^m$ fra hinanden M_1 og M_2 (Fig. 59), vil Trykkræfterne i disse Snit være henholdsvis $100\,M_1 : \mu$ og $100\,M_2 : \mu$.

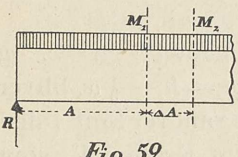


Fig. 59.

Differensen: $100\,(M_2 - M_1) : \mu$ er altsaa den forskydende Kraft, der paa Strækningen $\triangle A$ virker i og under den neutrale Flade. Forskydningsspændingen bliver derfor $\tau_b = (M_2 - M_1) : (100 \triangle A\, B\, \mu)$, naar B^m er Pladens Bredde, og naar $\triangle A$ er saa lille, at Forskydningen kan regnes ensformig fordelt over denne Strækning.

Kaldes Vederlagsreaktionen R og Belastningen pr. lb. Meter q, bliver:

$$M_1 = R\,A - q\,A \cdot \tfrac{1}{2}\,A$$

og $$M_2 = R\,(A + \triangle A) - q\,(A + \triangle A) \cdot \tfrac{1}{2}\,(A + \triangle A)$$

$$M_2 - M_1 = R \triangle A - \tfrac{1}{2}\,q\,[(A + \triangle A)^2 - A^2]$$

$$= R \triangle A - \tfrac{1}{2}\,q\,[2\,A \triangle A + \triangle A^2] = R \triangle A - q \triangle A \left[A + \frac{\triangle A}{2}\right]$$

$$= \triangle A \left[R - q\left(A + \frac{\triangle A}{2}\right)\right] = \triangle A \cdot V,$$

hvor V er Transversalkraften midt mellem de to Snit. Vi faar derfor ligesom før:

$$\tau_b = \frac{\triangle A \cdot V}{100 \triangle A \cdot B\,\mu} = \frac{V}{100\,B\,\mu} \qquad (81)$$

Dette Udtryk gælder almindeligt, man finder altid Forskydningsspændingens Maximalværdi i et Tværsnit ved at dividere Transversalkraften i Snittet med $100\,B\,\mu$.

Naar Pladen bærer en ensformig fordelt Totalbelastning, vil Transversalkraften være Nul i Midten og voxe jævnt henimod Vederlagene, og Forskydningen varierer altsaa paa samme Maade. Største Forskydningsspænding forekommer derfor ved Vederlagene og faas ved at dividere Reaktionen med $100\,B\,\mu$.

I Exemplet Side 72 var Pladens Nyttehøjde 8,71 cm,

medens Spændvidden var 2^m og Lasten 1000 kg/m². Vederlagsreaktionen er da 1000^{kg} pr. lb. Meter af Pladens Bredde, saa at Forskydningsspændingen ved Vederlaget faar Maximalværdien:

$$\tau_b = \frac{1000}{100\left(h - \frac{x}{3}\right)}$$

Havde Jærnprocenten nøjagtig været $\frac{3}{4}$, vilde man have:

$$\frac{x}{3} = \frac{0{,}375\,h}{3} = 0{,}125\,h$$

og

$$\mu = h - \frac{x}{3} = 0{,}875\,h$$

altsaa:

$$\tau_b = \frac{1000}{100 \cdot 0{,}875 \cdot 8{,}71} = 1{,}31^{at}.$$

ɔ: ufarlig, og saaledes vil det i Reglen være for Pladernes Vedkommende, saa her kræver Forskydningsspændingerne ingen særlige Forholdsregler.

I Exemplet Fig. 57 fandtes Trykkraften i Snittet gennem V at være $100\,VA : \mu$, og Trækkraften er følgelig lige saa stor. Dette Træk virker udelukkende i Jærnet og søger at hale dette ud af Betonen. Der opstaar derfor forskydende Spændinger, **Adhæsionsspændinger,** mellem Jærnet og Betonen. Forudsættes disse Spændinger ensformig fordelt over hele Jærnendens Længde A, og er der o Stænger af Diameter d, bliver Jærnoverfladen $o \cdot 100\,A \cdot \pi\ d$ og Adhæsionsspændingen

$$\tau_{bj} = \frac{100\,VA}{\mu \cdot o \cdot 100\,A \cdot \pi\,d} = \frac{V}{\mu\,o\,\pi\,d} \qquad (82)$$

Forsøg med den Fig. 57 viste Anordning har givet, at Jærnet begynder at glide, naar Adhæsionsspændingen kommer op paa 10—40^{at}, altsaa ganske lignende Værdier som de ved Trækforsøg fundne (se Side 10 og flg.), og man sætter derfor ogsaa her den tilladelige Adhæsionsspænding til $4{,}5^{at}$.

Formel (82) er udledt under den Forudsætning, at Jærnene ender i Vederlagspunktet, i Virkeligheden gaar de et Stykke videre, saa τ_{bj} findes for stor, noget man dog ikke plejer at tage Hensyn til.

Formel (82) er lige saa vel som (81) gyldig for en vilkaarlig Belastning. I Følge (81) er nemlig hele den forskydende Kraft i et vandret Snit umiddelbart over Jærnet $V:\mu$, og da denne Kraft overføres til Jærnet langs dets Overflade, kommer man til (82).

De to Størrelser, der har Interesse, Jærnets Adhæsionsspænding og største Forskydningsspænding i Betonen, findes altsaa bægge af $V:\mu$ ved at dividere med henholdsvis Jærnomfanget pr. lb. cm og Pladebredden.

Viser det sig, at τ_{bj} bliver større end 4,5 at, maa man bruge spinklere Jærn. Imidlertid kan man let paa Forhaand sikre sig, at Adhæsionsspændingen ikke bliver for stor. Man har nemlig:

$$100\,M = f\,\sigma_j \cdot \mu = o \cdot \tfrac{1}{4}\,\pi\,d^2 \cdot \sigma_j \cdot \mu$$

og af (82): $$V = \tau_{bj} \cdot \mu\, o\, \pi\, d\,,$$

der ved Division giver:

$$\frac{100\,M}{V} = \frac{d}{4} \cdot \frac{\sigma_j}{\tau_{bj}} \tag{83}$$

For simpel Understøtning og ensformig fordelt Totalbelastning er Forholdet mellem Momentet i Pladens Midte og Transversalkraften ved Vederlaget:

$$\frac{M}{V} = \frac{\frac{1}{8}\,q\,L^2}{\frac{1}{2}\,q\,L} = \tfrac{1}{4}\,L\,, \tag{84}$$

der indsat i (83) giver:

$$\frac{100\,L}{4} = \frac{d}{4}\,\frac{\sigma_j}{\tau_{bj}}$$

eller:

$$d = 100\,L\,\frac{\tau_{bj}}{\sigma_j} \tag{85}$$

Hvis den Last, der giver $\sigma_j = 1000^{at}$ midt i Pladen, samtidig skal give $\tau_{bj} = 4{,}5^{at}$ ved Vederlaget, maa man derfor have:

$$d = 100\,L\frac{4{,}5}{1000} = 0{,}45\,L \qquad (86)$$

Man er følgelig paa den sikre Side, naar Rundjærnets Diameter tages mindre end 0,45 L (d i cm, L i m).

Formlerne (82)—(86) gælder baade for Plader og ⊤-Bjælker og skal i bægge Tilfælde anvendes. Selv om man i meget høj Grad kan forøge Glidemodstanden ved Opsplitning eller Opadbøjning af Jærnet, bør man dog ikke uden særlige Grunde bruge sværere Jærndimensioner, end Formlerne tillader.

b. Forskydningsspændinger i ⊤-Bjælker.

α. Bøjleindlæg i ⊤-Bjælker.

Medens Forskydningen kun spiller en ringe Rolle ved Plader, er det anderledes ved ⊤-Bjælker; til dem overføres en bred Plades Last, og der er kun den smalle Ribbe til at optage den vandrette Forskydning. Formlen (81) ændres derfor til:

$$\tau_b = \frac{V}{b\,\mu}, \qquad (87)$$

hvor b er Bjælkens Bredde i cm, medens V er Transversalkraften fra hele den Belastning, der findes paa Bjælken fra Plademidte til Plademidte.

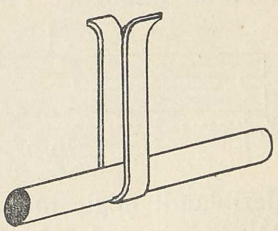


Fig. 60.

Ved Bjælker vil Forskydningen derfor ofte blive for stor, saa at der maa træffes Foranstaltninger til at optage den. Enten maa der indlægges lodrette Bøjler (flade (Fig. 60) eller runde), eller ogsaa maa Jærnene bøjes op henne ved Vederlagene.

Hvis de vandrette og lodrette Forskydningsspændinger virkede uafhængig af hinanden, maatte man vente, at der ved Vederlagene vilde fremkomme enten lodrette eller vandrette Revner. De lodrette Revner forhindres imidlertid af Pladen og den almindelige, vandrette Armering og fremkommer derfor ikke, de vandrette Revner maa derimod muligvis forhindres ved Bøjleindlæg.

Meningerne om, hvorledes en Dimensionering paa Grundlag af Forskydningsspændingerne bør udføres, er delte.

Nogle mener, at Jærnet ikke optager væsentlige Forskydningsspændinger, før Betonen er revnet[1]), medens andre holder paa, at de to Stoffer arbejder sammen.

De, der hævder den første Mening, deler sig atter i to Grupper, af hvilke den ene ser bort fra Betonen og lader Jærnet tage hele Forskydningen, idet den tilladelige Paavirkning sættes til $t_j = 0{,}8\, s_j$, medens den anden Gruppe tillader en Forskydningsspænding i Betonen paa $t_b =$ c. $4{,}5^{at}$, idet Jærnet ikke medregnes, og kun forsaavidt Spændingen bliver større, regner de som den første Gruppe.

De, der hævder en Sammenvirkning af de to Stoffer, deler sig ligeledes i to Grupper, af hvilke den ene sætter $t_j = 15\, t_b$, den anden $t_j = 0{,}8\, s_j$.

Den sidste Fremgangsmaade er vist nok den mest almindelige og vil som Regel blive benyttet i det følgende, idet de tilladelige Forskydningsspændinger sættes til $\mathbf{4{,}5}^{at}$ og $\mathbf{800}^{at}$ henholdsvis for Betonen og Jærnet.

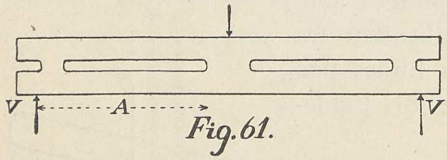


Fig. 61.

Værdien $t_b = 4{,}5^{at}$ er fastsat paa Grundlag af forskellige **Forsøg** deriblandt nogle med Bjælker af den i Fig. 61 viste Form[2]). Meningen med Udsparingerne er at koncentrere Forskydningen paa et saa lille Areal, at Bruddet nødvendigvis

---

[1]) Wayss & Freytag: Der Eisenbetonbau, 2den Udg. Side 40.
[2]) Wayss & Freytag: Der Betoneisenbau, 1ste Udg. Side 60.

maa ske der. Umiddelbart til venstre for Midterknasten er Momentet VA, altsaa Trykkraften $100\,VA:\mu$, og denne Kraft paavirker Endeknasten til Forskydning, saa at Forskydningsspændingen findes ved Division med dens vandrette Tværsnitsareal. Paa denne eller lignende Maade (Beregningerne er ikke offentliggjorte) fandtes følgende Brudspændinger som Middeltal af 3 Forsøg med c. 3 Maaneder gammel Grusbeton.

Blandingsforhold	100 G + 33 C		100 G + 25 C		100 G + 14 C	
Vandtilsætning.....	8 %	14 %	8 %	14 %	8 %	14 %
Forskydningsspænding....	36	30	31	28	26	19

For at vise **Bøjlernes Beregning** vil vi tage et simpelt Exempel. Er Bjælken belastet med en **Enkeltkraft** $2\,V$ paa Midten, bliver Vederlagsreaktionen V. Forskydningen fordeler sig i dette Tilfælde ensformig over hele Bjælkens Længde og er pr. lb. cm af denne:

$$b\,\tau_b = \frac{V}{\mu}\,\text{kg},$$

saa at den totale Forskydning i den ene Bjælkehalvdel bliver:

$$\tfrac{1}{2}\cdot 100\,L\,b\,\tau_b = 50\,\frac{VL}{\mu}\,\text{kg}.$$

Skal denne Kraft alene optages af Bøjler, og er den tilladte Forskydningsspænding 800^{at}, maa Bøjlearealet være $50\,VL:800\,\mu$ cm^2. Der indlægges da saa mange Bøjler, at de tilsammen have dette Areal, og disse Bøjler fordeles jævnt over Bjælkens Længde og Rundjærnene.

Ved Plader og Bjælker med tyk Plade er $\mu = h - \frac{1}{3}x$, ved Bjælker med tynd Plade er μ besværligere at bestemme, men det er heller ikke nødvendigt at kende den nøjagtige Værdi. $\mu = 0{,}9\,h$ vil altid være en tilstrækkelig god Tilnærmelse til Brug ved Forskydningsberegninger.

Vil man i Exemplet ovenfor regne med Betonens For-

skydningsstyrke, fradrages $50\,L\,b \cdot 4{,}5^{kg}$, og Resten lader man Bøjlerne tage.

I Reglen er Forskydningen dog ikke ensformig fordelt, og Bøjlernes Beregning bliver da noget vanskeligere.

Bærer Bjælken en **ensformig fordelt Totalbelastning**, vil Transversalkraften variere efter en ret Linie (den punkterede Linie i Fig. 62). Forskydningen pr. lb. cm af Bjælkens Længde er $V:\mu$ kg og varierer altsaa paa samme Maade (den fuldt optrukne Linie), da μ er konstant. Hele Forskydningen paa en given Strækning $b\,c$ er derfor lig Arealet over $b\,c$.

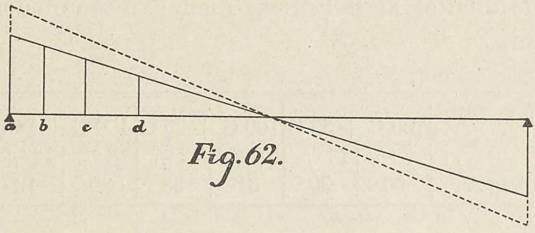


Fig. 62.

Indlægges ved Vederlaget f. Ex. to Bøjler, der tilsammen kan optage P^{kg}, vil disse optage hele Forskydningen ud til et Punkt b, der kan findes ved at afskære et Areal paa P^{kg} af Forskydningsfladen. I dette Punkt kan man da atter indlægge to Bøjler, hvis Virkelængde findes ved at afskære et nyt Areal ($b\,c$) paa P^{kg} o. s. v. Bøjlerne kommer altsaa til at ligge mere og mere spredt, jo nærmere vi kommer Bjælkens Midte.

Lægges der lige mange Bøjler i hver Gruppe, bliver Opgaven at dele Forskydningsfladen i ligestore Arealer, hvilket kan gøres grafisk. Skal den f. Ex. deles i 4 ligestore Dele, bliver de tegnede Højder (Fig. 63)

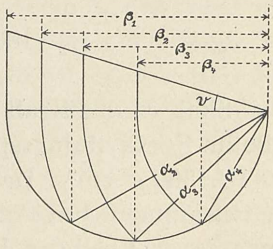


Fig. 63.

$$\beta_4\,tg\,v,\ \beta_3\,tg\,v,\ \beta_2\,tg\,v,\ \beta_1\,tg\,v$$

og Betingelserne for Arealernes Ligestorhed:

$\beta_4^2 \, tg \, v = \frac{1}{4} \beta_1^2 \, tg \, v$, $\beta_3^2 \, tg \, v = \frac{1}{2} \beta_1^2 \, tg \, v$, $\beta_2^2 \, tg \, v = \frac{3}{4} \beta_1^2 \, tg \, v$

eller:

$$\beta_4^2 = \tfrac{1}{4} \beta_1^2 \qquad \beta_3^2 = \tfrac{1}{2} \beta_1^2 \qquad \beta_2^2 = \tfrac{3}{4} \beta_1^2 \tag{88}$$

Deles β_1 i 4 lige store Dele, og oprejses i Delingspunkterne Perpendikulærer til Skæring med Halvcirklen, haves, idet Kateten er Mellemproportional mellem sin Projektion paa Hypotenusen og hele Hypotenusen:

$$\alpha_4^2 = \tfrac{1}{4} \beta_1^2 \qquad \alpha_3^2 = \tfrac{1}{2} \beta_1^2 \qquad \alpha_2^2 = \tfrac{3}{4} \beta_1^2 ,$$

saa at den ønskede Deling faas ved Nedsvingning.

Hele Trekantens Areal: $\frac{1}{2} \cdot \frac{V}{\mu} \cdot \frac{100 \, L}{2}$ er lig den totale Forskydning i en Bjælkehalvdel. Naar Bøjlernes Dimension er bestemt (de to Bøjlearealer tilsammen lig f_B), og den tilladelige Forskydningsspænding er 800 at, bliver derfor Bøjleantallet i en Bjælkehalvdel:

$$r = \frac{25 \, V L}{800 \, \mu \, f_B} \tag{89}$$

Lægges der 3 Bøjler i hver Gruppe, bliver Antallet af disse $\frac{1}{3} r$, og saa mange Dele skal man altsaa dele Trekanten i. f_B og Antallet af Bøjler i hver Gruppe kan passende vælges saaledes, at Afstanden mellem de to første Grupper bliver c. $\frac{1}{2} h$.

Skal Betonen tage 4,5 at, kan man indlægge en Linie i Afstanden 4,5 b kg/cm fra Grundlinien; den derved fremkomne mindre Trekant svarer da til den forskydende Kraft som Bøjlerne skal optage, og kan inddeles ligesom før.

Hvis man foretrækker at regne fremfor at tegne, gaar man frem paa følgende Maade. Ligningerne (88) bliver, hvis vi ikke inddeler i 4 Dele, men i c Dele til:

$$\beta_2 = \sqrt{\frac{c-1}{c}} \beta_1 , \qquad \beta_3 = \sqrt{\frac{c-2}{c}} \beta_1 ,$$

$$\beta_4 = \sqrt{\frac{c-3}{c}} \beta_1 \quad \text{o. s. v.}$$

saa at de søgte Størrelser bliver:

$$\beta_1 - \beta_2 = (\sqrt{c} - \sqrt{c-1})\frac{\beta_1}{\sqrt{c}},$$

$$\beta_2 - \beta_3 = (\sqrt{c-1} - \sqrt{c-2})\frac{\beta_1}{\sqrt{c}},$$

$$\beta_3 - \beta_4 = (\sqrt{c-2} - \sqrt{c-3})\frac{\beta_1}{\sqrt{c}}, \text{ o. s. v.} \quad (90)$$

Som Bøjler bruges i Frankrig og Danmark mest Baandjærn f. Eks. 20×1^{mm} eller 30×2^{mm}, i Tyskland mest Rundjærn $5 - 10^{mm}$ i Diameter (se Side 54). De smaa Dimensioner foretrækkes, fordi de er lette at bøje, og man gaar kun op til større Dimensioner, naar Bøjleantallet ellers vilde blive for stort.

I hver Gruppe lægges Bøjlerne symmetrisk om Bjælkens Midte og højst een om hvert Jærn. Det anbefales undertiden særligt at lægge Bøjlerne om de yderste Jærn, for at Pladen ikke ved eensidig Belastning skal kunne flække Bjælken (Fig. 64), et Tilfælde, der dog vist næppe nogensinde er indtraadt.

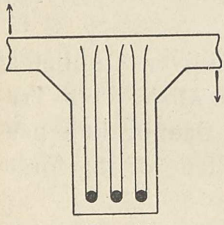


Fig. 64.

Naar vi følger den foretagne Inddeling af Forskydningstrekanten, skal den første Bøjlegruppe lægges over det teoretiske Vederlagspunkt eller mellem dette og det paafølgende Delingspunkt, hvorefter de øvrige Bøjlers Plads er bestemt. En streng Overholdelse heraf er dog selvfølgelig ikke nødvendig; over Vederlaget vil der overhovedet næppe være Fare for Revner. Derimod kan det være godt, af Hensyn til de senere omtalte skraa Revner, at lægge en Bøjlegruppe i en Afstand af c. $\frac{1}{2}h$ fra Vederlagets Forside.

Bøjlerne bøjes om Rundjærnene og maa rage godt op i Pladen, da Overgangen mellem denne og Ribben er den farligst paavirkede Flade paa Grund af den pludselige

Tværsnitsforandring. Undertiden, navnlig naar Pladen er tynd, forstærker man derfor dette Sted særlig, som vist paa Fig. 64.

β. Opadbøjning af Jærnet i ⊤-Bjælker.

Vi have hidtil betragtet de lodrette og vandrette Forskydningsspændinger hver for sig, men Sagen kan ogsaa gribes an paa en anden Maade.

Lægges det i Fig. 65 angivne Snit i Bjælken, vil højre Bjælkedel paavirke det med dels normale, dels forskydende Spændinger, af hvilke kun de sidste interesserer os i Øjeblikket.

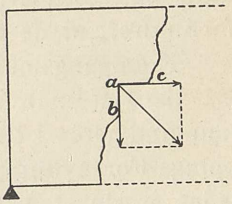


Fig. 65.

I Fladen ab, der ligger under den neutrale Axe, virker der en Forskydningsspænding, der er konstant lig τ_b, i Fladen ac virker der ligeledes en Forskydningsspænding, der umiddelbart ved a er lig τ_b, men aftager jo nærmere man kommer c, forudsat at Belastningen er kontinuerlig; bestaar Belastningen af Enkeltkræfter og ligger ac mellem to saadanne, vil Forskydningsspændingen ogsaa være konstant der.

Vi forudsætter nu $ab = ac = 1^{cm}$ ɔ: saa lille, at vi i alle Tilfælde med tilstrækkelig Nøjagtighed kan regne Forskydningsspændingen i ac konstant, lig τ_b. Gaar vi endvidere ud fra, at Bjælken kun er 1^{cm} bred, vil de forskydende Kræfter i Fladerne ab og ac bægge være lig τ_b og kunne sammensættes til en Resultant $\tau_b\sqrt{2}$, et Træk, der virker nedad under 45^0. Bjælken er derfor udsat for at blive revet over langs en Plan, der staar vinkelret paa denne Kraft.

Da Trækket $\tau_b\sqrt{2}$ virker paa et Areal, der er $\sqrt{2}$ Gange større end det, Forskydningen virker paa, bliver Trækspændingen kun τ_b, altsaa lig Forskydningsspændin-

gen. Men Betonens Trækstyrke er kun c. $\frac{1}{3}$ af Forskydningsstyrken, saa denne Trækspænding bliver farligere end Forskydningsspændingen, og i Virkeligheden brydes stærkt armerede Bjælker ogsaa ofte efter Planer, der fra Bjælkens Underside henne ved Vederlagene stiger skraat opad henimod Midten under 45^0 med Bjælkeaxen.

Disse Revner forhindres naturligvis bedst ved at armere Bjælken vinkelret paa dem, og man bøjer derfor Rundjærnene op henne ved Vederlagene, hvorved man sparer Bøjler og samtidig faar Jærnene godt forankrede. Ganske bortset fra Forskydningsspændingerne bør man altid bøje Broderparten af Jærnene op, idet man derved forhindrer, at de trækkes ud af Betonen.

Fremgangsmaaden ved **Dimensioneringen** bliver da f. Ex. den, at man bøjer Jærnene op, efterhaanden som de kan undværes i Undersiden, og der er Brug for dem til at optage Forskydningen, og naar den primære Armering saaledes er slaaet fast, undersøger man, om der er Grund til yderligere at indlægge Bøjler.

Denne Undersøgelse sker ligesom tidligere, kun maa man erindre, at en skraa Stang, hvis Tværsnitsareal er $\sqrt{2}$ cm^2, svarer til en lodret Stang + en vandret Stang, hver med 1 cm^2 Tværsnitsareal, forudsat at de tilladelige Paavirkninger for Forskydning og Træk er ens; da Forholdet mellem dem imidlertid er 0,8, skal den skraa Stang kun have Arealet $0{,}8\sqrt{2} = 1{,}13$ cm^2 for at erstatte de to andre.

Har man derfor fundet, at der paa en given Længde af Bjælken kræves β cm^2 Bøjleareal, og man i Stedet for vil anvende skraa Stænger, da skal disse have Arealet 1,13 β cm^2 (maalt normalt paa Stængerne).

Ved de paagældende Undersøgelser har man Brug for en hurtig Afgørelse af, i hvilken Afstand fra Vederlaget en Stang kan undværes i Undersiden, og der skal derfor udledes en Tilnærmelsesformel gældende for simpel Understøtning og ensformig fordelt Totalbelastning.

I et Punkt med Momentet M er det nødvendige Jærn-

areal bestemt ved: $100\,M = f\,s_j\,\mu$, og da Momentarmen tilnærmelsesvis er konstant, bliver $f = c\,M$, hvor c er en Konstant. For Midtersnittet haves $f_1 = c\,M_1$, for et Snit i Afstanden A fra Vederlaget (Fig. 66): $f_2 = c\,M_2$, hvor $M_1 = \frac{1}{8}\,P\,L$ og $M_2 = \frac{PA}{2}\left(1 - \frac{A}{L}\right)$, idet P er Totalbelastningen, derfor:

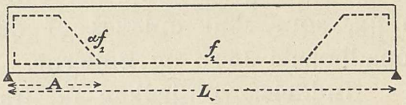


Fig. 66.

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{1}{8}\,P\,L}{\frac{PA}{2}\left(1 - \frac{A}{L}\right)} = \frac{L^2}{4\,A\,(L - A)}$$

Hvis α betegner det opadbøjede Jærn udtrykt i Brøkdele af det hele, altsaa: $f_1 - f_2 = \alpha\,f_1$ ɔ: $f_2 = f_1\,(1 - \alpha)$, faas:

$$\frac{1}{1 - \alpha} = \frac{L^2}{4\,A\,(L - A)}, \quad 4\,A\,L - 4\,A^2 = L^2\,(1 - \alpha),$$

$$A^2 - L\,A + \tfrac{1}{4}\,L^2\,(1 - \alpha) = o$$

$$A = \tfrac{1}{2}\,L \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}\,L^2 - \tfrac{1}{4}\,L^2\,(1 - \alpha)} = \tfrac{1}{2}\,L\,(1 - \sqrt{\alpha}); \quad (91)$$

$\frac{1}{4}$ af Jærnene vil altsaa kunne bøjes op i Afstanden $\frac{1}{2}\,L\,(1 - \sqrt{\frac{1}{4}}) = \frac{1}{4}\,L$ fra Vederlaget.

Den Side 88 dimensionerede Bjælke havde en Spændvidde af 5 m, en Højde af 28 cm og en Bredde af 25 cm, medens Armeringen bestod af $10 \bigcirc 20$ mm. Nyttehøjden var 25 cm, og Momentarmen kan med tilstrækkelig Nøjagtighed sættes til $0{,}875 \cdot 25 = 21{,}9$ cm, idet Armeringsprocenten er meget nær $\frac{3}{4}$, og den neutrale Axe ligger i Pladen.

Den totale Belastning var 11000 kg, altsaa Transversalkraften ved Vederlaget $V = 5500$ kg og Forskydningsspændingen samme Steds:

$$\tau_b = \frac{V}{b\,\mu} = \frac{5500}{25 \cdot 21{,}9} = 10{,}0\,\text{at} \quad \text{eller} \quad b\,\tau_b = 250\ \text{kg/cm}$$

Forskydningstrekanten er tegnet i Fig. 67. Betonen

kan tage $4{,}5\,b = 4{,}5 \cdot 25 = 112^{kg}$ pr. lb. cm Bjælke, hvilket er angivet ved den punkterede Linie. Den resterende Trekant angiver den Forskydning, som skal optages af de opadbøjede Jærn og Bøjlerne.

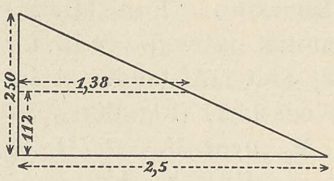


Fig. 67.

Inddeler vi Bjælken ud fra Vederlaget i Stykker lig μ, vil den vandret forskydende Kraft paa det paagældende Stykke være lig den lodret forskydende Kraft midt i Stykket og altsaa kunne sammensættes med denne til en under 45^0 rettet Trækresultant, der kan optages af de skraa Jærn.

Vi bøjer derfor Jærnene op som vist paa Fig. 68, idet

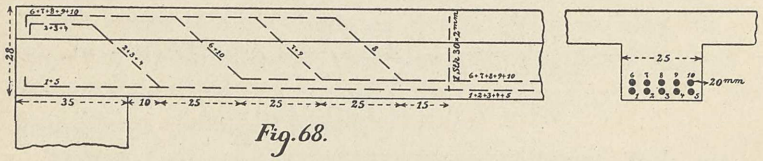


Fig. 68.

μ er afrundet til 25^{cm}, og det teoretiske Vederlag er tænkt liggende 15^{cm} indenfor Understøtningens Forkant.

Naar vi inddeler Forskydningstrekanten i Fig. 67 paa samme Maade, findes Forskydningen i de forskellige Fag regnet fra venstre til højre at være: 3140, 2515, 1890, 1260 og 720^{kg}, og ved Multiplikation med 1,414 faas Trækkræfterne: 4440, 3560, 2670, 1780 og 1020^{kg}. Da hvert Rundjærn kan optage $3{,}14 \cdot 1000^{kg}$, er der rigelig Sikkerhed i de fire første Fag, og paa de resterende 38^{cm} er der kun en Forskydning af 720^{kg}, der kan optages af en Baandjærnsbøjle 30×2^{mm}.

Dernæst maa det undersøges, om de bøjende Momenter i Bjælken tillader, at Jærnene bøjes op i de paagældende Punkter. Hertil benyttes (91), hvor α efterhaanden sættes lig $\frac{8}{10}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{3}{10}$ og $\frac{1}{10}$. Man faar:

$A_1 = 0{,}26^{\,m}$, $A_2 = 0{,}73^{\,m}$, $A_3 = 1{,}13^{\,m}$, $A_4 = 1{,}71^{\,m}$.

Der er altsaa rigelig Sikkerhed.

Til Slut bestemmes Adhæsionsspændingen ved Hjælp af (82):

$$\tau_{bj} = \frac{5500}{21{,}9 \cdot 10 \cdot \pi \cdot 2} = 4^{\,at}.$$

At Spændingen ikke overskrider den tilladelige, har vi naturligvis paa Forhaand sikret os ved Brug af (85).

Man bør lægge megen Vægt paa, at Bjælkerne konstrueres stærke nok til at optage Forskydningsspændingerne, thi det viser sig atter og atter ved Belastningsforsøg, at Bjælkerne brydes ved Vederlaget, saa at den Sikkerhed, hvormed Bjælkens Midterparti er dimensioneret, ikke kommer til Udtryk.

Der er næppe Tvivl om, at Jærnenes Opbøjning er det virksomste Middel til at forstærke Bjælkeenden og først og fremmest bør anvendes. I mange Tilfælde nøjes man dog ikke hermed, men indlægger yderligere en større eller mindre Mængde Bøjler, selv om det teoretisk set ikke er nødvendigt, ja *Sanders* indlægger endog vandrette Stænger ud fra Vederlaget i forskellige Højder til Optagelse af den lodrette Forskydning.

Jeg tror, man kan overdrive disse Forholdsregler og derved vanskeliggøre en tæt Støbning af Betonen, men paa Basis af de foreliggende Forsøg lader der sig ikke fælde nogen endelig Dom. Vil man gøre mere ud af Sagen, end der er gjort i Exemplet ovenfor, kan man som nævnt Side 104 enten fuldstændig se bort fra Betonens Forskydningsstyrke eller se bort fra den paa det Stykke, hvor den overskrider $4{,}5^{\,at}$. Den nævnte Bjælke skal da armeres paa de $1{,}38^{\,m}$, nærmest Vederlaget, og her skal ikke regnes med den lille Forskydningstrekant, men med hele Trapezet (Fig. 67).

Den sidste Fremgangsmaade forfægtes af Professor *Mörsch* (se f. Eks. Beton & Eisen 1906, Side 289), der imid-

lertid beregner Trækket i de skraa Stænger paa en lidt mærkelig Maade, hvorved det kun bliver halvt saa stort som ovenfor angivet, en Antagelse, der ofte genfindes i den tyske Litteratur.

Hvis man i Stedet for mange Rundjærn vilde bruge et enkelt stort Profiljærn (f. Eks. I Jærn), vilde det volde Vanskelighed at faa Enden tilstrækkelig solidt forankret. I Tyskland anvendes derfor til stærkt belastede Bjælker de i Fig. 69 viste „**Bulbeisen**“[1]) med Størsteparten af Jærnet koncentreret i den nederste Vulst og med Kroppen gennemlokket, saa at kraftige Bøjler kan føres igennem Hullet. Paa den Maade faar man naturligvis en udmærket Forbindelse mellem Bjælkens strakte og trykkede Dele.

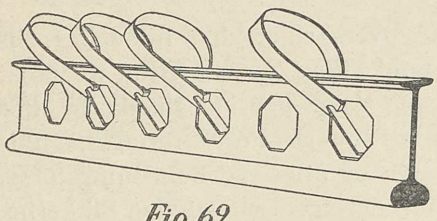


Fig. 69.

---

5. Hvælvinger og andre Konstruktioner med excentrisk Tryk.

a. Spændingsbestemmelse og Dimensionering.

Ved Omtalen af Søjler (Side 49) blev det nævnt, at Spændingerne i en excentrisk paavirket Søjle kunde findes af Formlen

$$\sigma_b = \frac{P}{F} \pm \frac{100\,M}{W} \qquad (92)$$

forudsat at bægge Værdierne af σ_b blev positive (Tryk). M er P's Moment med Hensyn til Tværsnittets Midte, F og W er Tværsnittets Areal og Modstandsmoment, idet Jærnarealet regnes at virke som et 15 Gange saa stort Be-

[1]) Beton & Eisen 1904, Side 159 og 234, Betonkalender 1907, Side 94.

tonareal. Man regner med andre Ord med et Betontværsnit af den i Fig. 70 viste Form, hvor Fligenes Tyngdepunktslinie falder sammen med Jærnets, medens deres Areal er 15 Gange dettes.

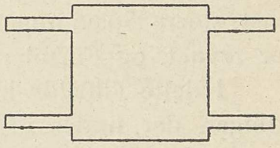


Fig. 70.

Ganske paa samme Maade kan Hvælvinger behandles, der jo ogsaa er paavirkede af excentriske Tryk.

Man prøver sig frem og ændrer Dimensionerne, indtil den største af Spændingerne bliver lig eller mindre end 40 at.

Formlen (92) er dog kun rigtig, hvis Tværsnittets Tyngdepunkt (om man tør bruge dette Udtryk, naar Jærnets Vægt skal regnes til 15 Gange Betonens) falder i Tværsnittets Midtlinie (med Hensyn til hvilken Momentet er bestemt), altsaa naar bægge Armeringer er ens. Er den strakte (eller mindst trykkede) Armering kraftigere (Fig. 71), saaledes at Tyngdepunktet kommer til at ligge u^{cm} fra Midtlinien, saa skal P flyttes hen i Tyngdepunktet for at give en ensformig fordelt Spænding, og Momentet forøges derfor med Pu, medens W skal sættes lig $I:(\frac{1}{2}a + u)$ eller $I:(\frac{1}{2}a - u)$, eftersom det er Spændingen foroven eller forneden, der søges. Formlen bliver da til:

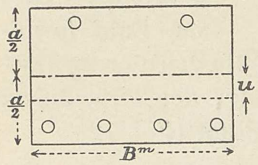


Fig. 71.

$$\sigma_b = \frac{P}{F} + \frac{100\,M + Pu}{I}\left(\frac{a}{2} + u\right), \qquad (93)$$

hvor de to ensartede Fortegn er sammenhørende, og hvor I bestemmes paa samme Maade som W ovenfor, blot i Forhold til Tyngdepunktsaxen, altsaa med Betegnelserne paa Fig. 71 og 72

$$I = \tfrac{1}{12} \cdot 100\,B a^3 + n(f + f^c)\left(\frac{a}{2} - h^c\right)^2$$

$$- [100\,B a + n(f + f^c)]\,u^2 \qquad (94)$$

Bliver den ene Værdi af σ_b negativ, kan (92) og (93) endnu benyttes, saalænge Spændingen ikke overskrider $\div 5^{at}$ (forudsat der er Jærn til at optage Trækket), men ved større Spændinger maa man gaa ud fra, at Betonen er revnet, og Formlerne gælder da ikke mere.

I dette Tilfælde kan man heller ikke addere de Spændinger, der findes af de almindelige Bøjningsformler (29) og (30) Side 67 (eller de analoge for dobbelt Armering) og de Spændinger, der faas ved at dividere Normalkraften med hele Tværsnittet, thi i saa Fald forudsætter man, at Betonen omkring det strakte Jærn er trykket. Der maa derfor opstilles nye Formler for det Tilfælde, at den **neutrale Axe falder indenfor Tværsnittet** (Fig. 72).

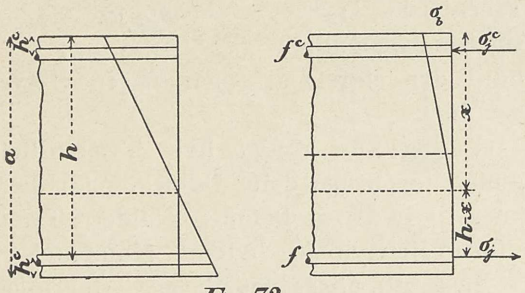


Fig. 72.

Som vist Side 80 findes:

$$\sigma_j = n\,\sigma_b \frac{h-x}{x} \quad \text{og} \quad \sigma_j^c = n\,\sigma_b \frac{x-h^c}{x}. \qquad (95)\ (96)$$

Naar Tværsnittets Bredde er B^m og Normalkraften P^{kg} faas, idet Differensen mellem Trykspændingerne og Trækspændingerne skal være lig Normalkraften:

$$P = \tfrac{1}{2}\,\sigma_b\,x \cdot 100\,B + f^c\,\sigma_j^c - f\,\sigma_j. \qquad (97)$$

Naar P's Moment med Hensyn til Tværsnittets Midtlinie er M^{kgm}, maa de indre Spændingers Moment med Hensyn til denne Linie være lige saa stort, altsaa:

$$100\,M = \tfrac{1}{2}\,\sigma_b\,x \cdot 100\,B\left(\frac{a}{2} - \frac{x}{3}\right) + (f^c\,\sigma_j^c + f\,\sigma_j)\left(\frac{a}{2} - h^c\right),$$

idet bægge Armeringer antages at ligge i samme Afstand, h^c, fra Yderfladerne.

Indføres Værdierne af σ_j og σ_j^c fra (95) og (96), faas:

$$P = \tfrac{1}{2}\,\sigma_b\, x \cdot 100\, B + f^c\, n\, \sigma_b \frac{x - h^c}{x} - f\, n\, \sigma_b \frac{h - x}{x}$$

$$= \sigma_b \left(50\, x\, B + n\, f^c \frac{x - h^c}{x} - n\, f \frac{h - x}{x} \right).$$

$$100\, M = \tfrac{1}{2}\,\sigma_b\, x \cdot 100\, B \left(\frac{a}{2} - \frac{x}{3} \right)$$

$$+ \left(f^c\, n\, \sigma_b \frac{x - h^c}{x} + f\, n\, \sigma_b \frac{h - x}{x} \right) \left(\frac{a}{2} - h^c \right)$$

$$= \sigma_b \left[50\, x\, B \left(\frac{a}{2} - \frac{x}{3} \right) + \left(n\, f^c \frac{x - h^c}{x} + n\, f \frac{h - x}{x} \right) \left(\frac{a}{2} - h^c \right) \right]$$

og ved Division:

$$\frac{100\, M}{P} = \frac{50\, x\, B \left(\frac{a}{2} - \frac{x}{3} \right) + \left(n\, f^c \frac{x - h^c}{x} + n\, f \frac{h - x}{x} \right) \left(\frac{a}{2} - h^c \right)}{50\, B\, x + n\, f^c \frac{x - h^c}{x} - n\, f \frac{h - x}{x}}$$

$$= \frac{25\, B\, a\, x^2 - 16{,}7\, B\, x^3 + (n\, f^c\, x - n\, f^c\, h^c + n\, f\, h - n\, f\, x) \left(\frac{a}{2} - h^c \right)}{50\, B\, x^2 + n\, f^c\, x - n\, f^c\, h^c - n\, f\, h + n\, f\, x}.$$

$$5000\, B \frac{M}{P} x^2 + 100\, n\, (f + f^c) \frac{M}{P} x - 100\, n\, (f\, h + f^c\, h^c) \frac{M}{P}$$

$$= 25\, B\, a\, x^2 - 16{,}7\, B\, x^3 - n \left(\frac{a}{2} - h^c \right) (f - f^c)\, x$$

$$+ n \left(\frac{a}{2} - h^c \right) (f\, h - f^c\, h^c).$$

$$16{,}7\, B\, x^3 + 25\, B\, a \left(\frac{200}{a} \frac{M}{P} - 1 \right) x^2$$

$$+ n \left[100 \frac{M}{P} (f + f^c) + \left(\frac{a}{2} - h^c \right) (f - f^c) \right] x$$

$$= n \left[100 \frac{M}{P} (f\, h + f^c\, h^c) + \left(\frac{a}{2} - h^c \right) (f\, h - f^c\, h^c) \right] \quad (98)$$

Som man ser, varierer den neutrale Axes Beliggenhed med $M:P$, medens den ved ren Bøjning var uafhængig af de virkende Kræfter. Naar x er fundet af denne Ligning, bestemmes σ_b af (97), σ_j af (95) og σ_j^c af (96).

Disse Ligninger kan naturligvis kun bruges til at undersøge et givet Tværsnit, og man maa derfor først paa en eller anden Maade danne sig et Skøn om Dimensionerne. Dette Skøn er vanskeligt, saa længe der er tre Størrelser, a, f og f^c, der kan varieres.

Som Regel vil man imidlertid søge at undgaa Trykarmeringen og kun bruge dobbelt Armatur, naar Tværsnittet paavirkes af baade positive og negative Momenter, og i saa Fald gør man sig som Regel ikke den Ulejlighed at sikre Jærnene mod Udbøjning ved Bøjler; det trykkede Næt vil derfor heller ikke kunne regnes med i dette Tilfælde, og Ligningerne reduceres da til:

$$\sigma_j = n\,\sigma_b \frac{h-x}{x} \qquad \sigma_b = \frac{P}{50\,B\,x - n\,f\dfrac{h-x}{x}}. \quad (99)\ (100)$$

$$16{,}7\,B\,x^3 + 25\,B\,a\left(\frac{200}{a}\frac{M}{P} - 1\right)x^2 + n\,f\left(100\frac{M}{P} + h - \frac{a}{2}\right)x = n\,f\left(100\frac{M}{P} + h - \frac{a}{2}\right)h,$$

eller med $n = 15$:

$$x^3 + 1{,}5\,a\left(\frac{200}{a}\cdot\frac{M}{P} - 1\right)x^2 + 0{,}9\,\frac{f}{B}\left(100\frac{M}{P} + h - \frac{a}{2}\right)x = 0{,}9\,\frac{f}{B}\left(100\frac{M}{P} + h - \frac{a}{2}\right)h. \quad (101)$$

Sættes $x = h$ faas:

$$\sigma_j = o \qquad \sigma_b = \frac{P}{50\,B\,h} \quad (102)$$

$$h^3 + 1{,}5\,a\left(\frac{200}{a}\cdot\frac{M}{P} - 1\right)h^2 = o$$

$$h + 300\frac{M}{P} - 1{,}5\,a = o$$

$$\frac{100\,M}{P} = \frac{1{,}5\,a - h}{3},$$

og hvis $h = 0{,}9\,a$:

$$\frac{100\,M}{P} = \frac{a}{5}. \qquad (103)$$

Naar derfor Kraften P virker i Afstanden $\frac{1}{5}\,a$ fra Tværsnittets Midtlinie, og h er lig $0{,}9\,a$, vil den neutrale Axe gaa gennem Jærnets Tyngdepunkt, og Jærnspændingen følgelig være Nul. Er Kraftens Excentricitet endnu mindre, vil der komme Tryk i Jærnet, og Formlerne gælder da ikke mere, man maa bruge (93).

Man faar herved et Holdepunkt ved Bedømmelsen af de mulige Dimensioner. Gøres $a = 500\,\frac{M}{P}$, kan man bestemme σ_b af (102). Viser det sig, at σ_b er mindre end 40^{at}, kan man benytte Værdien $a = 500\,\frac{M}{P}$ og behøver intet Jærn, men ved at indlægge noget Jærn, kan a formindskes — hvormeget afhænger af, hvor nær σ_b er de 40^{at}.

Viser det sig derimod, at σ_b bliver større end 40^{at}, maa a forøges, og Formlen (93) skal da anvendes.

De Højder man finder paa een af disse Maader, vil saa yderligere kunne bringes ned ved en Trykarmering.

Har man tilstrækkelig Konstruktionshøjde, vil man altid kunne finde et Tværsnit uden Trykarmering, der giver $\sigma_b = 40^{at}$, derimod vil man kun undtagelsesvis kunne faa Jærnet fuldt udnyttet samtidig; jo større $M:P$ er, desto højere vil man kunne faa Jærnspændingen op uden at overanstrenge Betonen.

Til en given Værdi af $M:P$ vil der svare uendelig mange Værdipar af a og f, der alle giver $\sigma_b = 40^{at}$, og af hvilke det med det mindste f giver den billigste Løsning.

Det fordelagtigste Værdipar maa man prøve sig frem

til, derimod kan man som Regel finde et brugeligt Værdipar, der gør $\sigma_b = $ c. 40^{at}, ved følgende **Tilnærmelsesmetode.**

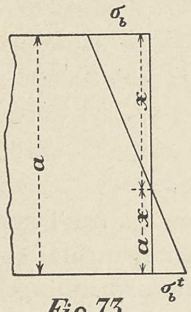


Fig. 73.

Hvis Tværsnittet var uarmeret, men i Stand til at optage Træk, vilde Kantspændingerne blive (Fig. 73):

$$\left.\begin{matrix}\sigma_b \\ \sigma_b^t\end{matrix}\right\} = \frac{P}{F_b} \mp \frac{100\,M}{W_b}, \qquad (104)$$

og med $F_b = a \cdot 100\,B$:

$$\left.\begin{matrix}\sigma_b \\ \sigma_b^t\end{matrix}\right\} = \frac{P}{100\,B\,a} \mp \frac{M}{\frac{1}{6}\,B\,a^2}. \qquad (105)$$

Løses Ligningen med Hensyn til a, idet $+$ Tegnet benyttes og σ_b sættes lig 40^{at}, faas:

$$a = \frac{P}{8000\,B}\left(1 + \sqrt{1 + 9600000\,\frac{B\,M}{P^2}}\right),$$

eller naar P indføres i Tons:

$$a = \frac{P_t}{8\,B}\left(1 + \sqrt{1 + 9{,}6\,\frac{B\,M}{P_t^2}}\right) \qquad (106)$$

hvoraf den Højde, der giver $\sigma_b = 40^{at}$, bestemmes.

Trækkraften i Tværsnittet er:

$$\Sigma(\sigma_b^t) = \tfrac{1}{2}\,\sigma_b^t\,(a - x) \cdot 100\,B$$

og $a - x$ findes af:

$$\frac{a-x}{x} = \frac{\sigma_b^t}{\sigma_b} \quad \text{eller} \quad \frac{a-x}{a} = \frac{\sigma_b^t}{\sigma_b + \sigma_b^t}.$$

Da σ_b^t er den numeriske Værdi af Trækspændingen, faas:

$$\sigma_b + \sigma_b^t = \frac{P}{100\,B\,a} + \frac{M}{\frac{1}{6}\,B\,a^2} - \left(\frac{P}{100\,B\,a} - \frac{M}{\frac{1}{6}\,B\,a^2}\right) = \frac{12\,M}{B\,a^2};$$

altsaa: $$a - x = a\,\sigma_b^t\,\frac{B\,a^2}{12\,M} = \frac{B\,a^3\,\sigma_b^t}{12\,M}$$

$$\text{og:} \qquad \Sigma(\sigma_b^t) = \tfrac{1}{2}\,\sigma_b^t \frac{B\,a^3\,\sigma_b^t}{12\,M} \cdot 100\,B = \frac{100\,B^2\,a^3\,(\sigma_b^t)^2}{24\,M}. \qquad (107)$$

Det vilde nu være let at bestemme Betonspændingen i Afstanden $\frac{1}{3}\,(a - x)$ fra Undersiden, den bliver nemlig $\frac{2}{3}\,\sigma_b^t$; et Jærnindlæg paa dette Sted vilde derfor faa Spændingen $15 \cdot \frac{2}{3}\,\sigma_b^t = 10\,\sigma_b^t$, og vælger man dets Størrelse, saaledes at $f = \Sigma(\sigma_b^t) : 10\,\sigma_b^t$, vilde det i eet og alt erstatte Betonens Trækspændinger, saa vi havde en fuldkommen exakt Løsning, men en Løsning med meget Jærn, da Jærnspændingen aldrig kan naa $10 \cdot 40^{\text{at}}$ og som Regel bliver langt mindre.

Den Tilnærmelsesmetode, vi vil anvende, er at sætte

$$f = \frac{\Sigma(\sigma_b^t)}{1000} = \frac{B^2\,a^3\,(\sigma_b^t)^2}{240\,M}, \qquad (108)$$

og saa lægge Jærnet ganske yderligt som sædvanlig. Det viser sig nemlig, at de saaledes bestemte Værdier af a og f giver $\sigma_b =$ c. 40^{at} — c. 45^{at} og $\sigma_j <$ c. 900^{at}. Grunden til disse Forhold er følgende:

Naar $M:P$ er lille, vil den neutrale Axe ligge nær ved Jærnet, hvorved Jærnspændingen bliver lille og Jærnmængden kun faar ringe Indflydelse paa Størrelsen af σ_b; og naar $M:P$ er stor, saa Tilstanden nærmer sig til ren Bøjning, vil Trækcentret ligge saa dybt inde i Betonen, at den Forøgelse af Momentarmen som Jærnets Flytning ned til Undersiden bevirker, næsten opvejer Jærnarealets Formindskelse fra $f = \Sigma(\sigma_b^t) : 10\,\sigma_b^t$ til $f = \Sigma(\sigma_b^t) : 1000$. Kun naar Tværsnitshøjden er saa lille, at det dækkende Betonlag udgør en væsentlig Del af den, forslaar Momentarmens Forøgelse ikke, og σ_b kan da stige højt over de nævnte Værdier. Ved ren Bøjning (for at tage Grænsetilfældet) kan Metoden ikke bruges, naar $a <$ c. 15^{cm}. I saadanne Tilfælde vil man kunne benytte den Side 124 angivne Fremgangsmaade.

Er f. Ex. $M = 1000^{kgm}$, $P = 1000^{kg}$ og $B = 1^{m}$ faas af (106), (105) og (108):

$$a = \tfrac{1}{8}(1 + \sqrt{1 + 9600}) = 12{,}4^{cm}$$

$$\sigma_b^t = \frac{10}{12{,}4} - \frac{6000}{12{,}4^2} = 0{,}8 - 39{,}0 = -38{,}2^{at}$$

$$f = \frac{12{,}4^3 \cdot 38{,}2^2}{240 \cdot 1000} = 11{,}58\ cm^2,$$

og Spændingerne bliver efter Formlerne (99)—(101) med $h = 10{,}8^{cm}$

$$\sigma_b = 43{,}5^{at} \qquad \sigma_j = 816^{at}$$

Havde P været 25000^{kg}, vilde man have fundet $a = 15{,}8^{cm}$, $f = 1{,}13\ cm^2$ og med $h = 15^{cm}$

$$\sigma_b = 42{,}4^{at} \qquad \sigma_j = 165^{at}$$

Er man bange for de høje Betonspændinger, man saaledes kommer til, kan man skønsmæssig forøge Højden lidt og eventuelt undersøge de nye Spændinger.

Vi har altsaa paa denne Maade fundet et brugeligt Tværsnit, men det er ikke, eller kun undtagelsesvis, det billigste. Ligesom det ved ren Bøjning viste sig mest økonomisk at udnytte Betonen fuldstændig med den mindst mulige Jærnmængde, saaledes maa det ogsaa her være Opgaven at finde et Tværsnit, der giver $\sigma_b = 40^{at}$ med Minimum af Jærn. Lægger man Vægt paa Økonomien, maa man derfor prøve sig frem ved at forøge det foreløbige Tværsnits Højde og formindske dets Jærnindlæg.

Inden man giver sig i Lag hermed, bør man dog orientere sig ved af (103) at beregne Værdien $a = 500\ M:P$, thi for denne Værdi af a, der giver $f = 0$, er $\sigma_b < 40^{at}$, saa den søgte Højde maa blive mindre. Hvis derfor den af (106) fundne Højde ligger i Nærheden af $a = 500\ M:P$, vil den være nær ved at være den gunstigste og skal ikke ændres meget, derimod vil det tilsvarende Jærnindlæg ofte

kunne reduceres betydeligt, uden at det mærkes paa σ_b, da σ_j i dette Tilfælde er meget lille.

Dette fremgaar tydeligt af efterfølgende Tabel, der indeholder Spændingerne i forskellige Tværsnit, der alle har $B = 1^{m}$ og $M = 1000^{kgm}$, medens P dels er 25000^{kg}, dels 1000^{kg}.

$\frac{M}{P}$	a	h	x	f	σ_b	σ_j
m	cm	cm	cm	cm^2	at	at
$\frac{1}{25}$	14	13	9,3	0,91	53,9	322
$\frac{1}{25}$	14	13	9,9	3,12	52,0	244
$\frac{1}{25}$	15,8	15	11,9	1,13	42,4	165
$\frac{1}{25}$	20,1	18,6	18,2	6,13	27,6	9
1	12,4	10,8	4,8	11,58	43,5	816
1	14,2	13,0	3,6	4,00	54 4	2130
1	14,2	12,6	4,9	9,06	32,1	766

Man ser, at for $M:P = \frac{1}{25}$ og $a = 14^{cm}$ vil en Tredobling af Jærnindlægget ikke paavirke σ_b synderligt, derimod vil en Forøgelse af Højden fra 14^{cm} til $15{,}8^{cm}$, medens Jærnarealet holdes omtrent konstant (1ste og 3die Linie), reducere Spændingerne betydeligt.

For $M:P = 1$ spiller Jærnindlæggets Størrelse derimod en stor Rolle, som de to sidste Linier viser.

I fjerde Linie er $a = 20{,}1^{cm}$, altsaa lidt større end $500\,M:P$, saa Jærnet skulde være trykket; naar der alligevel er fundet en lille Trækspænding, skyldes det, at h er sat lig 18,6 og ikke lig $0{,}9\,a = 18{,}1$. Med $a = 20^{cm}$ og $h = 18^{cm}$ findes $\sigma_b = 27{,}8^{at}$ og $\sigma_j = 0$ uafhængig af Jærnindlæggets Størrelse. Den gunstigste Højde maa derfor ligge mellem $15{,}8^{cm}$ og 20^{cm}.

Det angives undertiden, at Formlen (105) i Forbindelse med $\sigma_j = \Sigma(\sigma_b^t):f$ kan bruges til at bestemme Spændingerne i et givet Tværsnit, idet den skulde levere næsten rigtige Betonspændinger og for store Jærnspændinger. Det sidste er sandt, men de Betonspændinger, den giver, er ofte ganske forkerte.

Ved meget overfladiske Beregninger kan man benytte en **anden Tilnærmelsesmetode**, som altid er paa den sikre Side, men i lovlig høj Grad naar $M:P$ ikke er meget lille. Man beregner h og f, som om Momentet virkede alene, og forøger derefter Højden saameget, at det tillagte Areal alene kan optage Normalkraften med en Spænding af 40^{at}. Det oprindelige Jærnareal reduceres derpaa i Forhold til Højdens Forøgelse.

Er f. Ex. $M = 1000^{kgm}$, $P = 1000^{kg}$ og $B = 1^{m}$ faas:

$$h = 0{,}39\sqrt{1000} = \quad 12{,}32$$
$$\triangle h = 1000:(40 \cdot 100) = \quad 0{,}25$$
$$\overline{12{,}57}$$
$$f = 0{,}292\sqrt{1000} = 9{,}23,$$

der reduceres til $9{,}23\,\frac{12{,}32}{12{,}57} = 9{,}06$. a bliver da c. $14{,}2^{cm}$.

Med $P = 25000^{kg}$ faas: $h = 18{,}57^{cm}$, $a = 20{,}1^{cm}$, $f = 6{,}13\ cm^2$. Spændingen i disse Tværsnit findes i Tabellen Side 123.

b. Bestemmelse af de bøjende Momenter og Horizontaltryk.

Vi har i det foregaaende forudsat, at M og P var givet; deres Bestemmelse kræver i Almindelighed en speciel Undersøgelse i hvert enkelt Tilfælde, da Størrelsen af Horizontaltrykket, H, er afhængig af Hvælvingens Tværsnit. Med Hensyn til denne Undersøgelse henvises til den tekniske Elasticitetslære; her skal kun angives nogle Formler for **flade, tohængslede Buer** med parabolsk eller cirkulær Midtlinie og nogenlunde konstant Tykkelse, tagne fra Professor Ostenfelds Tekniske Statik II, Side 181.

Naar saadanne Buer er saa flade, at $f < \frac{1}{7}$ à $\frac{1}{8} L$ ($f =$ Pilhøjde, $L =$ Spændvidde) vil Influenslinien for Horizontaltrykket nemlig kun i ringe Grad afhænge af Buens Tyk-

kelse, saa at man een Gang for alle kan erstatte den med en Parabel med Pilhøjde $\frac{3}{16}\frac{L}{f}$.

Denne H-Linie giver ganske rigtige Resultater for en parabolsk Hvælving med en ensformig fordelt Totalbelastning; og for en cirkulær Hvælving eller for delvis Belastning er Fejlen uvæsentlig.

For en ensformig fordelt Totalbelastning, g kg/m, finder man da:

$$H = \frac{\frac{1}{8} g L^2}{f}, \qquad (109)$$

medens Momentet overalt er Nul.

Er Lasten ensformig fordelt, p kg/m, men bevægelig, vil der opstaa bøjende Momenter, og det absolut største og mindste Moment vil bægge optræde i et Punkt, 0,232 L fra Vederlagene. Disse Momenter og de samtidig virkende Horizontaltryk er:

$$M_{max} = + \frac{1}{62} p L^2 \qquad H = 0{,}6 \frac{p L^2}{8 f} \qquad (110)$$

$$M_{min} = - \frac{1}{62} p L^2 \qquad H = 0{,}4 \frac{p L^2}{8 f} \qquad (111)$$

I Toppen bliver Grænsemomenterne og de tilhørende Horizontaltryk:

$$M_{max} = \frac{1}{108} p L^2 \qquad H = \frac{13}{27} \frac{p L^2}{8 f} \qquad (112)$$

$$M_{min} = - \frac{1}{108} p L^2 \qquad H = \frac{14}{27} \frac{p L^2}{8 f} \qquad (113)$$

Ved Udledelsen af disse Formler er der ikke taget Hensyn til, at Normalkraften bevirker en **Sammentrykning af Buens Midtlinie**. Naar denne bliver kortere, vil den synke ned under den parabolske Tryklinie, saa at en Totalbelastning fremkalder smaa positive Momenter, der atter formindsker Horizontaltrykket. Buen nærmer sig med

andre Ord mere til en Bjælke ɔ: de positive Momenter voxer, de negative aftager.

Vil man tage Hensyn til denne Sammentrykning, skal H-Parablens Ordinater multipliceres med

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{0{,}15}{800}\frac{i^2}{f^2}}, \tag{114}$$

hvor i er Tværsnittets Inertiradius, eller Middelværdien af denne, i cm, medens f som sædvanlig er indført i Meter.

Virkningen er altsaa desto større, jo mindre Buens Pilhøjde er i Forhold til Middeltykkelsen, og Horizontaltrykket voxer derfor ikke omvendt proportionalt med f, men langsommere.

Sammentrykningen faar kun praktisk Betydning for meget flade Buer. Er f. Ex. $100\,f = 2{,}4\,a$, altsaa $i:f = 12$, bliver $\alpha = 0{,}974$, og (109) ændres til

$$H = 0{,}974\,\frac{g\,L^2}{8\,f}, \tag{115}$$

medens de samtidige Momenter bliver

$$M = 0{,}026\,\frac{g\,L^2}{8\,f}\,Y, \tag{116}$$

hvor Y er Ordinaten til det betragtede Punkt i Meter.

De absolute Grænsemomenter optræder nu $0{,}24\,L$ fra Vederlagene og er:

$$M_{max} = +\tfrac{1}{58}\,p\,L^2 \qquad H = 0{,}43\,\frac{p\,L^2}{8\,f} \tag{117}$$

$$M_{min} = -\tfrac{1}{67}\,p\,L^2 \qquad H = 0{,}57\,\frac{p\,L^2}{8\,f} \tag{118}$$

I Toppen faas:

$$M_{max} = +\tfrac{1}{92}\,p\,L^2 \qquad H = 0{,}54\,\frac{p\,L^2}{8\,f} \tag{119}$$

$$M_{min} = -\tfrac{1}{130}\,p\,L^2 \qquad H = 0{,}46\,\frac{p\,L^2}{8\,f} \tag{120}$$

Det fremgaar heraf, at tohængslede Buer i Almindelighed maa have gennemgaaende dobbelt Armering, og ofte gøres de to Jærnindlæg lige stærke. Naar Talen ikke er om Buedragere, men om brede Hvælvinger indlægges der imidlertid som Regel ingen Bøjler, saa det trykkede Næt maa ikke føres i Regning ved Dimensioneringen.

VI.

ARBEJDETS UDFØRELSE.

Jærnet købes saa vidt muligt i de rette Længder; er det for langt, maa det afhugges eller afklippes, hvilket f. Ex. kan ske med det i Fig. 74[1]) viste Apparat. Derpaa skal det bøjes i Overensstemmelse med Detailtegningerne.

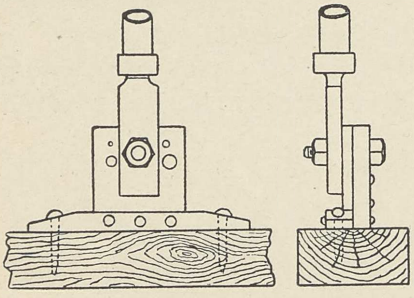


Fig. 74.

Det svage Jærn til Pladerne kan bøjes koldt enten i en Skruestik eller, hvis man har mange ens Stænger, omkring Bolte befæstede i en Planke af haardt Træ (Fig. 75)[2]). Man kan ogsaa have Boltene siddende paa Klemplader, der kan fastspændes hvor det skal

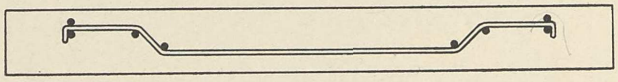


Fig. 75.

være paa to Jærndragere, hvis indbyrdes Afstand ligeledes kan varieres (Fig. 76)[2]).

[1]) Christophe: Der Eisenbeton, Side 297.
[2]) Betonkalender 1907, Side 147 f. f.

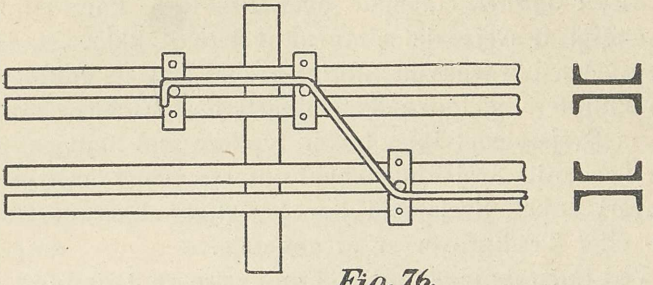


Fig. 76.

Til Bøjning af tyndt Jærn paa Byggepladsen, kan den paa Fig. 77 viste Krog være god; ved Benyttelsen staar man oprejst trædende paa Jærnet med den ene Fod.

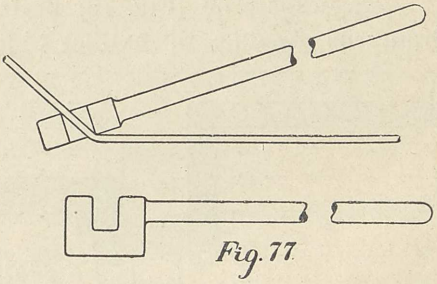


Fig. 77.

Hvis Jærndiameteren er over 15 mm, kan man bruge en Skruepresse (Fig. 78)[1]) eller bøje varmt.

Jærnets Ombøjning eller Spaltning i Enden foretages gerne varmt.

Bøjlerne bøjes koldt omkring et Stykke Jærn af den Dimension, de skal omslutte.

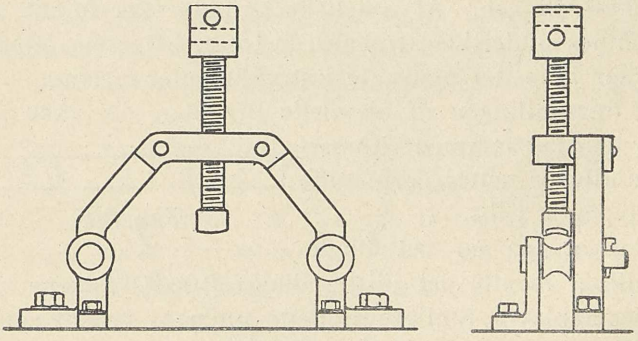


Fig. 78.

[1]) Christophe: Der Eisenbeton, Side 297.

Bliver Jærnets Længde over 10—12 m, kan det blive nødvendigt at svejse det sammen af flere Stykker. Saadanne Svejsesteder bør saavidt muligt lægges paa de mindst udsatte Punkter, og inden Svejsningen maa Enderne stukkes op, saa Svejsestedet ikke bliver tyndere end Stangens normale Tværsnit. Svejsningen skal udføres meget omhyggeligt, og hvert enkelt Svejsested bør besigtiges, ligesom enkelte Bøje- eller Trækprøver er at anbefale.

Ved Indstøbningen maa Jærnet være rent, frit for Fedt, Jord og Snavs, derimod maa det gerne være rustent.

Forskallingen bør i Reglen være fuldendt, inden Støbningen begynder.

Dragerkasserne (Fig. 79) bestaar af et Bundbrædt af Dragerens Bredde, til hvilket Sidebrædderne sømmes. I disse skæres der ud for Bjælkerne, hvis Bundbrædt hviler paa en Revle. Ovenpaa Plankekasserne lægges Pladeforskallingen. Af æstetiske Grunde eller for at tætte fastsømmes undertiden trekantede Lister i Kassens Hjørner.

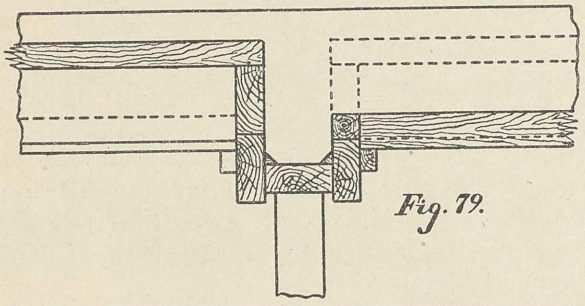


Fig. 79.

Naar ikke det modsatte udtrykkeligt er forlangt, fremstilles Forskallingen af uhøvlede Brædder, der ikke altid slutter helt tæt sammen; Kassernes Bundfuger tættes derfor ofte med flydende Gibs.

Fig. 80.

For at faa en tæt Pladeforskalling, maatte det sidst indlagte Brædt tilskæres efter det tiloversblevne Spillerum; dette undgaas ved at sømme en Blikstrimmel over Spalten (Fig. 80).

En saadan Forskalling efterlader naturligvis sine Indtryk i Betonen, der derfor bagefter maa pudses, hvis Ud-

seendet skal blive ordentligt. Puds paa Beton er imidlertid lidet holdbar overfor Stød og Vejrpaavirkning, og Friluftskonstruktioner, samt Konstruktioner, der er udsat for Overlast, maa derfor hellere støbes i høvlede og omhyggeligt tilpassede Forme, saa at Pudsning bliver overflødig.

Indendørskonstruktioner pudses gerne med Kalkmørtel, der binder godt til Betonen.

Kassernes Bundbrædder samt Pladeforskallingen understøttes med rundt eller firkantet Tømmer af 8—15 cm Tværmaal. Støtterne maa for det første være saa svære eller saa talrige, at de ikke bøjer sig ud under Betonens Vægt, og desuden maa der være desto flere af dem, jo svagere Forskallingen er. Forskallingsbræddernes Tykkelse ligger hyppigst mellem 3 og 7 cm, og det angives[1]), at man ved $3\frac{1}{2}$ cm Tykkelse maa paaregne een Støtte for hver Kvadratmeter Gulvflade, medens Antallet ved 7 cm Tykkelse kan reduceres med mindst 50 %.

Er der Jord under Støtterne, maa de stilles paa et Tværtømmer (som man kan byde et Tryk af indtil 30 at (Gran)), og mellem dette og Stiveren indskydes dobbelte Kiler til Regulering af Højden og for at lette Afskallingen (Fig. 81).

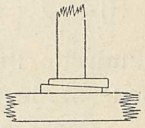


Fig. 81.

I Stedet for Træstivere kan ogsaa bruges to Staalrør, af hvilke det ene glider inden i det andet og kan faststilles i en hvilkensomhelst Højde[2]).

Søjler forskalles hyppigst med lodrette Brædder paa de tre Sider, medens den fjerde til en Begyndelse holdes aaben; efterhaanden som Betonen fyldes i, dækkes denne Side med korte, vandrette Brædder. De lodrette Brædder samles med Lægtestumper, der anbringes i en indbyrdes Afstand af ca. 2 Gange Søjlens Sidelinie, og de to mod-

[1]) Betonkalender 1907, Side 154.
[2]) Beton & Eisen 1906, Side 78.

staaende Flager spændes sammen med Tvingere (Fig. 82 og 83) eller Bolte (Fig. 84). I sidste Tilfælde bliver de

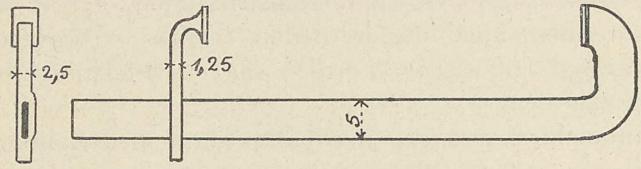


Fig. 82.

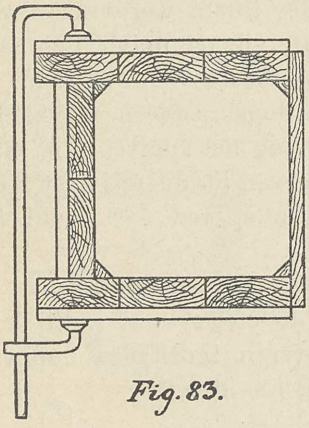


Fig. 83.

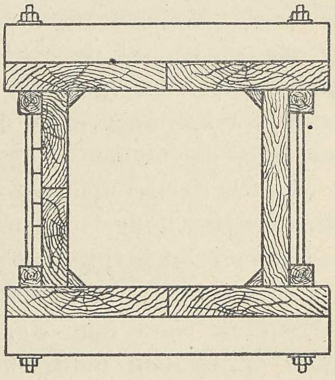


Fig. 84.

vandrette Brædestykker skudt ned fra oven i False, dannede af de trekantede Lister og to udvendige Lægter.

Ved Søjler bør man altid bryde Hjørnerne som vist, thi Søjler er altid udsatte for Overlast, og det taaler de skarpe Hjørner ikke.

Saafremt Forskallingen er høvlet, bliver den efter Opstillingen ofte smurt ind med Sæbe eller Olie, for at Betonen ikke skal hænge for stærkt i. Herhjemme benyttes meget Hestefedt spædt op med Petroleum, eller »Cementolie«[1]).

[1]) Mineralolier er at foretrække, da de ikke som vegetabilske og navnlig animalske Olier angriber Cementen. Spørgsmaalet er dog uvæsentlig paa Grund af de smaa Oliemængder, der kommer til Anvendelse. Ogsaa Karbolineum bruges til Smøring.

Man maa passe paa, at Jærnet ikke kommer i Berøring med Smørelsen, da Betonen saa ikke binder til det.

Undertiden dækkes først Kassernes Bund med et ca. 3 cm tykt Betonlag, hvori Bøjlerne anbringes, og derefter lægges Jærnene ned, hvorpaa Kassen fyldes med Beton, men i Reglen anbringes Jærnet i de tomme Forme. Opklodsning af Jærnet plejer ikke at være nødvendigt; naar Betonen stampes tilstrækkeligt, vil den trykke sig ind under Jærnet og hæve det lidt fra Underlaget.

Betonen skal være saa vaad, at den kan trænge ind overalt mellem Jærnene og Bøjlerne. Beton bliver som bekendt desto stærkere, jo mindre Vand den indeholder, forudsat den komprimeres saa stærkt, at der tilsidst kommer Vand frem i Overfladen; dette bør man altid have in mente, saa man ikke overdriver Vandtilsætningen. Men ved Jærnbeton maa Betonens Knusningsstyrke komme i anden Række og Jærnets fuldkomne Indstøbning i første. Man nødes derved til at arbejde med en saa vaad Beton, at en stærk Komprimering ved Hjælp af Stampning, saaledes som den finder Sted ved jordfugtig Beton, er udelukket. Alligevel bør man ikke forbigaa denne Proces; ved at stampe Betonen med smaa hammerformede Jærnstampere (Fig. 85) befordrer man i høj Grad dens Indtrængen mellem Jærnet, og Indholdet af Luft og Vand faar bedre Lejlighed til at stige tilvejrs, saa man undgaar Hulheder langs Formkassens Sider og overhovedet faar en tættere Beton. Af samme Grund er det godt at bevæge Jærnene lidt i Massen, efter at de er dækkede.

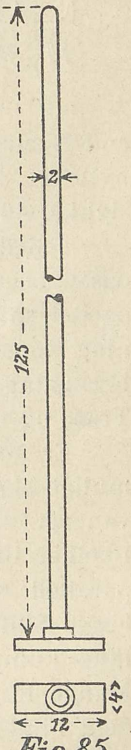


Fig. 85.

Til Stampningen benyttes undertiden en Passe-Partout (Fig. 86) ɔ: en 2 m lang Jærnstang forsynet med en Næse i hver Ende, der er henholdsvis 1 cm og 2 cm tyk, saa den kan komme ind imellem Bøjlerne.

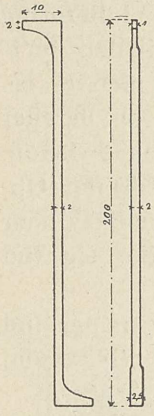


Fig. 86.

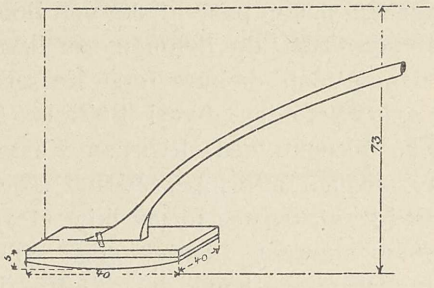


Fig. 87.

Naar Bjælkerne er støbt, anbringes Pladernes Armering paa Forskallingen, hvorefter Støbningen fuldendes.

Pladebetonen kan godt være noget tørrere end Bjælkebetonen, og til Komprimeringen kan man benytte et Slagbrædt (Fig. 87), der bestaar af et buet Træstykke, 40×40^{cm}, med et langt bøjet Skaft.

I Stedet for at gaa frem som her beskrevet, kan man ogsaa begynde med at udlægge alt Jærnet baade det svære og det spinklere i de tomme Forme, men Bjælkernes Støbning vanskeliggøres af Pladejærnet. Fordelen ved denne Fremgangsmaade er, at man kan udføre Støbningen i eet Træk og derved eventuelt undgaa Skilleflader.

Er man nødt til at **dele Arbejdet,** maa det saavidt muligt ske efter en lodret eller skraa Flade, ikke efter en vandret. Støber man en Etageadskillelse, der kun har Bjælker i een Retning, bør man saaledes lægge Skilleplanen parallelt med Bjælkerne i Nærheden af een af dem. At lægge Skilleplanen vinkelret paa Bjælkerne vil som Regel ikke kunne lade sig gøre, da Bjælkebetonen skrider ud. Mange Entreprenører støber først alle Bjælkerne og lader dem binde af, inden Pladerne støbes, og Skilleplanen lægges da undertiden i Flugt med Pladens Underside. Dette er det aller farligste Sted, man kan have den, og lægges den dèr, er det højst problematisk, om man tør regne med

en Forskydningsspænding paa 4,5 at. En Fordel, foruden at være bekvem, har denne Metode dog, og det er, at man undgaar Svindrevner paa Overgangen mellem Bjælke og Plade. Betonen i Bjælkekasserne vil nemlig altid synke en Del sammen ved Henstand, idet noget af Vandet løber fra, og hvis Pladens Beton ikke følger efter, kan det hænde, at Bjælken trækker sig løs fra Pladen. Noget saadant vil dog formentlig kun kunne ske, naar Bjælkebetonen gøres altfor vaad eller Pladebetonen altfor tør, og man undlader at stampe.

En bedre Fremgangsmaade er den at støbe Bjælkerne i deres fulde Højde sammen med et lille Pladestykke paa hver Side, men i saa Fald kan man lige saa godt benytte den allerførst beskrevne Metode.

Skillefladerne holdes skraa, og saa ujævne som muligt. Ved Arbejdets Fortsættelse bør de kradses op med Staaltraadsbørster og overhældes med ren Cement.

Skal der **Slidpuds** paa Overfladen, er det heldigst at paaføre den samtidig med Støbningen, men hyppigst opsættes Pudsningen til senere hen, og Pladernes Overside bør da efterlades ru, og Pudslagets Blandingsforhold bør være 100 S:50 C, ikke 100 S:100 C. Den federe Mørtel svinder nemlig stærkere end den magre, saa man risikerer, at den trækker sig løs fra Underlaget (der ikke svinder mere) og revner.

Under Betonneringen vil Forskallingen fere noget, saa Jærnet ligger og svinger lidt, hvorved der samler sig en tynd Cementvælling om det, hvilket kun er godt (se Side 11); derimod maa Forskallingen naturligvis være saa stiv, at den ikke bøjer sig under Betonens Vægt, hvorved Bjælker og Plader komme til at hænge. Efter Betonneringen, under Størkningen, skal Betonen være i fuldkommen Ro; Transport hen over Stilladset maa ikke finde Sted.

Efter Størkningen dækkes Betonen med Cementsække, der, i alt Fald om Sommeren, holdes vaade i den første Uge.

Jo længere Tid man opsætter **Afskallingen**, desto stær-

kere bliver Konstruktionen; om Overdrivelser i denne Retning kan der næppe blive Tale, thi Betonens Hærdning fortsætter sig i aarevis.

Derimod har det ofte økonomisk Betydning at vide, hvor tidligt man uden Risiko tør afskalle, navnlig ved Udførelse af store ensartede Arbejder, hvor de samme Forme kan bruges flere Gange.

I saadanne Tilfælde vil man som Regel kunne fjærne Pladernes Forskalling sammen med Bjælkernes Sideflager efter 3—4 Dages Forløb, medens Bjælkernes Bundbrædt og dets Støtter helst maa blive staaende i 3—4 Uger. Er Pladernes Spændvidde over 1,5—2 m, bør ogsaa disse støttes paa Midten i længere Tid. Søjlerne kan ofte afskalles et Døgn efter Støbningen, men det er ikke tilraadeligt, hvis der er Færdsel omkring dem, da man risikerer, at Hjørnerne stødes af.

Ved Broer bør man først afskalle 4 Uger efter Betonneringens Fuldførelse, og det er godt at lade et Par Støtter staa under Dragerne yderligere 4 Uger.

Man skal dog ikke blindt stole paa disse Regler, men i hvert enkelt Tilfælde undersøge Betonens Haardhed og tage Hensyn til Konstruktionens Spændvidde og Egenvægt. Man maa erindre, at Betonen hærdner langt hurtigere om Sommeren end om Vinteren. Dersom der indtræder Frost under Hærdningen, maa Afskallingsfristen forlænges med Frostperioden. I en Bygning med flere Etager maa man naturligvis være meget varsom med at afskalle de nedre Etageadskillelser, paa hvilke Forskallingen for de øvre Etageadskillelser hviler.

Det skal endnu en Gang betones, at Hærdningstiden kun bør indskrænkes til de ovenfor nævnte minimale Værdier, naar der derved opnaas væsentlige Besparelser, i modsat Fald skal man lade Konstruktionen blive i Formen saalænge som muligt.

Afskallingen maa foretages forsigtigt, uden større Rystelser end nødvendigt.

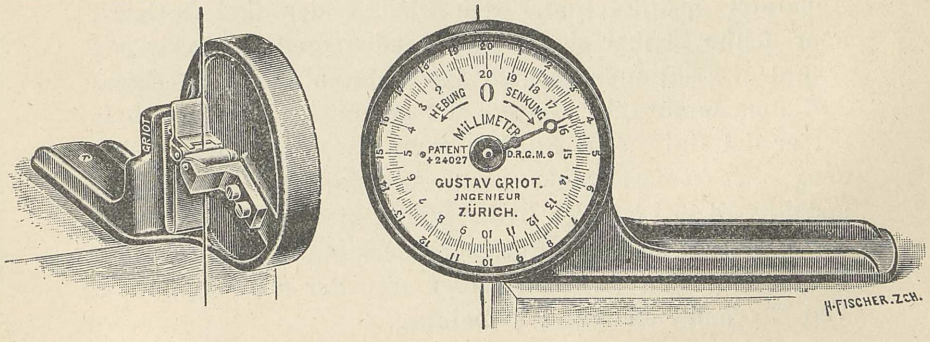
Efter Afskallingen bør alle Jærndele være skjulte og hverken Plader eller Bjælker hænge.

Førend en Jærnbetonkonstruktion godkendes af Bygherren, plejer han at underkaste en Del af den en **Belastningsprøve,** ved hvilken ogsaa Nedbøjningen undertiden maales.

Prøvelasten kan passende sættes til $1\frac{1}{2}$ Gange den bevægelige Last, naar den paaføres et saa stort Areal, at den størst mulige Spænding opstaar i det Led, der skal prøves. Krydsarmerede Plader skal saaledes belastes over det Hele, almindelige Plader over hele Spændvidden og en Bredde af mindst $\frac{1}{3}$ af Spændvidden, Bjælker over hele Spændvidden og fra den ene Nabobjælke til den anden.

Vil man reducere Udgifterne ved Prøven, kan man ogsaa nøjes med en mere koncentreret Last paa et mindre Areal, idet man regner sig til, hvor stor denne Last skal være for at ækvivalere med den ensformig fordelte. Vil man f. Ex. nøjes med at belaste en Bjælke fra Plademidte til Plademidte, skal Belastningen pr. Kvadratmeter være 33 % større, end naar man belaster mellem bægge Nabobjælkerne. Derimod gaar det ikke an at erstatte en ensformig fordelt Last med en halv saa stor Enkeltkraft i Bjælkens Midte, thi i sidste Tilfælde bliver Forskydningsspændingene kun halvt saa store som i første.

Fig. 88.



Nedbøjningerne er altid meget smaa, naar Konstruktionen er god, f. Eks. $\frac{1}{1000}$ af Spændvidden, og kan derfor vanskeligt bestemmes nøjagtigt. Midtpunktets Nedbøjning har ingen Betydning, naar man ikke samtidig bestemmer Vederlagenes Sænkning, der ofte er relativ stor.

Til disse Undersøgelser kan *Griots* Nedbøjningsmaaler (Fig. 88) benyttes. Den bestaar af en lille Rulle af Aluminiumsbronce, der bærer en Viser, hvis Længde er 20 Gange Rullens Radius. En lignende Rulle sidder paa en Fjer, der presser den ind mod den første Rulle. Mellem de to Ruller indlægges en Jærntraad $\frac{1}{2}$—1 mm i Diameter, hvis ene Ende befæstes til det Punkt, hvis Nedbøjning skal

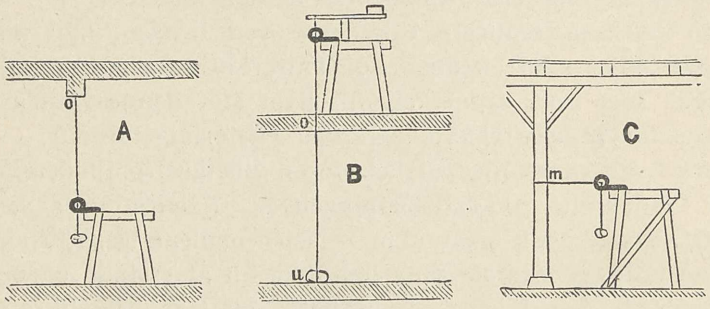


Fig. 89.

maales, medens den anden Ende belastes med et Par Kilogram. Apparatet fastskrues paa en Buk eller lignende. Figur 89 viser tre forskellige Anordninger. Ved *A* er Apparatet opstillet under den Bjælke, der skal belastes; naar denne sænker sig, følger Traaden med og drejer paa Grund af Friktionen Viseren, saa Nedbøjningen kan aflæses 20 Gange forstørret. Ganske det samme er Tilfældet, hvis det er det Gulv, som Bukken staar paa, der belastes, medens *o* er et fast Punkt. Ved Anordning *B* er Traaden fastgjort til et Lod, der hviler paa *u*, medens Traaden gaar frit igennem den øvre Etageadskillelse og strammes af en Vippe; man kan da maale enten *u*'s eller *o*'s Nedbøjning. Ved *C* maales en Søjles Udbøjning.

Apparatet maa altid anbringes saa nær som muligt ved det Punkt, hvis Bevægelser maales, for at ikke Blæst og Temperaturvariationer skal faa større Indflydelse paa Resultatet end nødvendigt.

Er Forsøget langvarigt, saa at Temperaturen synker t^0 mellem Begyndelses- og Slutningsaflæsningen, og er Afstanden L^m, vil Traaden forkorte sig $\frac{1{,}2\,t}{100}\,L^{mm}$, der altsaa maa adderes til den maalte Nedbøjning. Den tynde Traad antager nemlig straks Luftens Temperatur, medens de massive Understøtninger for Konstruktionen næppe paavirkes væsentligt. Kommer der Solskin paa Traaden midt under Forsøget, kan Fejlen blive meget betydelig.

En Beregning af Nedbøjningen lader sig ikke udføre, saa man kan ikke opstille Forskrifter for dens Størrelse. Derimod vil en større blivende Nedbøjning som Regel tyde paa mangelfuld Konstruktion eller Udførelse.

Dersom man vil undersøge den blivende Nedbøjning, maa man naturligvis sørge for, at Entreprenøren ikke i Smug belaster Konstruktionen inden Prøven!

Selv en større blivende Nedbøjning er dog ingen Kassationsgrund; det, som det kommer an paa, er, at Nedbøjningen ikke bliver ved at voxe. Den bedste Modtagelsesprøve for Jærnbetonkonstruktioner er derfor at lade Prøvelasten forblive 24 Timer paa; efter 15 Timers Belastning maa der saa ikke vise sig nogen Nedbøjningstilvæxt. Denne Bestemmelse er indført af den franske Regering.

Belastningsprøver bør ikke udføres tidligere end nødvendigt; Betonen maa ikke være under 6 Uger gammel.

VII.

DE VIGTIGSTE ANVENDELSER.

1. Etageadskillelser.

Til Etageadskillelser anvendes mest plane **Plader** og **Ribbeplader,** om hvilke der ikke er meget nyt at tilføje. Er Spændvidden lille, bruges almindelige Plader, ved større Spændvidder opløses i Plader og Bjælker. Hvorvidt, ved en given Spændvidde, det ene eller det andet er billigst, afhænger naturligvis af Belastningens Størrelse og af, hvor høje Bjælker man kan faa Lov at benytte. I almindelige Beboelseshuse vil det næppe kunne betale sig at gaa væsentlig over 10—12 ^{cm} med Pladetykkelsen, dog gives der naturligvis Undtagelser herfra. Under 6 ^{cm} bør man sjældent gaa.

Ved Valget af Bjælkeafstanden gør de samme Hensyn sig gældende. Et Par Meters Afstand vil ofte være passende, men i Reglen har man ikke frie Hænder, idet de stedlige Forhold (Vinduer, Døre o. s. v.) bliver bestemmende, i alt Fald hvis Bjælkerne skal forblive synlige.

Ved Pakhusbelastning (1000—2000 kg/m^2) holdes Bjælkeafstanden gerne mellem 1 ^{m} og 2 ^{m}, ved mindre Nyttelast (400—500 kg/m^2) gaar man op indtil 2 ^{m} à 3,5 ^{m}.

Om man vælger en lidt større eller lidt mindre Spændvidde for Pladerne, vil i de færreste Tilfælde faa væsentlig Indflydelse paa Konstruktionens Pris, idet Besparelsen i

Materiale indenfor et ret stort Interval vil ophæves af Udgifterne til Bjælkeformene.

Skal Bjælkerne bæres af en **Drager,** er det værd at lægge Mærke til, at dennes Bøjningsmoment bliver noget mindre med to Bjælker i Trediedelspunkterne end med een Bjælke i Midten. Er Konstruktionens Egenvægt den samme i bægge Tilfælde, vil Momenterne forholde sig som 8 til 9.

Da Bjælkejærnene skal føres ind ovenover Dragerjærnene, holdes Bjælkernes Højde gerne mindre end Dragernes. Skal Undersiderne flugte (f. Ex. ved Kassettelofter), maa enten Betonlaget under Bjælkejærnene forøges, eller disse maa forkrybbes i Enderne. Er Jærnene saa spinkle i Forhold til Spændvidden, at deres Vægt bøjer dem ned i Midten, behøves der ingen særlige Foranstaltninger.

Krydsarmerede Plader egner sig navnlig til Overdækning af smaa kvadratiske eller runde Rum, over hvilke der ellers maatte lægges Bjælker, idet man sparer Udgifterne til disse. Men Pladerne er i sig selv ret dyre paa Grund af den store Jærnmængde, saa det ikke altid vil kunne betale sig at anvende dem mellem Bjælker.

Som Exempel paa en saadan Anvendelse skal dog nævnes et af *Luipold & Schneider* opført Pakhus for Jærnvarer i Stuttgart, hvor Nyttelasten var 2000 kg/m^2. Det inddeltes i Felter paa 4,2 $\times$ 4,87 m, og Pladerne, der var indspændt langs alle 4 Sider, beregnedes efter $M_{100} = \frac{1}{28} P$ i Midten og $M_{100} = \frac{1}{20} P$ ved Understøtningerne.

Hvælvinger kan kun bruges, hvor man har et modstandsdygtigt Vederlag, enten en Plade eller en anden Hvælving, der kan optage Horizontaltrykket. En almindelig Husmur forslaar ikke, og man maa derfor altid holde de yderste Felter plane eller dimensionere Hvælvingen, saa den kan staa uden Horizontaltryk, eller endelig anvende en Konstruktion med Trækbaand.

Tohængslede Buer, altsaa Buer der er spinkle ved Vederlagene, egner sig navnlig til Brug, hvor der er Slagge-

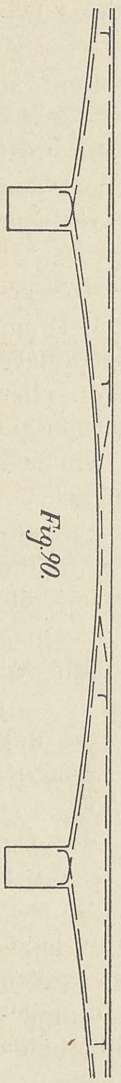


Fig. 90.

isolation, saa den krumme Overflade kan udlignes med Slagger eller Slaggebeton, men skal de optage hinandens Horizontaltryk, maa de gerne forstærkes meget betydeligt, thi naar det ene Fag er totalbelastet og det andet tomt, opstaar der i dettes Midte et negativt Moment paa $\frac{1}{8} p L^2$ (se Side 125).[1])

Hvor der ingen Isolation skal være, føres man ind paa Konstruktioner med plan Overside og hvælvet Underside (Fig. 90). Vederlagstykkelsen bliver derved stor, og kan man tilvejebringe en Indspænding eller delvis Indspænding, staar man sig da ved at udnytte den store Tykkelse paa denne Maade. Saadanne Hvælvinger giver et væsentlig mindre Horizontaltryk end de tohængslede, men det varierer med Hvælvingens Tværsnitsdimensioner og kræver derfor en særlig Undersøgelse i hvert enkelt Tilfælde. Ofte vil man kunne nøjes med en gennemgaaende Armering af Undersiden og en øvre Armering over Vederlagene.

Ved udstrakte Etageadskillelser er det godt at have **Dilatationsfuger** i 30—40 m Afstand fra hinanden; de kan lægges midt i en Bjælke eller Drager, idet der paa langs gennem denne opstilles et Stykke Tagpap.

Ofte forlanges at Etageadskillelsen skal have en **plan Underside,** saa Bjælkerne ogsaa forneden maa forbindes med en Plade. Dette gøres enten af æstetiske eller sanitære Grunde (paa Hospitaler for ikke at hindre Luftcirkulationen) eller for at dæmpe Lyden og formindske Varmetabet. De sidste Virkninger, der navnlig skyldes Luft-

[1]) Dette toges der ikke tilstrækkeligt Hensyn til ved Bygningen af Vandbeholderen i Madrid (se Ingeniøren 1905, Side 239).

rummet mellem Pladerne, kan forøges ved hel eller delvis Udfyldning af Rummet med et Isolationsmateriale som Kiselgur eller Slagger.

Disse Konstruktioner er ret vanskelige at fremstille i Jærnbeton[1]). Man kan begynde med at støbe den nedre Plade og derpaa opbygge Forskallingen for Bjælkerne og den øvre Plade, idet man kun tager saa meget i Arbejde ad Gangen, at Forskallingen kan trækkes sideværts ud, men det er en besværlig Fremgangsmaade, og det sidste Stykke Forskalling maa ofte efterlades.

Man kan ogsaa støbe Gulvet paa almindelig Vis, men fastgøre forzinkede Jærntraade (3—5 mm) til Jærnet i Pladerne og føre dem ned mellem Forskallingsbrædderne. I disse Traade ophænges et Næt af Rundjærn med 20—30 cm Maskevidde, hvortil der bindes et Rabitzfletværk, der udkastes med Rabitzpuds 3—5 cm tykt.

En tredie Maade er at henlægge færdige Plader med udragende Jærnender paa Stilladset (Fig. 91), derpaa opstille Bjælkernes Sideforskalling, der fjærnes efter Hærdningen, og saa atter lægge færdige Plader paa Oversiden. Tilsidst udstøbes Renden over Bjælken, der naturligvis maa være rigeligt forsynet med Bøjler.

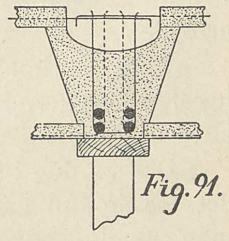


Fig. 91.

Opgaven bliver betydelig nemmere, hvis hele Mellemrummet kan fyldes med Slaggebeton, der imidlertid ikke isolerer saa stærkt som løse Slagger. I saa Fald udstøbes Slaggebetonen, efter at den nedre Plade og Bjælkerne er hærdnede, og tjener som Forskalling for den øvre Plade. Denne Konstruktion kan ogsaa bruges ved løse Slagger, naar disse dækkes med Papir eller Pap.

Hvis Fordringen om det plane Loft kun er dikteret

[1]) En Løsning af Opgaven ved Hjælp af hule Gibslegemer er omtalt i Beton & Eisen 1907, Side 124; en Løsning ved Hjælp af hule Legemer af Tagrør er omtalt samme Sted Side 148.

af æstetiske Hensyn, vil man ved en Nyttelast mindre end 4—500 kg/m² med Fordel kunne anvende krydsarmerede Plader op til 6—6,5 m. Derover vil det som Regel være billigere at indskyde Bjælker og hænge et Pudslag op nedenunder eller benytte en af de andre Fremgangsmaader.

Naar Jærnbetonen endnu kun spiller en ret beskeden Rolle ved Bygningen af almindelige Beboelseshuse, er Grunden for en stor Del den, at Anvendelsen menes at forlænge **Byggetiden** væsentlig. Under de nuværende Forhold kan Murerne omtrent fuldføre deres Arbejde i eet Træk; naar en Etage er muret op, rykker Tømrerne ind med deres færdig afbundne Træ- eller Jærnbjælkelag, og Murerne kan derpaa strax tage fat igen.

Med Jærnbetonen er det anderledes; for det første tager det Tid at opstille Forskallingen, anbringe Jærnet og udføre Støbningen, og dernæst maa Konstruktionen staa en rum Tid til Hærdning, inden den kan taale den Behandling, der bliver den til Del under det fortsatte Murerarbejde[1]).

Dette Forhold er Grunden til de mange Patenter paa **færdige Bjælker,** Bjælker, der støbes paa Fabrik og først efter at være hærdnede køres til Byggestedet.

Der er dog Ulemper ved denne Fremgangsmaade. For det første kan man ikke have Lager af disse Bjælker, da man maatte have dem i alle mulige Længder og hver Længde beregnet for forskellige Belastninger. For det andet er Transporten og Ophejsningen besværlig og dyr. For det tredie frembyder en Udvexling store Vanskeligheder, og endelig gaar man Glip af den Monolitet, som ellers er en af Jærnbetonens Fordele.

Her i Landet er to Systemer repræsenterede, Kaptajn *Møhls* og *Visintinis.*

[1]) Det er ganske vist ubestrideligt, at Bygningen kommer senere under Tag end ellers, men til Gengæld tager Fuldendelsesarbejderne kun kort Tid.

Møhls Konstruktion er beskrevet i »Ingeniøren« 1905, Side 249. Bjælkerne (Fig. 92) har T-formet Tværsnit og lægges Side om Side, hvorpaa Rillen mellem dem udstøbes med Cementmørtel.

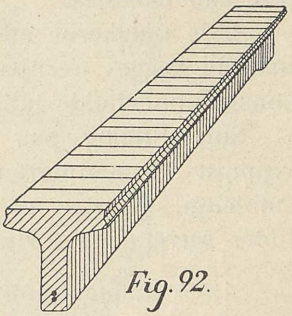


Fig. 92.

Visintinis Konstruktion[1]) er Gitterbjælker bestaaende af en øvre og en nedre Plade forbundet med Diagonaler og Vertikaler. Ved smaa Spændvidder er Bredden 20 cm, Højden 15—40 cm, Godstykkelsen 1,5—5 cm, og der anvendes lutter Diagonaler (Fig. 93); ved større Spændvidder indføres Vertikaler (Fig. 94). Beregningen foretages under Forudsætning af Bevægelighed i Knudepunkterne. De støbes gerne paa Byggestedet liggende paa Siden og bringes paa Plads efter Hærdningen.

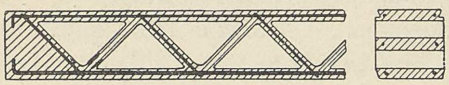


Fig. 93.

De anvendes Side om Side som Erstatning for Plader eller Ribbeplader, og man opnaar derved at faa en hul Etageadskillelse med plan Underside.

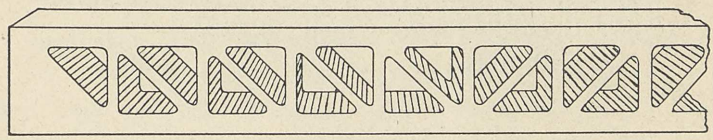


Fig. 94.

Bjælkerne har False, der ved Sammenlægningen danner en svalehaleformet Rille, som udstøbes med Beton, dels for at fordele en Enkeltlast over flere Bjælker, dels

---

[1]) »Architekten« 17. Okt. 1903; Beton & Eisen 1903, Side 159 og 313; 1904, Side 42 og 213; 1905, Side 107 og 246.

for at undgaa Revner i Loftspudsen. I Rillerne kan ogsaa anbringes Trælister eller sømfast Mørtel, hvori et Brædde-gulv kan befæstes.

Hvis Bjælkerne atter skal bæres af en Visintinidrager, maa de lægges ovenpaa denne, hvorved der gaar en Del Konstruktionshøjde tabt[1]).

Som **Slidlag** paa Jærnbetonkonstruktioner anvendes hyppigst Cementmørtel, Terrazzo, Fliser, Linotol eller Linoleum. Vægten af disse og nogle andre Stoffer, der finder Anvendelse i Husbygningen, kan sættes til:

1,5 cm	Cementpuds	27 kg/m²
2,5 -	do.	45 —
2 -	Terrazzo	44 —
2 -	Lerfliser i 1,5 cm Cementmørtel	67 —
6 -	Kalkstensfliser	150 —
1,3 -	Linotol eller Magnesit	18 —
1 -	Papyrolit	13 —
0,4 -	Linoleum	5 —
2 -	Støbt Asfalt	42 —
5 -	Presset Asfalt	100 —
13 -	Træbrolægning	78 —

Ophængt Pudsloft	40—70 kg/m²
2,5 cm Cocolith-Plader med 0,75 cm Cocolithpuds	30 —

Slagger fra Frederiksbergs Forbrændingsanstalt	825 kg/m³
Slaggebeton	1100—1300 —
Kiselgur	194 —
Almindeligt Murværk	1600 —
Murværk af Molersten	1000 —

---

[1]) Se dog Beton & Eisen 1907, Side 112.

Der regnes gerne med følgende **bevægelige Belastninger:**

Loftsrum	150 kg/m²
Almindelige Beboelsesrum med tilhørende Trapper	250 —
Skoleværelser	300 —
Gymnastik-, Koncert- og Forsamlingssale, Balconer i Teatre	400 —
Butikker, Værksteder og Lagerrum i de øvre Etager	450 —
do. do. i Stueetagen	550 —
Porte og Gaarde	800 —

2. Tagkonstruktioner.

De allerfleste Tagformer (f. Eks. Kupler, Shedtage, Manzardtage) kan udføres i Jærnbeton, men dette Materiale anvendes dog hyppigst til næsten flade Tage eller til Buetage.

De **flade Tage** konstrueres ganske som Etageadskillelser kun med et Fald af 2½ til 15%. Bjælkernes Underside kan man give samme Fald, hvorved Forskallingen bliver billigst, eller man kan lade dem forløbe vandret. Den største udførte Spændvidde er 31,09 m [1]).

De dækkes gerne med to Lag **Tagpap**, der paaklæbes og bestryges med Holzcement (60 Vægtdele Stenkultjære + 15 V D Bitumen + 25 V D Svovl), en Masse der er mere sejg end ren Bitumen. Efter sidste Strygning bliver Pappen undertiden drysset over med Sand, der skal holde paa Strygemidlet, saa det ikke løber af. Vægten af denne Tagbeklædning bliver 16 kg/m². Faldet tages bedst lig 15%.

Et saadant Tag maa stryges hvert andet Aar, ellers raadner Pappen.

Vil man undgaa denne Vedligeholdelse, kan man oven paa Pappen lægge et Lag **Grus** (hyppigst 8 cm tykt), der

[1]) Beton & Eisen 1905, Side 140 og 192.

dels beskytter Pappen mod Sol og Slid, dels isolerer Bygningen med Hensyn til Temperaturvariationer. Til disse Tage bruges ogsaa i Stedet for 2 Lag Pap 4 Lag Karduspapir eller 1 Lag Pap og 3 Lag Papir. Vægten af et saadant Tag (Pap og 8 cm Grus) er ca. 125 kg/m², og den bevægelige Belastning kan for Tage, til hvilke der ikke er almindelig Adgang, sættes til 150 kg/m² indbefattet Vind, Sne og Vand i Gruset. Tagets Hældning maa ikke overstige ca. 6 % for at Gruset ikke skal regne ned. Oftest gaar man ned til 2½ %.

I Frankrig benyttes foruden Holzcement ogsaa et andet tjæreholdigt Stof, **Pixoline**, der blot skal stryges lige paa Betonen i et 2—3 mm tykt Lag uden Brug af Pap og derfor giver et væsentligt billigere Tag.

Vil man undgaa det tunge Grustag og dog være fri for Vedligeholdelse, synes **Ruberoid** at være fortræffeligt. Det indeholder mere Uld end almindelig Pap, er derfor mere holdbart og er imprægneret med en Masse, der ikke som Tagpappens bliver blød i Solvarme. Det klæbes paa Betonen i et enkelt Lag og skal ikke overstryges. Det benyttes meget i Tyskland og har ogsaa fundet Anvendelse i Sverrig, hvor Prisen opgives til 1,42 Kr./m² oplagt. Efter den danske Prisliste koster det over dobbelt saa meget. Vægten er højst 3 kg/m².

Buetage beregnes gerne som tohængslede Buer, i alt Fald hvad Midterpartiet angaar, medens de nærmest Vederlaget liggende Dele eventuelt regnes indspændte. Der kan dog kun i de færreste Tilfælde blive Tale om en Indspænding af Betydning.

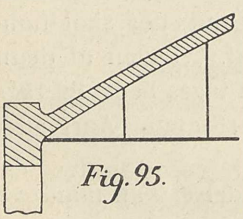


Fig. 95.

De forsynes med fritliggende eller omstøbte Trækstænger (undertiden Jærntove), der f. Eks. for hver Meter eller sjældnere bæres af Hængejærn, der ogsaa kan være omstøbte.

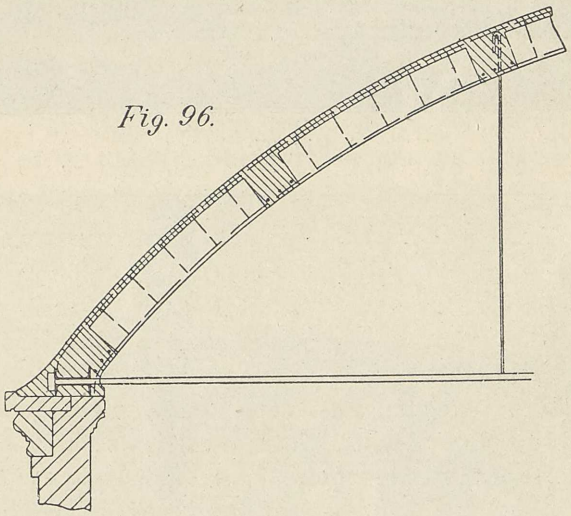
Ved Vederlaget maa der støbes en Bjælke (Fig. 95), der armeres i Yder- og Indersiden, saa den kan overføre

Buens Horizontaltryk til Trækstængerne, og hvis den ikke er kontinuerligt understøttet, men bæres af Søjler, ogsaa maa armeres i Over- og Undersiden, saa den kan overføre Buens Vægt til disse.

Mellem Trækstængerne kan der eventuelt udspændes et Loft, og for at hæve dette har man undertiden lagt Trækstængerne noget højere end Vederlaget. Ved høje Tage med tilgængeligt Tagrum lægges Trækstængerne ned i Gulvbjælkerne.

I Stedet for at støbe et massivt Buetag kan man ogsaa støbe Spær (muligvis tillige Aase) forbundne med en tynd Plade (Fig. 96). Ved lave Tage faar Spærene vandret Un-

Fig. 96.



derside og udføres undertiden som Gitterdragere. Ved høje Tage følger de Tagets Form og udføres som to- eller trehængslede Buer.

Ved Tage over store Haller, hvor Søjlerne kun støttes af Taget, beregnes disse og Spærene som et Hele, nemlig som en tohængslet Bue med Hængsler i Terrænhøjde. Fig. 97 og 98 viser en saadan Konstruktion, hvor dog selve

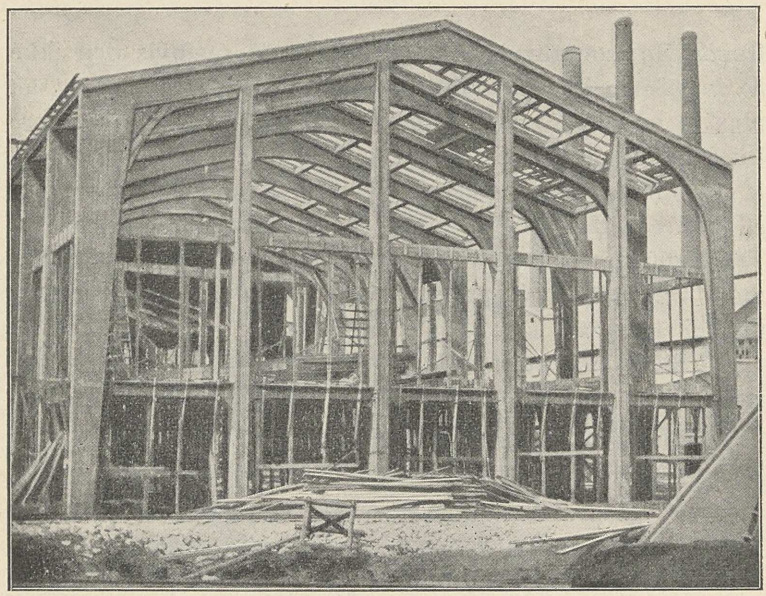


Fig. 97.

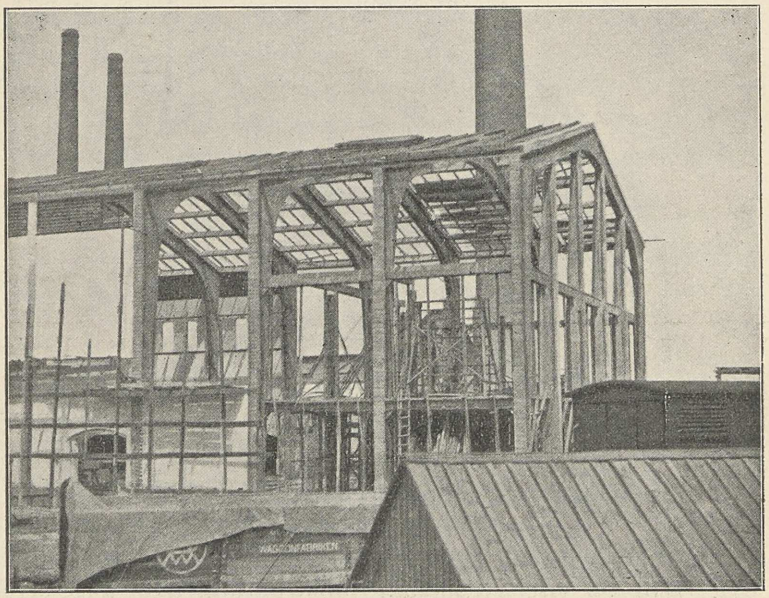


Fig. 98.

Tagfladen ikke er af Beton. Aasene blev derfor støbt i Forvejen og i hærdnet Tilstand lagt op paa Spærforskallingen, hvor de indstøbtes i Spærene, saa man helt undgik Stillads mellem disse.

Buetage dækkes gerne med to Lag Tagpap som omtalt under de flade Tage.

Om Melankonstruktioners Anvendelse til Buetage se Beton & Eisen 1903, Side 229.

Om Perrontage se Side 166.

---

3. Vægge.

Vægge kan fremstilles ligesom Plader, idet der indlægges et Jærnnæt af 6—10 mm Stænger, om hvilket Betonen støbes. For Monteringens Skyld gøres ofte hver 6te eller 10ende af de lodrette Stænger sværere, og disse anbringes da først, hvorpaa de vandrette Stænger bindes fast til dem. Senere fuldstændiggøres Nættet med Resten af de lodrette Stænger, af hvilke Halvdelen lægges foran, Halvdelen bagved de vandrette. Ved Væggens Ender stikkes de vandrette Stænger ind i Murens Fuger eller bindes til sværere Rund- eller Profiljærn, der fastgøres i Muren. Ved Døraabninger anbringes en Jærn- eller Trækarm.

Er Væggen blot en Fylding, der intet skal bære, lægges Nættet i Midten og holdes svagt; skal den staa for Vindtryk, lægges Nættet i den strakte Side.

Naar Nættet er bundet, bliver Væggen forskallet paa bægge Sider. Mørtelen eller Betonen kommes i Spande, hvor den spædes op med Vand til en Vælling, der hældes ned fra oven, idet man samtidig klapper paa Brædderflagerne, for at Betonen skal lejre sig tæt.

Vil man arbejde med en tørere Beton, der skal stampes, kan Forskallingen paa den ene Side først anbringes, efterhaanden som Støbningen skrider frem.

Saadanne støbte Vægge maa mindst være 3 cm tykke, med Puds paa bægge Sider 5 cm.

Ubelastede Vægge kan ogsaa udføres som **Rabitzvægge**, der adskiller sig fra de beskrevne ved, at Jærnindlægget bestaar af et Traadvæv med 2 cm Masker og en Traadtyktykkelse af kun 1,0—1,1 mm. Vævet faas som 1 m brede Ruller og udspændes i lodrette Baner mellem 2 Jærnstænger, een ved Loftet og een ved Gulvet. Disse Stænger befæstes med Murhager til Træpropper, for hvilke der bores skraa Huller i Betonen. Banerne anbringes 5 fra hinanden og forenes og strammes ved Sammensyning; Vævet skal sidde saa stramt, at det synger. Støder Væggen til en Mur, bliver der indmuret svalehaleformede Træklodser, til hvilke Vævet sømmes.

Mørtelen, der paaføres med Murskeen i flere Lag, er hyppigst Kalkgibsmørtel, og fremstilles af den almindelige Maskinkalkmørtel ved til eet Maal af denne at sætte eet Maal Gibs og eet Maal Sand; da den angriber Jærn, maa Vævet være forzinket. Har Væggen stor Udstrækning, afstives den ved, at der bindes noget Rundjærn fast til Vævet.

Vægten af en 5 cm tyk Rabitzvæg kan sættes til 75 kg/m^2.

Vil man i Stedet for Kalkgibsmørtel anvende Cementmørtel, maa man paa Grund af dennes langsomme Størkning have en Forskalling paa Væggens ene Side. Den tykke Mørtel smækkes da kraftigt ind gennem Vævet, saa den lægger sig mellem dette og Forskallingen, og ved at ryste Vævet faar man den til at glide ned og fylde Rummet helt. Naar Mørtelen er bleven nogenlunde fast, kan man paaføre et nyt Lag, der dækker Jærnet, og saaledes kan man fortsætte med ca. 1 cm tykke Lag, indtil Væggen har faaet den ønskede Tykkelse. Rabitzvævet skal i dette Tilfælde være sort, da Zink angribes af Cementmørtel.

Saadanne Vægge laves dog ofte mere solidt, idet man opstiller svære, lodrette Rundjærnstænger, der indhugges i Gulv- og Loftsbjælkerne og afstives mod hinanden ved

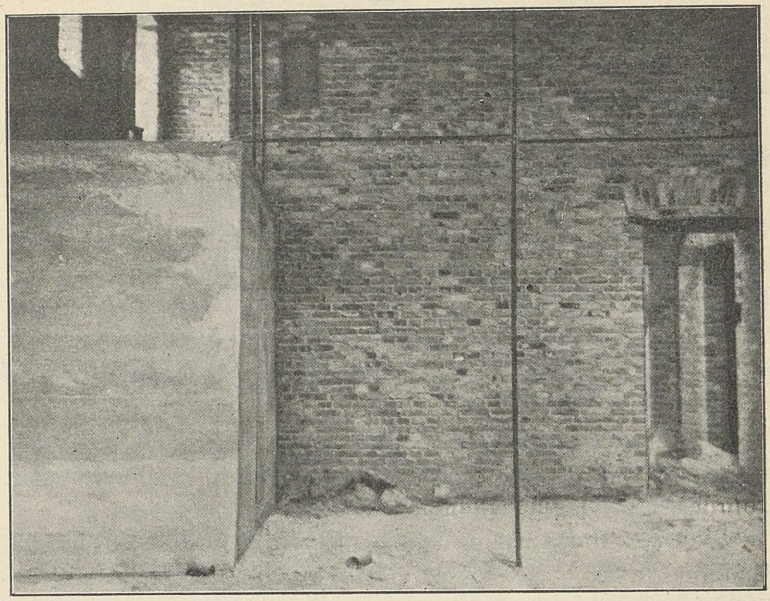


Fig. 99.

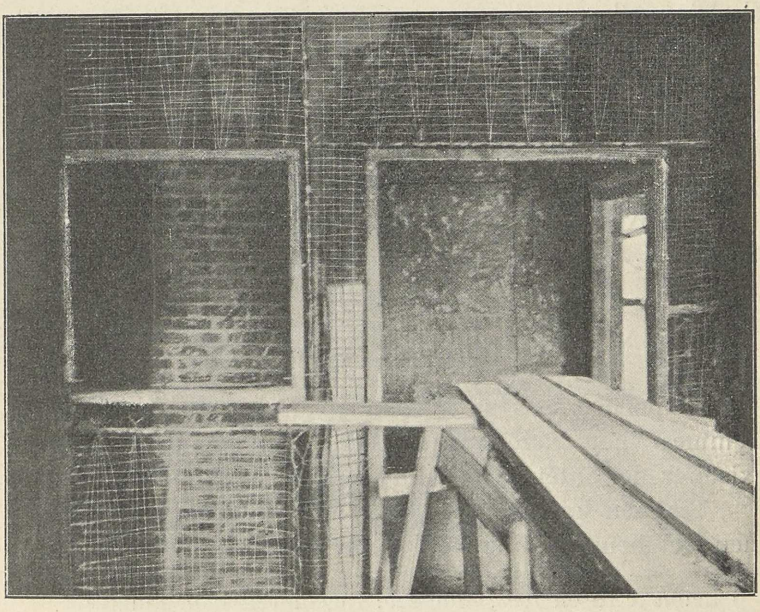


Fig. 100.

vandrette Stænger (Fig. 99) eller Diagonalkryds, og Traadvævet strammes derpaa mellem dem, som Fig. 100 viser.

Til alle de beskrevne Vægge kan ogsaa Strækmetal anvendes; se desangaaende Henvisningerne Side 75.

Skal Væggen bære den overliggende eller underliggende Etageadskillelse, maa den beregnes som en anden Drager; er der Fare for Udbøjning, maa den armeres i bægge Sider, i alt Fald foroven.

Ydervægge gøres ofte hule, idet en 5—6 cm tyk Væg stilles yderst og en 3—4 cm tyk Væg inderst med en Afstand af 10—15 cm.

Da der ikke kan slaas Søm i Betonen, maa man afhjælpe denne Mangel ved Indstøbning af Kroge, Træklodser, sømfast Mørtel eller lignende.

Vægge efter System *Prüss*[1]) fremstilles ved at udspænde Baandjærn, $26 \times 1\frac{1}{4}$ mm, med Bredden faldende i Væggens Tykkelsesretning, saa der dannes kvadratiske Masker med 49 cm Sidelinie, og udmure disse Masker med almindelige Teglsten eller porøse Sten. Muringen sker med Cementmørtel, der maa omgive Jærnet fuldstændig. Murtykkelsen er gerne $\frac{1}{4}$ eller $\frac{1}{2}$ Sten.

Disse Vægge har den Fordel fremfor de tidligere beskrevne, at der ikke føres saa megen Fugtighed ind i Bygningen. De bruges ogsaa til Indhegning, idet man da kun behøver enkelte Fundamenter, mellem hvilke Muren bærer frit.

---

4. Trapper.

Trappen i et Hus er den Bygningsdel, der først og fremmest bør være brandsikker, og i denne Henseende existerer der intet bedre Materiale end Jærnbeton.

Trappen kan støbes paa Stedet med Trin og det Hele, men det benyttes kun ved meget brede Trapper eller me-

---

[1]) Beton & Eisen 1905, Side 229; Ingeniøren 1907, Side 273.

get komplicerede Trappeformer, da det ellers er billigere at støbe Trinene paa Fabrik, og Trinene derved bliver mere modstandsdygtige. De bør være to Maaneder gamle, inden de anbringes, og selv i dette Tilfælde maa Trinkanterne omhyggelig beskyttes mod Færdsel med Træsko.

Trapper kan deles i tosidig indmurede, eensidig indmurede og Vangetrapper.

Tosidig indmurede Trapper gaar ½ Sten i Mur eller hviler paa Udkragninger og fremstilles af løst henlagte Trin, Størstedelen af Belastningen bliver umiddelbart overført fra Trin til Trin, uden at der kommer Bøjningsspændinger i dem, men en Bjælkevirkning kan dog tænkes at fremkomme, navnlig for de øverste Trins Vedkommende, og man giver derfor undertiden Trinene en svag Armering — f. Eks. ved 1,5 m Spændvidde 3 ○ 7 mm, der eventuelt bøjes op ved Vederlagene (Fig. 101). I Reglen er det dog Hensynet til Transporten, der bestemmer, om en Armering er nødvendig eller ej. Korte Trin armeres ikke, medens lange Trin armeres, f. Eks. med et Stykke gammelt Gasrør.

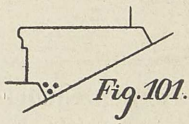


Fig. 101.

Eensidig indmurede Trapper gaar hyppigst 1 Sten i Mur. I Berlin forlanges kun hvert tredie Trin ført saa dybt ind, medens Resten kan nøjes med ½ Sten. Med Hensyn til Armeringen gælder, hvad der er sagt ovenfor: Korte Trin kan ofte undvære Armatur, medens lange Trin maa armeres i Oversiden. Da en Del af Belastningen overføres til det underliggende Trin, er det umuligt at angive Indspændingsmomentets Størrelse; jo fastere det nederste Trin ligger, og jo bedre Forbindelsen mellem Trinene er, desto mindre vil det blive. Angaaende Dimensioneringsspørgsmaalet henvises til »Ingeniøren« 1905, Side 49 og 313 (Brudforsøg), Betonkalender 1907, Side 141 (tyske og østrigske Byggebestemmelser) og Beton & Eisen 1906, Side 150 (nogle gennemregnede Exempler)[1].

[1]) Se desuden: Beton & Eisen 1905, Side 308; 1906, Side 99.

Smaa Vindeltrapper kan opstilles af uarmerede Klodstrin (Fig. 102) eller af armerede Vinkeltrin (Fig. 103). I den lodrette Midtersøjle indlægges et Stykke Gasrør eller svært Rundjærn.

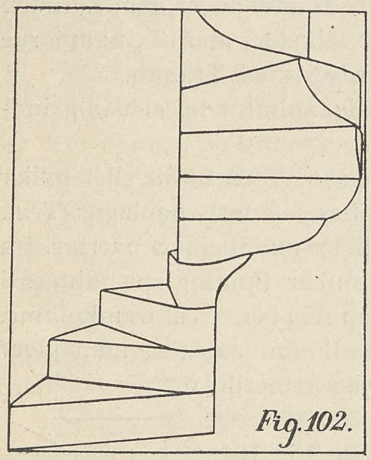


Fig. 102.

Indmurede Trapper anbringes først, efter at Bygningen er opført, og Murene har sat sig.

Vangetrapper har gerne to Vanger, een ved hver Ende af Trinene. De fremstilles paa forskellig Maade.

Smaa, lette Trappeløb kan støbes i eet paa Fabrik.

Sværere Trapper kan støbes paa Stedet med Trin og Vanger i eet, eller man kan nøjes med at støbe Vangerne paa Stedet (sammen med

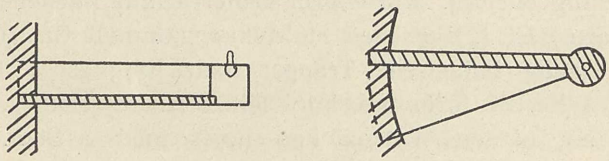


Fig. 103.

Reposedragerne) og belægge dem med fabrikstøbte Trin eller Stentrin. Fig. 104 viser en saadan aftrappet Midtervange for en bred Stentrappe.

Den sidste Konstruktion med Stentrin er imidlertid ikke brandsikker, med mindre Undersiden beskyttes, og den kræver høje Vanger; man foretrækker derfor i Reglen sammen med Vangerne at støbe en bærende Plade, der belægges med tynde Stentrin eller Betontrin, eller som senere aftrappes ved Paastøbning.

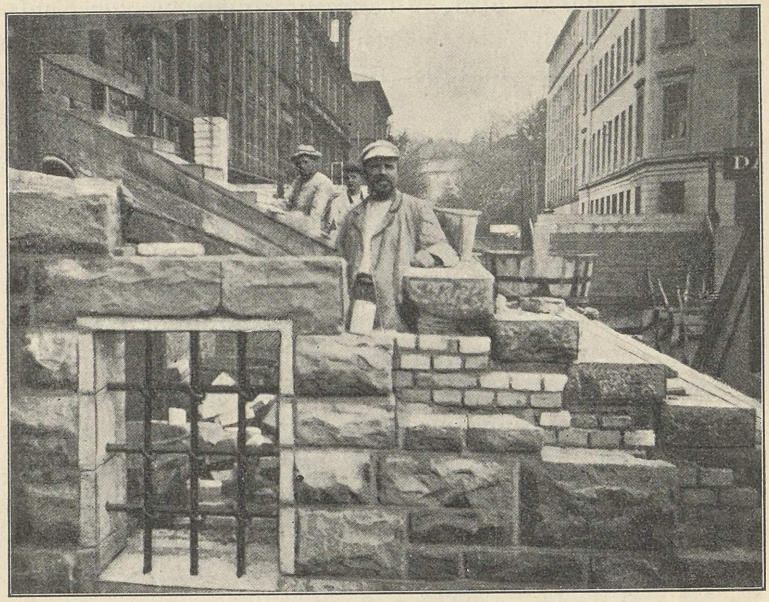


Fig. 104.

5. Hele Bygninger.

Pakhuse, Fabriker og Forretningshuse opføres undertiden helt af Jærnbeton paa Grund af dennes Brandsikkerhed, Stivhed, de store Lysaabninger, den tillader, og fordi man saa nemt (uden Udvekslinger) kan lave Huller i Etageadskillelserne for Remtræk, Rør og lignende.

Man undgaar derved det vanskelige Samarbejde mellem Murere og Betonstøbere, og Byggetiden bliver væsentlig kortere end for en Murstensbygning.

De bærende Søjler opstilles saaledes, at Arealet deles i mer eller mindre kvadratiske Felter med 4—6 m Sidelinie, og iøvrigt udføres Etageadskillelserne og Taget som beskrevet Side 140 og 147. Ydermurene dannes af Søjler, der udfor Etageadskillelserne forbindes med Dragere, medens de rektangulære Façadefelter udfyldes med en armeret Væg

(Side 151) eller en Mur af Teglsten, Molersten eller Betonhulsten (Rørsten), idet Murværket holdes saa tyndt, som Vindtrykket eller Hensynet til Temperaturen indenfor tillader (Fig. 97 og 98[1]).

---

6. Udkragninger.

Ved Udkragninger forstaas Konstruktioner, der er indspændte i den ene Ende og uden Understøtning i den anden. De kan enten bestaa af en overragende Plade- eller Bjælkeende, eller de kan simpelt hen være **indspændte i en Mur.**

Den sidste Fremgangsmaade bruges jævnlig til Altaner Balconer og lignende, og ikke sjældent er Udkragningen saa stor, at Konstruktøren aabenbart ikke har gjort sig Rede for, hvilke Paavirkninger Muren faar. Disse Forhold skal derfor undersøges i det følgende.

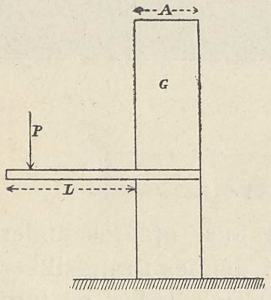


Fig. 105.

Lad os først betragte en fuldkommen **fritstaaende Mur** af A^m Tykkelse (Fig. 105). Altanens Udladning er L^m, dens Bredde lig Murens Bredde, B^m, og den bærer en vilkaarlig fordelt Last paa P^{kg}, Egenvægten indbefattet. Det over Altanen værende Murværk vejer G^{kg}.

Lastresultanten P kan flyttes ind til Murens Midte, naar der samtidig tilføjes et Moment, M^{kgm}, lig P multipliceret med Flytningen i Meter.

Den Murflade, paa hvilken Altanen hviler, er altsaa paavirket af en central Kraft $P + G$ og et Moment M, og Spændingerne kan da findes af Formel (92), Side 114:

$$\left.\begin{matrix}\sigma_1\\ \sigma_2\end{matrix}\right\} = \frac{P+G}{10000\,A\,B} \pm \frac{M}{10000 \cdot \frac{1}{6} B A^2} \qquad (121)$$

[1]) Beton & Eisen 1903, Side 161; 1903, Side 30 og 85.

Hvis σ_2 bliver positiv (Fig. 106), har man tilsyneladende blot at sørge for, at σ_1 ikke overskrider den tilladelige Paavirkning (for almindeligt Murværk 7 at).

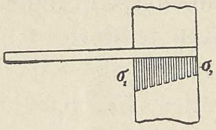


Fig. 106.

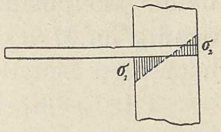


Fig. 107.

Hvis σ_2 bliver negativ ɔ: en Trækspænding (Fig. 107), risikerer man, at en Fuge aabner sig; derved forsvinder Trækspændingerne, og Trykspændingerne forøges. Dette Tilfælde maa derfor undersøges.

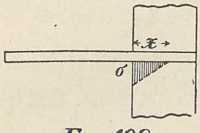


Fig. 108.

Fig. 108 fremstiller den ny Ligevægtstilstand, hvor x og σ er ubekendte; de findes paa følgende Maade. Summen af Trykspændingerne skal være lig $P+G$, altsaa:

$$\tfrac{1}{2}\sigma \cdot x \cdot 100\,B = P + G. \qquad (122)$$

Trykspændingernes Moment med Hensyn til Murens Midte skal være lig det ydre Moment:

$$\tfrac{1}{2}\sigma x \cdot 100\,B\left(\frac{100\,A}{2} - \frac{x}{3}\right) = 100\,M$$

eller

$$(P+G)\left(50\,A - \frac{x}{3}\right) = 100\,M \qquad \frac{x}{3} = 50\,A - \frac{100\,M}{P+G}$$

$$x = 150\left(A - \frac{2\,M}{P+G}\right),$$

der indsat i (122) giver:

$$\sigma = \frac{P+G}{50\,B\,x} = \frac{P+G}{7500\,B\left(A - \frac{2\,M}{P+G}\right)}$$

$$= \frac{(P+G)^2}{7500\,B\,[A\,(P+G) - 2\,M]} \qquad (123)$$

Denne Formel er kun rigtig for Belastninger, der gør σ_2 til Nul eller negativ. Anvender man den i Tilfælde, hvor σ_2 er positiv, findes Spændingen for stor (indtil $33\frac{1}{3}\,\%$, nemlig for $M = 0$); man er derfor altid paa den sikre Side, naar man benytter (123).

Til Exempel sættes $L = 0{,}9^{\,m}$, $A = 0{,}47^{\,m}$ (2 Stens Mur), $B = 1^{\,m}$, $G = 6000^{\,kg}$ (nemlig en $8^{\,m}$ høj Mur af Vægt 1600 kg/m³) og $P = 1000^{\,kg}$ ensformig fordelt, altsaa $M = 1000\,\frac{0{,}9 + 0{,}47}{2} = 685^{\,kgm}$. Formel (121) giver:

$$\left.\begin{matrix}\sigma_1\\ \sigma_2\end{matrix}\right\} = \frac{0{,}7}{0{,}47} \pm \frac{0{,}0685}{\frac{1}{6}\cdot 1\cdot 0{,}47^2} = 1{,}49 \pm 1{,}86 = \left\{\begin{matrix}+\,3{,}35^{\,at}\\ -\,0{,}37^{\,at}\end{matrix}\right.$$

Da σ_2 er en Trækspænding, vil Muren sandsynligvis revne, og der opstaar derved en Trykspænding, som findes af (123):

$$\sigma = \frac{7000^2}{7500\cdot 1\cdot(0{,}47\cdot 7000 - 2\cdot 685)} = 3{,}41^{\,at}$$

Da Trækspændingen var saa lille, har dens Forsvinden ingen nævneværdig Indflydelse paa Trykspændingen; at Forskellen mellem σ og σ_1 under andre Forhold kan blive meget stor, ja uendelig, behøver næppe at paavises ved et Exempel.

Exemplet her er valgt med et andet Formaal for Øje, nemlig en Paavisning af Sikkerhedsgraden.

At Sikkerhedsgraden er 3 vil sige, at man ved at indføre den tredobbelte Belastning i Formlerne finder Materialets Brudspænding.

Naar man beregner en simpelt understøttet Jærnbjælke, bestemmes det nødvendige Modstandsmoment af Formlen $W = 100M : s_j$, hvor M er det bøjende Moment og s_j den Randspænding, det fremkalder. M og s_j er altsaa proportionale, og det er ligegyldigt, om vi sætter s_j lig Brudspændingen og regner med et Moment, der er 3 Gange saa stort som det forekommende, eller vi regner med det sande Moment og sætter s_j lig $\frac{1}{3}$ af Brudspændingen.

Ved Altanen er det anderledes, Formlerne (121) og (123) viser, at kun for $G = 0$ er der Proportionalitet mellem Spænding og Belastning (eller Moment), for alle andre Værdier af G er der ikke Proportionalitet tilstede. Vil man derfor have 3dobbelt Sikkerhed, kan den kun faas ved i Formlerne at indsætte den 3dobbelte Belastning og vælge Dimensionerne saaledes, at Murværkets Brudspænding ikke overskrides.

Eksemplet ovenfor skal altsaa gennemregnes for $P = 3000^{kg}$ og $M = 3000 \frac{0{,}9 + 0{,}47}{2} = 2055^{kgm}$. Formel (123) giver:

$$\sigma = \frac{9000^2}{7500 \cdot 1 \cdot (0{,}47 \cdot 9000 - 2 \cdot 2055)} = 90^{at}$$

Man ser, at naar Lasten forøges til det 3dobbelte, forøges Spændingen til det $90 : 3{,}41 = 26{,}4$ dobbelte. En lav Paavirkning ved den virkelig forekommende Belastning siger derfor intet som helst om Sikkerhedsgraden.

Man maa følgelig ved Benyttelsen af Formlerne (121) og (123) altid regne med Brudspændingen og den n dobbelte Last, naar man tilstræber en n dobbelt Sikkerhed.

Valget af n afhænger naturligvis baade af Bygværkets og Bygmesterens Karakter. Hvad enten man vælger en mindre eller større Værdi, vil det dog i Følge Sagens Natur være urimeligt, at n dobble andet end den bevægelige Belastning, altsaa ikke Egenvægten saaledes som det for Nemheds Skyld er gjort i Exemplet.

For Murværk af almindelige Mursten tør man næppe sætte Brudgrænsen højere end henholdsvis 20^{at} og 40^{at}, eftersom Kalkmørtel eller Cementmørtel finder Anvendelse, og med disse Tal og en Sikkerhedsgrad af 3 naar man ikke vidt i Retning af Udladning. For en Betonmur er Forholdene jo langt gunstigere.

Jeg gaar derpaa over til at betragte en **Mur** (Fig. 109), der er fast **forbundet med to Etageadskillelser,** saaledes at

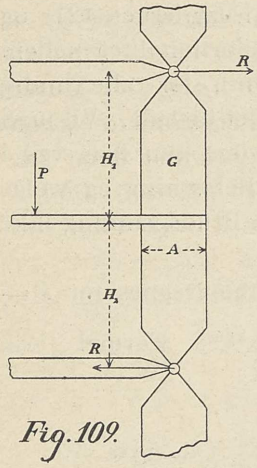


Fig. 109.

disse kan optage saavel Tryk som Træk fra Muren, men intet Moment.

Etageadskillelsernes Reaktioner, R, maa være ligestore med modsat Fortegn og findes af Ligningen:

$$M = R\ (H_1 + H_2),$$

hvor H_1 og H_2 er Altanens Afstand fra henholdsvis øverste og nederste Etageadskillelse, medens M ligesom før betegner Altanlastens Moment med Hensyn til Murens Midte.

Umiddelbart over Altanen er Muren altsaa paavirket af Momentet $R\,H_1$ og Normalkraften G, naar G betegner Vægten af det øverste Stykke Mur med dens eventuelle Belastning.

Umiddelbart under Altanen haves Momentet $R\,H_2$ og Normalkraften $P + G$.

Murens Paavirkning kan nu undersøges ligesom tidligere ved Hjælp af (121) og (123). Vi benytter det samme Exempel og sætter $H_1 = H_2 = 8^{\,m}$; altsaa $R = 685 : 16 = 42{,}8^{\,kg}$.

For Altanens Underside giver (121):

$$\left.\begin{matrix}\sigma_1\\ \sigma_2\end{matrix}\right\} = \frac{0{,}7}{0{,}47} \pm \frac{42{,}8 \cdot 8}{10000 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 0{,}47^2} = 1{,}49 \pm 0{,}93 = \begin{cases} + 2{,}42^{\,at} \\ + 0{,}56^{\,at} \end{cases}$$

Indføres den 3dobbelte Last, faas:

$$\left.\begin{matrix}\sigma_1\\ \sigma_2\end{matrix}\right\} = \frac{0{,}9}{0{,}47} \pm 3 \cdot 0{,}93 = 1{,}92 \pm 2{,}79 = \begin{cases} + 4{,}71 \\ - 0{,}87 \end{cases}$$

For denne vil Fugen aabne sig, hvorefter (123) giver:

$$\sigma = \frac{9000^2}{7500 \cdot 1 \cdot (0{,}47 \cdot 9000 - 2 \cdot 3 \cdot 42{,}8 \cdot 8)} = 4{,}97^{\,at}$$

For Altanens Overside giver (123), naar den 3dobbelte Last indføres:

$$\sigma = \frac{6000^2}{7500 \cdot 1 \cdot (0{,}47 \cdot 6000 - 2 \cdot 3 \cdot 42{,}8 \cdot 8)} = 6{,}28^{\,at}$$

Selv om Muren opføres i Kalkmørtel, er der altsaa over 3dobbelt Sikkerhed.

Hvis der er Vinduesaabninger eller lignende i Muren, maa disse naturligvis trækkes fra ved Beregning af Murens Vægt, og der maa indlægges en Drager under dem, som kan overføre det opadrettede Tryk til Murpillerne. En saadan Mur bør desuden undersøges i et Snit gennem Vinduesaabningerne, hvor det bøjende Moment ganske vist som Regel er mindre, men hvor der ogsaa kun er Murpillerne til at optage det.

Hvis Udkragningen dannes af en **overragende Plade- eller Dragerende** (Fig. 110), maa man undersøge Stabiliteten i det Tilfælde, at Udkragningen er totalt belastet, medens Sidefaget kun er paavirket af Egenvægten.

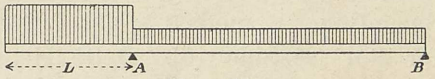


Fig. 110.

Hvis *B* ikke er forankret, sættes der en Grænse for Udladningen derved, at Udkragningens Moment med Hensyn til *A* maa være mindre end 1,5 Gange Momentet af Strækningen *B A*'s Egenvægt med Hensyn til samme Punkt. Der er næppe Grund til at sætte Sikkerhedsgraden højere end 1,5, da Problemet er næsten rent statisk uden nævneværdige Fejlkilder (Materialstyrke o. lign.), men Udkragningen kan da kun prøvebelastes sammen med Nabofaget.

Dersom *B* kan forankres tilstrækkeligt, er der ingen Grænse for Udladningens Størrelse.

Udkragningen maa armeres foroven i Overensstemmelse med de forekommende Momenter, og Armeringen maa føres saa langt ind i Nabofaget, at Adhæsionsspændingen ikke overskrider 4,5 at. I mange Tilfælde kan Nabofagets Jærn uden Afbrydelse føres ud i Udkragningen, hvilket er det sikreste.

Naar Udkragningen armeres for sig, og Jærnene ikke føres ned i Nabofagets Underside, men bliver liggende

foroven (Fig. 111), anbringer man undertiden Bøjler om dem, for at de ikke skal vippe tilvejrs, sprængende Betonlaget. Denne Fare er dog sikkert indbildt, thi det fornødne bøjende Moment vil ikke kunne overføres gennem Jærnet paa Grund af dettes ringe Modstandsmoment.

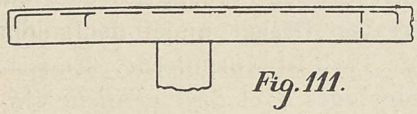


Fig. 111.

Jærnene i Udkragningen behøver ikke alle at føres ud til dennes fri Ende, de kan stoppe op, naar der ikke mere er Brug for dem. Dog maa man erindre, at det ikke er tilstrækkeligt at sørge for, at Jærnspændingen ikke overskrider 1000 at, men Jærnet maa aldrig afbrydes i mindre Afstand end 55,5 d fra det Sted, hvor det har denne Spænding, i modsat Fald bliver Adhæsionsspændingen for stor (se Side 16). Dette Hensyn vil som Regel være det bestemmende for Jærnets Længde, og ved meget ringe Udladning kan det blive afgørende for Valget af Jærndiameteren, idet denne maa tages mindre end 100 L:55,5.

Faget $A\,B$ (Fig. 110) maa dels beregnes for Totalbelastning sammen med ubelastet Udkragning, dels for Egenvægt i Forbindelse med belastet Udkragning.

I sidste Tilfælde regnes med den virkelig forekommende Belastning paa Udkragningen. Man bestemmer den positive eller negative Reaktion i B og beregner derpaa Faget, som om det var indspændt i A, frit i B og paavirket til Bøjning af Egenvægten i Forbindelse med Reaktionen i B.

Den almindeligste Form for disse Konstruktioner er Pladen. Naar der er Konsoller under, er det hyppigt blot Dekoration; de burde jo ligge foroven for at gøre Nytte, og dèr kan de ikke være af Hensyn til Færdslen, med mindre man udfylder Mellemrummene eller dækker dem med en øvre Plade.

Kun naar man kan anbringe meget høje Konsoller, bliver det fordelagtigt at lade dem bære Pladen, der da armeres vinkelret paa dem — eller parallelt med dem, hvis der findes en Yderbjælke.

I disse Konsoller bliver altsaa det bøjende Moment koncentreret, og er Belastningen eller Udladningen stor, vil det ofte volde uoverstigelige økonomiske og æstetiske Vanskeligheder at skaffe den fornødne Indspænding tilveje.

En elegant Løsning er dog mulig, hvis Konsolhøjden kan gøres lig Etagehøjden, idet Momentet da kan opløses i et Træk, der optages af den ene Etageadskillelse, og et Tryk, der overføres til den anden.

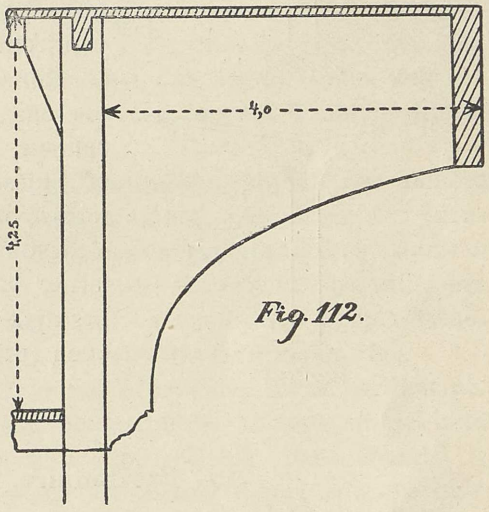


Fig. 112.

De dristigste Konstruktioner af denne Art er udført ved Bygningen af »Grands Moulins« i Nantes. Fig. 112 viser en Udkragning

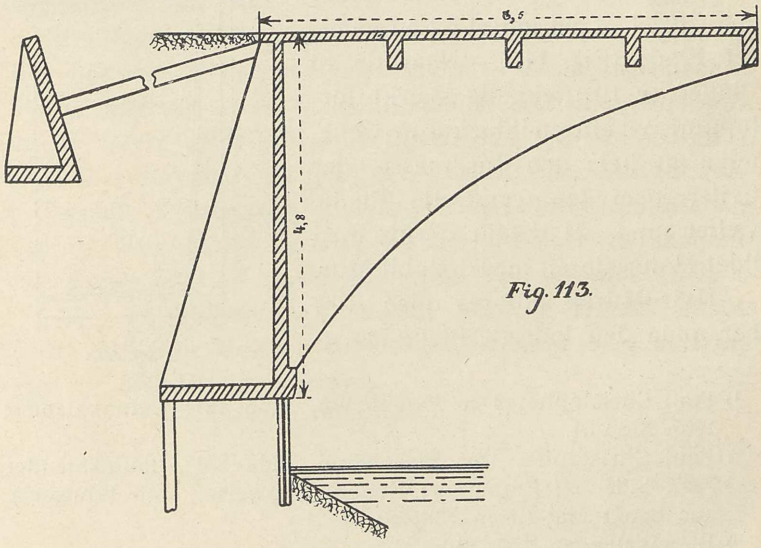


Fig. 113.

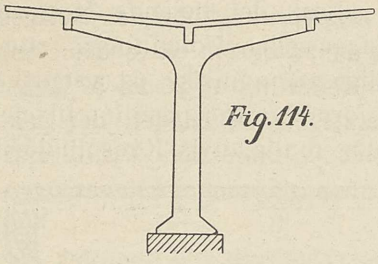


Fig. 114.

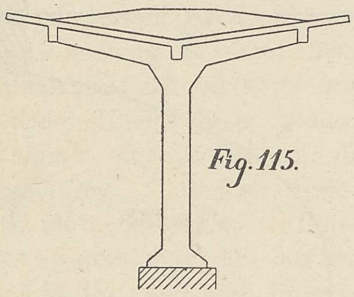


Fig. 115.

paa 4 m, der bærer de overliggende Etager[1]), og Fig. 113 en 6,3 m udladende Lossebro, hvis Overdel er forankret i Jorden, medens Trykket overføres til en Vinkelstøttemurs vandrette Plade[2]).

Konsolkonstruktioner finder ogsaa Anvendelse til **Perrontage,** saaledes er Fig. 114 et Sidestykke til »Roskildetaget«, udført i Jærnbeton[3]). Ved stor Afstand mellem Søjlerne, vil det muligvis være praktisk at lægge Ribben foroven (Fig. 115).

7. Støttemure.

Støttemure af Jærnbeton bestaar som Regel af en lodret og en vandret Plade (Fig. 116). Naar de to Plader er tilstrækkelig stærkt forbundne, vil Muren ikke kunne vælte, uden at hele den Jordmasse, der hviler paa den vandrette Plade, vælter med. Man faar derfor med lidet Materiale en meget stabil Mur.

Hvis Muren udføres uden Ribber, maa den lodrette Plade bereg-

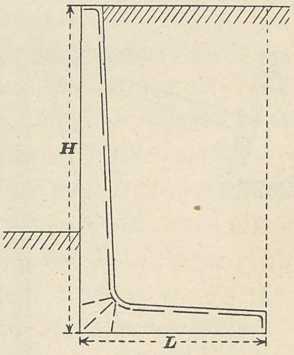


Fig. 116.

[1]) Paul Christophe: Der Eisenbeton, Side 121; Betonkalender 1907, Side 51.

[2]) Paul Christophe: Der Eisenbeton, Side 231; Betonkalender 1907, Side 52; Emperger: Neuere Bauweisen und Bauwerke aus Beton und Eisen, Side 24.

[3]) Betonkalender 1907, Side 56.

nes paa almindelig Maade for Jordtrykket, idet den antages indspændt forneden; Tykkelsen vil derfor voxe nedefter. Forsiden giver man gerne en Hældning af 20 til 5 %.

Momentet i Murens nederste Punkt er det, der paavirker Muren til Væltning, og den vandrette Plade maa altsaa gøres saa lang, at Vægtresultanten af alt det overliggende Materiale (eventuelt i Forbindelse med den lodrette Komposant af Jordtrykket paa Jordprismets Bagside) faar et Moment med Hensyn til Murens Forside, der er 1,5 Gange saa stort.

Pladens Tykkelse og Jærnindlæg skal dog selvfølgelig ikke bestemmes efter dette Moment, men efter det virkeligt forekommende. Dimensioneringen udføres simplest paa den Maade, at man regner Pladen indspændt i den lodrette Mur og paavirket af en ensformig fordelt Belastning lig $\frac{2}{3}$ af den Vægt, der virkelig hviler paa den.

Jærnet maa helst uden Afbrydelse føres fra den ene Plade over i den anden og fastholdes i Knækpunktet med Bøjler, saa det ikke kan rette sig ud. Med Hensyn til Armeringen gælder iøvrigt de samme Regler som ved Udkragninger (Side 164).

Er Byggegrunden daarlig eller Muren høj, kan det blive nødvendigt at gøre den vandrette Plade længere end ovenfor angivet, at ikke Grundtrykket skal blive for stort. For at belyse disse Forhold vil vi antage Jorden ubelastet og af samme Vægtfylde (γ kg/m^3) som Muren. Dennes For- og Bagside forudsættes lodrette, Friktionsvinklen mellem Jord og Mur sættes lig Nul, og der ses bort fra den lodrette Komposant af Jordtrykket paa Jordprismets Bagside.

Af Jordtrykkene paa Murens For- og Bagside findes da det væltende Moment pr. lb. m. af Muren, M_{100}, og Hensynet til Stabiliteten kræver:

$$1{,}5\, M_{100} = H \cdot L \cdot 1 \cdot \gamma \cdot \frac{L}{2};$$

altsaa

$$L = \sqrt{\frac{3\, M_{100}}{H\, \gamma}} \qquad (124)$$

Trykket under Murens Forkant kan findes af Formel (123), Side 159:

$$\sigma = \frac{(P+G)^2}{7500 \cdot B\,[A\,(P+G) - 2\,M]},$$

hvor $P = 0$, $G = H\,L\,\gamma$, $B = 1$, $A = L$, $M = M_{100}$.

Man faar:

$$\sigma = \frac{H^2\,L^2\,\gamma^2}{7500\,(H\,L^2\,\gamma - 2\,M_{100})}$$

og ved Indførelse af (124):

$$\sigma = \frac{3\,M_{100}\,H\,\gamma}{7500\,(3\,M_{100} - 2\,M_{100})} = \frac{H\,\gamma}{2500} \qquad (125)$$

Hvis denne Værdi overskrider den tilladelige Paavirkning (for god Byggegrund 5^{at}), maa den vandrette Plade gøres længere, end (124) angiver.

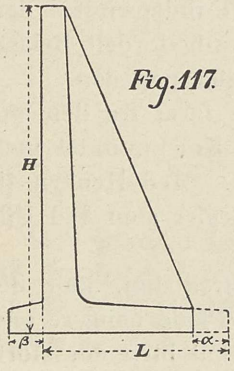


Fig. 117.

Undertiden rykkes den lodrette Plade tilbage, saa der dannes en fremspringende Taa (Fig. 117), men Totallængden af den vandrette Plade maa da forøges lidt. Er nemlig Fremspringet β, og skærer man samtidig et Stykke α af Pladen bagtil, bliver Betingelsen for, at Stabiliteten ikke ændres (idet der ses bort fra Taaens Belastning):

$$\tfrac{1}{2}\,\gamma H\,L^2 = \gamma\,H\,(L-\alpha)\left(\beta + \frac{L-\alpha}{2}\right)$$

$$\tfrac{1}{2}\,L^2 = (L-\alpha)\,\beta + \tfrac{1}{2}\,(L^2 + \alpha^2 - 2\,\alpha\,L)$$

$$\beta = \alpha\,\frac{L - \tfrac{1}{2}\,\alpha}{L-\alpha}$$

β bliver altsaa altid større end α, men saalænge Fremspringet er lille, er Differensen forsvindende.

For $\alpha = 0{,}1\,L$ findes $\beta = 0{,}1055\,L$, og saa maa det erindres, at Murens og Jordens Vægtfylde er regnet ens. Vejer den lodrette Plade P^{kg} mere end forudsat, vil det hæmmende Moment blive $P\beta$ større end forudsat, og et lille

Fremspring kan derfor godt stille sig økonomisk. Ganske bortset fra om der spares Materiale eller ej, kan Hensynet til Udgravningens Beliggenhed gøre en Tilbagerykning af den lodrette Plade ønskelig.

Kommer man til en altfor stor Godstykkelse ved de beskrevne Konstruktioner, anbringes med passende Mellemrum lodrette **Ribber** med Armering i Bagsiden (Fig. 117), medens Pladerne beregnes som bærende fra Ribbe til Ribbe.

Da Lasten her, modsat Etageadskillelsernes, virker til at skille Pladerne fra Ribben, maa Pladernes Jærn bøjes op om Ribbens eller fæstes til denne med saa mange Bøjler, at de kan optage hele Trykket paa Pladen som Træk.

Se iøvrigt Beton & Eisen 1907, Side 89.

---

8. Siloer.

Siloer kan enten bestaa af **eet stort Rum** med flere Bundaabninger eller af høje sammenbyggede Celler, hver med sit Udløb.

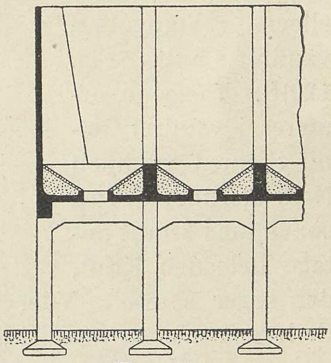


Fig. 118.

De første bruges f. Ex. til Gasværkernes Kuloplag, og Bunden kan da udføres som en almindelig Etageadskillelse (Fig. 118) med krydsarmerede Plader, der hviler paa Bjælker af 4—6 m Spændvidde, eller af almindelige Plader baarne af sekundære Bjælker i 2—3 m Afstand fra hverandre.

Midt i hvert Felt anbringes et Hul, og ved Fyldbeton eller paa anden Maade dannes der et tragtformet Tilløb til Aabningen[1]).

---

[1]) Betonkalender 1907, Side 258.

Hvis Bjælkerne helt eller delvis lægges op i Fyldbetonen, som vist paa Figuren, gør Pladen forneden ingen Nytte og kan udelades, naar man armerer Tragten og lader den være Bund i Siloen (Fig. 119)[1].

Fig. 119.

Sidevæggene dannes af Jærnbetonplader mellem lodrette Ribber, der indspændes i Dragerne og muligvis holdes sammen foroven af Tagkonstruktionen. De beregnes som Støttemure (Side 166).

Hvis Siloen tømmes gennem Sideaabninger (f. Ex. ved Hjælp af Transportsnegl), kan dens Bund undertiden ligge i Terrænhøjde og bestaa af en massiv Betonkage; man har da blot at sørge for en solid Forankring af Væggens Ribber.

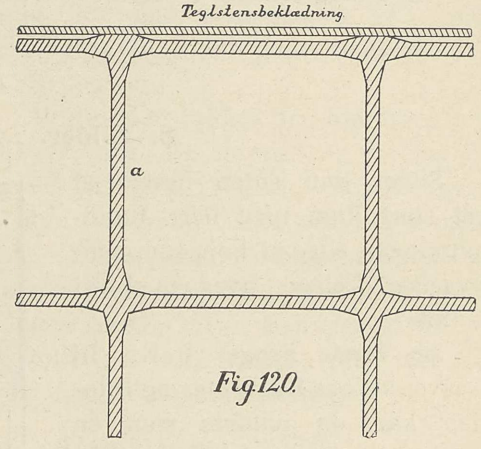


Fig. 120.

Cellesiloer[2]) har hyppigst kvadratisk eller rektangulært vandret Snit (Fig. 120)[3]). Væggene armeres i vandret Retning med dobbelt Næt. Jærnet i en Væg som *a* maa kunne optage hele den Kraft, der søger at vælte Ydervæggen ɔ: det totale Tryk paa en Cellevæg. Denne Paavirkning fremkommer, naar bægge de ved *a* adskilte Celler er fyldte. Naar kun den ene Celle er fyldt, bliver Trækket halvt saa stort, men samtidig kommer der Bøjningsspændinger i Væggen.

Ved Beregningen af disse betragtes Cellevæggen som fuldstændig indspændt, saa at Momentet i Midten bliver

[1]) Der Portlandcement und seine Anvendungen, 3die Udg. Side 520.
[2]) Beton & Eisen 1903, Side 6; 1905, Side 240; 1907, Side 94.
[3]) Wayss & Freytag: Der Eisenbetonbau, 2den Udg. Side 225.

$M_{100} = \frac{1}{24} p L^2$, i Hjørnerne $M_{100} = \frac{1}{12} p L^2$ under Forudsætning af konstant Vægtykkelse. Er de nødvendige Dimensioner i Midten h og f, bliver de i Hjørnerne $\sqrt{2}$ Gange saa store, altsaa 1,41 h og 1,41 f. Ved at gøre Pladetykkelsen i Hjørnet dobbelt saa stor som i Midten, kan man beholde samme Jærnindlæg overalt, idet man har 1,41 h:2 h = f:1,41 f (se Side 73). Dette Ræsonnement er dog naturligvis ikke korrekt, thi naar Væggens Tykkelse varierer, faar Momenterne andre Værdier.

Cellevæggene er kun fuldstændig indspændte, naar Cellerne er kvadratiske. Er der Forskel paa Længden af de to Sider, bliver Formlerne mere indviklede.

Er bægge Vægge lige tykke, og tages der ikke Hensyn til de tilstødende Vægges Indvirkning, faas Hjørnemomentet (Fig. 121):

$$M_{100} = -\frac{1}{12} p \frac{L^3 + B^3}{L + B}, \quad (126)$$

og Væggene kan da beregnes som simpelt understøttede Bjælker, der ved Vederlagene er paavirket af det nævnte Moment.

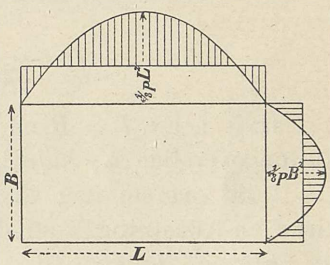


Fig. 121.

Har Siloen stort Tværsnit, bliver Væggene for tykke, naar de laves massive, og man opløser da i Plader og vandrette Bjælker, hvis Afstand passende kan varieres saaledes, at de lodret armerede Plader faar samme Tykkelse overalt[1]).

Er Siloen lav i Forhold til Tværmaalet, kan Trykket paa Væggene beregnes ganske som ved Støttemure for Jord.

Ved **store Højder** vil derimod Friktionen mellem Væggene og Siloindholdet bevirke, at Trykket bliver konstant i en vis Dybde.

Dette kan indses paa følgende Maade: Vi betragter et 1 m tykt Lag af rektangulært Tværsnit $L \cdot B$. Det giver og

[1]) Beton & Eisen 1906, Side 62.

faar et Sidetryk af p kg/m^2. Er Friktionsvinklen mellem Væggen og Indholdet φ_1, Friktionskoefficienten altsaa $tg\,\varphi_1$, bliver Friktionen, der modsætter sig Nedsynkningen $p\,tg\,\varphi_1$ kg/m^2, og hele den opadvirkende Kraft paa Laget $1 \cdot 2\,(L + B)\,p\,tg\,\varphi_1$.

Hvis Lagets Belastning er P^{kg} og dets Vægt γ kg/m^3, vil det underliggende Lag derfor kun faa Belastningen $P + 1 \cdot L \cdot B \cdot \gamma - 2\,(L + B)\,p\,tg\,\varphi_1$. Følgelig vil Tilvæxten blive Nul, naar:

$$L\,B\,\gamma = 2\,(L + B)\,p\,tg\,\varphi_1\,;$$

altsaa i den Dybde, hvor:

$$p = \frac{L\,B\,\gamma}{2\,(L + B)\,tg\,\varphi_1}. \qquad (127)$$

Hvis f. Ex. $L = B$ og $tg\,\varphi_1 = \frac{1}{4}$, vil Sidetrykket aldrig kunne overstige $L\,\gamma$ kg/m^2.

I de øverste Lag vil Friktionen naturligvis ogsaa bevirke en Aflastning, som der imidlertid ingen Anledning er til at tage Hensyn til. Man beregner eller konstruerer derfor Sidetrykket ligesom ved Støttemure, men benytter kun de fundne Værdier ned til den Dybde, H^m, hvor Trykket er blevet lig den ved Formel (127) bestemte Værdi, paa det øvrige Stykke regnes med dette konstante Tryk.

Bunden bliver da ogsaa kun at beregne for det Tryk, der svarer til Belastningshøjden H.

Ser man bort fra Friktionen mellem Væg og Siloindhold ($\varphi_1 = o$), og det er det sikreste og simpleste, bliver Trykket i en vilkaarlig Dybde H^m under Overfladen:

$$p = \gamma\,H\,tg^2\left(45^0 - \frac{\varphi}{2}\right) \text{kg/m}^2, \qquad (128)$$

hvor φ er Stoffets Friktionsvinkel. Dette er ensbetydende med, at Stoffet betragtes som en Vædske af Vægt $\gamma\,tg^2\,(45^0 - \frac{1}{2}\,\varphi)$ kg/m^3, og det er da inkonsekvent at forudsætte en Maximalgrænse for p. Ikke desto mindre benyttes

(127) og (128) ofte sammen, idet man for de dybere Lag sætter $tg\,\varphi_1 = \frac{1}{3}$ til $\frac{1}{4}$.

Ifølge de Trykmaalinger, man har foretaget i Kornsiloer, leverer Formel (128) meget for store Værdier, naar Kornet er i Hvile, medens de Tryk, man har maalt under Tømningen, stemmer udmærket med Formlen.

For nogle af de Stoffer, der kan være Tale om at oplægge i Silo, findes Konstanterne i efterfølgende Tabel.

	γ kg/m³	φ^0	$\varphi_1{}^0$
Gaskul	7—900	40—45	10
Koks	450		
Cement	1500	20	
Skærver	16—1800	45	
Malt	530	22	
Hvede	700—800	22—25	24
Rug	680—790		
Byg	510—640	27	24
Havre	430—450	28	25
Majs	700	28	23
Gødningskalk	1250	30	

9. Vejbroer.

a. Plade- og Bjælkebroer.

Naar Spændvidden er under 3,5 m, anvendes gerne en almindelig **Plade,** der ved Siderne forsynes med en Forstærkning (Fig. 122) til Begrænsning for Makadamiseringen eller Asfalten og til Optagelse af Rækværket. For at fordele Trykket fra dette kan man indlægge to gennemgaaende Jærnstænger, een indvendig forneden og een udvendig foroven, af hvilke den sidste om fornødent fastholdes med skraa Bøjler.

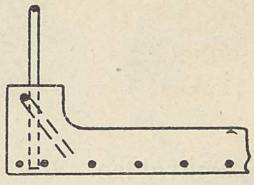


Fig. 122.

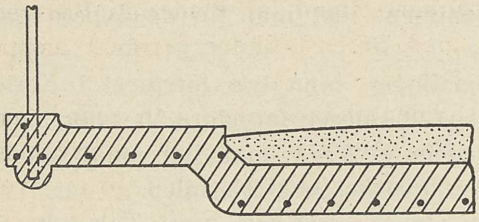


Fig. 123.

Skal der være ophøjet Fortov, kan man give Pladen en tilsvarende Form (Fig. 123)[1].

Naar Spændvidden bliver over 3,5—5 m, anvendes **Bjælkebroer,** og er der tilstrækkelig Konstruktionshøjde, udføres de analogt med Etageadskillelser, idet der anbringes en Række Længdebjælker forbundne med Plader (Fig. 124). Afstanden mellem Bjælkerne kan f. Ex. være 1,3—2 m, den vælges saaledes, at man faar en passende Tykkelse paa Pladen. Denne kan eventuelt rage ud og danne Fortov (Fig. 125)[2]. Bjælkehøjden tages gerne mellem $\frac{1}{10}$ og $\frac{1}{18}$ af

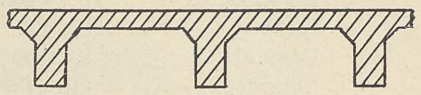


Fig. 124.

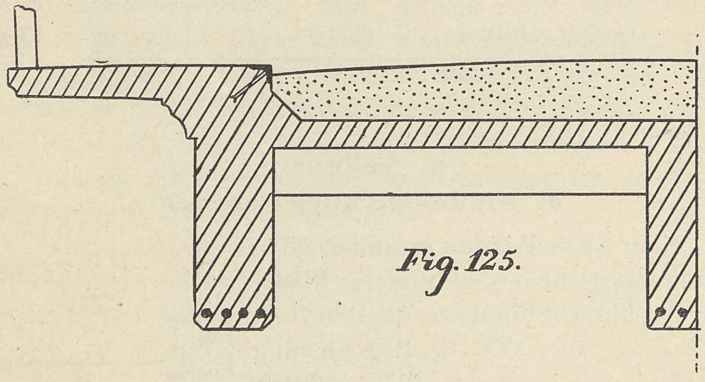


Fig. 125.

Spændvidden. Undertiden indskydes smaa Tværbjælker, saa at man faar Brobanen delt i kvadratiske Plader, og disse Bjælker kan da rage ud og bære Fortovet som Kon-

[1]) Betonkalender 1907, Side 165.
[2]) Beton & Eisen 1905, Side. 84

soller. En saa stor Dragerafstand, at Pladernes Bæreretning falder sammen med Broens, finder derimod næppe Anvendelse ved disse Broer.

Er Konstruktionshøjden indskrænket, kan man, saafremt Broens Bredde ikke overskrider ca. 6 m, anbringe to **Hoveddragere** ved Broens Sider og lade dem rage op over

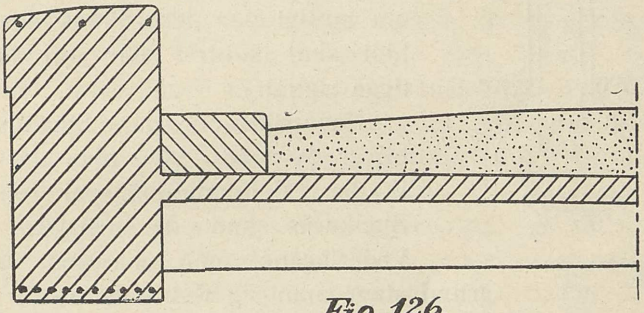


Fig. 126.

Brobanen, eventuelt dannende Rækværk (Fig. 126), og mellem disse Dragere maa der da anbringes lange Tværbjælker[1]). Da Dragerne faar en mægtig Egenvægt, har

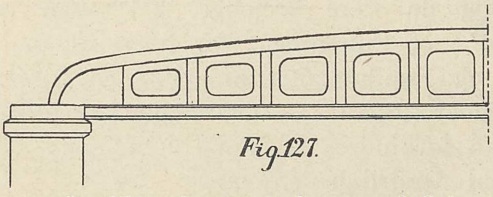


Fig. 127.

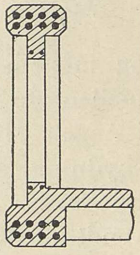


Fig. 128.

man undertiden forsynet dem med firkantede Gennembrydninger (Fig. 127 og 128)[2]), eller konstrueret dem som rigtige Gitterdragere med Diagonaler og Vertikaler. Af saadanne Udførelser findes ikke blot Paralleldragere, men ogsaa Parabel- og Halvparabeldragere.

---

[1]) Beton & Eisen 1903, Side 72; Wayss & Freytag: Der Eisenbetonbau, 2den Udg. Side 192.

[2]) Beton & Eisen 1905, Side 134; 1906, Side 244.

Ogsaa **Visintinibjælker** (se Side 145) bruges til Broer, hvor de lægges Side om Side og overstøbes med en armeret Betonplade til Fordeling af Belastningen[1]). Enkelte Visintinidragere kan anvendes ganske som Jærndragere og f. Ex. bære en Overbygning af Træ. I saadanne Tilfælde støbes Drageren om muligt paa dens Plads, saa den blot skal kantres 90° om for at ligge rigtigt.

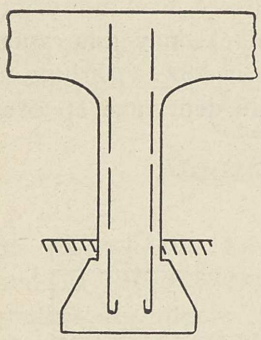


Fig. 129.

Naar Bjælkebroernes Spændvidde bliver over 16—20 m, maa der indskydes Mellemunderstøtninger, og Bjælkerne kan da afbrydes ved Vederlagene, men paa god Byggegrund staar man sig ved at gøre dem kontinuerlige, da man derved sparer Materiale, forudsat at Fagene er nogenlunde ens.

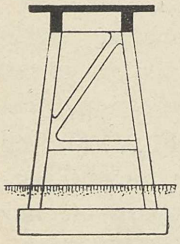


Fig. 130.

Ved kontinuerlige Bjælker kan **Mellemunderstøtningerne** udføres som massive Vægge (Fig. 129)[2]) eller som Aag (Fig. 130). Skal de være drejelige, kan man først støbe et Fundament for hvert af Benene og mellem disse og Fundamentet indskyde en Blyplade mellem to Jærnplader (Fig. 131). Ved nogle Jærnstænger i Aagets Midterplan forhindres en Forskydning, uden at Drejeligheden formindskes. Denne Konstruktion er anvendt af Kaptajn Grut ved en Kulbro paa Valby Gasværk[3]).

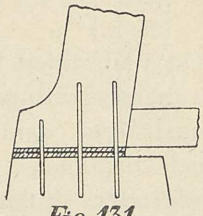


Fig. 131.

Endepillerne kan være af Sten eller Beton og udføres i Almindelighed uden Forbindelse med Bjælkerne. Disse for-

[1]) Ingeniøren 1906, Side 176; Beton & Eisen 1906, Side 220.
[2]) Betonkalender 1907, Side 169.
[3]) Ingeniøren 1907, Side 149.

bindes derimod, hvis Pillen er af Murværk, indbyrdes med en Travers, saa de ikke kan synke uafhængig af hverandre.

Meget høje Dragere bliver undertiden forbundne med Traverser ikke blot ved Vederlagene, men ogsaa andre Steder.

Om **Beregningen** er der ikke meget nyt at sige. Man plejer at forøge den rullende Belastning med 20 % af Hensyn til Stødvirkninger, en Forholdsregel der dog næppe er nødvendig, naar Broen er dækket med Asfalt. De tilladelige Spændinger kan passende sættes til $s_b = 30^{at}$ og $s_j = 1000^{at}$. Paa Grund af den store Egenvægt behøver man ikke at tage Hensyn til Vindtryk, naar Dragerne da ikke er usædvanlig høje.

Hjultryk kan antages at forplante sig ned til Pladens Midte under en Vinkel af 45° fra et rektangulært Areal lig Fælgbredden $\times$ 10 cm (Fig. 132). De Bære- og Fordelingsstænger, der ligger under den saaledes bestemte Pyramides Grundflade, maa da kunne optage Forskydningen, eventuelt i Forbindelse med Betonen.

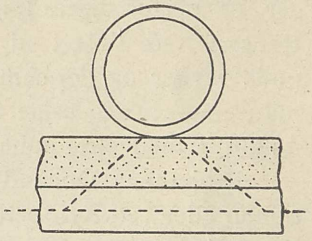


Fig. 132.

Det bøjende Moment, som Hjultrykket fremkalder, vil i Reglen fordele sig over en langt større Bredde, forudsat at de fornødne Fordelingsstænger er tilstede.

Er Pladen kvadratisk, kan man som angivet Side 86 sætte:

$$M_{100} = \tfrac{1}{4} \text{ à } \tfrac{1}{8} P^{kgm}, \qquad (129)$$

naar P er Hjultrykket i kg, og det virker midt i Pladen.

Er Pladen kun understøttet langs to Sider, kan man regne, at en Pladebredde lig $\frac{1}{3}$ af Spændvidden bærer med; saaledes vilde man nemlig gøre, hvis Hjulet stod over en T-Bjælke, og Forskellen mellem de to Tilfælde er blot den, at Jærnet henholdsvis er koncentreret i Ribben og spredt over hele Bærebredden.

Staar Hjulet midt i Pladen, og er denne simpelt understøttet, fremkalder det Momentet $\frac{1}{4} PL$, der altsaa fordeler sig over Bredden $\frac{1}{3} L$, saa at Momentet pr. lb. m. bliver

$$M_{100} = \frac{3}{4} P^{kgm}. \qquad (130)$$

Staar der to Hjul à P^{kg} midt i Pladen, og er Afstanden, A, mellem dem mindre end $\frac{1}{3} L$, bliver der kun en Bærebredde af $\frac{1}{6} L + \frac{1}{2} A$ for hvert Hjul, hvorved Momentet bliver:

$$M_{100} = \frac{\frac{1}{4} PL}{\frac{1}{6} L + \frac{1}{2} A}. \qquad (131)$$

Er Pladen delvis indspændt, kan de givne Momenter reduceres ved Multiplikation med 8:10.

I Forhold til uarmerede Betonbroer og Stenbroer er Jærnbetonbroer spinkle, og deres elastiske Formforandringer er derfor ikke forsvindende. Hertil maa der tages Hensyn ved Valget af det **vandstandsende Lag.** Cementpuds revner og det samme gælder undertiden Stampeasfalt; man maa bruge seige Stoffer som Støbeasfalt, Tagpap og Asfaltfilt med eller uden Blyindlæg.

Brobanens Oprunding kan udføres i selve Konstruktionen eller ved Fyldbeton eller i Slidlaget (Makadamisering). Vandafledningen sker som ved andre Broer.

Er de tilstødende Veje stigende mod Broens Midte, kan man lade Brobanen stige paa samme Maade og holde Bjælkernes Underside vandret, hvorved der vindes Konstruktionshøjde i Midten. Er Vejen vandret, kan man lade Broen falde 2 % mod bægge Vederlag for Vandafledningens Skyld.

Rørledninger og Kabler kan let føres over Broen, enten ophængt frit mellem Bjælkerne eller anbragt i Kanaler, der faas ved at lukke Rummet mellem Fortovsbjælkerne forneden og overdække det med løse Plader.

Som omtalt Side 18 udvider Betonen sig ca. $\frac{1}{1000}$ mm/m for hver Grad, den opvarmes, og for at denne Formforandring ikke skal give Spændinger i Broen, maa denne ved

den ene eller ved bægge Ender, eventuelt ogsaa over nogle af Mellemunderstøtningerne, have Plads til at udvide sig. Kan Temperaturen stige 35° over Monteringstemperaturen, maa der indlægges lodrette Fuger med en samlet Vidde af 0,35 mm pr. m af Broens Længde. Disse Fuger kan overdækkes med et Stykke Bølgeblik eller med to Jærnplader, der glider hen over hinanden.

Har Broen mange Fag, lægger man ofte en Fuge gennem hver 4de Pille, som derved kommer til at bestaa af to adskilte Halvdele, og man vil da i Reglen med Fordel kunne flytte disse noget fra hinanden og lade Nabofagenes Bjælkeender rage ud som Konsoller, der overdækker Aabningen.

Ved smaa Spændvidder (i alt Fald indtil 8 m) støbes Bjælkerne lige paa Pillen, ved store Spændvidder anvendes undertiden Glide- eller Rullelejer, men det er vistnok overflødigt.

---

b. Hvælvede Broer.

Ved **store Spændvidder** bliver Egenvægten saa betydelig i Forhold til den bevægelige Belastning, at man gerne kan

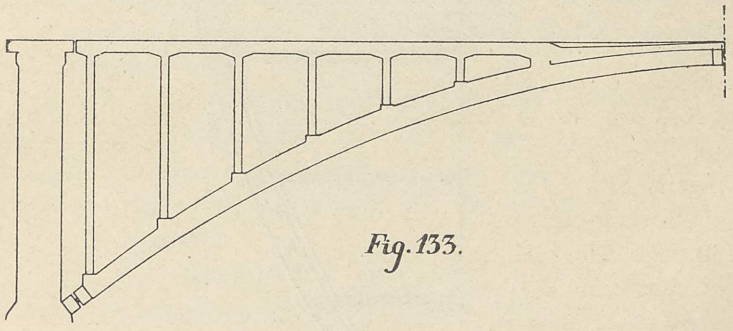


Fig. 133.

forme Hvælvingen saaledes, at der ingen nævneværdige Trækspændinger optræder, og der er da strengt taget ingen Grund til at armere den. Undertiden gør man det dog for at sikre

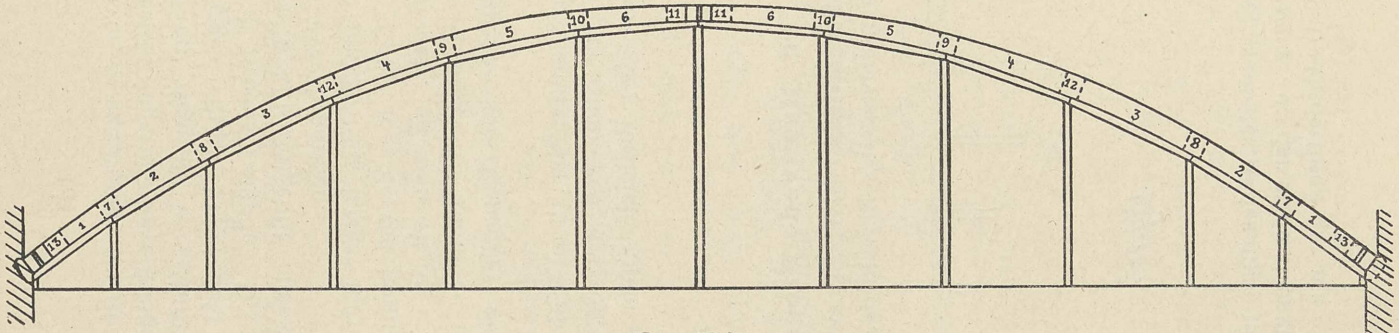


Fig. 134

sig mod de Spændinger, som en lille Afvigelse fra den projekterede Hvælvingsform vilde fremkalde. Isarbroen ved Grünwald (Bayern) (Fig. 133)[1]), der bestaar af to Buer med 70^{m} Spændvidde hver, har saaledes en svag Armering.

Ved **mindre Spændvidder** vil der opstaa væsentlige Trækspændinger, saa man nødes til at bruge store Tykkelser, hvorved Betonens Trykstyrke ikke udnyttes fuldt, og man vil da ofte med Fordel kunne reducere Tykkelsen ved at lade Jærnet optage Trækspændingerne. I saa Fald forsynes Hvælvingen hyppigst med en dobbelt Armering, der udføres ganske som ved Plader.

Angaaende Beregningen henvises til Side 114.

Ved **Betonneringens Udførelse** maa man gaa hensigtsmæssig frem for at undgaa Revner som Følge af Stilladsets Deformation.

Ved Isarbroens Bygning betonneredes først mellem Stilladsets Stolper (Fig. 134), medens Rummet over Knudepunkterne holdtes frit ved opstillede Formvægge. Man begyndte ved bægge Vederlag paa een Gang og arbejdede sig op mod Toppen. Stilladsets Formforandringer som Følge af Belastningen kunde da foregaa uden i ringeste Maade at forstyrre Betonens Hærdning. Derpaa udfyldtes Mellemrummene og ogsaa her tilstræbtes det ikke at faa lange sammenhængende Partier før nødvendigt, saaledes som Nummereringen viser[2]).

Broens synlige Sider beklædes ofte med Kvadere eller støbes af en særlig Beton, der ved Behugning kommer til at ligne Sandsten eller Granit. Denne Beton maa da ved Indstampningen holdes adskilt fra det øvrige f. Eks. ved Vægge af Jærnblik.

Ved stor Spændvidde eller stor Pilhøjde gør man gerne Konstruktionen lettere ved ikke at fylde op over Hvæl-

---

[1]) Wayss & Freytag: Der Eisenbetonbau, 2den Udg., Side 208. — Ingeniøren 1905, Side 79.

[2]) Wayss & Freytag: Der Eisenbetonbau, 2den Udg, Side 204.

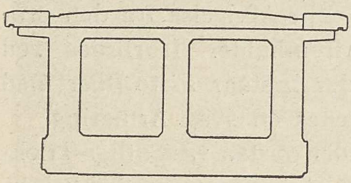


Fig. 135.

vingen, men lade Brobanen bæres af Længdevægge (Fig. 135)[1] Tværvægge (Fig. 136)[2] eller Søjler (Fig. 133 og 137[3]).

I Stedet for en gennemgaaende Hvælving af Broens Bredde kan ogsaa rektangulære **Buedragere** benyttes, der bærer Brobanen paa Søjler (Fig. 138 a og b) eller ophængt i Hængestænger. I sidste Tilfælde kan de eventuelle Trækstænger skjules i Brobanen.

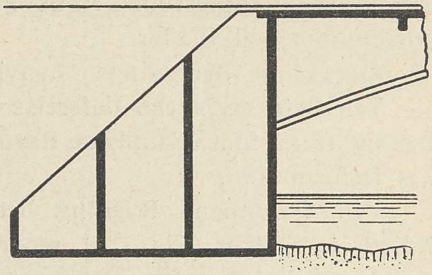


Fig. 139.

Buebroernes **Vederlag** kan udføres som massive Piller, men man kan ogsaa støbe Kasser af Jærnbeton (Fig. 139), der fyldes med Jord, hvorved megen Beton spares[4]).

En særlig genial Vederlagskonstruktion (Fig. 140)[5]) er udtænkt af Professor *Möller* (Braunschweig). Han anbringer en vandret Jærnbetonplade ud for det Punkt, hvor Horizontaltrykket virker. Naar denne Plade er belastet med en høj Jorddæmning, vil Friktionen paa dens Underside være tilstrækkelig stor til at hindre en Bevægelse. Konstruktionen er f. Ex. benyttet ved Amtmand Hoppes Bro over Gudenaaen[6]).

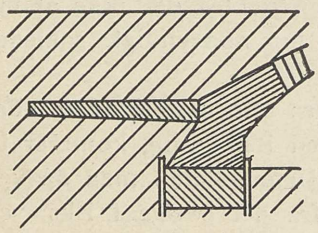


Fig. 140.

---

[1]) Wayss & Freytag: Der Eisenbetonbau, 2den Udg., Side 198.
[2]) Wayss & Freytag: Der Betoneisenbau, Side 43.
[3]) Beton & Eisen 1903, Side 66.
[4]) Betonkalender 1907, Side 48.
[5]) Beton & Eisen 1904, Side 72.
[6]) »Ingeniøren« 1905, Side 331.

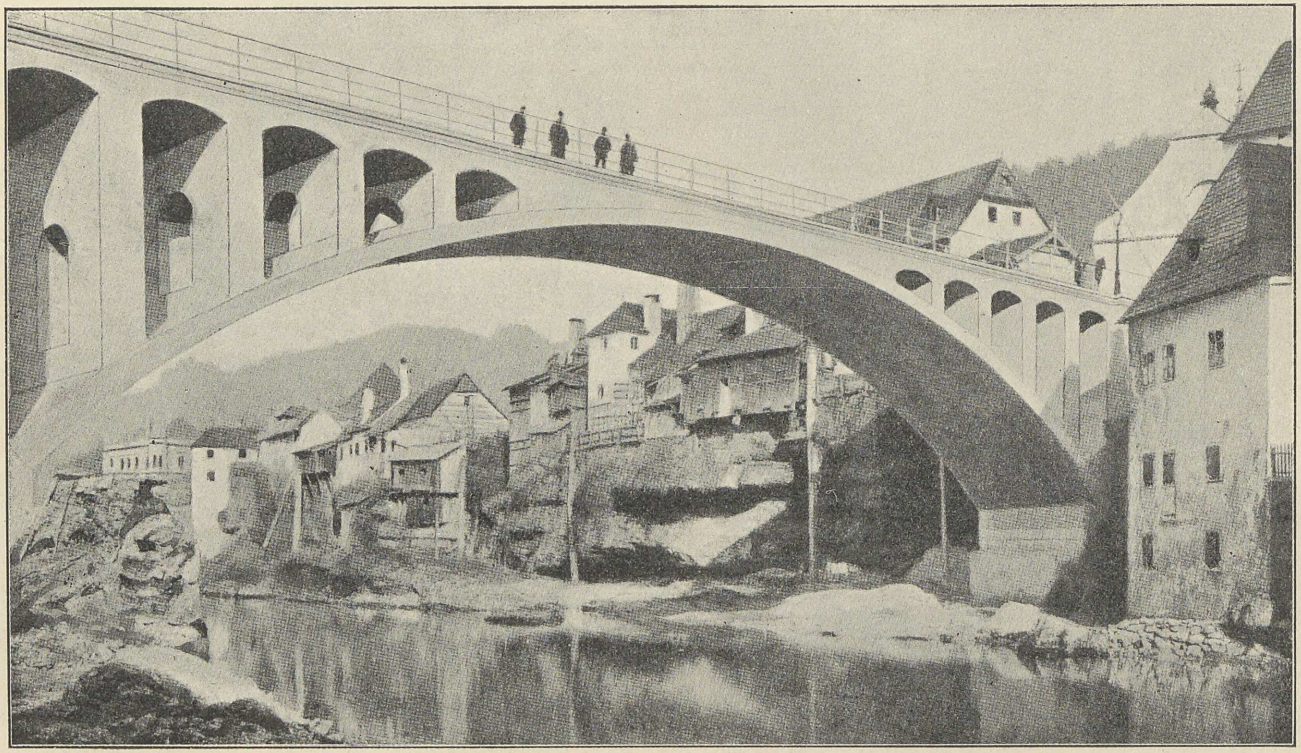


Fig. 136.

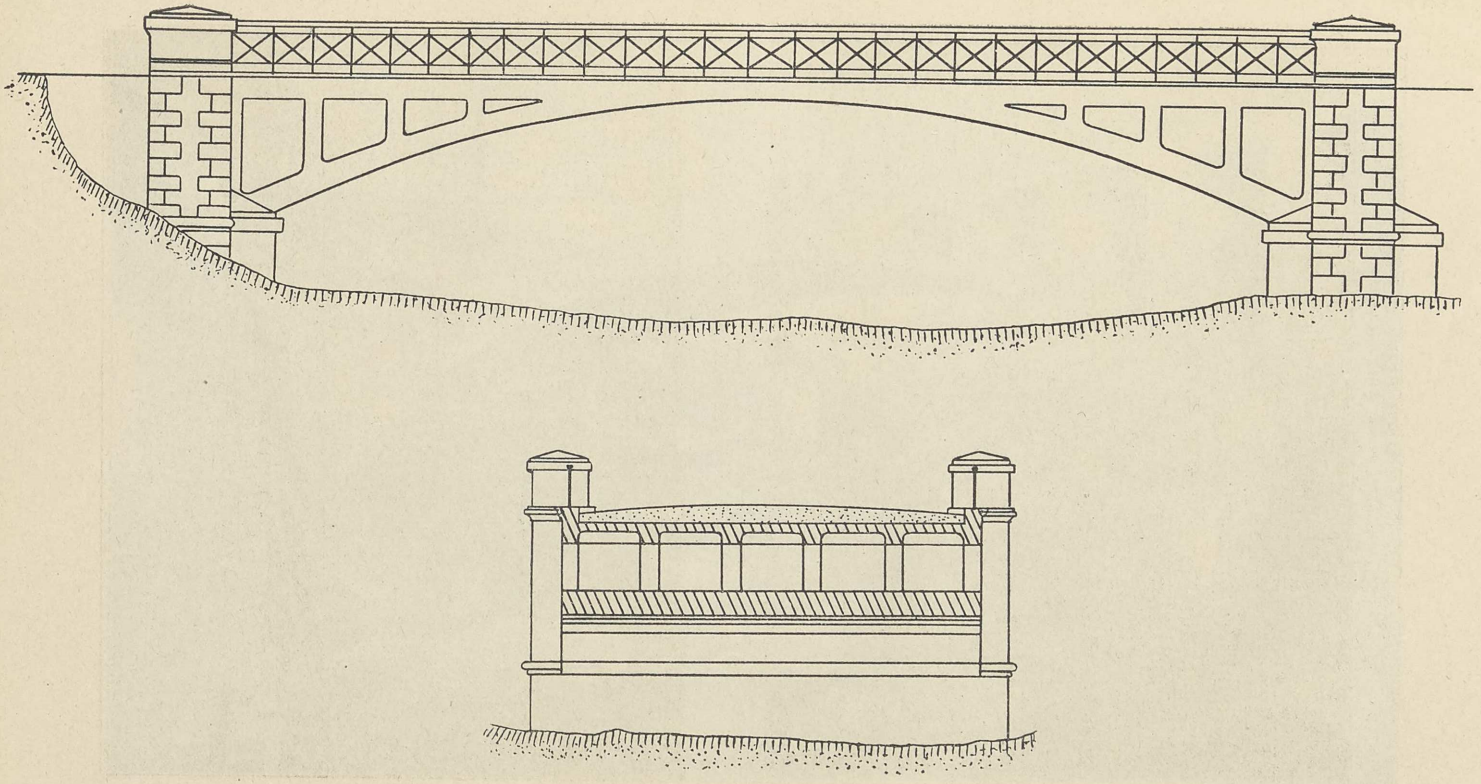


Fig. 137.

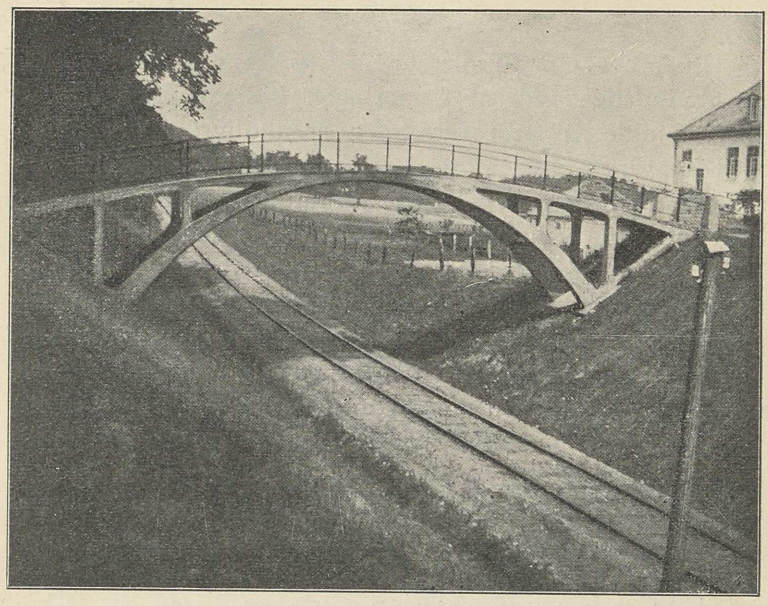


Fig. 138 a.

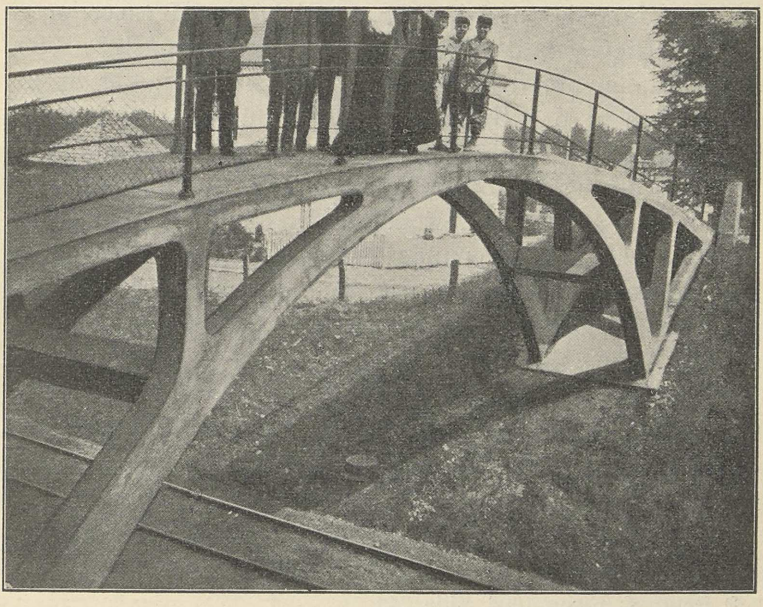


Fig. 138 b.

Buebroer efter Professor *Melans* System[1]) afviger fra de almindelige ved, at Armeringen bestaar af Profiljærn eller spinkle Gitterdragere, der er indbyrdes forbundne med Traverser, saa at de ogsaa er stabile, inden de omstøbes. Man opnaar derved at kunne ophænge Forskallingen direkte i Jærnet, saa at Stilladset spares eller i alt Fald reduceres betydelig, og det trykkede Jærn udnyttes bedre, idet Størstedelen af Broens Egenvægt bæres af Dragerne. Har Jærnet saaledes en forlods Trykspænding af 400^{at} fra Egenvægten, vil den senere tilkommende Belastning, overfor hvilken Jærnet arbejder sammen med Betonen, give en Spændingstilvæxt af $15\,\sigma_b$. Er altsaa Betonspændingen 40^{at}, bliver Spændingstilvæxten i Jærnet $15 \cdot 40 = 600^{at}$, saa at den totale Jærnspænding bliver 1000^{at} sammen med 40^{at} i Betonen.

Alle de beskrevne Hvælvinger kan udføres som 2- eller 3-hængslede Buer eller helt uden **Hængsler**. Naar saadanne indskydes, er det dels for at simplificere Beregningen, dels for at sikre sig mod Revner, og i bægge Henseender er der naturligvis mest vundet ved at bruge 3-hængslede Buer, som desuden har den Fordel, at der ikke kommer Spændinger i dem paa Grund af Temperaturvexlinger og paa Grund af smaa Bevægelser af Vederlagene; paa daarlig Bund er de derfor absolut at foretrække, naar man overhovedet tør anvende en Konstruktion med Sidetryk.

Der er saaledes mange Fordele ved Hængslerne, og selv om man ønsker en stiv Bue, benyttes de ofte rent provisorisk og indstøbes efter Afskallingen, naar Buen har sat sig.

Stenhængsler[2]) blev foreslaaet af *Winkler* og første Gang anvendt af *Köpcke*, Dresden. I Reglen bruges Granit eller Sandsten, Beton bliver vanskeligt stærkt nok. Buen

---

[1]) Beton & Eisen 1903, Side 165; Lütken: Stenbroer og Træbroer, 2den Udg., Side 120.

[2]) Beton & Eisen 1906, Side 249.

ender med en konvex, cirkulær Runding (Fig. 141), der støtter mod den plane eller konkave Vederlagssten, og det eventuelle Tophængsel dannes paa lignende Maade af en konvex og en konkav Flade.

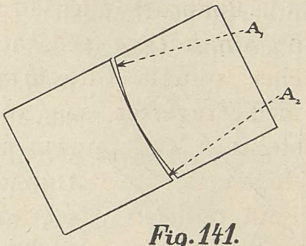


Fig. 141.

Den største Trykspænding kan i Følge *Hertz* beregnes af:

$$\sigma = \frac{0{,}75}{100} \sqrt{\left(\frac{1}{A_1} - \frac{1}{A_2}\right) \frac{P E}{\pi L}}, \qquad (132)$$

hvor A_1 og A_2 er Radierne, P Trykresultanten, E Kvadernes Elasticitetskoefficient og L Buens Spændvidde. Men den saaledes fundne Værdi kan uden Fare være 4—5 Gange større end den Paavirkning, man ellers regner med, da Trykket kun virker langs en smal Strimmel. Man har nemlig fundet ved Forsøg, at naar et Stenlegeme er centralt paavirket, men saaledes at Kraften er fordelt over hele den ene Endeflade, F, og kun over et Areal, $\triangle F$, af den modstaaende Flade, har man i al Almindelighed:

$$S_c' = S_c \sqrt[3]{\frac{F}{\triangle F}}, \qquad (133)$$

hvor S_c' er Brudspændingen i kg pr. cm^2 af $\triangle F$, medens S_c er Stenens almindelige Tærningestyrke.

Ved Neckarbroen i Hochberg er Granitvederlaget plant, A = 5 m og Trykspændingen 280 at. I Almindelighed holder man sig dog under 200 at og 90 at henholdsvis for Granit og Beton.

Jo mindre man gør Forskellen mellem A_1 og A_2, desto større bliver Berøringsfladens Bredde og desto mindre σ, men Kraftens Angrebspunkt bliver da heller ikke saa nøjagtig bestemt.

Inden Stenhængslernes Tid benyttedes **Blyhængsler**, første Gang 1885 af *v. Leibbrand*, Stuttgart, nemlig som

midlertidige Hængsler. Han brugte 2 cm tykke Blystrimler af samme Længde som Vederlagskvaderne (60—80 cm) og med Bredden lig $\frac{1}{3}$ af Fugens (Fig. 142), saa at Trykresultanten ikke kunde falde udenfor Tværsnittets Kærne. Ved senere Udførelser forøgede han Bevægeligheden ved at formindske Blybredden saa vidt, at Spændingen steg indtil 100 at, hvilket næsten er Flydegrænsen (120 at) for Blyplader under disse Forhold. Virker Trykket ikke centralt, vil Blyet flyde ved den overbelastede Side, saa Trykket atter centreres. Naar Blyet anbringes mellem Granitkvadere, vil Spændingen i disse være ufarlig af den ovenfor nævnte Grund (Formel 133).

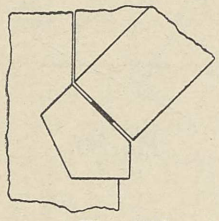


Fig. 142.

I enkelte Tilfælde er man gaaet endnu højere med Trykket, indtil 140 at, men har saa benyttet Haardtbly med en Flydegrænse af 3—400 at.

Efter Afskallingen, naar Hvælvingen har sat sig, bliver Fugen udstøbt med Cementmørtel; undertiden har man dog undladt dette, men saa ogsaa holdt Trykket under 70 at.

Blyhængsler, der tidligere har været anvendt ved Broer af indtil 38 m Spændvidde, bruges nu kun til smaa Broer.

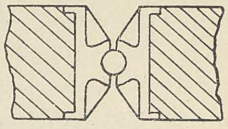


Fig. 143.

Jærnhængsler kan udføres som Bolte af Staalstøbegods hvilende i Støbejærns Stole (Fig. 143), eller blot bestaa af en konkav og en konvex Flade ligesom Stenhængslerne. Disse Flader er hyppigst af Staalstøbegods og da enten hvilende i Støbejærns Stole (Fig. 144)[1]) eller støbt i eet med Stolene (Fig. 145). Undertiden har man sammennittet Stolene af Plader og Profiljærn.

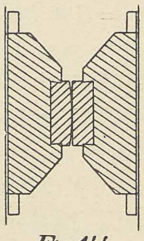


Fig. 144.

Det Tryk efter Hertzs Formel, man byder Staalstøbegodset i disse Hængsler, er meget

[1]) Beton & Eisen 1904, Side 16.

stort; i Grünwaldbroen (Fig. 145)[1] er det 3300 at, i Maximiliansbrücke (Fig. 144) 5830 at; man behøver derfor langt mindre Radier end ved Sten, og en lille Drejning af Vederlaget forskyder da ikke Berøringspunktet saa meget.

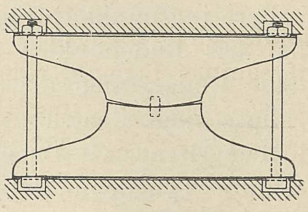


Fig 145.

Under Monteringen kan Hængslet holdes stift ved Bolte (Fig. 145), der senere bortmejsles. Efter Afskallingen udstøbes det undertiden med Beton, undertiden ikke.

For at de to Flader ikke skal forskyde sig i Forhold til hinanden, er det sikrest at forbinde dem med en Tap (Fig. 145), og ved 3-hængslede Buer er det absolut nødvendigt. Hvis nemlig Broen er ubelastet eller totalt belastet, saa der er Symmetri om Tophængslet, vil dette kun kunne

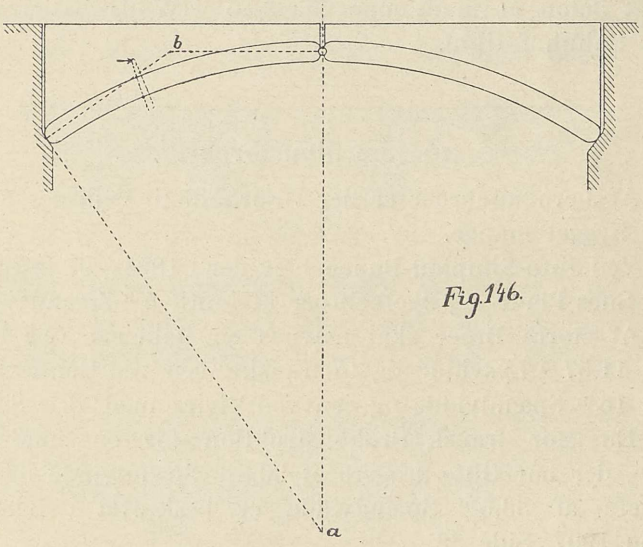


Fig 146.

bevæge sig op eller ned, medens den øjeblikkelige Bevægelsesretning i Vederlagshængslet er angivet ved Tangenten

[1] Wayss & Freytag: Der Eisenbetonbau, 2den Udg. Side 204.

i Berøringspunktet (Fig. 146). Men naar den ene Buehalvdels Endepunkter er tvungne til at bevæge sig paa disse Linier, maa dens Tyngdepunkt bevæge sig paa en Ellipse med Centrum i *a*. Hvis der ingen Friktion er i Hængslerne, vil Buen altsaa uvægerlig styrte ned, med mindre Tyngdepunktet ligger i Ellipsens øverste Punkt, hvor Tangenten er vandret, i saa Fald er der labil Ligevægt, som den mindste Rystelse kan forstyrre. Ved Stenhængsler er Friktionen stor nok til at hindre denne Bevægelse, ved Jærnhængsler ikke, og da det øjeblikkelige Drejningscentrum, *b*, for flade Buer ligger tilhøjre for Tyngdepunktet, vil Bevægelsen være opadgaaende for Tophængslet og nedadgaaende for Vederlagshængslet, som det ogsaa viste sig ved Maximiliansbrückes Nedstyrtning.

Den **største Spændvidde**, man foreløbig er naaet til med armerede Buer, er 70 m (Broen ved Grünwald); med uarmeret Beton er man oppe paa 65,5 m (Wallstrassenbrücke over Bahnhof Ulm).

---

10. Jærnbanebroer.

Af Jærnbanebroer er der i Forhold til Vejbroer endnu ikke bygget mange.

Ved Jura-Simplon-Banen blev der i 1894—97 bygget en halv Snes Plade- og Bjælkebroer af indtil 5 m Spændvidde[1]).

Af større Broer skal nævnes en italiensk ved Lecco med 11,57 m Lysvidde og to franske, een ved Gennevilliers med 16 m Spændvidde og een ved Viviez med 20 m Spænd.

En stor fransk Brokonstruktion for en smalsporet Bane, der har Gitterdragere af 30,2 m Spændvidde og Buedragere af 33,6 m Spændvidde er beskrevet i Beton & Eisen 1907, Side 38.

Nogle har ment, at Rystelserne kunde løsne Forbindelsen mellem Jærnet og Betonen, men noget saadant er

---

[1]) Beton & Eisen 1903, Side 74.

aldrig konstateret. Ved Jærnbroernes Opkomst havde man jo lignende Ængstelser.

Man søger dog at indskrænke Stødvirkningerne saa meget som muligt ved at bruge gennemgaaende Skinner og føre Ballasten med over Broen, hvorved man tillige opnaar de bedste Forhold for Sporets Vedligeholdelse.

Almindelige **Plader** bruges ved smaa Spændvidder og forsynes med en opstaaende Kant ved Siderne til at holde paa

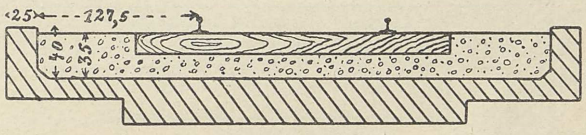


Fig. 147.

Ballasten. Undertiden gør man den Del af Pladen, der ligger under Svellerne, tykkere end de yderste Dele (Fig. 147)[1].

Ved større Spændvidder opløses som sædvanlig i **Bjælker** og Tværplader, der i Reglen ikke gøres under 15 cm

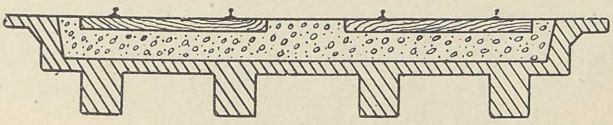


Fig. 148.

tykke (Fig. 148)[2]. Undertiden lægges to Bjælker under hver Skinne, for at denne skal faa et mere elastisk Leje (Fig. 149)[1], men det har næppe noget at betyde. Det anbefales

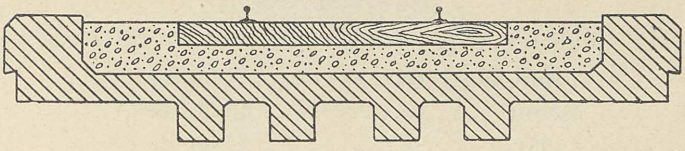


Fig. 149.

[1]) Beton & Eisen 1906, Side 188.
[2]) Beton & Eisen 1903, Side 74.

som økonomisk at tage $h = 30\sqrt{L}$, naar Konstruktionshøjden er tilstrækkelig; L er Lysvidden i Meter.

Ved Spændvidder over 6 m har man benyttet to ydre **Hoveddragere,** med Brobanen i halv Højde (Fig. 150)[1])

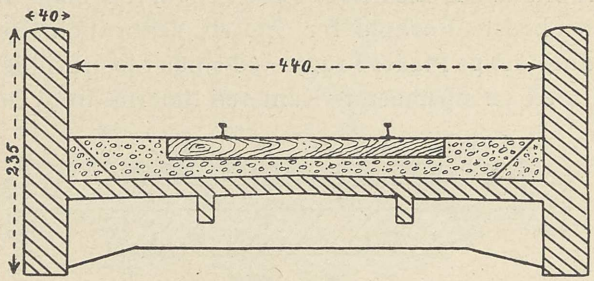


Fig. 150.

baaren af Tværdragere med sekundære Længdedragere. Disse Spændvidde holdes mindre end Sporvidden.

Er Broen dobbeltsporet, deler man den undertiden i to, der kun har Isoleringslag fælles.

Isoleringen kan udføres af Tektolith (Jutevæv omgivet af Asfalt), Asfaltfilt med eller uden Blyindlæg, eller lignende seige Stoffer. Det dækkes med 2—3 cm Cementpuds for ikke at blive beskadiget af Stophakkerne.

Til Slut skal nogle østrigske og tyske **Forskrifter** for Beregningen af Jærnbetonbroer anføres.

De **østrigske Bestemmelser** af 1906 for Jærnbanebroer lyder i Uddrag som følger:

A. Beregning.

1. Følgende Vægte lægges til Grund for Beregningen:

Blødt Martinstaal	7850	kg/m³
Beton	2400	—
Lerfyld	1800	—
Sand	1600	—
Skærveballast	1900	—

[1]) Betonkalender 1907, Side 231.

Isoleringslag	1200	kg/m³
Træsveller	900	—
Sporet	60	kg/m.

2. (Her angives Belastningstoget). Hvis det største Bøjningsmoment fremkommer ved Belastning med kun een Axe, skal dennes Tryk forøges til 20 t (fra 16 t).

3. Hvis Højden af Fyld og Ballast ikke overskrider 50 cm, skal de bøjende Momenter bestemmes, som om Hjulene stod direkte paa Betonen. Spændvidden regnes fra Midte til Midte af Vederlag. For Beregningen af Forskydningsspændingerne antages den under Punkt 4 angivne Lastfordeling.

4. Med Hensyn til Hjultrykkenes Fordeling vinkelret paa Broens Axe antages, at Hjulet belaster Svellen i en Bredde af mindst 10 cm og fra disse Grænser forplanter sig under 45° ned til Betonens Overside. Den saaledes afgrænsede Brostrimmel skal, selv om den skæres løs fra Omgivelserne, kunne bære den paagældende Last fra Vederlag til Vederlag. (Denne Fordring fører til Konstruktionen Fig. 149).

Pladerne mellem Bjælkerne beregnes som ensformig belastede, og i det mindste som delvis indspændte, medens Bjælkerne beregnes som simpelt understøttede.

5. Der ses bort fra Betonens Trækstyrke, og n sættes lig 15.

6. Ved Beregning af Jærnets Forskydningsspænding medtages alle de Jærn, der træffes af et gennem det paagældende Punkt under 45° lagt Snit.

7. De tilladelige Paavirkninger er:

For blødt Martinstaal:

$$s_j = 750 + 4\,L^{at} \quad (L = \text{Lysvidden i Meter})$$
$$t_j = 600^{at}$$

For Betonen:

Lysvidde:	$\leq 2^m$	$2\text{--}5^m$	$> 5^m$
$s_b =$	35^{at}	30^{at}	25^{at}

samt en Adhæsionsspænding af $4{,}5^{at}$.

8. Beregningerne skal i alle Tilfælde være saa enkle og overskuelige som muligt.

B. Udførelse.

1. Der maa kun anvendes prima Portlandcement, der tilfredsstiller de østrigske Normer, er langsomt størknende og taaler Koge- og Inddampningsprøven. Vægtfylden skal være over 3. Det er Leverandørens Sag, inden Arbejdet paabegyndes, at skaffe de paakrævede Egenskaber attesteret, ligesom han maa opgive, hvorfra Cementen stammer.

2. Sand og Stenmateriale skal være rent og frit for Jord. Sandet maa desuden være skarpt og mindst efterlade 95 % Rest paa en Sigte med 900 Masker pr. cm^2.

Som Singel eller Skærver betegnes alt det Materiale, der bliver liggende paa en Sigte med 5 mm Maskevidde. Stenenes Størrelse maa i Jærnregionen ikke være over Halvdelen af Afstanden mellem Jærnene eller mellem disse og Forskallingen og maa overhovedet aldrig være over 30 mm.

3. Til Armeringen maa kun anvendes blødt Martinstaal, der tilfredsstiller de for Jærnbroer gældende Fordringer, og Jærnet skal prøves efter Forskrifterne, inden det anvendes.

4. Saalænge Højden af Fyld + Ballast ikke overskrider 1 m, skal Betonens Bandingsforhold være 100 Si:100 S:67 C. Ved større Højder kan bruges 100 Si:100 S:50 C.

Underlagskvadere af stampet Beton kan fremtilles af 100 Si:100 S:40 C og Vederlagspiller af stampet Beton af 100 Si:100 S:25 C.

5. Materialernes Blanding skal som Regel ske med dertil egnede Maskiner; naar Haandblanding undtagelsesvis tillades, skal Cementmængden forøges med 10 %.

6. Betonen skal efter 28 Dages fugtig Luftlagring have følgende Minimalstyrke:

Blandingsforhold	S_c	S_t
100 Si:100 S:67 C	210	25
100 Si:100 S:50 C	160	18

Det er Leverandørens Sag at skaffe disse Tal attesteret.

7. Betonen skal være saa plastisk som muligt, ikke jordfugtig, og skal anbringes i tynde Lag. Det maa paases, at Mørtlen overalt lægger sig tæt om Jærnet.

8. Jærnindlægget skal saavidt muligt være gennemgaaende. Er det absolut nødvendigt at støde Jærnet, maa det ikke ske ved Sammenkrogning, men enten ved Overdækning eller omhyggelig Svejsning (»wobei die Schweisszstelle, ebenfalls gedeckt sein muss«). Overdækningens Længde skal ved Rundjærn være mindst 30 *d*, ved Profiljærn lige saa stor som ved Rundjærn med samme Tværsnitsareal.

Snavsede, fedtede og rustne Jærnstænger maa ikke indlægges, men skal først grundigt renses, hvis det er nødvendigt ad kemisk Vej ved Afvadskning med fortyndet Svovlsyre og paafølgende Bestrygning med Kalkmælk. De saaledes rensede Jærn skal inden Anvendelsen overstryges tæt med ikke altfor flydende Cementgrød, og Cementen skal være hærdnet inden Jærnene indstøbes.

Paa Steder, hvor mange Jærn krydser hinanden, skal der sættes frisk Cementgrød til Betonen under Indstampningen.

9. De færdige Jærnbetonkonstruktioner skal vandes i de første 8—14 Dage eller dækkes med et fugtigt Sandlag.

10. Forskallingen skal udføres omhyggeligt og solidt; den maa være saa svær og have saa stærke Forbindelser og Understøtninger, at de foreskrevne Former og Dimensioner af Bygværket nøjagtigt fremkomme. Den maa endvidere tillade, at Betonen indstampes i tynde Lag, og den skal let og farefrit kunne fjærnes under Bibeholdelse af de endnu nødvendige Støtter. De Trædele, som kommer i Berøring med Betonen, skal være glathøvlede og, hvis det er nødvendigt, indfedtede.

Aabne Fuger maa kun forekomme i den Udstrækning, som nødvendiggøres af Hensynet til, at Træets Udbulning ikke skal forstyrre Betonens Størkning. Vidden af saadanne Fuger er 5—8 mm.

11. Tidspunktet for Afskallingen afhænger af Vejrlig, Egenvægt og Spændvidde og maa som Regel først falde 4—6 Uger efter Støbningen. Afskallingen skal foretages meget forsigtigt. Sideforskallingen kan dog fjærnes, saasnart Betonen er hærdnet tilstrækkeligt.

Indtræder der Frost under Hærdningen, skal Afskallingsfristen forlænges med Frostperioden.

Løse Jærnbetonplader maa først henlægges 28 Døgn efter Støbningen.

Ingen Konstruktionsdel maa udsættes for Totalbelastning før 6 Uger efter, at den er afskallet eller henlagt. I denne Periode maa den kun bære lette Belastninger, Arbejdere med Trillebøre o. s. v., og Konstruktionen skal først dækkes med Brædder, Bjælker og desl.

12. Arbejdet skal udføres af paalidelige, skolede Arbejdere under stadigt Opsyn af Teknikere, der er fortrolige med Jærnbetonkonstruktioner, eller af bevisligt kyndige og samvittighedsfulde Formænd.

Berlinerdistriktets Jærnbanedirektion har udstedt nogle foreløbige Bestemmelser[1]), i Følge hvilke de almindelige Formler kan anvendes til Jærnbeton under Tag, der ikke er udsat for Vejrlig, Væde og Røg, medens Konstruktioner i det fri skal have saa smaa Trækspændinger, at virkelige Revner er udelukket. Entreprenøren skal i 36 Maaneder garantere for at saadanne Revner ikke opstaar. Overfladiske Svindridser er naturligvis tilladt.

Entreprenøren skal støbe 4 uarmerede Bjælker af den anvendte Beton, idet der pr. Liter ikke bruges flere Stamp end ellers. Bjælkernes Dimensioner og Belastningsmaaden skal være som Fig. 46 (Side 76) viser. Af Brudlasten efter 28 Døgns Hærdning beregnes Trækspændingen ved Formlen

$$S_t = \frac{100\ M}{\frac{1}{6}\ b\ a^2}.$$

[1]) Zentralbl. der Bauverw. Nr. 52, 1906; Beton & Eisen 1906, Side 174.

Den mindste Værdi af S_t lægges til Grund ved Bestemmelsen af den tilladelige Trykspænding.

Trykstyrken, S_c, bestemmes paa lignende Maade ved 4 Tærninger med 30 cm Sidelinie.

Der regnes med $E_j = 10\,E_b$ og indlægges saa meget Jærn, at dette alene kan optage Trækkraften med den nedenfor angivne Spænding, men desuden skal Betontrækspændingen holdes under en vis Værdi.

De tilladte Paavirkninger er:

A. For Jærnbanebroer med Spændvidde $L \leqq 5$ m:

$$s_j = 800 \text{ at}$$

Ballasthøjde	15 cm	50 cm	$\geqq$ 80 cm
$s_b =$	$\frac{1}{5}\,S_c$	$\frac{1}{4}\,S_c$	$\frac{1}{3}\,S_c$
$s_b^t =$	$\frac{2}{5}\,S_t$	$\frac{2}{4}\,S_t$	$\frac{2}{3}\,S_t$

B. For Jærnbanebroer med Spændvidde $L \geqq 20$ m samt for Vejbroer:

$$s_j = 1000 \text{ at}$$

Ballasthøjde	15 cm	$\geqq$ 50 cm
Vejbefæstelsens Tykkelse	$\leqq$ 15 -	$\geqq$ 40 -
$s_b =$	$\frac{1}{4}\,S_c$	$\frac{1}{3}\,S_c$
$s_b^t =$	$\frac{2}{4}\,S_t$	$\frac{2}{3}\,S_t$

Ved Stenbrolægning forøges den bevægelige Belastning med 10 % af Hensyn til Stødvirkning.

For mellemliggende Værdier af Spændvidde, Ballasthøjde og Vejbefæstelsens Tykkelse interpoleres. De to sidste Størrelser regnes fra Jærnbetonens Overside til henholdsvis Underside af Svelle og Overside af Vejbane.

C. Ved Fodgængerbroer beregnet for 500 kg/m² bevægelig Last og ved Vejbroer med saa let Trafik, at de kan beregnes med 500 kg/m², endvidere ved Beklædningsmure, Vandbeholdere og overhovedet ved Ingeniørkonstruktioner, der kun i ringe Grad er udsat for Rystelser, regnes:

$$s_j = 1200 \text{ at} \quad s_b = \tfrac{1}{3}\,S_c \quad s_b^t = \tfrac{2}{3}\,S_t.$$

Prøvebelastningen maa ikke overskride 1,1 à 1,6

Gange den forudsatte Last, eftersom der er regnet med $s_b^t = \frac{2}{3} S_t$ à $\frac{2}{5} S_t$.

Den Hensyntagen til Betonens Trækspændinger, som disse Bestemmelser kræver, er i og for sig ganske rationel, og det er meget muligt, at Udviklingen vil gaa i denne Retning, men foreløbig ved vi altfor lidt om Revnernes Betydning for Spændingstilstanden og for Jærnets Bevarelse, til at det kan retfærdiggøre saa strænge Bestemmelser, som de refererede, og deres Tilbagekaldelse synes uundgaaelig. Deres Overholdelse betyder for T-Bjælkernes Vedkommende en hel Revolution, da Betonarealet her er saa lille i Forhold til Jærnarealet, at Bjælkens Bæreevne reduceres til et Minimum, naar Betonens Trækspænding ikke maa overskride 10—15 at. Se desangaaende Beton & Eisen 1907, Side 50.

Liste over benyttede Bogstavsymboler.

$A, \triangle A$ = en Længde i m.
B = et Tværsnits Bredde i m.
C = Cement.
D = en Længde i m.
E = en Elasticitetskoefficient i at.
E_b = Betonens Trykelasticitetskoefficient i at.
E_b^t = Betonens Trækelasticitetskoefficient i at.
E_j = Jærnets Elasticitetskoefficient i at.
F = et homogent Legemes Tværsnitsareal i cm^2 eller et Jærnbetonlegemes Tværsnitsareal, naar dette konverteres til Beton efter Formlen: $F = F_b + nf$.
F_b = et Betonareal i cm^2.
G = et Legemes Egenvægt i kg.
G = Grus.
H = [1]) en Højde i m, [2]) et Horizontaltryk i kg.
I = et homogent Tværsnits Inertimoment i cm^4 eller et Jærnbetontværsnits Inertimoment, naar Jærnarealet tænkes erstattet af et n Gange saa stort Betonareal.
I_S = do. do. for en Søjle.
L = en Længde i m.
L_S = en Søjles Længde i m.
$M, M', \triangle M$ = et bøjende Moment i kgm.
M_{100} = et bøjende Moment i kgm pr. løbende m.
M_S = en Søjles Moment i kgm.
P = en Kraft i kg.

P_E = den kritiske Søjlelast i kg.
P_R = den Last i kg, der giver Revner i en Bjælke.
P_t = en Kraft i Tons.
R = en Vederlagsreaktion i kg.
S = Sand.
S_c = et Materiales Tærningestyrke i at.
S_t = et Materiales Trækstyrke i at.
Si = Singel.
Sk = Skærver.
V = Transversalkraften i et Tværsnit i kg.
W = et homogent Tværsnits Modstandsmoment i cm^3, eller et Jærnbetonlegemes Modstandsmoment, naar Jærnarealet tænkes erstattet af et n Gange saa stort Betonareal.
W_b = et Betontværsnits Modstandsmoment i cm^3.
Y = en Ordinat i m.

---

a = en Plades eller Bjælkes totale Højde, en kvadratisk Søjles Sidelinie i cm.
at = Atmosfære = kg/cm^2.
b = en Bjælkes Bredde i cm.
c = en Konstant.
d = et Rundjærns Diameter i cm.
e = en Krafts Excentricitet i cm.
f = [1]) et strakt Jærnareal i cm^2, [2]) en Bues Pilhøjde i m.
f_{100} = et Jærnareal i cm^2 pr. løbende m.
f_B = det samlede Tværsnitsareal af en Bøjles to Grene i cm^2.
f^c = et trykket Jærnareal i cm^2.
g = en ensformig fordelt Totalbelastning i kg/m.
h = Afstanden fra det strakte Jærns Tyngdepunkt til Tværsnittets trykkede Rand i cm.
h^c = Afstanden fra det trykkede Jærns Tyngdepunkt til Tværsnittets trykkede Rand i cm.

i = et Tværsnits Inertiradius i cm.
k = et Tværsnits Kærneradius i cm.
kg = Kilogram.
l = en Længde i cm.
m = Meter.
n = $E_j : E_b$ (= 15).
o = et Antal Jærnstænger.
p = en ensformig fordelt bevægelig Last i kg/m eller i kg/m².
q = en ensformig fordelt Last i kg/m eller i kg/m².
r = Bøjleantallet i en Bjælkehalvdel.
s_b = den tilladelige Beton-Trykspænding i at.
s_b^t = den tilladelige Beton-Trækspænding i at.
s_{Eb} = den tilladelige Beton-Trykspænding for Søjler i at.
s_j = den tilladelige Jærn-Trækspænding i at.
t = Tons.
t_b = den tilladelige Beton-Forskydningsspænding i at.
t_j = den tilladelige Jærn-Forskydningsspænding i at.
u = Afstanden mellem et Tværsnits Midtlinie og dets neutrale Axe for ren Bøjning i cm.
v = en Vinkel.
x = den neutrale Axes Afstand fra Tværsnittets trykkede Rand i cm.
y = en Udbøjning i cm.
z = Trykresultantens Afstand fra den neutrale Axe i cm.

α = en variabel Størrelse.
β = en variabel Størrelse.
γ = [1]) $s_j : s_b$, [2]) et Materiales Vægt i kg/m³.
δ = Jærnets Brudforlængelse i Procent af Maalelængden.

ε = en Længdeforandring pr. Længdeeenhed.
ε_b = Betonens Sammentrykning pr. Længdeeenhed.
ε_b^t = Betonens Forlængelse pr. Længdeeenhed.
ε_j = Jærnets Forlængelse pr. Længdeeenhed.
ε_j^c = Jærnets Forkortelse pr. Længdeeenhed.
ε_s = Betonens Svind pr. Længdeeenhed.
μ, μ' = et Tværsnits Momentarm i cm.
σ = en Spænding i at.
σ_b = en Beton-Trykspænding i at.
σ_b' = Beton-Trykspændingen i Undersiden af en T-Bjælkes Hoved i at.
σ_b^t = en Betontrækspænding i at.
σ_E = den kritiske Søjlespænding i at.
σ_F = Jærnets Flydegrænse i at.
σ_j = en Jærn-Trækspænding i at.
σ_j^c = en Jærn-Trykspænding i at.
τ_b = Betonens Forskydningsspænding i at.
τ_{bj} = Adhæsionsspændingen mellem Jærn og Beton i at.
τ_j = Jærnets Forskydningsspænding i at.
φ = [1]) Jærnprocenten $\left(\text{for Søjler lig } 100\,\frac{f}{F_b + f}\text{,}\right.$ for Plader og Bjælker lig $\left.\frac{f}{B\,h}\right)$, [2]) en Friktionsvinkel.

Rundjærnstabel.

Diameter m/m	Stk. 1 cm²	Stk. 2 cm²	Stk. 3 cm²	Stk. 4 cm²	Stk. 5 cm²	Stk. 6 cm²	Stk. 7 cm²	Stk. 8 cm²	Stk. 9 cm²	Stk. 10 cm²	Stk. 11 cm²	Stk. 12 cm²	Diameter m/m	Vægt pr. m i kg
1	0,0079	0,016	0,024	0,031	0,039	0,047	0,054	0,063	0,071	0,079	0,087	0,094	1	0,006
2	0,031	0,063	0,094	0,128	0,157	0,188	0,22	0,25	0,28	0,31	0,35	0,38	2	0,024
3	0,07	0,14	0,21	0,28	0,35	0,42	0,49	0,56	0,63	0,70	0,77	0,84	3	0,055
4	0,13	0,25	0,38	0,50	0,63	0,76	0,91	1,00	1,17	1,26	1,48	1,51	4	0,098
5	0,20	0,39	0,59	0,78	0,98	1,18	1,37	1,57	1,78	1,96	2,16	2,35	5	0,153
6	0,28	0,56	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,55	2,82	3,12	3,40	6	0,220
7	0,38	0,77	1,15	1,54	1,92	2,31	2,70	3,08	3,47	3,84	4,24	4,63	7	0,300
8	0,50	1,00	1,51	2,01	2,51	3,01	3,52	4,02	4,53	5,02	5,54	6,04	8	0,392
9	0,64	1,27	1,91	2,54	3,18	3,82	4,45	5,08	5,72	6,36	6,99	7,64	9	0,496
10	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85	8,64	9,44	10	0,612
11	0,95	1,90	2,85	3,80	4,75	5,70	6,65	7,60	8,55	9,50	10,45	11,39	11	0,740
12	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,79	7,92	9,05	10,19	11,31	12,43	13,53	12	0,881
13	1,33	2,65	3,98	5,31	6,64	7,96	9,30	10,62	11,95	13,27	14,61	15,92	13	1,034
14	1,54	3,08	4,62	6,10	7,70	9,24	10,78	12,32	13,85	15,39	16,93	18,49	14	1,199
15	1,77	3,53	5,30	7,07	8,84	10,60	12,38	14,14	15,90	17,67	19,45	21,21	15	1,377
16	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,08	16,08	18,09	20,11	22,12	24,14	16	1,568
17	2,27	4,54	6,81	9,08	11,35	13,62	15,89	18,16	20,42	22,70	24,97	27,22	17	1,768
18	2,54	5,09	7,63	10,18	12,72	15,26	17,82	20,36	22,90	25,45	28,02	30,59	18	1,983
19	2,84	5,67	8,51	11,34	14,18	17,02	19,85	22,68	25,51	28,35	31,21	34,04	19	2,209
20	3,14	6,28	9,42	12,57	15,71	18,84	22,00	25,14	28,28	31,42	34,52	37,70	20	2,488
21	3,46	6,93	10,39	13,85	17,32	20,78	24,28	27,70	31,21	34,64	38,12	41,60	21	2,698
22	3,80	7,60	11,40	15,21	19,01	22,81	26,62	30,41	34,22	38,01	41,80	45,62	22	2,962
23	4,18	8,31	12,46	16,62	20,77	24,93	29,08	33,24	37,39	41,55	45,71	49,85	23	3,257
24	4,52	9,05	13,57	18,10	22,62	27,14	31,64	36,19	40,72	45,24	49,78	54,39	24	3,525
25	4,91	9,82	14,73	19,63	24,54	29,45	34,15	39,27	44,18	49,09	53,98	58,88	25	3,824

Diameter m/m	Stk. 1 cm²	Stk. 2 cm²	Stk. 3 cm²	Stk. 4 cm²	Stk. 5 cm²	Stk. 6 cm²	Stk. 7 cm³	Stk. 8 cm²	Stk. 9 cm²	Stk. 10 cm²	Stk. 11 cm²	Stk. 12 cm²	Diameter m/m	Vægt pr. m i kg
26	5,31	10,62	15,93	21,24	26,55	31,86	37,14	42,47	47,75	53,10	58,41	63,72	26	4,136
27	5,73	11,45	17,18	22,90	28,63	34,35	40,08	45,80	51,50	57,26	62,99	68,72	27	4,461
28	6,16	12,31	18,47	24,63	30,79	36,94	43,12	49,26	55,38	61,58	67,31	73,04	28	4,797
29	6,60	13,21	19,81	26,42	33,02	39,62	46,75	52,84	60,20	66,85	73,53	80,22	29	5,146
30	7,07	14,14	21,21	28,27	35,34	42,41	49,48	56,55	63,62	70,68	77,75	84,82	30	5,507
31	7,55	15,09	22,64	30,19	37,74	45,29	52,84	60,38	67,93	75,48	83,03	90,58	31	5,280
32	8,04	16,08	24,13	32,17	40,21	48,26	56,30	64,34	62,38	80,42	88,47	96,51	32	6,266
33	8,55	17,11	25,66	34,21	42,76	51,32	59,87	68,42	76,97	85,53	94,08	102,63	33	6,644
34	9,08	18,16	27,24	36,32	45,40	54,48	63,56	72,63	81,71	90,79	99,86	108,93	34	7,074
35	9,62	19,24	28,86	38,48	48,11	57,73	67,35	76,97	86,59	96,21	105,83	115,46	35	7,496
36	10,18	20,36	30,54	40,72	50,90	61,07	71,25	81,43	91,60	101,79	111,97	122,15	36	7,930
37	10,75	21,50	32,26	43,01	53,76	64,51	75,27	86,02	96,77	107,52	118,27	129,03	37	8,377
38	11,34	22,68	34,02	45,36	56,70	68,04	79,38	90,73	102,07	113,41	124,75	136,09	38	8,836
39	11,94	23,89	35,48	47,78	59,73	71,68	83,63	95,57	107,51	119,46	131,40	143,35	39	9,307
40	12,56	25,13	37,70	50,26	62,83	75,40	87,97	100,53	113,10	125,66	138,23	150,79	40	9,791
41	13,20	26,41	39,61	52,81	66,01	79,22	92,42	105,62	118,82	132,03	145,23	158,44	41	10,280
42	13,85	27,71	41,56	55,42	69,27	83,12	96,97	110,83	124,68	138,54	152,39	166,25	42	10,794
43	14,52	29,04	43,56	58,09	72,61	87,13	101,65	116,18	130,70	145,22	159,74	174,26	43	11,314
44	15,20	30,41	45,61	60,82	76,03	91,23	106,43	121,64	136,84	152,05	167,25	182,46	44	11,846
45	15,90	31,81	47,71	63,62	79,52	95,42	111,32	127,23	143,13	159,04	175,94	191,85	45	12,391
46	16,62	33,24	49,86	66,48	83,10	99,71	116,33	132,95	149,57	166,19	182,80	199,42	46	12,948
47	17,35	34,70	52,05	69,40	86,75	104,09	121,44	138,79	156,14	173,49	190,84	208,19	47	13,517
48	18,09	36,19	54,29	72,38	90,48	108,58	126,68	144,77	162,87	180,96	199,06	217,15	48	14,098
49	18,86	37,71	56,57	75,43	94,28	113,14	132,00	150,86	169,72	188,57	207,33	226,18	49	14,892
50	19,63	39,27	58,90	78,54	98,17	117,81	137,45	157,08	176,71	196,35	216,98	236,62	50	15,296

Tabel for Omsætning af danske Alen og Tommer til Centimeter.

Al.	0″	1″	2″	3″	4″	5″	Al.	6″	7″	8″	9″	10″	11″
0		2,6	5,2	7,8	10,5	13,1	0	15,7	18,3	20,9	23,5	26,2	28,8
1	62,8	65,4	68,0	70,6	73,2	75,9	1	78,5	81,1	83,7	86,3	89,0	91,6
2	125,5	128,1	130,8	133,4	136,0	138,6	2	141,2	143,8	146,4	149,1	151,7	154,3
3	188,3	190,9	193,5	196,2	198,8	201,4	3	204,0	206,6	209,2	211,8	214,5	217,1
4	251,1	253,7	256,3	258,9	261,6	264,2	4	266,8	269,4	272,0	274,6	277,3	279,9
5	313,9	316,5	319,1	321,7	324,3	326,9	5	329,6	332,2	334,8	337,4	340,1	342,1
6	376,6	379,2	381,9	384,5	387,1	389,7	6	392,3	394,9	397,5	400,1	402,8	405,4
7	439,4	442,0	444,6	447,2	449,9	452,5	7	455,1	457,7	460,3	462,9	465,6	468,2
8	502,2	504,8	507,4	510,0	512,6	515,3	8	517,9	520,5	523,1	525,7	528,4	531,0
9	564,9	567,5	570,2	572,8	575,4	578,0	9	580,6	583,2	585,8	588,5	591,1	593,7
10	627,7	630,3	632,9	635,6	638,2	640,8	10	643,4	646,0	648,6	651,2	653,9	656,5
11	690,5	693,1	695,7	698,3	701,0	703,6	11	706,2	708,8	711,4	714,0	716,7	719,3
12	753,3	755,9	758,5	761,1	763,8	766,4	12	768,9	771,6	774,2	776,8	779,5	782,1
13	816,0	818,6	821,3	823,9	826,5	829,1	13	831,7	834,3	836,9	839,6	842,2	844,8
14	878,8	881,4	884,0	886,6	889,3	891,9	14	894,5	897,1	899,7	902,3	905,0	907,6
15	941,6	944,2	946,8	949,4	952,1	954,6	15	957,3	959,9	962,5	965,1	967,8	970,3
16	1004,3	1006,9	1009,6	1012,2	1014,8	1017,4	16	1020,0	1022,6	1025,2	1027,9	1030,5	1033,1
17	1067,1	1069,7	1072,3	1075,0	1077,6	1080,2	17	1082,8	1085,4	1088,0	1090,6	1093,3	1095,9
18	1129,9	1132,5	1135,1	1137,7	1140,3	1142,9	18	1145,6	1148,2	1150,8	1153,4	1156,0	1158,6
19	1192,6	1195,3	1197,9	1200,5	1203,1	1205,7	19	1208,3	1211,0	1213,6	1216,2	1218,8	1221,4
20	1255,4	1258,0	1260,6	1263,3	1265,9	1268,5	20	1271,1	1273,7	1276,3	1279,0	1281,6	1284,2
21	1318,2	1320,8	1323,4	1326,0	1328,6	1331,3	21	1333,9	1336,5	1339,1	1341,7	1344,3	1347,0
22	1381,0	1383,6	1386,2	1388,8	1391,4	1394,1	22	1396,7	1399,3	1401,9	1404,5	1407,1	1409,7
23	1443,7	1446,3	1448,9	1451,5	1454,2	1456,8	23	1459,4	1462,0	1464,6	1467,2	1469,9	1472,5
24	1506,4	1509,0	1511,6	1514,2	1516,9	1519,5	24	1522,1	1524,7	1527,3	1529,9	1532,6	1535,2
25	1569,2	1571,8	1574,4	1577,0	1579,7	1582,3	25	1584,9	1587,5	1590,1	1592,7	1595,4	1598,0
26	1632,0	1634,6	1637,2	1639,8	1642,5	1645,1	26	1647,7	1650,3	1652,9	1655,5	1658,2	1660,8
27	1694,8	1697,4	1700,0	1702,6	1705,3	1707,9	27	1710,5	1713,1	1715,7	1718,3	1721,0	1723,6
28	1757,6	1760,2	1762,8	1765,4	1768,1	1770,7	28	1773,3	1775,9	1778,5	1781,1	1783,8	1786,4
29	1820,4	1823,0	1825,6	1828,2	1830,9	1833,5	29	1836,1	1838,7	1841,3	1843,9	1846,6	1849,2
30	1883,2	1885,8	1888,4	1891,0	1893,7	1896,3	30	1898,9	1901,5	1904,1	1906,7	1909,4	1912,0

Al.	12″	13″	14″	15″	16″	17″	Al.	18″	19″	20″	21″	22″	23″
0	31,4	34,0	36,6	39,2	41,9	44,5	0	47,1	49,7	52,3	54,9	57,5	60,2
1	94,2	96,8	99,4	102,0	104,6	107,3	1	109,9	112,5	115,1	117,7	120,4	123,0
2	156,9	159,5	162,1	164,8	167,4	170,0	2	172,6	175,2	177,8	180,4	183,1	185,7
3	219,7	222,3	224,9	227,5	230,2	232,8	3	235,4	238,0	240,6	243,2	245,9	248,5
4	282,5	285,1	287,7	290,3	292,9	295,6	4	298,2	300,8	303,4	306,0	308,7	311,3
5	345,2	347,8	350,5	353,1	355,7	358,3	5	360,9	363,5	366,1	368,8	371,4	374,0
6	408,0	410,6	413,2	415,9	418,5	421,1	6	423,7	426,3	429,9	431,5	434,2	436,8
7	470,8	473,4	476,0	478,6	481,3	483,9	7	486,5	489,1	491,7	494,3	497,0	499,6
8	533,6	536,2	538,8	541,4	544,0	546,7	8	549,2	551,9	554,5	557,1	559,8	562,4
9	596,3	598,9	601,6	604,2	606,8	609,4	9	612,0	614,6	617,2	619,8	622,5	625,1
10	659,1	661,7	664,3	666,9	669,6	672,2	10	674,8	677,4	680,0	682,6	685,3	687,9
11	721,8	724,4	727,1	729,7	732,3	734,9	11	737,6	740,2	742,8	745,4	748,0	750,6
12	784,6	787,2	789,9	792,5	795,1	797,7	12	800,3	802,9	805,5	808,2	810,8	813,4
13	847,4	850,0	852,6	855,3	857,9	860,5	13	863,1	865,7	868,3	870,9	873,6	876,2
14	910,2	912,8	915,4	918,0	920,7	923,3	14	925,9	928,5	931,1	933,7	936,4	939,0
15	973,0	975,6	978,2	980,8	983,4	986,0	15	988,6	991,3	993,9	996,5	999,2	1001,7
16	1035,7	1038,3	1041,0	1043,6	1046,2	1048,8	16	1051,4	1054,0	1056,6	1059,3	1061,9	1064,5
17	1098,5	1101,1	1103,7	1106,3	1109,0	1111,6	17	1114,2	1116,8	1119,4	1122,0	1124,7	1127,3
18	1161,3	1163,9	1166,5	1169,1	1171,7	1174,3	18	1177,0	1179,6	1182,2	1184,8	1187,4	1190,0
19	1224,0	1226,6	1229,3	1231,9	1234,5	1237,1	19	1239,7	1242,3	1245,0	1247,6	1250,2	1252,8
20	1286,8	1289,4	1292,0	1294,7	1297,3	1299,9	20	1302,5	1305,1	1307,7	1310,3	1313,0	1315,6
21	1349,6	1352,2	1354,8	1357,4	1360,1	1362,7	21	1365,3	1367,9	1370,5	1373,1	1375,7	1378,3
22	1412,3	1414,9	1417,5	1420,1	1422,8	1425,4	22	1428,0	1430,6	1433,2	1435,8	1438,5	1441,1
23	1475,1	1477,7	1480,3	1482,9	1485,6	1488,2	23	1490,8	1493,4	1496,0	1498,6	1501,2	1503,8
24	1537,8	1540,4	1543,0	1545,6	1548,3	1550,9	24	1553,5	1556,1	1558,7	1561,3	1564,0	1566,6
25	1600,6	1603,2	1605,8	1608,4	1611,0	1613,7	25	1616,3	1618,9	1621,5	1624,1	1626,8	1629,4
26	1663,4	1666,0	1668,6	1671,2	1673,9	1676,5	26	1679,1	1681,7	1684,3	1686,9	1689,6	1692,2
27	1726,2	1728,8	1731,4	1734,0	1736,7	1739,3	27	1741,9	1744,5	1747,1	1749,7	1752,4	1755,0
28	1789,0	1791,6	1794,2	1796,8	1799,5	1802,1	28	1804,7	1807,3	1809,9	1812,5	1815,2	1817,8
29	1851,8	1854,4	1857,0	1859,6	1862,3	1864,9	29	1867,5	1870,1	1872,7	1875,3	1878,0	1880,6
30	1914,6	1917,2	1919,8	1922,4	1925,1	1927,7	30	1930,3	1932,9	1935,5	1938,1	1940,8	1943,4